

TEK KADEMELİ DİŞLİ KUTUSUNUN GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Şeref ATAMER*

Kadir ÇAVDAR**

Özet: Bu yayında, tek kademeli düz silindirik dişli çark mekanizmasının tasarım aşamasında verilere dayalı güvenilirlik analizi çalışması açıklanmaktadır. Mekanizmanın güvenilirlik yapısını ortaya çıkarmak için basitleştirilmiş FMEA ve blok diyagram şemaları kullanılmıştır. Sistem elemanları için tecrübeye dayalı parametre aralıklarına sadık kalınarak rastgele hasar verisi üretilmiş ve bu verilerin işlenmesinde maksimum benzerlik yöntemi ile yerleşik Matlab komutu “wblfit” kullanılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Güvenilirlik, dişli kutusu, Weibull, maksimum benzerlik yöntemi, wblfit.

Reliability Analysis of a Single Stage Gearbox

Abstract: In this paper, failure data based design stage reliability modeling on a single stage gearbox is applied. Simplified FMEA and block diagram schemes used for deducing system reliability structure. Random failure data generated from experienced parameter intervals and for processing this failure data maximum likelihood method and settled Matlab function “wblfit” are used.

Key Words: Reliability, gearbox, Weibull, maximum likelihood estimation, wblfit.

1. GİRİŞ

Ürünün kalite parametreleri arasındaki en önemli parametrelerden birisi olan güvenilirlik, ürünün tasarım aşamasından geri dönüşümüne kadar geçen sürede (ömür) meydana gelen değişimleri açıklar, ürünün oluşumu ve gelişimi hakkında bilgi verir. Güvenilirlik analizleri ile arıza mekanizmaları, fiziksel süreçler, ürünün hizmeti sırasındaki davranışı, potansiyel risk içeren bileşenler, yedek parça planlaması ve ürün ömür döngüsü maliyet hesabı hakkında bilgi edinilebilir.

Güvenilirlik tanımı Ebeling (1997) tarafından, “Herhangi bir parçanın, ürünün, sistemin veya alt sistemin belirli şartlar altında istenilen emniyet seviyesinde, belirlenen süre içinde fonksiyonunu hatasız olarak yerine getirebilme olasılığıdır” şeklinde yapılmaktadır.

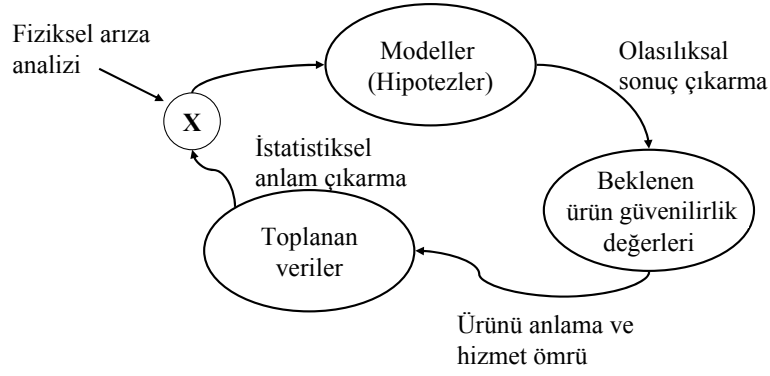
Güvenilirlikte kullanılan temel parametreler şunlardır:

- Sistem veya alet
- Olasılık (güvenilirlik)
- Performans
- Periyot (zaman)
- Şartlar (çevre koşulları)

Yukarıdaki parametrelerden birini hesaplayabilmek için diğer dördünün bilinmesi gerekir. Dört parametre ne kadar kesinlikle belirlenirse, hesaplanmak istenen parametre de o kesinlikte elde edilir. Yeni ürünler başlarda görece daha az güvenilirlerdir, yapılan testler ve gözlemlerle güvenilirlik artırılır. Test aşamaları güvenilirlik uygulamaları için bir sınırlama değildir, ürünün çalışması esnasında da güvenilirlik sürekli gelişir. Güvenilirlik gelişimi, belirli bir maksimum seviyeye erişinceye kadar ürün güvenilirliğini arttırmayı amaçlayan bir süreç olarak tanımlanabilir. Güvenilirlik gelişimini takip etmek için güvenilirlik döngüsünden (Şekil 1) faydalanabiliriz.

* Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 16059, Görükle, Bursa.

** Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 16059, Görükle, Bursa.



Şekil 1:
Güvenilirlik Gelişimi Döngüsü (Broggi ve Turconi, 1992)

Güvenilirlik döngüsü süresince farklı tür yüklerin etkisi ve farklı şartlar altında bileşen davranışı incelenebilir ve bileşenlerin güvenilirlik değerlerinin dengelenmesi sağlanabilir. Elde edilen sayısal veriler işlenerek, gelecek nesil ürünlerin güvenilirliğini arttırmak için kullanılabilirler.

Bu çalışmada, tek kademe dişli kutusunun toplanan veriler ile güvenilirliğinin tekrar ele alınması ve aynı ürün için güvenilirlik gelişimine, benzer veya gelecek nesil ürünlerin tasarım aşamasında güvenilirliğe katkıda bulunması ele alınacaktır.

2. GÜVENİLİRLİK YAPISINI BELİRLEMEDE KULLANILAN YÖNTEMLER

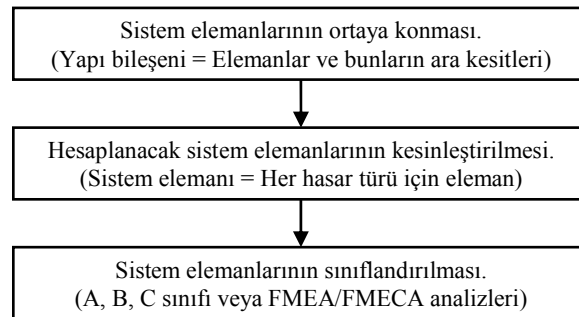
Analize başlamadan önce sistem üzerinde doğru fikirler edinebilmek, elemanlar arası bağları görebilmek için sistemi oluşturan elemanlar ortaya konmalıdır (Şekil 2).

2.1. Sistem Elemanları ve Arıza Modlarının Elde Edilmesi

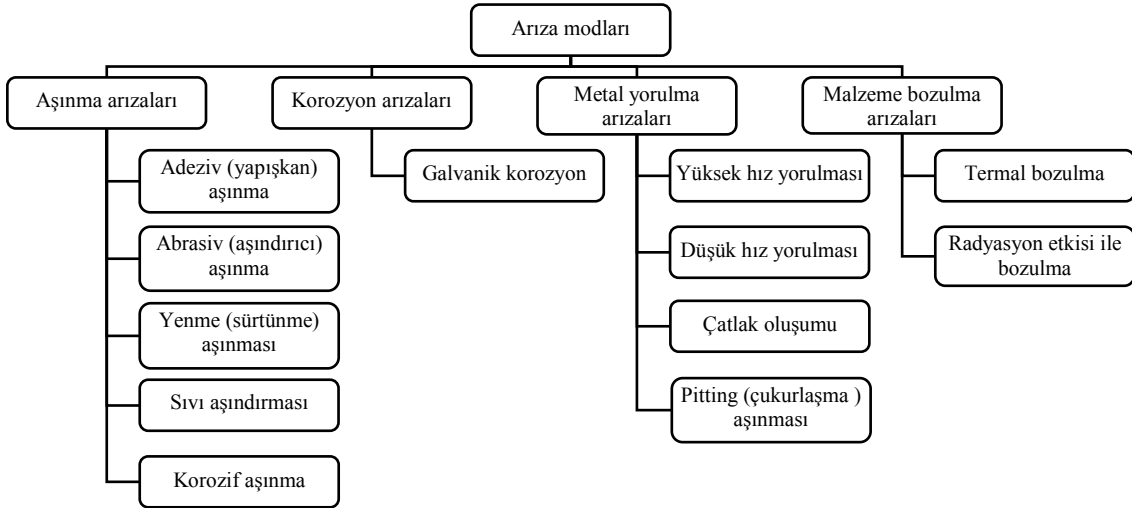
Yapıdaki arızalar eleman veya bileşenin kusurlu olması sonucunda meydana çıkar. Arıza modları Şekil 3'te gösterildiği gibi dört temel başlık altında incelenebilir; aşınma arızaları, korozyon arızaları, metal yorulma arızaları ve metal bozulma arızaları.

Ortaya konan sistem elemanların bazıları birkaç farklı arıza moduna sahip olabilir. Örneğin bir dişli çarkta çatlak gelişimine veya yorulmaya bağlı diş kırılabilir, yan yüzeyde çukurlaşma veya yenmeye bağlı fonksiyon kayıpları oluşabilir.

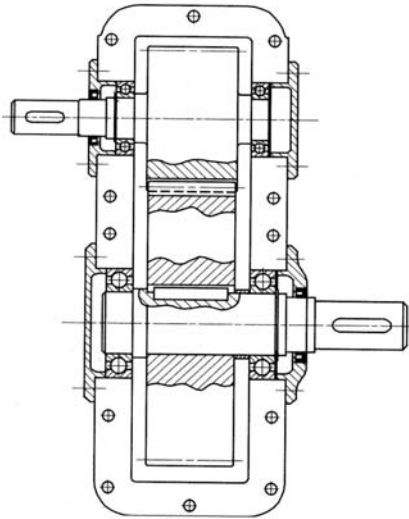
Şekil 4'te örnek sistem için sistem ve elemanları gösterilmiştir.



Şekil 2:
Sistem güvenirlighinin belirlenmesi için akış diyagramı (Bertsche ve Lechner, 2004)



Şekil 3:
Arıza modlarının özeti



a)

1	Gövde	15	Emniyet pulu 2
2	Gövde Kapağı	16	Mesafe Burcu
3	Gövde Cıvataları	17	Yatak Kapağı 1
4	Gövde Kapak Contası	18	Yatak Kapağı 2
5	Giriş Mili	19	Yatak Kapağı 3
6	Çıkış Mili	20	Yatak Kapağı 4
7	Dişli Çark 1	21	Yatak Kapak Contası 1
8	Dişli Çark 2	22	Yatak Kapak Contası 2
9	Uygu Kaması Bağı	23	Yatak Kapak Contası 3
10	Rulman 1	24	Yatak Kapak Contası 4
11	Rulman 2	25	Radyal Mil Contası 1
12	Rulman 3	26	Radyal Mil Contası 2
13	Rulman 4	27	Altıköşe Başlı Cıvata 1-12
14	Emniyet Pulu 1		

b)

Şekil 4:
Örnek seçilen a) tek kademeli dişli çark mekanizması ve b) elemanları
(Bertsche ve Lechner, 2004)

2.2. Sistem Elemanlarının Sınıflandırılması

Farklı sistem elemanları farklı fonksiyonları yerine getirir ve bu şekilde sistem güvenilirliğine farklı büyüklüklerde katkıda bulunurlar. Tüm sistem elemanları için eşit değerler almak mantıklı değildir. Bu nedenle sistem elemanlarını güvenilirlik açısından “baskın” ve “nötr” şeklinde sınıflandırmak gerekir. Bunun ardından elemanın tanımlanabilir bir yükü mi zorlandığı yoksa gerilme değerlerinin kabaca elde edilebildiği gibi durumlar göz önüne alınır. Bu bakış açısı kullanılarak yapılan ABC analizi sonucunda örnekler Tablo I’de gösterilmiştir. Burada gerçekleştirilen ABC analizi, FMEA analizinin basitleştirilmiş bir formudur ve küçük, basit sistemler için uygundur.

Tablo II’de örnek sistem için ABC analizi gösterilmiştir.

Tablo I.
Sistem elemanlarının ABC sınıflaması (Bertsche ve Lechner, 2004)

A-Eleman (Yüksek Rizikolu)	B-Eleman (Yüksek Riziko)	C-Eleman (Nötr)
<ul style="list-style-type: none"> - Tanımlanabilir statik yük ile oluşan gerilme, kolektif yük biliniyor, güç yönetilebilir, - Ömür hesabı mümkün ve gerektiği kadar emin, - Wöhler deneylerinden hasar davranışı biliniyor. Form parametresi $b > 1,0$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Gerilmeler daha ziyade sürtünme, aşınma, çok yüksek/düşük sıcaklıklardan dolayı oluşuyor, - Ömür hesabı mümkün değil veya emniyetli değil, - Hasar davranışı tahmin ediliyor veya deney ile elde ediliyor. Form parametresi $b \geq 1,0$. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sürtünme, aşınma nedeniyle oluşan stokastik gerilmeler, - Hesap sadece izafi olarak mümkün veya çok yaklaşık, - Sadece rastlantısal veya erken hasar mümkün. Form parametresi $0 < b \leq 1,0$.

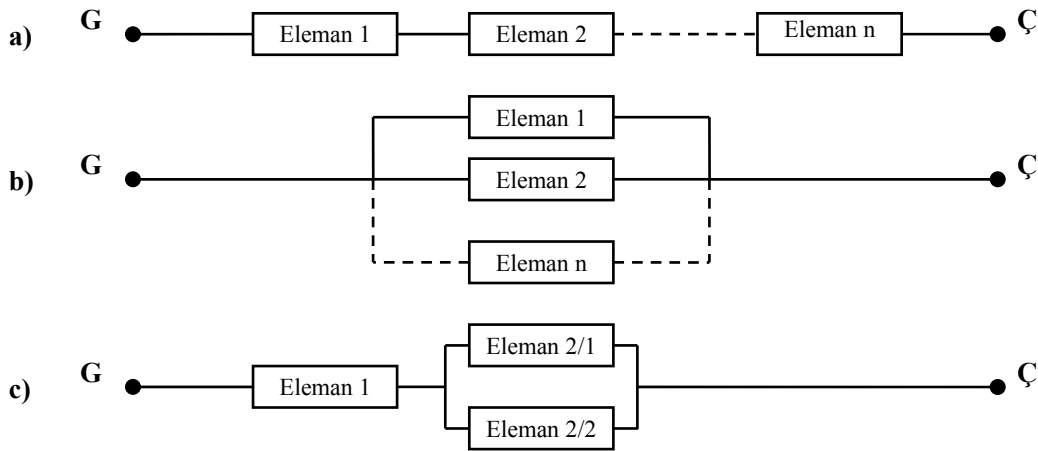
Tablo II.
Örnek sistem elemanlarının ABC sınıflaması

A-Eleman	B-Eleman	C-Eleman
Giriş mili Çıkış mili Dişli çark 1 kırılma Dişli çark 2 kırılma Dişli çark 1,2 yan yüzey aşınması Uygu kaması bağlantısı Rulman 1-4	Radyal mil contası 1 Radyal mil contası 2	Gövde Gövde kapağı Gövde civataları Gövde kapak contası Emniyet pulu 1-2 Mesafe burcu Yatak kapağı 1-4 Yatak kapak contası 1-4 Altıköşe başlı civata 1-12

2.3. Sistem Yapısının Belirlenmesi

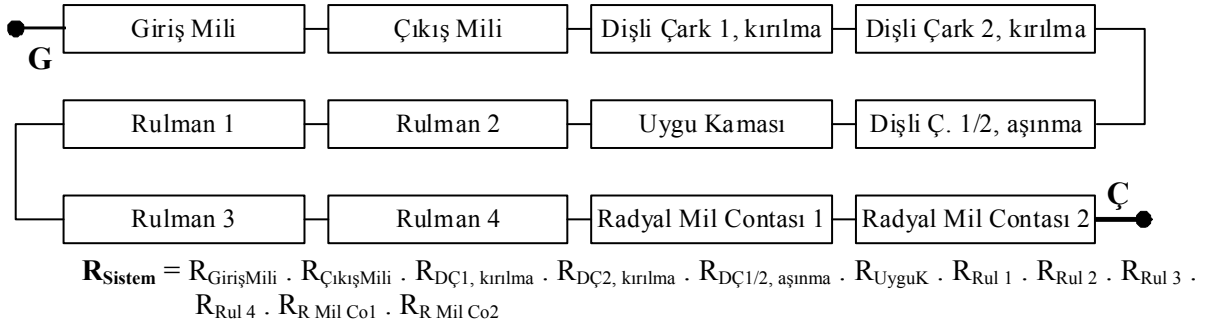
Sistem güvenilirliğinde etkin rol oynayan A ve B tipi elemanlar için “güvenilirlik blok diyagramı” oluşturulur. Blok diyagram sistemin güvenilirliğini açığa çıkarmada belirleyici bir adımdır. Güvenilirlik blok diyagramı bir elemanın hasarlı hale gelmesinin toplam sistemi nasıl etkileyeceğini gösterir. Şekil 5’te görülen blok diyagramlardaki “Giriş G” ve “Çıkış Ç” arasındaki bağlantılar sistemin fonksiyon yeteneği hakkında bize bazı bilgileri verir.

Şekil 6’da örnek sistem için oluşturulan güvenilirlik blok diyagramı görülmektedir.



Şekil 5:

Güvenilirlik blok diyagramının temel yapıları a) Seri Yapı, b) Paralel Yapı, c) Seri-Paralel Kombinasyonu (Bertsche ve Lechner, 2004)



Şekil 6:
Dişli çark mekanizması güvenilirlik blok diyagramı (Boole Seri Yapısı)

2.4. Güvenilirlik Analizinde Kullanılan Olasılık Dağılımları

Olasılık Dağılımları, aynı özelliğe sahip verilerin istatistiksel analizini kolaylaştırmak için önceden geliştirilmiş modellerdir (Akdeniz, 2002). Bir araştırmacı elindeki verilerin hangi dağılıma uyduğunu tespit ettikten sonra bu dağılımın karakteristik özelliklerini kullanarak analizi kolaylıkla yapabilir. Elektronik ve mekanik cihazlar gibi birimlerin, insanların, bilgi işleme sistemlerinin ve buna benzer diğer birçok sistemin ömür sürelerini gösteren veriler genellikle sürekli rassal değişken özelliğine sahiptir. Dolayısıyla bu tür verilerin ömür dağılımları da sürekli dağılımlardır. Bu verilerin yaygın olarak uyum gösterdiği önemli sürekli dağılımlar; Normal, Log-normal, Üstel, Weibull, Erlang, Gamma ve Rayleigh dağılımlarıdır (Şentürk, 1998).

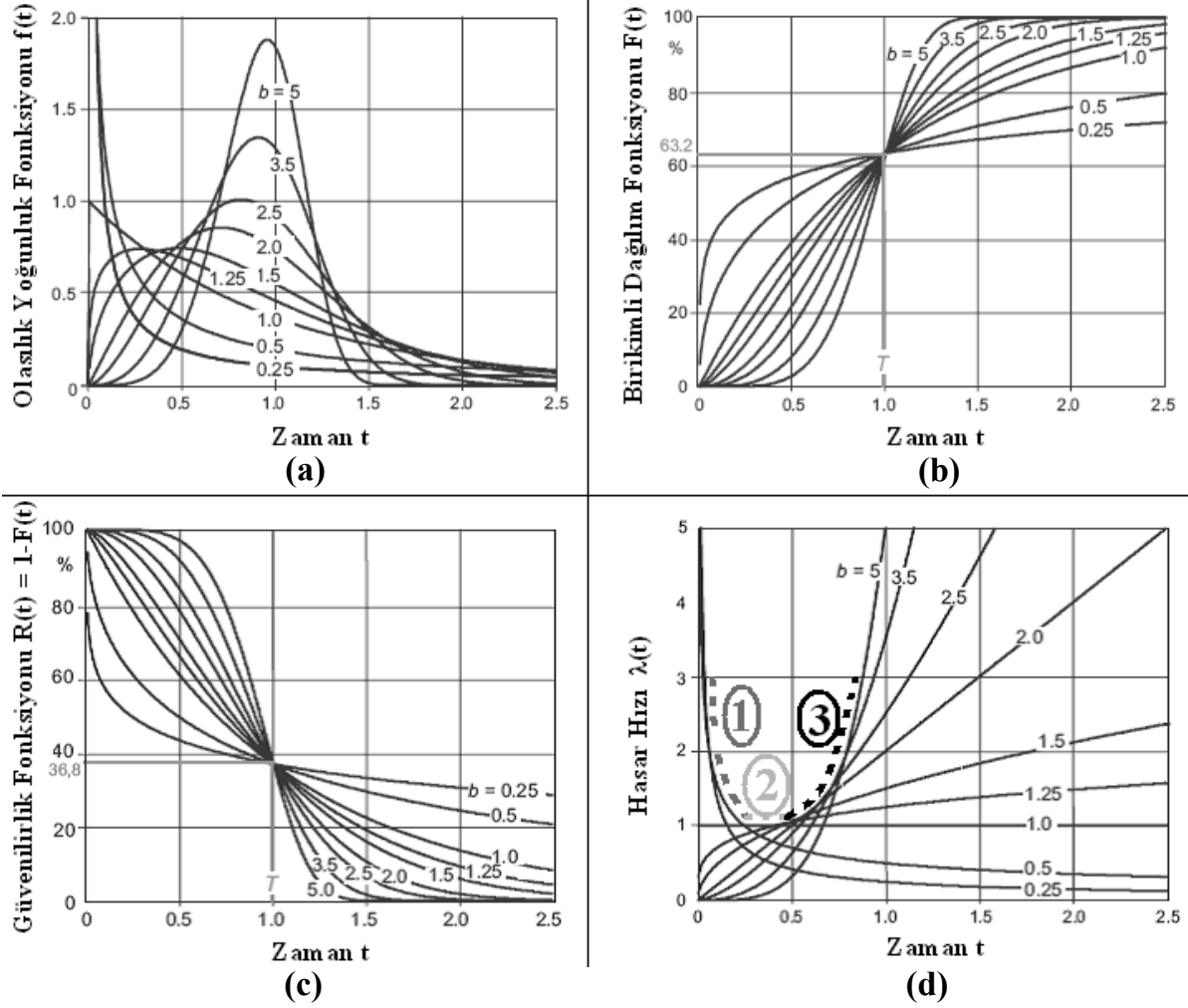
Güvenilirlik çalışmalarında en yaygın kullanım alanına sahip olasılık dağılımı Weibull dağılımıdır (Ebeling, 1997). Weibull dağılımı klasik istatistik kapsamındadır, fakat bu dağılım genellikle temel istatistik kitaplarında yer almaz. Özellikle “Güvenilirlik” başta olmak üzere deneysel sonuçların değerlendirilmesinde kullanılmaktadır ve diğer yöntemlerin yaklaşımları Weibull’a göre daha tartışmaya açıktır. Bu bir “chameleon (bukalemun)” yani değişken ortamlara ayak uyduran bir dağılımdır. Özellikle seramiklerin, metallerin, polimerlerin ve kompozit malzemelerin statik ve dinamik mekanik özelliklerinin modellenmelerinde yaygın olarak kullanılmaktadır (Birgören ve Dirikolu, 2004). Weibull dağılımı, faktörlerinin belirli değerleri almasıyla, normal dağılım ve üstel dağılım fonksiyonlarını da gerçekleştirmektedir (Tahralı ve Dikmen, 1995).

Güvenilirlik katsayılarından birisi olan arıza hızı $\lambda(t)$ sistemin hizmet ömrü boyunca karşılaşılabilecek hasar türlerini açıklamak için kullanılır. Arıza hızı $\lambda(t)$, t süresine kadar hasara uğrayan ürünlerin t süresinde çalışmaya devam eden ürünlere bölünmesiyle elde edilir. Arıza hızı $\lambda(t)$ ’nin zamanla değişimini karakterize etmek için Weibull dağılımını kullanmak büyük avantaj sağlar. Weibull dağılımı, kuvvet karakteristik eğrisinin, alışma dönemi, kullanışlı ömür dönemi ve yıpranma dönemi olarak adlandırılan tüm dönemlerini ve eğrinin tüm davranışlarını karakterize edebilme yeteneğine sahiptir (Şekil 7(d) 1,2,3).

1. bölge erken hasarların meydana geldiği zamanı kapsar, hasarlar giderek azalır. Bu bölgedeki arıza türleri montaj hataları, imalat hataları, malzeme hataları ve açık konstrüksiyon hataları olabilir (Şekil 7(d) 1. bölge).

2. bölge raslantısal hasarların meydana geldiği bölgedir, hasarlar sabit veya sabite çok yakın takip eder. Kullanım hatası veya bakım yetersizliği bu tür arızaya sebebiyet verebilir. (Şekil 7(d) 2. bölge).

3. bölge aşınma ve yorulma hasarlarının ortaya çıktığı bölgedir, hasarlar giderek artar. Yorulma kırılması, yaşlanma, karıncalanma gibi örnekler verilebilir. (Şekil 7(d) 3. bölge).



Şekil 7:

Farklı form parametreleri b (karakteristik ömür $T = 1$, hasarsız süre $t_0 = 0$) için Weibull: a) Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu $f(t)$, b) Hasar Olasılığı "Birikimli Dağılım Fonk." $F(t)$, c) Çalışmaya Devam olasılığı "Güvenilirlik Fonk." $R(t) = 1 - F(t)$, d) Hasar Oranı "Hasar hızı" $\lambda(t)$ (Bertsche ve Lechner, 2004)

Weibull dağılımı asimetriktir ve dağılımın eğrisi şekil veya form " b " ve ölçek veya karakteristik ömür " T " olarak adlandırılan iki parametreye sahiptir. Bu dağılım aynı zamanda üstel dağılımı (Şekil 7 (d); $b \leq 1$) tam anlamıyla temsil edebildiği gibi normal dağılımı (Şekil 7 (d); $b \approx 3.5$) da büyük yaklaşıklıkla karakterize edebilmektedir.

Weibull dağılımı şekil " b " ve ölçek " T " gibi iki temel parametreye sahiptir ancak bunlara ek olarak hasarın olmadığı veya daha hizmete başlamadan hasarlı olabilme durumunu açıklamak için " t_0 " konum parametresi kullanılır. Konum parametresi içeren 3 parametrelili Weibull dağılımı bir zaman transformasyonu ile iki parametrelili dağılımdan elde edilebilir, hasar zamanı t ve karakteristik ömür (ölçek parametresi) T yerlerini $t - t_0$ ve $T - t_0$ ile yer değiştirmelidir ($t \rightarrow t - t_0$; $T \rightarrow T - t_0$). Detaylı bağıntılar Tablo III'te görülmektedir.

Tablo III.
Weibull dağılımı için bağıntılar (Bertsche ve Lechner, 2004).

2 parametrelili Weibull dağılımı:	
Yaşama olasılığı, Güvenilirlik	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$ (2.1)
Hasar Olasılığı (Birikimli Dağılım Fonk.)	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$ (2.2)
Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{b}{T} \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$ (2.3)
Hasar Oranı (Hasar Hızı)	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{b}{T} \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1}$ (2.4)
3 parametrelili Weibull dağılımı:	
Yaşama olasılığı, Güvenilirlik	$R(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}$ (2.5)
Hasar Olasılığı (Birikimli Dağılım Fonk.)	$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}$ (2.6)
Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu	$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{b}{T-t_0} \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^b}$ (2.7)
Hasar Oranı (Hasar Hızı)	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{b}{T-t_0} \left(\frac{t-t_0}{T-t_0}\right)^{b-1}$ (2.8)
Parametreler:	
t	statik değişken (yüklenme süresi, yük değişimi, ...).
T	ölçek parametresi, “karakteristik ömür”. $t = T$ ise $F(t) = \%63,2$ veya $R(t) = \%36,8$.
b	şekil “form” parametresi veya hasarın meydana gelme hızlılığı. Eğrinin formunu belirler.
t_0	hasar olmayan süre. Bu parametre, ilk hasarın olduğu zaman noktasını belirler. Zaman eksenini boyunca bir hareket söz konusudur.

3. GÜVENİLİRLİĞİ HESAPLAMADA KULLANILAN YÖNTEMLER

Bu çalışmada, Weibull uyumluluğunu belirlemek için Weibull Dağılımı Kağıdı yöntemi ve parametrelerinin belirlenmesinde iki farklı yöntem kullanılmıştır. İlk yöntemde; Maksimum benzerlik yöntemi uygulamak için Matlab R2007a’da hazırlanan program, ikinci yöntemde de yine MATLAB R2007a programının içerdiği “wblfit” yerleşik komutu kullanılarak Weibull parametreleri tahmin edilmiştir.

3.1. Weibull Dağılımı Uyumluluk Testleri

Güvenilirlik aralıklarını elde etmeden önce elde bulunan verilerin Weibull dağılımına uyumunu kontrol etmek gereklidir. Weibull dağılımı uyumluluğunun tespitinde en çok kullanılan yöntem Weibull olasılık kağıdıdır. Şekil 7(b)'de görülen hasar olasılığı $F(t)$, s formunda bir eğrisel değişim göstermektedir. Weibull olasılık kağıdı kullanılarak, iki parametrelili Weibull dağılım fonksiyonu $F(t)$ 'yi doğrusal bir çizgi ile göstermek mümkündür. Bu şekilde hasar davranışı çok basit formda grafiksel olarak ifade edilmiş olur. Oluşan çizginin bir doğrultudan sapması Weibull dağılımına uyumsuzluğu belirtir.

Bu çalışmada MATLAB R2007a programının içerdiği “wblplot” yerleşik komutu ile Weibull olasılık kağıdı çizdirilerek Weibull dağılımına uyumluluk kontrol edilmiştir.

3.2. Weibull Parametreleri ve Yüzdelerinin Tahmini

Weibull dağılım parametrelerinin tahmini için en yaygın kullanılan tahmin yöntemleri, maksimum benzerlik, en küçük kareler, ağırlıklı en küçük kareler ve moment yöntemleridir (Fernandez-Saez ve diğ., 1993). Birgören B. (2003), tek yönlü güven aralıkları oluşturulmasında en iyi yöntemin, en küçük yanlış kapsama olasılığına (False Coverage Probability) sahip olan tahmin yöntemi olduğunu belirtmiş ve Maksimum Benzerlik, En Küçük Kareler Yöntemi ve Ağırlıklı En Küçük Kareler tahmin yöntemlerini, bu doğrultuda yapmış olduğu benzetim çalışması ile kıyaslayarak en iyi yöntemin Maksimum Benzerlik Yöntemi olduğunu ispat etmiştir.

3.2.1. Maksimum Benzerlik Yöntemi

Maksimum Benzerlik Yöntemi Gauss ve daha sonra R.A. Fisher tarafından geliştirilmiştir. Yöntemin amacı bilinmeyen kitle parametreleri için tahmin ediciler bulmaktır (Rüzgar, 1992).

$L(\theta) = L(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n; \theta)$, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ rassal değişkenleri için benzerlik fonksiyonu olsun. Eğer $\hat{\theta}$, θ 'nın $L(\theta)$ 'yi maksimum yapan değeriyse $\hat{\theta}$ 'ya θ 'nın maksimum benzerlik tahmincisi denir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(\sigma, \theta)$ kullanılarak $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n$ rassal değişkenleri için benzerlik fonksiyonu;

$$L(\theta) = f(\sigma_1, \theta), f(\sigma_2, \theta), f(\sigma_3, \theta), \dots, f(\sigma_n, \theta)$$

şeklinde üretilir. Maksimum benzerlik tahmin değerleri ise; $\frac{dL(\theta)}{d\theta} = 0$ denkleminin çözümü ile bulunur.

Benzerlik fonksiyonunda k tane parametre varsa,

$$L(\theta) = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k) = \prod_{i=1}^n f(\sigma_i; \theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k) \quad (2.9)$$

olur. Burada $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k$ parametrelerinin maksimum benzerlik tahmincileri $\hat{\theta}_1 = d_1(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$, $\hat{\theta}_2 = d_2(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$, \dots , $\hat{\theta}_k = d_k(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_n)$ rassal değişkenleridir. $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_3, \dots, \hat{\theta}_k$; $L(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k)$ 'yi maksimum yapan değerlerdir. Maksimum benzerlik k adet denklemin ortak çözümüdür (Meyer, 1970):

$$\frac{dL(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k)}{d\theta_1} = 0$$

$$\frac{dL(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k)}{d\theta_2} = 0$$

$$\dots$$

$$\frac{dL(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_k)}{d\theta_k} = 0$$

3.2.2. Weibull Parametrelerinin Maksimum Benzerlik Yöntemi ile Tahmini

Parametreleri b ve T_0 olan n adet Weibull dağılımına uyumlu rassal değişken $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$ şeklinde olsun. Bu değişkenler için maksimum benzerlik fonksiyonu:

$$L(b, T_0) = \prod_{i=1}^n f(T_i; b; T_0) = b^n \cdot T_0^n \cdot T_1^{T_0-1} \cdot T_2^{T_0-1} \cdot \dots \cdot T_n^{T_0-1} \cdot e^{-b \sum_{i=1}^n T_i^{T_0}} \quad (2.10)$$

olur. Her iki tarafın logaritması alınır;

$$\ln L = n \cdot \ln b - n \cdot \ln T_0 + (n-1) \cdot \sum_{i=1}^n \ln \frac{T_i}{T_0} - \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{T_i}{T_0} \right)^b \quad (2.11)$$

şeklinde olur. $\ln L$ 'nin, b ve T_0 'a göre türevi alınıp sıfıra eşitlenirse;

$$\frac{dL(b, T_0)}{db} = 0 \quad \frac{dL(b, T_0)}{dT_0} = 0$$

buradan da;

$$T_0^b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i^b \quad (2.12)$$

ve

$$\frac{n}{b} - n \cdot \ln T_0 + \sum_{i=1}^n T_i - \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{T_i}{T_0} \right)^b \cdot \ln \left(\frac{T_i}{T_0} \right) = 0 \quad (2.13)$$

denklemleri elde edilir (Birgören ve Dirikolu, 2004).

Eşitlik 2.12, Eşitlik 2.13'te yerine yazılırsa, bu iki eşitlikten şu iki denklem elde edilir.

$$\sum_{i=1}^n \ln T_i - n \left(\frac{\sum_{i=1}^n \ln T_i (T_i)^{\hat{b}}}{\sum_{i=1}^n \ln (T_i)^{\hat{b}}} \right) + \frac{n}{m} = 0 \quad (2.14)$$

$$\hat{T}_0 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n (T_i)^{\hat{b}}}{n} \right)^{1/\hat{m}} \quad (2.15)$$

Eşitlik 2.14 sayısal kök bulma yöntemlerinden biriyle yaklaşık olarak çözülebilir. Daha sonra eşitlik 2.15 \hat{T}_0 'ı doğrudan verir (Birgören ve Dirikolu, 2004). Eşitlik 2.14'ün çözümü için köke en hızlı yaklaşım gösteren sayısal kök bulma yöntemi olan Newton-Raphson yöntemi tercih edilmiştir (Law ve Kelton, 1991). Buna göre Newton-Raphson yinelemeleri için genel döngü denklemi:

$$\hat{b}_{k+1} = \hat{b}_k + \frac{A + (1/\hat{b}_k) - C_k / B_k}{1/\hat{b}_k^2 + (B_k \cdot H_k - C_k^2) / B_k^2} \quad (2.16)$$

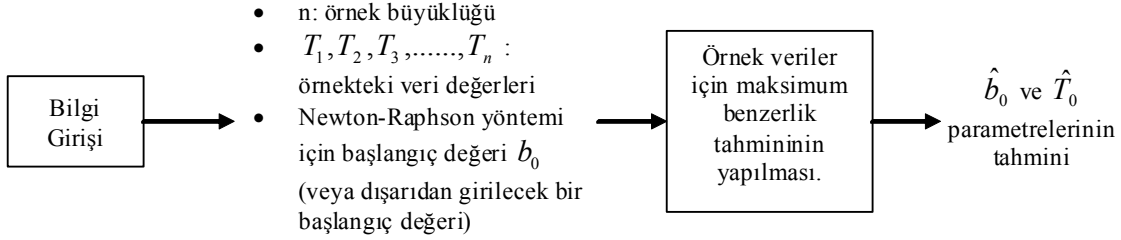
burada $A = \sum_{i=1}^n \ln T_i / n$, $B = \sum_{i=1}^n T_i^{\hat{b}_k}$, $C_k = \sum_{i=1}^n T_i^{\hat{b}_k} \cdot \ln T_i$, $H_k = \sum_{i=1}^n T_i^{\hat{b}_k} \cdot (\ln T_i)^2$ 'dir.

Yinelemeler için başlangıç noktası olarak;

$$b_0 = \left[6/(\pi^2 \cdot (n-1)) \cdot \left(\sum_{i=1}^n (\ln T_i)^2 - \left(\sum_{i=1}^n (\ln T_i) \right)^2 / n \right) \right]^{-1/2} \quad (2.17)$$

eşitliği kullanılır (Thorman ve diğ., 1969).

Weibull parametrelerinin maksimum benzerlik yöntemiyle hesaplanması için kesin formüller yoktur ve hesaplamalar sayısal işlem gerektirir. Bu çalışmada Weibull parametrelerinin maksimum benzerlik yöntemi ile tahmini için eşitlik 2.14'ün Newton-Raphson Yöntemi ile çözüm algoritması (Şekil 8) Matlab R2007a ile programlanmıştır.



Şekil 8:

Weibull parametrelerinin Maksimum Benzerlik yöntemi ile tahmini için akış şeması (Danacı, 2005)

4. ÖRNEK UYGULAMA

Verilere Dayalı Güvenilirlik Modellenmesi

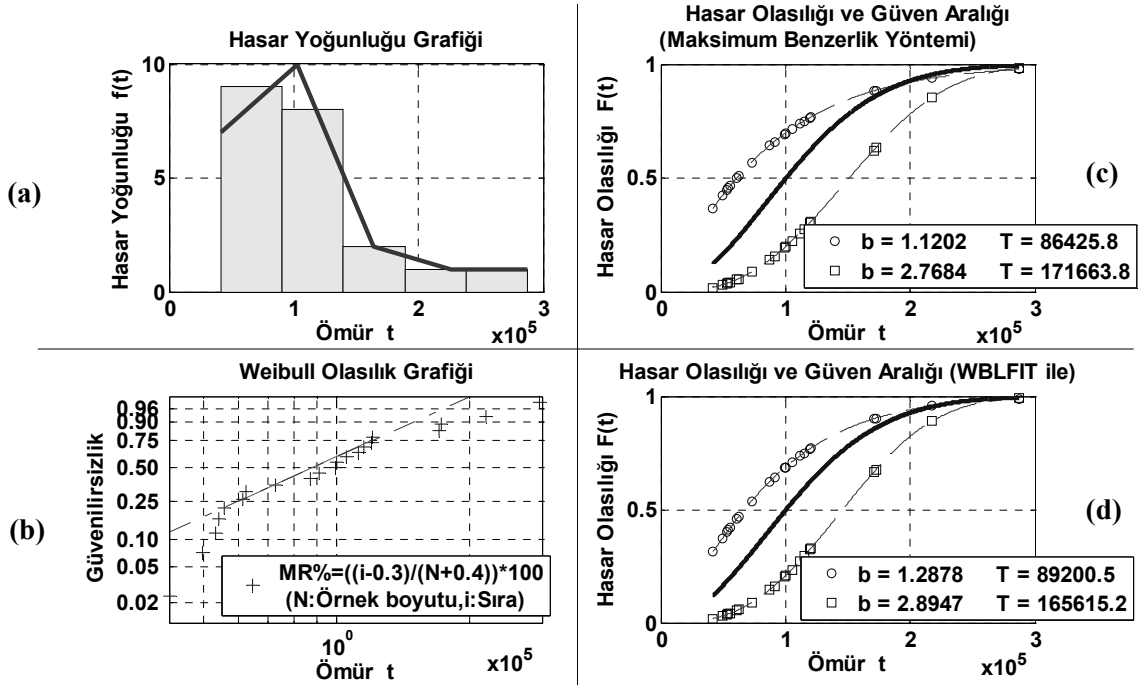
Dişli çark mekanizmasının güvenilirliğini elde edebilmek için sistemin güvenilirlik yapısındaki elemanların her birinin güvenilirliği elde edilmelidir. Eleman güvenilirlik değerlerini elde edebilmek için de hasar olasılık dağılım grafiği parametrelerine (şekil “form” ve ölçek “karakteristik ömür” parametresi) ihtiyaç duyulur.

Bu çalışmada, halen hizmet vermekte olan sistemlerden elde edilmiş hasar verilerine dayalı güvenilirlik analizi yapılacaktır. Hasar süresi verileri, elemanların gözlem ve tecrübelerine dayalı elde edilmiş parametre aralıklarına sadık kalınarak rasgele üretilmiştir.

Tablo IV.
Sistem elemanlarının hasar verileri (Karakteristik ömür)

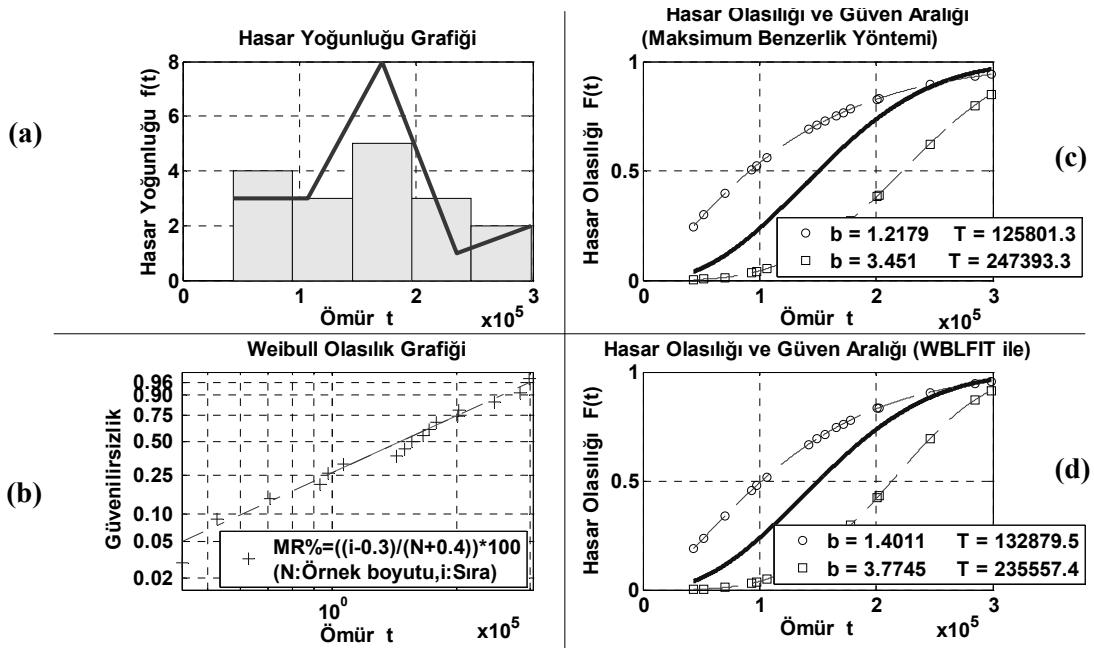
	Dişli Çark 1, kırılma (x10 ⁵)	Dişli Çark 2, kırılma (x10 ⁵)	Dişli Çark 1/2, aşınma (x10 ⁶)	Rulman 1 (x10 ⁷)	Rulman 4 (x10 ⁷)	Radyal Mil Contası 1/2 (x10 ⁸)
1	0,5415	1,6590	4,7139	0,2254	0,3764	0,1770
2	0,4173	2,9847	0,8022	0,1170	0,1954	0,0854
3	1,0509	2,0222	0,8295	1,8055	3,0155	0,0390
4	0,6246	0,9747	2,8663	0,1081	0,1805	0,4393
5	1,0005	1,7826	3,2150	0,4654	0,7774	0,8783
6	0,5305	0,7061	2,7668	2,0121	3,3607	0,2573
7	2,1769	0,5247	0,7404	1,1728	1,9587	0,5611
8	1,7073	1,5589	1,2051	0,5964	0,9962	0,3563
9	0,6112	1,4949	1,3973	0,0557	0,0930	0,0116
10	1,1953	2,8446	0,7674	0,0467	0,0781	0,0602
11	1,1495	0,9348	4,5542	1,6342		0,0855
12	1,7245	2,4593	1,6498	0,0397		0,7189
13	0,8724	1,7150		0,0561		0,0256
14	1,1175	2,0087		0,7017		0,3948
15	0,9935	1,4246		0,2430		1,0597
16	2,8711	0,4344		1,7178		0,1126
17	1,2046	1,0601				0,3252
18	0,5547					1,0343
19	0,9129					0,7736
20	0,7274					0,9887
21	0,4959					0,4599
22						2,6129

Hasar verileri elde edilen dişli çark mekanizması elemanlarının hasar olasılık dağılımı $f(t)$ 'yi görselleştirmek için Histogram diyagramı çizilmiştir (Şekil 9-10-11-12-13-14 (a)), Weibull dağılımına uyumu Weibull Olasılık Kağıdı ile kontrol edilmiştir (Şekil 9-10-11-12-13-14 (b)) ve uyumluluk gösterdiği tespit edilen dağılımlar için güven aralıklı (tecrübe ve gözlemlere dayalı) hasar olasılığı $F(t)$ grafikleri (Şekil 9-10-11-12-13-14 (c,d)) çizilmiştir.



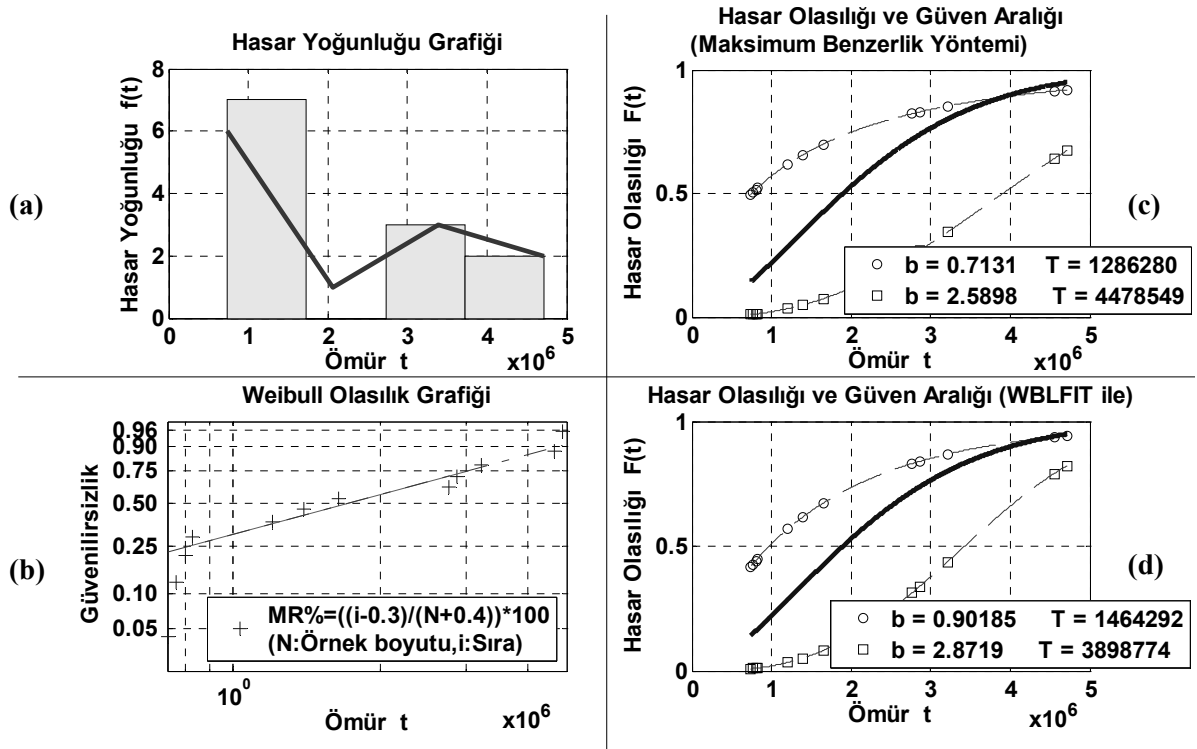
Şekil 9:

Dişli Çark 1 kırılma için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı, (d) Yerleşik Matlab komutu "wblfit" ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı



Şekil 10:

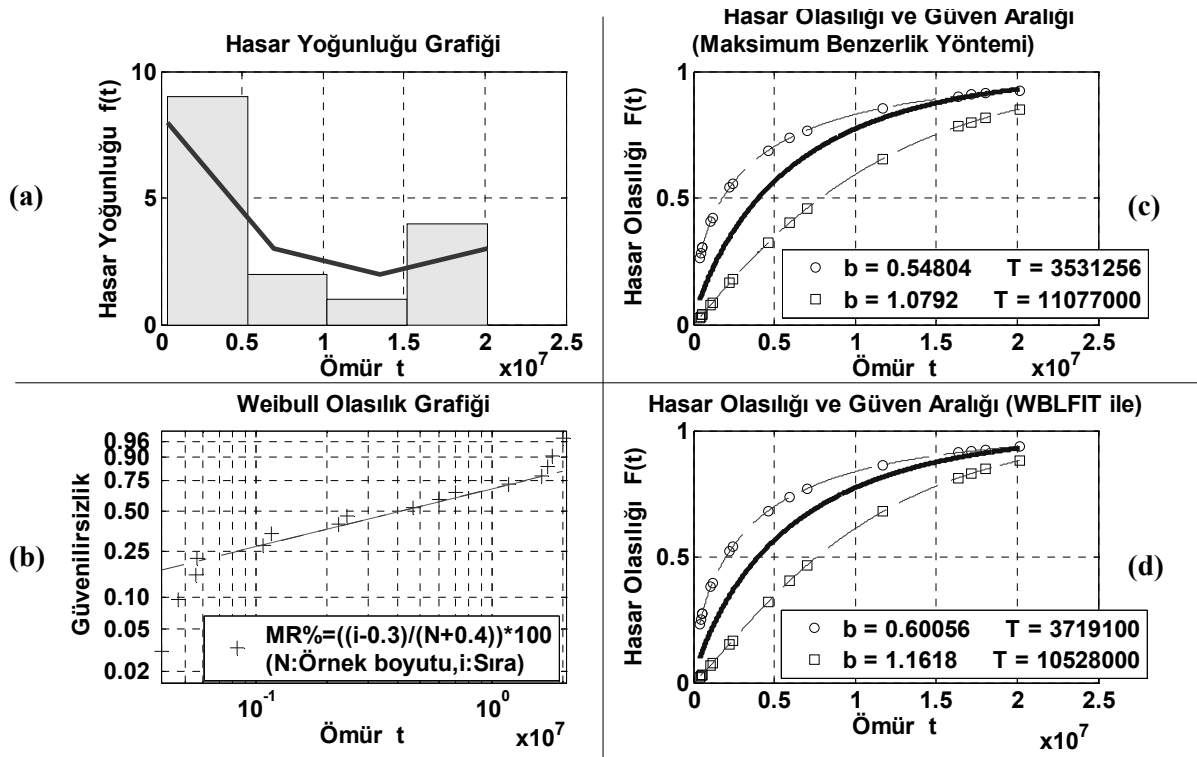
Dişli Çark 2 kırılma için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı, (d) Yerleşik Matlab komutu "wblfit" ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı



Şekil 11:

Dişli Çark 1/2 aşınma için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı,

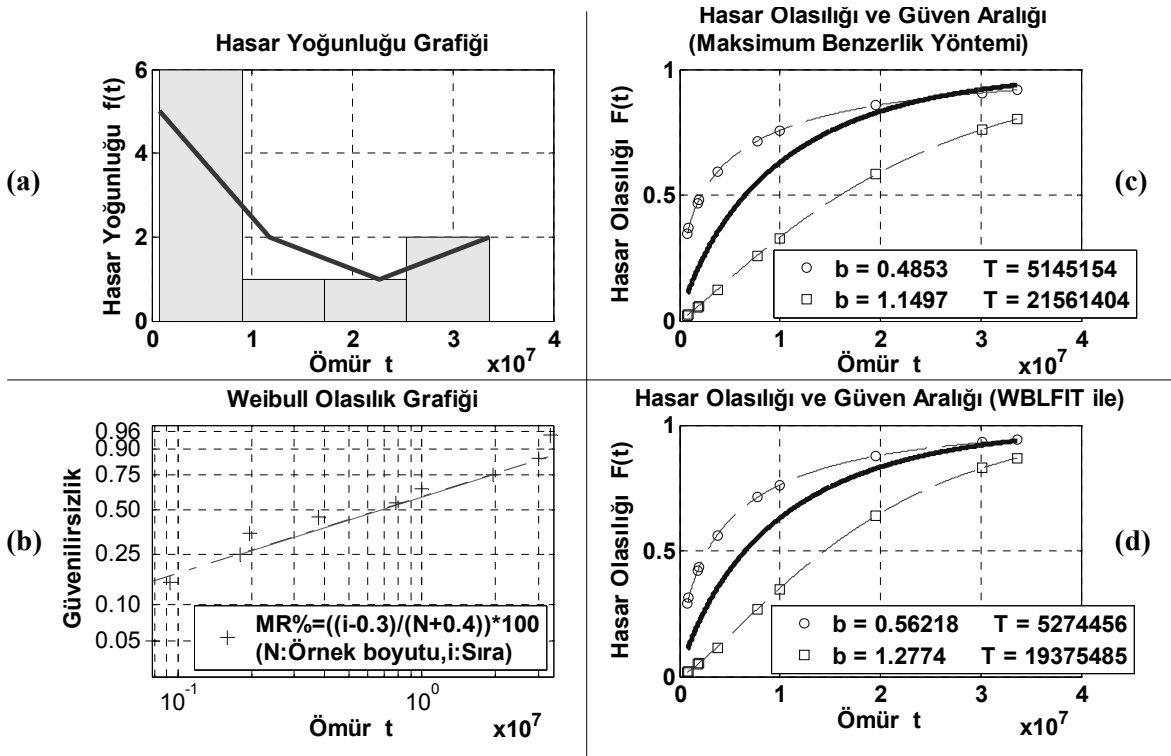
(d) Yerleşik Matlab komutu “wblfit” ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı



Şekil 12:

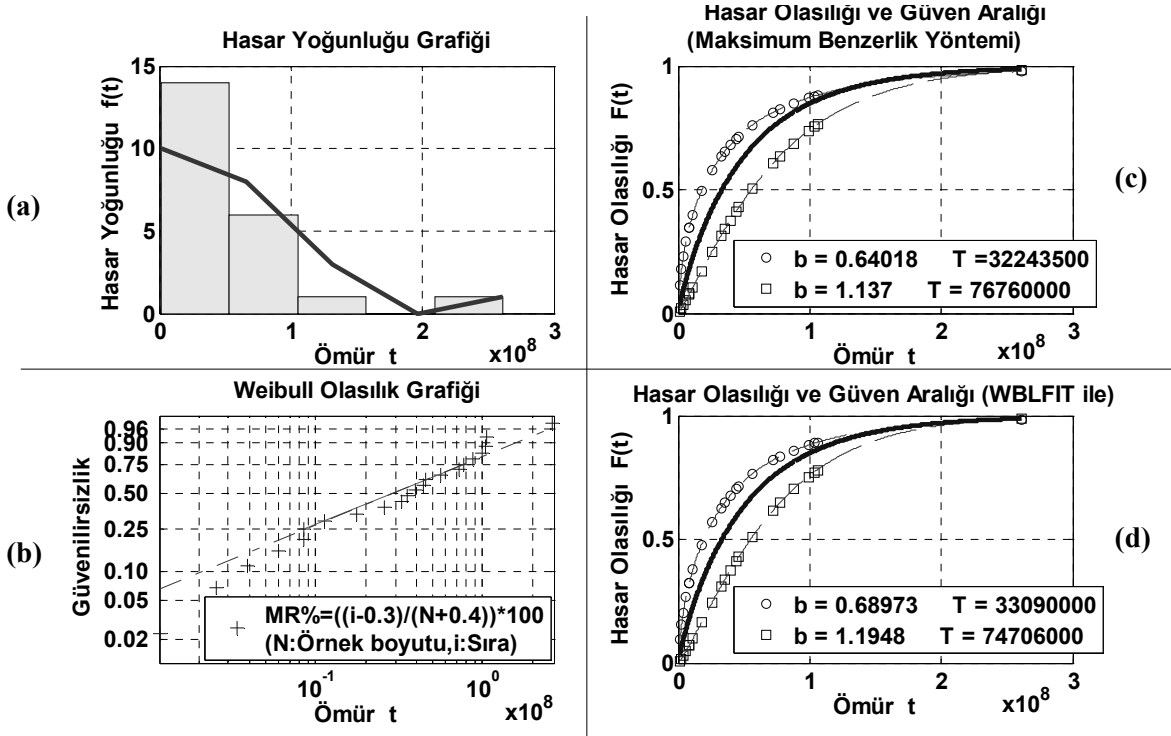
Rulman 1 “giriş mili” için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı,

(d) Yerleşik Matlab komutu “wblfit” ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı



Şekil 13:

Rulman 4 "çıkış mili" için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı, (d) Yerleşik Matlab komutu "wblfit" ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı



Şekil 14:

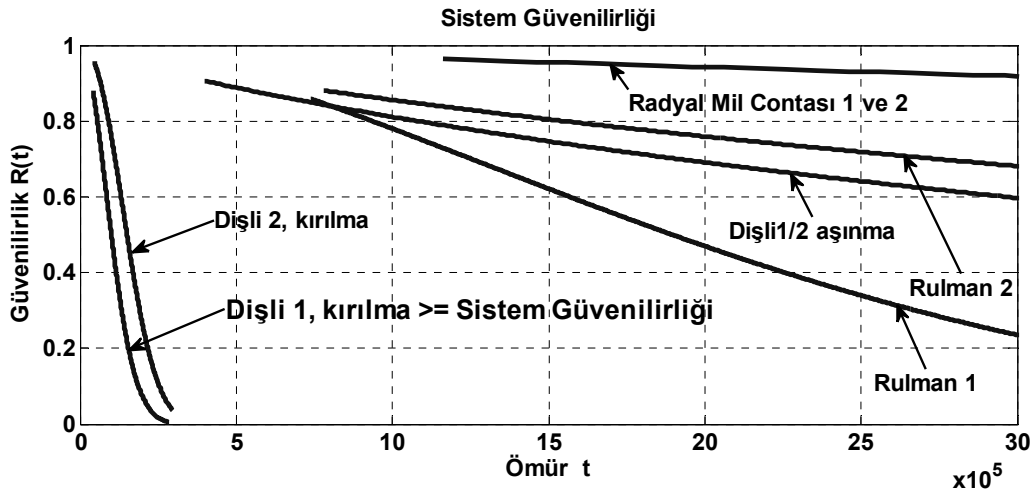
Radyal mil contası için (a)Histogram Diyagramı, (b) Weibull Olasılık Kağıdı, (c) Maksimum Benzerlik yöntemi ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı, (d) Yerleşik Matlab komutu "wblfit" ile elde edilen Hasar Olasılığı $F(t)$ aralığı

Yazılan program ve “wblfit” komutu ile elde edilen parametreler (Tablo V) yardımı ile sistemin güvenilirliğini temsil eden grafik (Şekil 15) çizilir.

Sistem güvenilirliği incelendiğinde toplam sistemin güvenilirliğinin, sistem içindeki en güvensiz elemanın güvenilirliğine eşit veya bu değerden küçük olduğu görülür.

Tablo V.
Programla hesaplanan b “form” ve T “ölçek” parametre değerleri

	b (form parametresi)		T (ölçek parametresi)	
	Maks. Benz. Yönt.	WBLFIT	Maks. Benz. Yönt.	WBLFIT
Dişli Çark 1 kırılma	1,9307	1,9307	121541,3077	121544,0298
Dişli Çark 2 kırılma	2,2997	2,2997	176919,3645	176920,1281
Dişli Çark 1/2 aşınma	1,6093	1,6093	2389339,1993	2389339,996
Rulman 1	0,8354	0,8354	6257613,1695	6257613,1861
Rulman 4	0,8474	0,8474	10099661,1107	10099661,2383
Radyal Mil Contası	0,9078	0,9078	49720000	49720000



Şekil 15:
Sistem Güvenilirliğinin elde edilmesi

5. SONUÇ VE YORUMLAR

Bu çalışmada tasarım aşamasında hasar verisine dayalı güvenilirliğin modellenmesi yapılmıştır. Hasar verileri, eski ürün ve benzer sistemlerden elde edilmiş gibi rasgele üretilmiştir.

Elde edilen sistem güvenilirlik grafiği yorumlanarak, sistemde yapılan konstrüktif değişiklikler, malzeme değişiklikleri ve olası birçok değişiklik ile güvenilirlik istenen seviyeye çekilebilir, böylece garanti, yedek parça, ürün ömür çevrim döngüsü maliyeti gibi konularda daha somut hesaplamalar yapılabilir.

Aşırı emniyetli tasarım nedeniyle bir sistemi oluşturan bileşenler arasında güvenilirlik açısından aşırı farklar olabilir, bu farklar sistem güvenilirliği ile ortaya çıkarılır ve aşırı tasarımın neden olduğu maliyet, ağırlık ve benzeri alanlarda optimizasyona gidilebilir. Düşük yük altındaki dayanımı yüksek parçalar değiştirilerek maliyet azaltılabilir, yüksek yük altındaki dayanımı düşük parçalar değiştirilerek sistem ömrü artırılabilir.

Burada yapılan çalışma Güvenilirlik Gelişim Döngüsünün (Şekil 1) her çevriminin fiziksel arıza analizi kısmında uygulanabilir, böylece önceki güvenilirlik analizinin ne kadar doğru yapıldığı

ve ne derece etkili olduğu karşılaştırmalar ile tespit edilir ve gelecek nesil ürünler için daha sağlıklı analizler yapılabilir.

KAYNAKÇA

1. Akdeniz, F. (2002) *Olasılık ve İstatistik*, Baki Kitapevi, Adana.
2. Bertsche, B. ve Lechner, G. (2004) *Zuverlässigkeit im Fahrzeug- und Maschinenbau*, 3. Auf., Springer, 495 sayfa, ISBN: 3-540-20871-2
3. Birgören, B. (2003) Estimating Confidence Lower-Bounds for Weibull Percentiles, *Journal of Materials Science Letters*, 22,1121.
4. Birgören, B. ve Dirikolu, M.H. (2004) A Computer Simulation for Estimating Lower-Bound Fracture Strength of Composites using Weibull Distribution, *Composites Part B: Engineering*, 35,263.
5. Broggi, R. ve Turconi, G. (1992) *Integrating Data Collection And Analysis Procedures: A Key Tool For Product Reliability Improvement*, Safety and Reliability.
6. Danacı, M. A. (2005) Güvenilirlik Analizinde Tanımlanmış Veriler İçin Weibull Dağılımının Kullanılması, Yüksek Lisans Tezi.
7. Ebelign, C. E. (1997) *Reliability and Maintainability Engineering*, McGraw-Hill International Editions.
8. Fernandez-Saez, J., Chao, J., Duran, J., Amo, J. M. (1993) Estimating Lower-Bonud Fracture Parameters for Brittle Materials, *Journal of Materials Science Letters*, 12,1493.
9. Gren, A. E. ve Bourne, A. J. (1972) *Conceptual Design for Engineers*, Wiley Interscience, New York.
10. Law, A. M. ve Kelton, W. D. (1991) *Simulation Modeling & Analysis*, McGraw-Hill Inc.
11. Meyer, (1970) *Introduction Probability And Statistical Applications*, Addison Wesley, Washington.
12. Tahrallı, N. ve Dikmen, F. (1995) *Konstrüksiyon Elemanlarında Güvenirlik ve Ömür Hesapları*, Yıldız Teknik Üniversitesi Basım-Yayın Merkezi, İstanbul 2004, ISBN: 975-461-379-6
13. Rüzgar, B. (1992) *Sürekli Yapıda İki Parametrelili Bir Model ve Uygulaması*, Doktora Tezi, Marmara Üniversitesi, İstanbul.
14. Şentürk, A. (1998) *Ömür Verileri Analizi ve Bir Uygulama*, Doktora Tezi, Uludağ Üniversitesi.
15. Thorman, D. R. Bain, L. J. Antle, C.E. (1969) Interferences on the Parameters of the Weibull Distribution, *Technometrics*, 11, 445.

Makale 05.08.2008 tarihinde alınmış, 03.11.2008 tarihinde düzeltilmiş, 17.11.2008 tarihinde kabul edilmiştir. İletişim Yazarı: K. Çavdar (cavdar@uludag.edu.tr)