

Optimal Portföy Kapsamında Tanjant Portföyü İMKB-100'de Örnek Uygulama¹

The Tangency Portfolios in the Context of Portfolio Optimization: A Sample on ISE-100 Firms

Yusuf DEMİR

Doç. Dr., Süleyman Demirel Üniversitesi, İİBF, Turizm İşletmeciliği Bölümü, (yusufdemir@iibf.sdu.edu.tr)

Ezel DERER

Öğr. Gör., Süleyman Demirel Üniversitesi, Gönen Meslek Yüksekokulu İşletme Yönetimi Bölümü, (ezelderer@sdu.edu.tr)

ÖZET

Anahtar Kelimeler:

Markowitz optimal portföy, tanjant

Modern Portföy Teorisinde en önemli sorunlardan biri portföye dahil edilecek hisse senetlerinin ağırlıklarının ne olması gerektiğidir. Bu çalışmanın amacı portföye dahil edilecek hisse senetlerinin ağırlıklarının Excel Çözücü ortamında nasıl tespit edileceğidir. İMKB-100 Endeksinde yer alan hisse senetlerinin 02/01/2004-31/12/2009 dönemi günlük getiri oranları kullanılarak Markowitz Optimal Portföy Seçim teorisi çerçevesinde eşit ağırlıklı bir portföy oluşturulmuştur. Bu portföyde yer alan hisse senetlerinin olması gereken ağırlıkları Excel Çözücü ortamında belirlenerek yeni bir portföy oluşturulmuştur. Bu portföyün etkin sınır ile risksiz getiri oranı arasındaki ilişkisi geometrik olarak ortaya konulmuştur. Oluşturulan portföyün optimal karakterdeki bir Tanjant portföyü olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

ABSTRACT

Keywords:

Markowitz Optimal Portfolio, Tangency

One of the crucial issues in the context of modern portfolio theory is what should be the weighted of capital stocks which is included in portfolio. The aim of this study is how to set or determine weighted of capital stocks, included in portfolio in the Excel Solver. In this study, an equal weighted portfolio is formed from daily rate of returns in the stocks of ISE-100 index in the period of 02.01.2004-31.12.2009 by the framework of Markowitz optimal portfolio theory. A new portfolio was formed with the formation of weighted standard of the capital stock by the usage of the Excel Solver. The relation between active limitation of this portfolio and risk free rate of return was revealed as geometric. As a result of this relation the new formed portfolio was described as a tangency portfolio.

GİRİŞ

Yatırımcılar için finansal piyasada birçok yatırım seçeneği vardır. Yatırımcılar sahip oldukları fonları yönlendirirken mevduat faizi, repo, hazine bonusu ve tahvil gibi risksiz yatırım araçlarının yanında döviz ve hisse senedi gibi riskli yatırım araçlarına da yatırım yapabilirler.

Gerçek ve tüzel kişilerin ekonomik koşullar altında amacı, sahip oldukları varlıkların toplam getirilerini, risk faktörünü de dikkate alarak mümkün olduğunca artırmaktır. Ağırlıklı olarak hisse senedinden, çeşitli menkul kıymetlerden meydana gelen tahviller ve benzeri türevleri portföyü oluşturur. Bu varlıkların getirisini artırmanın yolu portföyün etkin bir şekilde yönetilmesiyle mümkündür. Portföy yönetiminde amaç, karar vericinin getiri ve riske karşı gösterdiği tutum çerçevesinde portföy içine hangi varlıkların hangi oranlarda gireceğine ve zamanla değişen ekonomik koşullara bağlı olarak hangi varlıkların portföyden çıkarılacağına karar vermektir (Ertuna, 1991,s:39-59). Optimal portföy seçiminin de en bilenen teorilerden biri Harry Markowitz'in (1952) Modern Portföy Teorisi'dir. Markowitz'in ortaya koyduğu ortalama-Varyans modeli kullanılarak çok sayıda hisse senedi arasında en iyi risk-getiri dengesini veren optimal portföylerin oluşturulması mümkündür (Bulut, 2009,s:1).

Modern Portföy Teoreminin kurucusu Harry Markowitz portföyde çeşitlendirmenin yanında menkul kıymetlerin aralarındaki ters yönlü korelasyonların da riski önemli ölçüde azaltacağını söylemektedir. Sözü edilen teoremdeki diğer bir konu ise etkin sınır üzerinedir. Yatırımcılar alternatif yatırım olanaklarında aynı riske sahip farklı getiri sağlayan portföy seçebileceklerdir. Buna göre etkin sınır üzerinde oluşturulan portföylerin hesaplanmasında, portföyü oluşturan hisse senetlerinin geçmişteki getirileri, Standard sapmaları, senetler arasındaki korelasyon katsayıları, Varyans-kovaryans matrislerine ihtiyaç olacaktır (Küçükkoçoğlu, s:1).

¹ Bu çalışma, Derer (2010) kaynağındaki yüksek lisans tezi temel alınarak hazırlanmıştır

Bu çalışmada, portföye dahil edilen hisse senetlerinin ağırlıklarının ne olması gerektiği, pratik bir çözüm yöntemi niteliğinde olan Excel Çözücü kullanılarak hesaplanmaya çalışılmıştır. Bu çerçevede seçilen hisse senetlerinin ortalama getirileri, Varyans ve standart sapmaları Excel’de hesaplanmıştır. Varyans-kovaryans matrisi oluşturularak portföyün getirisi, standart sapması ve tanjant değeri elde edilerek Çözücü altında ağırlıkların bulunmasına yönelik işlemler yapılmıştır.

1. LİTERATÜR TARAMASI

Sermaye piyasasının gelişmiş olduğu ülkelerde, 1950’li yıllara gelinceye kadar, yatırımcılar, portföyde yer alan menkul kıymetlerin getirileri arasındaki ilişkileri göz önünde bulundurmadan, sadece portföydeki menkul kıymetlerin sayılarını arttırarak riski azaltabileceklerini düşünmüşlerdir(Akmut,1989,s:5). Oysa modern portföy yaklaşımında, sadece portföy çeşitlendirmesine gidilerek riskin azaltılamayacağı, çünkü portföyde yer alan menkul kıymetlerin ya da menkul kıymet gruplarının, aynı ya da ters yönde hareket ettikleri ileri sürülmektedir.

Markowitz’den önce Williams (1938), Graham and Dodd (1934) menkul kıymetleri bir portföy mantığı içinde değil de ayrı ayrı değerlendirmişlerdir. Roy (1952) ise portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin varyansı ile portföyün getirilerinin varyansı arasındaki ilişkiyi ortaya koyarak Markowitz’inkine benzer bir ortalama-varyans etkin sınırı geliştirmiştir. Bu çalışmaları nedeniyle ki Markowitz ‘Portfolio Selection’ makalesiyle kendisine atfedilen ‘Modern Portföy Teorisinin Babası’ unvanında Roy’unda eşit bir paya sahip olduğunu söylemiştir. Roy’un bu çalışmasına rağmen Markowitz’in makalesi yatırımları çeşitlendirme fikrinin ilk matematiksel formülüdür (Çetindemir, 2006,s:17). Markowitz’in makalesinden sonra 1950’lerde portföy teorisi üzerindeki en iyi çalışma Tobin tarafından gerçekleştirilmiştir. Tobin, Markowitz’in ortalama-varyans portföy seçim teorisini yalın bir kantitatif altyapı ile genişletmiş ve detaylandırmıştır (Rubinstein, 2002,s:1043). Markowitz’in teorisinden hareketle, Sharpe ve Lintner gibi diğer araştırmacıların çalışmaları sonucu Diagonal Model ve Sermaye Piyasası Doğrusunu ortaya çıkaran portföy teorilerinin gelişimi devam etmiştir (Rambaud vd, 2005,s:206). Melton’dan sonra Ingersoll, Huang ve Litzenberg’de, Lagrange optimizasyon kısıt yöntemlerini kullanarak etkin sınırı elde etmeye yönelik çalışmalarda bulundular. Bu anlamda en etkin çalışma Benninga’nın çalışmasıdır (Feldman vd., 2003,s:1). Konno ve Yamazaki, ortalama-mutlak sapma modelinin (ki mutlak sapma her ne kadar standart sapmaya benzer olsa da) doğrusal programlama ile çözülebileceğini ortaya koymuşlardır (Ding, 2006,s:458). Markowitz’in ortalama Varyans modeli üzerine ülkemizde çok sayıda çalışma yapılmıştır.

Markowitz’in modeli üzerine yapılan ilk çalışma 1983 yılında Erhan Özdemir’in “Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Secimi Problemine Uygulanması” adlı doktora tezidir. Bu çalışmada kuadratik programlama modeli kullanılmış ve seçilen 44 hisse senedi üzerinde yapılan çalışma sonucunda değişik getiri düzeylerinde düşük riskli etkin portföyler oluşturulmuştur.(Özdemir, 1983)

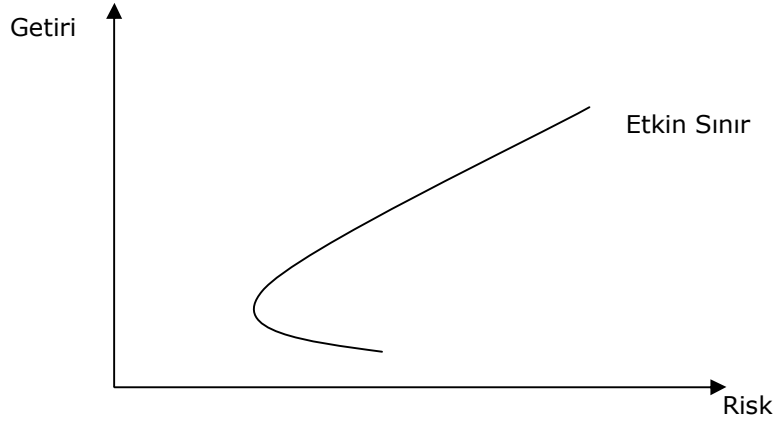
Akkaya, İMKB’de yer alan hisse senetlerinden elde edilen 73 haftalık verilerin getiri oranlarını kullanarak ortalama-Varyans yöntemiyle ve karesel programlama ile portföy optimizasyonu uygulaması yapmıştır.(Akkaya,1996). Köse çalışmasında Markowitz’in portföy çeşitlendirmesinde sharpe yaklaşımları kullanılarak çok sayıda hisse senedi arasından en iyi risk, en iyi getiri dengesini veren portföyler oluşturulmuştur.(Köse,2001). Küçükkocaoğlu çalışmasında Excel uygulamaları altında en iyi çeşitlendirmeyi elde ederek Markowitz Portföy Teoremi çerçevesinde optimal portföy elde edilmeye çalışılmıştır (Küçükkocaoğlu, 2002). Zorlu Kriz döneminde İMKB-30’da yer alan hisse senetleri üzerinde Markowitz Modelini kullanarak çeşitlendirme yapmak ve etkin bir portföy oluşturmanın mümkün olup olmadığı konusunda inceleme yapmıştır (Zorlu, 2003). Ernek çalışmasında, yatırımcıların çeşitlendirme yoluyla optimal risk seviyelerinde yatırım yapmaları durumunda ne kadar getiri elde edeceklerine yöneliktir.(Ernek,2004).Çolakoğlu çalışmasında, farklı beklenen getiri düzeylerinde Markowitz’in ortaya koyduğu etkinlik sınırı üzerinde yer alan en iyi risk-getiri ilişkisine sahip portföylerin elde edilmesine yönelik incelemeler yapmıştır. (Çolakoğlu, 2005) Çetindemir’in çalışması, portföy çeşitlendirmesinin ve optimizasyonunun İMKB’de çalışabilirliğini test etmektir (Çetindemir, 2006). Demirtaş ve Güngör çalışmalarında geçmişteki verileri dikkate alarak gelecekte de fazla bir değişiklik olmayacağı düşüncesi ile kişilerin kriterlerine göre alternatifli optimum portföy oluşturmuşlardır (Demirtaş ve Güngör, 2004). Topal çalışmasında portföye dahil edilecek hisse senetlerinin ağırlıklarının Excel Çözücü ortamında nasıl tespit edileceğini ortaya koymaktadır (Topal vd.,2009).

2. TANJANT PORTFÖYÜ

Optimal ya da etkin portföy birleşimi, risksiz varlık ile iki riskli varlığın tanjant portföyüdür. (Ruppert,2004,s:143). Optimal riskli portföy, Sermaye Piyasası Doğrusu ile etkin sınır arasındaki tanjant noktasıdır. Bu optimal portföy, etkin sınır üzerinde bulunduğundan, tanjant noktası Sermaye Piyasası Doğrusu ile yatay doğru arasındaki maksimum tanjanta sahip doğru üzerinde yer alır. Yatırımcılar için kayıtsızlık eğrilerini belirlemek kolay olmadığından bu gayet iyi bir çözümdür(Pareta,2001, s:3).

Optimal riskli portföy, risksiz getiri oranından portföy sınırına bir tanjant çizimi ile bulunur. Tanjant portföyü maksimum eğime sahip olduğundan (Sharpe Index), yatırımcı tanjant portföyünün portföy ağırlıklarını doğrudan elde edebilir. Bunu,

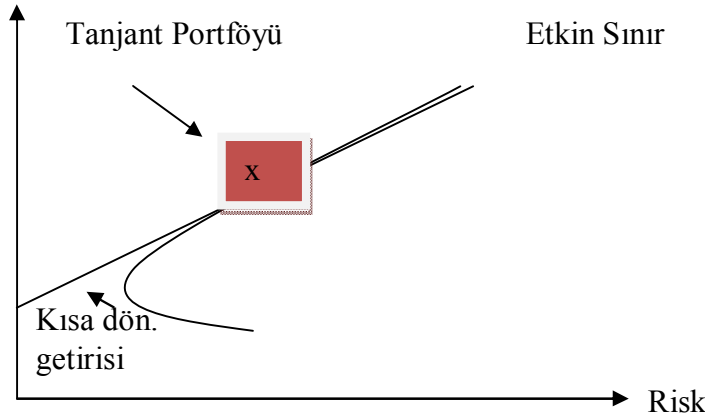
portföy sınırı ile risksiz getiri oranının kesiştiği noktadaki portföyü veren doğrunun eğimini maksimize ederek gerçekleştirmektedir (Mohantly, 2005,s:2-3). Etkin sınır açısından, bir tanjant portföyü orjinden ya da risksiz bir varlığın bulunduğu noktadan çizilen bir doğru ile etkin sınır arasındaki tanjant noktasına denk gelen bir portföydür. Bu nedenle risksiz varlığın bulunması önemlidir. Risksiz varlık olmaması durumunda, aynı tanjant portföyü Sharp oranının maksimizasyonu yoluyla elde edilebilir (Okhrin, 2006,s:237). Tanjant portföyü ağırlıkları pozitif olmalıdır (Chevrier, 2008,s:9). Dolayısıyla negatif portföy ağırlıklarını (açığa satış) pratikte uygulamak zor olduğundan yatırımcıların bir çoğu portföy ağırlıklarının negatif olmama kısıtını uygulamaya koyduklarında ortalama-varyans etkin portföyleri elde ederler (Jagannathan ,2003,s:1651).



Kaynak: The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:2

Şekil 1 Etkin Sınır

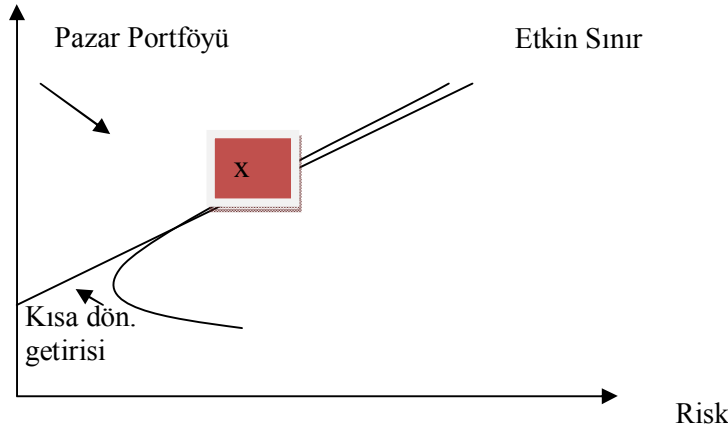
Yukarıdaki şekil risk ve her düzeyde getirideki minimum risk olan portföy dizisi için beklenen getiri arasındaki ilişkiyi göstermektedir. Bu dizi etkin bir dizidir ve bunu tanımlayan eğri etkin sınırdır. Sadece riskli varlık yatırımcılar kullanmak bu eğrinin herhangi bir portföye ve sağına dayanabilir fakat hiçbirini eğrinin soluna dayanamaz (The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:2).



Kaynak: The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:2

Şekil 2 Tanjant Portföyü

Fakat yatırımcılar kısa vadeli borçlanma ve borç verme ile çok daha iyisini yapabilirler. Eğer nakit, kısa vadeli orandan geçen etkin sınıra teğet olan riskli varlıkların özel portföyü ile birleşirse, yatırımcılar, kısa vadeli oranda borç alarak (kar üzerinden stok alarak) veya borç vererek (kısmen nakit ve kısmen stoklarda yatırım yaparak) yukarıdaki şekildeki düz çizgi üzerindeki herhangi bir portföyü tutabilirler. Tüm yatırımcılar aynı yatırım fırsatlarını gördüğü için bütün yatırımcılar bu teğet portföydeki riskli varlıklara ilişkin ağırlıklar konusunda uzlaşacaklardır (The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:2). Riskli varlıkların portföyleri arasında bu teğet, portföyü en iyi riske ödül oranını sunması gerçeği kısa vadeli oranı geçen ve etkin sınıra dokunan herhangi bir satırın en büyük eğimine sahip olan etkin sınıra teğet olan satır olduğu gerçeğini yansıtmaktadır. Ayrıca, bu varsayımlar altında tüm yatırımcıların riskli varlıkların aynı portföyünü tutmaları gerektiği için, sadece nakitin miktarında veya borcun öz sermayeye oranında da farklılık göstererek, piyasalar net olacaksa, o zaman bu teğet portföyü pazar portföyü ile aynı olmalıdır (The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:3).



Kaynak: The Dow Jones Wilshire 5000, a.g.e, s:3

Şekil 3 Pazar Portföyü

Tanjant portföyünü matematiksel yönden inceleyecek olursak; N adet riskli varlık ve bunların her birinin beklenen getirisi (r_i) ve $E(r)$, bu varlıkların beklenen getirilerinin sütun vektörü R olsun (Benninga,2000, s:161).

$$R = \begin{bmatrix} E(r_1), = \bar{r}_1 \\ E(r_2), = \bar{r}_2 \\ \vdots \\ E(r_n), = \bar{r}_n \end{bmatrix}$$

Ve S 'de, $N \times N$ Varyans- kovaryans Matrisi'dir.

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_{11}, \sigma_{21} \dots \sigma_{n1} \\ \sigma_{21}, \sigma_{22} \dots \sigma_{n2} \\ \vdots \\ \sigma_{1n}, \sigma_{2n} \dots \sigma_{nn} \end{bmatrix}$$

Riskli varlıklardan oluşan bir portföyün sütun vektörü x 'dir ve bunun koordinatlarının toplamı da 1'dir.

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_N \end{bmatrix} \quad \sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Her bir i x koordinatı, riskli i varlığının portföye yatırılmış oranını temsil eder. Bir x portföyün beklenen getirisi $E(rx)$, x ile R 'nin çarpımıyla elde edilir.

$$E(rx) = X^T * R = \sum_{i=1}^N X_i E(r_i)$$

X portföyünün varyansı ;

$$\alpha_x^2 = \alpha_{xx} \quad \text{dir ve } X^T S Y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i Y_j \alpha_{ij} \text{ 'nin çarpımıyla elde edilir.}$$

x ve y portföylerinin getirileri arasındaki kovaryans,

$$Cov(rx, ry), \alpha_{xy} = X^T S Y = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i Y_j \alpha_{ij}$$

Bu arada; $\alpha xy = \alpha yx$ 'dir.

Bir etkin portföyün bulunmasına yönelik olarak yukarıda verilen çözüm çerçevesinde etkin portföyler kümesi üzerindeki Tanjant portföyünün elde edilebilmesi için bu çözüm şu şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} \text{Max}\alpha &= \frac{E(rx) - C}{\sigma p} \\ \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\ E(rx) &= X^T * R = \sum_{i=1}^N X_i E(r_i) \\ \sigma p &= \sqrt{X^T S x} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij}} \end{aligned}$$

$x < 0$ olduğunda maksimizasyon problemi negatif oranlı portföylere izin verir. Tipik olarak aracı kurumlar bir dereceye kadar yada tamamen emanetçi gibi hizmet görmelerinden dolayı, özellikle yatırım zamanında yatırımcının açığa satış işlemini kullanımı nadirdir. Bu olsa bile yatırımcı herhangi bir açığa satış yapımını tamamen yasaklamış olabilir. Açığa satış sınırlaması altında bu çalışmada Excel Çözücü ortamında etkin bir portföyün bulunmasına yönelik olarak işlemler yapılacaktır. Dolayısıyla yukarıda belirttiğimiz maksimizasyon problemi tanımına açığa satışa izin verilmediğini ifade eden kısıtları eklediğimizde;

$$\begin{aligned} \text{Max}\alpha &= \frac{E(rx) - C}{\sigma p} \\ \sum_{i=1}^N X_i &= 1 \\ X_i &\geq 0, i = 1, \dots, N \\ E(rx) &= X^T * R = \sum_{i=1}^N X_i E(r_i) \end{aligned}$$

Şeklinde matematiksel çözüm parametrelerini elde ederiz. $X_i \geq 0, i = 1, \dots, N$ ifadesi portföye dahil edilecek olan hisse senetlerinin ağırlıklarının pozitif olması kısıtıdır. Yani açığa satış yoktur.

3.METODOLOJİ

3.1.Amaç

Portföy yönetiminin en önemli konusu portföye, hangi menkul kıymetlerin hangi oranlarda gireceğine ve değişen ekonomik koşullara göre portföyün ne zaman güncellenmesi gerektiğine karar vermektir (Demirtaş vd., 2004,s:104). Dolayısıyla Modern Portföy Teorisi çerçevesinde oluşturulan bir portföyün içinde yer alan hisse senetlerinin portföy ağırlıklarının ne olması gerektiği sorusuna cevap Excel Çözücü ortamında bulunacaktır. Çözücünün bize vereceği ağırlık kombinasyonunun tanjant portföyünü ifade edip etmediğini test etmek bu çalışmanın amacını oluşturmaktadır.

3.2.Veriler

Markowitz'in Optimal Portföy Teoreminden yola çıkarak İMKB'de oluşturulacak optimal portföy yatırımı için gerekli görülen veri ve araçlar şunlardır;

- ✓ Microsoft Excel ve Excel'in Araçlar (Tools) menüsünde bulunan Çözücü (Solver)fonksiyonu,
- ✓ 2004–2009 yılları arasında İMKB–100 endeksinde sürekli olarak yer alan 85 adet işletmenin bir yıllık (02.01.2004–29.12.2009) süreçte günlük getirilerinden hareketle aylık getirilerinden oluşan bir veri setine ihtiyaç duyulmaktadır (www.imkb.gov.tr).

3.3.Yöntem

Yukarıda yer alan araç ve verileri kullanarak optimal portföyü oluşturmak için gerekli görülen işlemler ise sırasıyla şöyledir;

- ✓ İMKB Ulusal-100 Endeksini oluşturan firmaların 02.01.2004 – 29.12.2009 tarihleri arasındaki günlük getirilerinden yararlanılarak aylık ortalama getirileri ve standart sapmalarının bulunması
- ✓ Hisse senetleri arasındaki korelasyonun bulunması ve korelasyon matrisinin oluşturulması,
- ✓ Fazla getiri matrisinin oluşturulması ve bu matristen hareketle kovaryans matrisini oluşturabilmek için fazla getiri matrisinin tersinin oluşturulması,
- ✓ $Cov(ri, rj) = (\rho_{i,j})(\sigma_i \sigma_j)$ formülasyonunu Excel'de kullanarak standart sapmalar ve korelasyon matrisinin yardımıyla kovaryans matrisinin oluşturulması,
- ✓ Eşit ağırlıklı portföyün varyansının, standart sapmasının, getirisinin ve tanjantının hesaplanması,
- ✓ Excel çözücü yardımıyla portföye dahil hisse senetlerinin oransal dağılımlarının (yeni oluşan ağırlıklarının) bulunması,
- ✓ Yeni oransal dağılımlarla oluşan portföyün getiri ve risk değerlerinin belirlenmesi,
- ✓ Yeni değerlerle oluşturulmuş portföyün etkin sınır gösteriminin yapılması, grafiğinin çizilmesi.

Çalışmada yer alan hisseler arasındaki korelasyonlar Excel de hesaplanmış; ancak 85 hisse senedinin tamamı arasında negatif bir korelasyon ilişkisinin olmadığı görülmüştür. Bunlar arasından da birbirleriyle en yüksek negatif korelasyona sahip 2 hisse seçilmiştir. Yukarıda yapılan açıklamalar iki hisse senedine uygulanarak adım adım optimal portföy oluşturulmaya çalışılmıştır. Değerlendirmeye alınan bu 2 hisse senedi Bfren ve Fener'dir Portföye dahil edilen 2 hisse senedinin 2004–2009 yılındaki ortalama aylık getirileri de aşağıda görülebilir.

Tablo 1:Seçilen 2 hisse senedinin 2004–2009 yılları arası aylık ortalama getirileri

	A	B	C
	İMKB-100	BFREN	FENER
2	Ara.09	8,70%	1,60%
3	Kas.09	-10,97%	-10,95%
4	Eki.09	-4,32%	2,80%
5	Eyl.09	-2,41%	0,00%
6	Ağu.09	9,21%	1,90%
7	Tem.09	4,11%	0,96%
8	Haz.09	13,18%	2,97%
9	May.09	19,44%	20,96%
10	Nis.09	-10,00%	3,73%
11	Mar.09	64,38%	8,78%
12	Şub.09	-2,67%	-13,45%
13	Oca.09	-1,96%	-2,29%
14	Ara.08	0,00%	-3,85%
15	Kas.08	-8,93%	-8,54%
16	Eki.08	-22,94%	-33,51%
17	Eyl.08	-22,14%	5,44%
18	Ağu.08	0,00%	2,80%
19	Tem.08	-2,78%	13,49%
20	Haz.08	-3,36%	14,55%
21	May.08	-1,97%	0,92%
22	Nis.08	14,29%	-0,91%
23	Mar.08	-16,35%	10,00%
24	Şub.08	10,42%	16,28%
25	Oca.08	-28,00%	30,30%
26	Ara.07	0,00%	7,32%
27	Kas.07	-9,09%	8,85%
28	Eki.07	-2,34%	12,48%
29	Eyl.07	1,15%	1,92%
30	Ağu.07	1,16%	4,84%
31	Tem.07	6,17%	5,08%
32	Haz.07	-4,71%	0,00%
33	May.07	8,28%	-1,67%
34	Nis.07	-4,85%	2,56%
35	Mar.07	2,48%	7,34%
36	Şub.07	5,23%	0,46%
37	Oca.07	-1,92%	-0,46%
38	Ara.06	-5,45%	7,39%
39	Kas.06	-2,94%	0,00%

40	Eki.06	3,03%	0,00%
41	Eyl.06	-1,20%	-3,46%
42	Ağu.06	3,09%	-2,59%
43	Tem.06	-6,90%	1,75%
44	Haz.06	-4,40%	2,70%
45	May.06	-14,95%	2,30%
46	Nis.06	2,88%	0,00%
47	Mar.06	-8,77%	0,00%
48	Şub.06	0,44%	0,00%
49	Oca.06	-3,40%	4,33%
50	Ara.05	16,34%	18,86%
51	Kas.05	3,59%	7,36%
52	Eki.05	-1,02%	9,40%
53	Eyl.05	-6,64%	-4,44%
54	Ağu.05	-6,22%	2,98%
55	Tem.05	-8,16%	27,27%
56	Haz.05	52,17%	3,12%
57	May.05	22,90%	-0,78%
58	Nis.05	-23,84%	0,78%
59	Mar.05	-14,00%	0,79%
60	Şub.05	-6,98%	4,96%
61	Oca.05	19,44%	16,35%
62	Ara.04	-9,55%	-1,89%
63	Kas.04	-19,60%	-6,19%
64	Eki.04	-67,65%	-0,88%
65	Eyl.04	375,16%	-0,87%
66	Ağu.04	-4,73%	-1,62%
67	Tem.04	-1,17%	12,04%
68	Haz.04	-14,07%	-2,70%
69	May.04	389,78%	-27,92%
70	Nis.04	-2,51%	31,62%
71	Mar.04	14,34%	-18,18%
72	Şub.04	-0,81%	36,19%
73	Oca.04	-1,40%	0,00%

Kaynak:www.imkb.gov.tr

3.5.Bulgular

Hisse senetleri arasındaki korelasyonun bulunması ve korelasyon matrisinin oluşturulmasında ise yine Excel kullanılacaktır.(Tablo2)Excel'in Araçlar menüsündeki (Tools) Data Analizi (Data Analysis) alt menüsünde bulunan korelasyon hesaplama fonksiyonunun yardımıyla, İMKB Ulusal-100 Endeksinde bulunan 85 firmanın 02/01/2004-29/12/2009 tarihleri arasındaki aylık getirilerinin tamamını seçtikten sonra hedef hücreye korelasyon matrisi oluşturulur. Korelasyon matrisini oluşturan (85 sütun x 85 satır) ve her bir (sütun x satır) kesişimi ise sütun başındaki hisse senedi ile satır başındaki hisse senedi arasındaki korelasyonu verecektir. BFREN ve FENER hisse senetleri arasındaki korelasyon katsayısının $P_{Bfren Fener} = -0,23722$ olduğu görülecektir.

Tablo2:Seçilen 2 Hisse Senedinin Korelasyon Matrisi

	A	B	C
1		BFREN	FENER
2	BFREN	1	
3	FENER	-0,23722	1

$Cov(r_i, r_j) = (\rho_{i,j})(\sigma_i \sigma_j)$ formülasyonunu Excel'de kullanarak standard sapmalar ve korelasyon matrisinin yardımıyla kovaryans matrisinin oluşturulması ise her bir hisse senedinin standard sapmalarının çarpımı ile senetler arasındaki korelasyonun çarpımıyla bulunacaktır.(Tablo 3) BFREN ve FENER hisse senetleri arasındaki kovaryans katsayısının $Cov(Bfren, Fener) = -0,017$ olduğu görülecektir.

Tablo 3:Seçilen 2 Hisse Senedinin Kovaryans Matrisi

	A	B	C
1		BFREN	FENER
2	BFREN	0,4237	
3	FENER	-0,017	0,0121

1. **Adım:** Ortalama getiri, varyans ve standart sapmasının hesaplanması.

Ortalama Getiri; =ORTALAMA(B2:B73), Varyans;=VARSA(B2:B73), Standart Sapma; =STDSAPMAS(B2:B73) formülleri yazılarak Excel ortamında hesaplanmıştır.

Tablo 4:Seçilen 2 Hisse Senedinin Ortalama Getiri, Varyans, Standart Sapmalarının Hesaplanması

	A	B	C
1		BFREN	FENER
74	ORTALAMA GETİRİ	9,35%	3,21%
75	VARYANS	42,37%	1,21%
76	STANDART SAPMA	65,09%	11,02%

2. **Adım:** Her bir ayın getirisinin ortalama getiriden farkını veren fazla getiri matrisi ise aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 5: Seçilen 2 Hisse Senedinin Fazla Getiri Matrisi

	A	B	C
	IMKB-100	BFREN	FENER
78	Ara.09	-0,66%	-1,62%
79	Kas.09	-20,32%	-14,16%
80	Eki.09	-13,67%	-0,41%
81	Eyl.09	-11,76%	-3,21%
82	Ağu.09	-0,14%	-1,31%
83	Tem.09	-5,24%	-2,25%
84	Haz.09	3,83%	-0,24%
85	May.09	10,09%	17,74%
86	Nis.09	-19,35%	0,51%
87	Mar.09	55,03%	5,57%
88	Şub.09	-12,02%	-16,66%
89	Oca.09	-11,31%	-5,50%
90	Ara.08	-9,35%	-7,06%
91	Kas.08	-18,28%	-11,76%
92	Eki.08	-32,29%	-36,72%
93	Eyl.08	-31,49%	2,23%
94	Ağu.08	-9,35%	-0,42%
95	Tem.08	-12,13%	10,28%
96	Haz.08	-12,71%	11,33%
97	May.08	-11,33%	-2,30%
98	Nis.08	4,93%	-4,12%
99	Mar.08	-25,70%	6,79%
100	Şub.08	1,07%	13,07%
101	Oca.08	-37,35%	27,09%
102	Ara.07	-9,35%	4,10%
103	Kas.07	-18,44%	5,64%
104	Eki.07	-11,70%	9,27%
105	Eyl.07	-8,20%	-1,29%
106	Ağu.07	-8,19%	1,62%
107	Tem.07	-3,18%	1,87%
108	Haz.07	-14,06%	-3,21%
109	May.07	-1,07%	-4,88%
110	Nis.07	-14,20%	-0,65%
111	Mar.07	-6,87%	4,13%
112	Şub.07	-4,12%	-2,75%
113	Oca.07	-11,27%	-3,67%
114	Ara.06	-14,81%	4,18%
115	Kas.06	-12,29%	-3,21%
116	Eki.06	-6,32%	-3,21%
117	Eyl.06	-10,55%	-6,67%
118	Ağu.06	-6,27%	-5,80%
119	Tem.06	-16,25%	-1,46%
120	Haz.06	-13,75%	-0,51%
121	May.06	-24,30%	-0,91%
122	Nis.06	-6,47%	-3,21%
123	Mar.06	-18,12%	-3,21%
124	Şub.06	-8,91%	-3,21%
125	Oca.06	-12,76%	1,11%
126	Ara.05	6,99%	15,64%
127	Kas.05	-5,76%	4,15%
128	Eki.05	-10,37%	6,18%
129	Eyl.05	-15,99%	-7,65%
130	Ağu.05	-15,57%	-0,24%

131	Tem.05	-17,51%	24,06%
132	Haz.05	42,82%	-0,09%
133	May.05	13,55%	-3,99%
134	Nis.05	-33,19%	-2,43%
135	Mar.05	-23,35%	-2,43%
136	Şub.05	-16,33%	1,74%
137	Oca.05	10,09%	13,13%
138	Ara.04	-18,90%	-5,10%
139	Kas.04	-28,95%	-9,41%
140	Eki.04	-77,00%	-4,09%
141	Eyl.04	365,80%	-4,08%
142	Ağu.04	-14,09%	-4,84%
143	Tem.04	-10,52%	8,82%
144	Haz.04	-23,42%	-5,92%
145	May.04	380,43%	-31,14%
146	Nis.04	-11,86%	28,41%
147	Mar.04	4,99%	-21,40%
148	Şub.04	-10,16%	32,98%
149	Oca.04	-10,75%	-3,21%

Bu anlamda; B78 hücresinde görülen -0,66% değeri; =B2- $\$B\74 formülü yazılarak elde edilmiştir. Bu matrisden hareketle kovaryans matrisini oluşturabilmek için fazla getiri matrisinin tersi* oluşturulmalıdır.

72 satır ve 4 sütundan oluşan bir matrisin (fazla getiri matrisi) tersini elde edebilmek için Excel'de 72 sütun 4 satırdan oluşan bir alanı seçmek ve Devrik Dönüşüm formülünü uygulamak gerekir. Bu anlamda {=DEVRIK_DÖNÜŞÜM(B78:C149)} formülü yazılarak CTRL+SHIFT+ENTER tuşuna basılıp fazla getiri matrisinin tersi elde edilmektedir.

Tablo 6:Seçilen 2 hisse senedinin fazla getiri matrisinin Tersii

150														
151	-0,00656	-0,20319	-0,13673	-0,11761	-0,00141	-0,05242	0,038267	0,100929	-0,19352	0,55032	-0,12018	-0,11312	-0,09352	
152	-0,01618	-0,14165	-0,0041	-0,03214	-0,01309	-0,02252	-0,00244	0,177442	0,005128	0,055699	-0,16664	-0,055	-0,0706	
153														
150														
151	-0,00141	-0,05242	0,038267	0,100929	-0,19352	0,55032	-0,12018	-0,11312	-0,09352	-0,1828	-0,32287	-0,31494	-0,09352	
152	-0,01309	-0,02252	-0,00244	0,177442	0,005128	0,055699	-0,16664	-0,055	-0,0706	-0,11757	-0,36722	0,022283	-0,00417	
153														
150														
151	-0,19352	0,55032	-0,12018	-0,11312	-0,09352	-0,1828	-0,32287	-0,31494	-0,09352	-0,12129	-0,12707	-0,11325	0,049341	
152	0,005128	0,055699	-0,16664	-0,055	-0,0706	-0,11757	-0,36722	0,022283	-0,00417	0,102782	0,113316	-0,02296	-0,04123	
153														
150														
151	-0,09352	-0,1828	-0,32287	-0,31494	-0,09352	-0,12129	-0,12707	-0,11325	0,049341	-0,25704	0,010651	-0,37352	-0,09352	
152	-0,0706	-0,11757	-0,36722	0,022283	-0,00417	0,102782	0,113316	-0,02296	-0,04123	0,067861	0,130652	0,270892	0,041032	
153														
150														
151	-0,09352	-0,12129	-0,12707	-0,11325	0,049341	-0,25704	0,010651	-0,37352	-0,09352	-0,18442	-0,11695	-0,08202	-0,08189	
152	-0,00417	0,102782	0,113316	-0,02296	-0,04123	0,067861	0,130652	0,270892	0,041032	0,056357	0,092661	-0,01291	0,016248	
153														
150														
151	0,049341	-0,25704												
152	-0,04123	0,067861												
153														

3. Adım: Kovaryans matrisinin elde edilmesi. Daha önce oluşturduğumuz fazla getiri matrisi ile bunun ters matrisi yardımıyla kovaryans matrisi oluşturulacaktır.

Tablo 7:Seçilen 2 Hisse Senedinin Kovaryans Matrisinin Elde Edilmesi

	A	B	C
		BFREN	FENER
155		0,423709	-0,01702
156		-0,01702	0,012149

Yukarıda oluşturulan kovaryans matrisinin formülü; örneğin B155 hücresinde görülen 0,423709 değeri için;=KOVARYANS(B78:B149;B151:BU151) şeklinde yazılmıştır.

4. Adım: Varyans-Kovaryans matrisinin elde edilmesi. Kovaryans matrisi ile seçilen hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıkları (Markowitz'in modern portföy kuramında yer alan varsayımları dikkate alınarak her bir hisse senedinin portföy içindeki ağırlığı %50 olarak belirlendi) çarpılarak Varyans-Kovaryans matrisi elde edilir.

B158 hücresinde yer alan 0,105927 değeri; =B155*0,50*0,50 formülü ile elde edilmiştir. Varyans-Kovaryans matrisinin diğer elemanları da aynı mantık çerçevesinde oluşturulur. Daha sonraki aşamada eşit ağırlıklı (her bir hisse senedi için%50) ve 2 hisse senedinden oluşan portföyün getiri, standart sapma ve tanjantının hesaplaması yapılacaktır.

Tablo 8:Seçilen 2 Hisse Senedinin Varyans Kovaryans Matrisinin Elde Edilmesi

	A	B	C	D
		BFREN	FENER	
154		50%	50%	
155	50%	0,423709	-0,01702	
156	50%	-0,01702	0,012149	
157				
158		0,105927	-0,00425	
159		-0,00425	0,003037	

5. **Adım:** Eşit ağırlıklı portföyün ortalama getirisinin, standart sapma ve tanjantının hesaplanması.

Tablo 9: Eşit Ağırlıklı Portföyün Getirisinin, Standart Sapma Ve Tanjantının Hesaplanması

	A	B	C	D	E
		BFREN	FENER		
158		0,105927	-0,00425		9,35%
159		-0,00425	0,003037		3,21%
160					
161		C=	1,40%		
162					
163		BFREN	50%		
164		FENER	50%		
165		TOPLAM	100%		
166					
167	ORT.GETİRİ	0,039697			
168	STD.SAPMA	0,055055			
169	TANJANT	0,466748			

Yukarıdaki hesaplamalar da E sütununda yer alan değerler her bir hisse senedinin ortalama getirisini ifade etmektedir.

Risksiz faiz oranının (c=1,40%) hesaplanmasında ise şu yöntem izlenmiştir. www.atayatirim.com.tr ve www.forex.com.tr sitesinden elde edilen aylık hazine bonusu basit ve bileşik faizleri serisinden hareketle, aylık faiz oranı yıllık kote edilen bileşik faizlerden basite çevrilerek hesaplanmıştır (Örneğin c(Ocak)= Yıllık Ocak Ortalama/12 şeklinde değil de, [(1+Yıllık Ocak Ortalama / 100)^(1/12)-1]*100 olarak hesaplanmıştır).

Portföy getirisini veren Excel formülü ise şöyledir: =DÇARP(DEVRİK_DÖNÜSÜM(C163:C164);E158:E159)

Portföy standart sapmasını veren Excel formülü de şöyledir* :

=KAREKOK(DCARP(DEVRİK_DÖNÜSÜM(C163:C164);DCARP(B158:C159;C163:C164)))

Tanjant değerini veren Excel formülü ise (Daha önce belirttiğimiz tanjant noktasını veren matematiksel formüle sadık kalarak) şöyledir: =(B167-C161)/B168

Bu işlemlerden sonra oluşturulan optimal bir portföy içinde yer alan hisse senetlerinin oransal dağılımının ne olması gerektiği Excel Çözücü eklentisi yardımıyla belirlenecektir.

6. **Adım:** Excel Çözücü yardımıyla portföye dahil hisse senetlerinin oransal dağılımlarının bulunması.

Çözücü fonksiyonu kullanılırken, portföyün riskinin (varyansının) minimize edilmesi beklenmektedir. Bunun için yapılması gereken, Çözücünün içinde bulunan hedef hücreyi portföyün varyansı olarak seçmek, portföye yatırımı yapılan hisse senetlerinin ağırlıklı ortalamalarının toplamını 1'e eşitlemek ve beklenen getirimizin ne olacağını seçmemiz gerekmektedir. Seçilen beklenen getirinin oluşturacağı risk, çözücü tarafından getiriye göre minimum varyans oluşturacak şekilde hesaplanmaktadır. Çözücü eklentisini Excel ortamında Araçlar-Çözücü yordamını izleyerek çalıştırdıktan sonra

bazı değerleri ve kısıtlamaları girmek gerekecektir. Hedef hücre olarak Tanjant noktasını veren Excel'deki hücre seçildikten sonra hisse senetlerinin portföy içindeki ağırlıklarını gösteren hücre aralığı da Değişen hücreler olarak Çözücüye girilecektir. Açığa satışın olmadığını ifade eden ağırlıkların 0'a eşit veya 0'dan büyük olması (1. kısıt) ve ağırlıkların toplamının 1'e eşit olmasını ifade eden (2. kısıt) Çözücü kısıtlamalarına eklendikten sonra Çöz butonunu bastığımızda yeniden oluşan hisse senedi ağırlıkları, aşağıda gösterilmiştir.

Tablo 10:Portföye Dahil Hisse Senetlerinin Yeni Oluşan Ağırlıkları

	A	B	C
163		BFREN	12%
164		FENER	88%
165		TOPLAM	100%

Dolayısıyla Çözücü yardımıyla 2 hisse senedinden oluşan eşit ağırlıklı portföyün oransal dağılımı yeniden bulunmuştur.

7. **Adım:** Yeni oransal dağılımlarla oluşan portföyün getiri ve risk değerlerinin belirlenmesi.

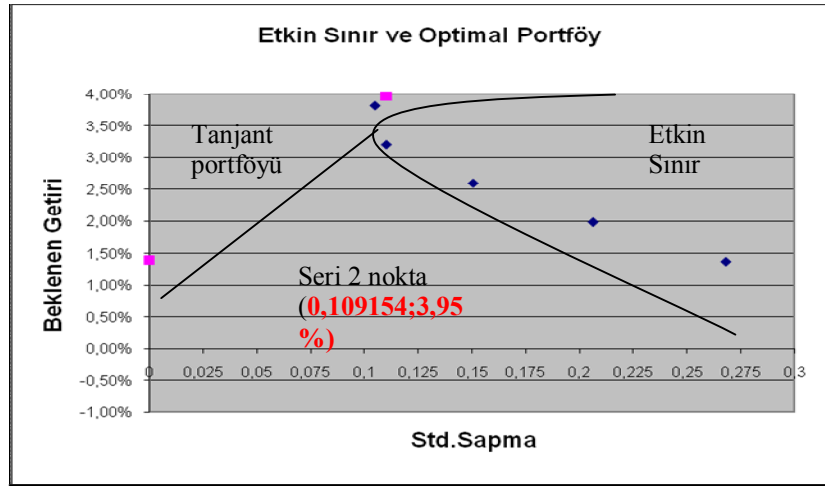
Tablo 11:Yeniden Oluşan Portföyün Getiri Ve Risk Değerleri

	A	B	C	D	E
	BFREN	FENER	GETİRİ	VARYANS	STD.SAPMA
255	17%	83%	0,042573	0,015811	0,125743
256	16%	84%	0,041959	0,014844	0,121836
257	15%	85%	0,041345	0,013971	0,118198
258	14%	86%	0,040731	0,013191	0,114854
259	13%	87%	0,040118	0,012506	0,111183
260	12%	88%	0,039504	0,011915	0,109154
261	11%	89%	0,03889	0,011417	0,106851
262	10%	90%	0,038276	0,011014	0,104947
263	9%	91%	0,037663	0,010704	0,103462
264	8%	92%	0,037049	0,010489	0,102416

8. **Adım:** Yeni değerlere sahip portföyün etkin sınır gösteriminin yapılması.

Tablo 12: Yeni Değerlere Sahip Portföyün Etkin Sınırının Hesaplanması

	A	B	C	D
	BFREN	FENER	GETİRİ	VARYANS
22				
23	-60%	0,465059	-0,47%	
24	-50%	0,398453	0,14%	
25	-40%	0,332637	0,75%	
26	-30%	0,26819	1,37%	
27	-20%	0,206402	1,98%	
28	-10%	0,15058	2,60%	
29	0%	0,1102	3,21%	
30	10%	0,104931	3,82%	
31	20%	0,138831	4,44%	
32	30%	0,192183	5,05%	
33	40%	0,252966	5,67%	
34	50%	0,316932	6,28%	
35	60%	0,382488	6,89%	
36	70%	0,448938	7,51%	
37	80%	0,515936	8,12%	
38	90%	0,583294	8,74%	
39	100%	0,6509	9,35%	
40	110%	0,718684	9,96%	
41	120%	0,7866	10,58%	
42	130%	0,854616	11,19%	
43	140%	0,922711	11,81%	
44	12%	0,110088		3,97%
45	0%	0		1,40%
46	100%	0,110088		3,97%
47	200%	0,220176		6,54%



Şekil 4: Etkin Sınır ve Optimal Portföy

Sonuç olarak, yukarıdaki etkin sınır grafiğinde (Tablo 13)'de görüldüğü gibi, risksiz faiz oranından gelen doğru (ki burada doğru olarak değil, üç nokta olarak gösterilmiştir. Bu noktaları birleştiren bir doğru olduğu düşünülürse) etkin sınıra bir noktadan teğet geçmiştir ve bu noktadaki portföyün getiri ve standart sapması da yine grafik üzerinde görülmektedir. Bu teğet noktasındaki portföyün getiri oranı ve standart sapması Çözücü sayesinde elde edilen hisse senetlerinin oransal dağılımındaki getiri ve standart sapma ile aynıdır. O halde teğet noktasındaki portföy, optimal karakterdeki bir tanjant portföyü olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ayrıca bir takım finansal ve istatistikî çözümler sonucunda, etkin sınır, sermaye piyasası doğrusu elde edilerek bunların kesişim noktalarındaki portföyün optimal portföy olduğu ve bunun da yatırım için önerilebilecek bir portföy olduğu gerçek anlamdaki İMKB 100 verileri ile test edilerek görülmüştür.

4.SONUÇ

Bir yatırım portföyü oluşturulurken, portföydeki menkul kıymet ağırlıklarının belirlenebilmesi sadece sezgisel olarak yapılamaz; modern, güçlü ve güvenilir optimizasyon tekniklerinin kullanımı gereklidir.

Portföy yönetim tekniklerinden geleneksel yaklaşımda, portföyde yer alan hisse senedi sayısının artırılması ve bu şekilde yalın çeşitlendirme yoluyla portföy riskinin azaltılabileceği anlayışı hakimdir. Oysa Markowitz'in temellerini attığı modern portföy teorisinde, sadece yalın çeşitlendirme yoluyla riskin azaltılamayacağı, portföy içinde yer alan hisse senetlerinin aralarındaki ilişkilerinde risk üzerinde etkili olduğu ortaya konmuştur.

Markowitz'in modelini ortaya koymasının ardından Sharpe, Mossin, Lintner'in çalışmalarıyla bu modele alternatifler geliştirilmiştir. Daha önceleri de üzerinde durulduğu gibi Markowitz'in modelinde ortaya çıkan çok sayıda verinin hesaplanmasının güçlüğü Finansal Varlık Fiyatlama Modeli ve Arbitraj Fiyatlama Modeli gibi alternatif modellerin ortaya çıkmasına yol açmıştır. Ancak gelişen teknoloji sayesinde bu hesaplama güçlüğü ortadan kalkmıştır. Bunun yanında alternatif modellerin geçerliliği çok güçlü varsayımlara bağlıdır. İşte sayılan bu nedenlerden Markowitz modeli geçerliliğini yitirmemiştir.

Bu çalışmanın amacı Modern Portföy Teorisi kapsamında bir portföy oluşturmak ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsası ulusal 100 endeksinde yer alan işletmeler üzerinde test etmektir. Özellikle öğretici ve pratik olması nedeniyle Excel Çözücü ortamında gerekli hesaplamalar yapılarak doğruluğunun test edilmesi amaçlanmıştır.

Ayrıca, portföy yönetiminde önemli bir sorun olan hisselerin oransal dağılımının ne olması gerektiği Excel Çözücü sayesinde elde edilmiştir. Tanjant portföyünün optimal bir portföy olup olmadığı da yine bu kapsamda değerlendirilmiştir.

Ayrıca bir takım finansal ve istatistikî çözümler sonucunda, etkin sınır, sermaye piyasası doğrusu elde edilerek bunların kesişim noktalarındaki portföyün optimal portföy olduğu ve bunun da yatırım için önerilebilecek bir portföy olduğu gerçek anlamdaki İMKB 100 verileri ile test edilerek görülmüştür.

Bu çalışmanın sonucunda optimize edilmiş etkin portföyün kurulduğuna inanılmaktadır. Bunu test etmek için Çözücü yardımıyla oluşturulan portföylerden açığa satış olanağı olmayan portföy, yatırım portföyü olarak seçilmiştir. Portföyün içeriği Çözücü tarafından bulunan hisse senetleri ve bunların ağırlıklarıdır. Buna göre portföy BFREN =%12, FENER=%88 olarak belirlenmiştir. Yatırım süresi ise 02.01.2004–29.12.2009 tarihleri ile sınırlı tutulmuştur. Altı yıllık yatırımın sonucunda ortaya çıkan getiri oranı %3,95 ve Standard sapması ise %10,9154 olduğu tespit edilmiştir.

Sonuç olarak, etkin sınır grafiğinde (Tablo 13) görüldüğü gibi, risksiz faiz oranından gelen doğru (ki burada doğru olarak değil, üç nokta olarak gösterilmiştir. Bu noktaları birleştiren bir doğru olduğu düşünülürse) etkin sınıra bir noktadan teğet geçmiştir ve bu noktadaki portföyün getiri ve standart sapması da yine grafik üzerinde görülmektedir. Bu teğet

noktasındaki portföyün getiri oranı ve standart sapması Çözücü sayesinde elde edilen hisse senetlerinin oransal dağılımındaki getiri ve standart sapma ile aynıdır. O halde teğet noktasındaki portföy, optimal karakterdeki bir tanjant portföyüdür.

5.KAYNAKÇA

- AKKAYA, Orhan, (1996), **Ortalama Varyans Yöntemiyle Portföy Optimizasyonu Ve İstanbul Menkul Kıymetler Borsasına Uygulanması**, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- AKMUT, Özdemir, **Sermaye Piyasası Analizleri ve Portföy Yönetimi**, Ankara, 1989
- BENNINGA, Simon **Financial Modeling**, Massachusetts Institute Of Technology Press Published, 2000
- BULUT, Döndü, **“Optimal Portföy Seçimi ve İMKB–30 Endeksi Üzerinde Test Edilmesi”**, Sakarya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek lisans Tezi, Şubat, 2009
- CHEVRIER, Thomas, Robert E. McCULLOCH, **“Using Economic Theory to Build Optimal Portfolios”**, 2008, s.9, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1126596 (Erişim: 05.06.2009)
- ÇETİNDİMİR, Ali Emre, **“Optimal Portföy Seçimi ve İMKB-30 Endeksi Üzerinde Bir Uygulama”**, Marmara Üniversitesi Bankacılık ve sigortacılık Enstitüsü Sermaye Piyasası ve Borsa Anabilim Dalı, Yüksek lisans tezi, İstanbul 2006
- ÇOLAKOĞLU, Gökhan, (2005), **Kuadratik Programlama ile Portföy Optimizasyonu Ve İMKB’de Bir Uygulama**, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- DEMİRTAŞ, Özgür, GÜNGÖR, Zühal, **Portföy Yönetimi ve Portföy Seçimine Yönelik Uygulama**, Havaçılık ve Uzay Teknolojileri Dergisi, cilt:1, Sayı:4, Temmuz 2004
- DING, Yuanyao **“Portfolio Selection Under Maximum Minimum Criterion”**, Quality & Quantity, 40, 2006
- DOW Jones Wilshire 5000: A Total Market Index Copyright ,2006, Wilshire Associates Incorporated.,
- ERMEK, Özlem, (2004), **Optimal Portföyün Secimi ve İMKB Gıda Sektörü Üzerinde Bir Uygulama**, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Bankacılık ve Sigortacılık Enstitüsü.
- ERTUNA, I. Ö.**Yatırım Ve Portföy Analizi**, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, 1991
- FELDMAN, David, REISMAN, Haim, **“Simple Construction of the Efficient Frontier”**, 2003
- F.SHARPE, William, **“Capital Asset Prices With and Without Negative Holdings”**, Stanford University Graduate School of Business, California, USA, 7 December, 1990
- JAGANNATHAN, Ravi Tongshu MA, **“Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing theWrong Constraints Helps”**, *The Journal Of Finance*, Vol: LVIII, No: 4,August 2003
- KÖSE, Ergül, (2001), **Doğrusal Olmayan Programlama Yöntemlerinden Kuadratik Programlama ile İMKB(30)’da Portföy Oluşturma Uygulaması**, Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- KÜCÜKKOCAOĞLU, Guray, (2002), **“Optimal portföyün secimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi üzerine bir uygulama”**, Active Bankacılık ve Finans Dergisi, Sayı 26, Eylül/Ekim.
- MARKOWITZ, Harry M., (1952), **“Portfolio Selection”**, The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1,
- MOHANTLY, Pitabas **“A Dynamic Spreadsheet Model For Determining The PortfolioFrontier”**,2005,http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=671723 (Erişim:20.03.2008)
- OKHRIN, Yarema, Wolfgang SCHMID, **“Distributional Properties Of Portfolio Weights”**, *Journal Of Econometrics*,” 134, 2006
- ÖZDEMİR, Erhan, (1983), **Nonlinear Programlama Çözüm Yöntemleri ve Portföy Secim Problemine Uygulanması**, Yayınlanmamış Doktora Tezi, İstanbul.
- PAREJA, Ignacio Velez **“Optimal Portfolio Selection: A Note”** ,2001,http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=234883 (Erişim:20.03.2009)
- RAMBAUD, Salvador Cruz, PEREZ Jose Garcia, GRANERO, Miguel Angel Sanchez, SEGOVIA Juan Evangelista Trinidad , **“Theory Of Portfolios: NewnConsiderations On Classic Models And The**
- RUBINSTEIN, Mark, **“Markowitz’s Portfolio Selection: A Fifty-Year Retrospective”**, The Journal Of Finance, Vol:VLII, No:3, June 2002
- RUPPERT, **“David Statistics And Finance: An Introduction, Spinger Published”**, 2004
- TOPAL, Yusuf, İLARSLAN, Kenan, **“Optimal Portföy Kapsamında Tanjant Portföyleri: İMKB 30 İşletmelerinden Bir Örnek”**, Afyon Kocatepe Üniversitesi, İİBF Dergisi, (C.XI,S I, 2009)
- ZORLU, Ümran, (2003), **Kasım 2000-Şubat 2001 kriz dönemlerinde Markowitz modelinin İMKB–30 endeksine göre uygulanabilirliğinin test edilmesi**, Yüksek Lisans Tezi, Uludağ Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü