

## DÜZ ve EŞYÖNSÜZ PLAKALARIN EĞİLME RİJİTLİKLERİNİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE ANALİZİ

Zafer ÇAPACI\*

Kadir ÇAVDAR\*\*

**Özet:** Bu çalışmada, sac plakalarda kullanılan değişik profil şekillerinin plakanın rijitliğini hangi oranlarda arttırabileceği araştırılmıştır. Günümüzde her alanda artan “konstrüksiyonun daha hafif olması” isteklerini karşılama farklı profiller kullanılarak eşit kütlede-daha rijit plakalar elde etme işlemi ön plana çıkmaktadır. Aynı malzemeden yapılan ancak daha hafif olabilen plakalar otomotivden yapı sektörüne kadar genel istektir. Bu alanlardaki tasarımlara yardımcı olabilecek sonuçlar bilgisayar destekli analiz programı ile elde edilmiş ve karşılaştırmalı tablolar oluşturulmuştur.

**Anahtar Kelimeler:** Eğilme, rijitlik, plaka, profil etkisi.

### Finite Element Analysis of Bending Rigidity of Flat and Corrugated Plates

**Abstract:** In this study, different profile shapes used on iron sheet, that in which degree increase sheet's strength is investigated. Nowadays, for increment sheet's strength by using different profiles is expressed, in order to provide demand of “lightweight constructions going up in all area”. It is a general demand for the sheets, from automobile to structure industry, that constructed by the same but lighter designed materials. The designs related with this subject are obtained by computer aided analyze programmes and comparative charts were presented.

**Key Words:** Bending, rigidity, corrugated plates.

## 1. HAFİF KONSTRÜKSİYONLAR

Özellikle otomotiv, beyaz eşya ve inşaat sektörlerinin güncel konstrüksiyonlarında, yapı rijitliğinin aynı kalması (bazen daha da arttırılması) buna karşın toplam kütle azaltılması (aynı şekilde maliyetin de düşürülmesi) en önemli isteklerdendir. Bazen de -otomotivde olduğu gibi- yapıya eklenen yeni fonksiyonlar nedeniyle oluşan kütle artışları, diğer elemanlar üzerinde alınan tedbirler sayesinde sağlanabilen kütle azalışları ile dengelenmeye çalışılmaktadır. Örneğin BMW 5 serisi bir otomobil 1970 yılında 1100 kg iken, eklenen özellikleri ile 1997'de 1400 kg'a ve 2003 yılında da 1600 kg'a ulaşmıştır. Ancak otomobil üzerinde, özellikle karoseri üzerinde alınan konstrüksiyonu hafifletme tedbirleri sayesinde otomobil üzerinde sağlanan kütle düşüşü 175 kg'dır (Klein, 2005). Otomobilin toplam kütlede sağlanan 100 kg azalmanın her 100 kilometrede 0,3–0,6 lt arasında yakıt tasarrufu sağladığı düşünülürse araçlardaki hafifletmelerin ne kadar önemli olduğu kolayca anlaşılacaktır.

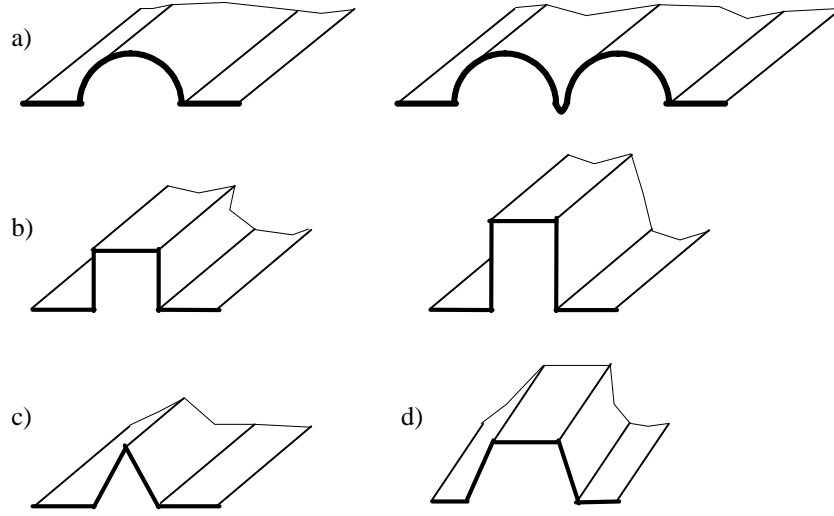
Konstrüktif olarak bir plakanın rijitliğin arttırılması için şu önlemler önerilebilir:

1. Plakanın kabuk (kubbe) formunda şekillendirilmesi
2. İç bölümlerde kabartıların kullanılması
3. Profil kemerlerinin enine ve boyuna uygulanması
4. Büyük yüzeyler arasında boşluk bırakma
5. Kenarlarda güçlendirici büküm ve kıvrımların yapılması
6. Metal köpüklerin yüzeye yapıştırılması

\* Uludağ Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Makina Mühendisliği Anabilim Dalı, 16059, Görükle, Bursa.

\*\* Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 16059, Görükle, Bursa.

Plakalara uygulanabilecek değişik profillerden bazıları Şekil 1’de verilmiştir. Bu yüzeyler anizotropik (eşyönsüz) veya dalgali yüzeyler olarak da isimlendirilirler.



Şekil 1:  
Örnek profiller: a) Yuvarlak, b) Kutu, c) Üçgen, d) Trapez

Literatürde plakalara verilen değişik profillerin plakanın rijitliğine etkisi üzerine çalışmalar az da olsa mevcuttur. Penga ve ark. (2007), rijitliği arttırmak için plakaya verilen sinüs ve trapez formuna sahip plakaların düz plakaya göre elastik eğilme davranış farkını incelemişlerdir. Analiz için Galerkin Metodu kullanılmış olup sonuçlar ANSYS paket programı ile yapılan analiz sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Çalışmada temel olarak plakanın orta bölgesindeki maksimum yer değiştirme değerleri araştırılmıştır.

Pasini (2007) de çalışmasında kesit formlarının rijitlik değişimine etkisini incelemiş ve eğilme davranışında kesit şekillerini iyiden kötüye sıralamıştır.

Literatürdeki araştırmalarda genellikle plakaların maksimum çökmeleri incelenmektedir. En az çökme değerine sahip plaka en rijit plaka kabul edilmektedir. Malzeme özelliklerinin değiştirilmesi ile rijitliğin artırılmasından çok şekil (profil) değişimlerinin rijitliğe etkisi araştırmalara konu olmaktadır, Steinhilper ve Röper (1996), Merklein ve Geiger (2002), Zhang ve ark (2006). Çalışmalarda genellikle plakaların sadece eğilmeye maruz kaldığı durumlar incelenmekte olup eğilmenin yanı sıra kesme gerilmelerinin de birlikte incelendiği durumlar mevcuttur, Heitmann ve Horst (2006). Lesnic (1999) ise kirişlerin rijitlik hesabında, deneysel çalışmalardan elde edilen dataları teorik bağıntı oluşturma amacı ile kullanmıştır.

## 2. PLAKA FORMUNUN RİJİTLİĞİN ARTTIRILMASINA ETKİSİ

Hafif yapılarda yüklemelerin türüne göre farklı isteklerle karşılaşılır. Bu istekler de bizi farklı hesap ve uygulama yollarına götürür. Buna göre şöyle bir sınıflandırma yapmak mümkündür:

- Rijitliğe göre tayin edilen yapı elemanları: Burada şekil değiştirmeler en az tutulmaya çalışılır!

$$\text{Elastisite modülü} \times \text{Rijitlik sayısı} = E \frac{A}{L} \text{ veya } E \frac{I}{L^3}$$

- Mukavemet hesaplarına göre tayin edilen yapı elemanları: Malzemenin kopma mukavemetine göre boyutlandırma hesapları yapılır.

- Kritik yapı elemanları: Çentik oluşumu esnasında dayanılabilecek en büyük yük tekrar sayısı  $N_i = F(\sigma_{ai})$  ve çentik hızı  $da/dn = F(\Delta K_c)$  bu ömrü sınırlandırır.

- Enerjiyi sönmleyen yapı elemanları: Elastik/Plastik şekil değiştirme enerjilerine (iç enerji) göre tasarım.

- Özel uygulamalar: Profiller, form parçaları, saç parçalar, çerçeveler.

Bir yapının rijitliği

$$c = \frac{E \cdot A}{L} \quad (1)$$

bağıntısı ile hesaplanır. Burada E: malzemenin elastisite modülü ( $N/mm^2$ ), A: Kesit alanı ( $mm^2$ ) ve L de uzunluk (mm)'dir. Ortasından etkiyen F kuvvetinin etkisi altında, eğilmeye zorlanan bir plakada tam ortada oluşan maksimum eğilme gerilmesi:

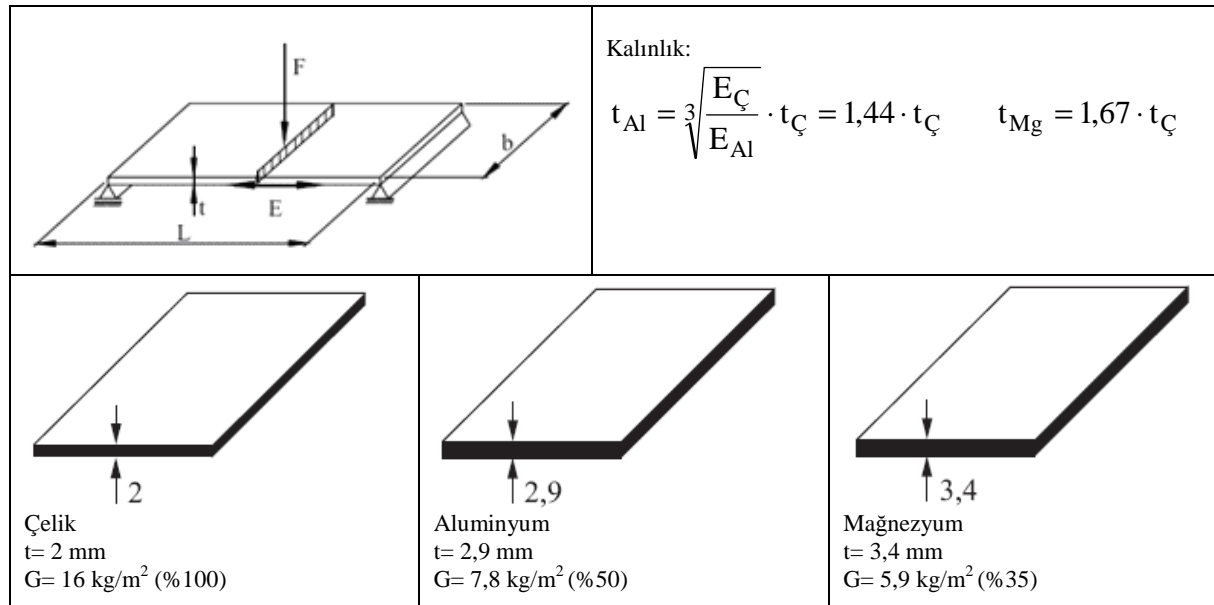
$$\sigma_{e \text{ maks}} = \frac{M_{e \text{ maks}}}{W_e} = \frac{F \cdot L}{I_e} e \quad (2)$$

yardımıyla basitçe hesaplanabilir. Burada;  $I_e$ : Plakanın eksenel atalet momenti ( $mm^4$ ),  $W_e$ : Plakanın mukavemet momenti ( $mm^3$ ) ve e: Kesitin ağırlık merkezine olan en uzak mesafesi (mm)'dir. Aynı şekilde plakanın tam orta noktasındaki maksimum çökme (sehim) de (kayma gerilmeleri ihmal edilmektedir):

$$f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I} \quad (3)$$

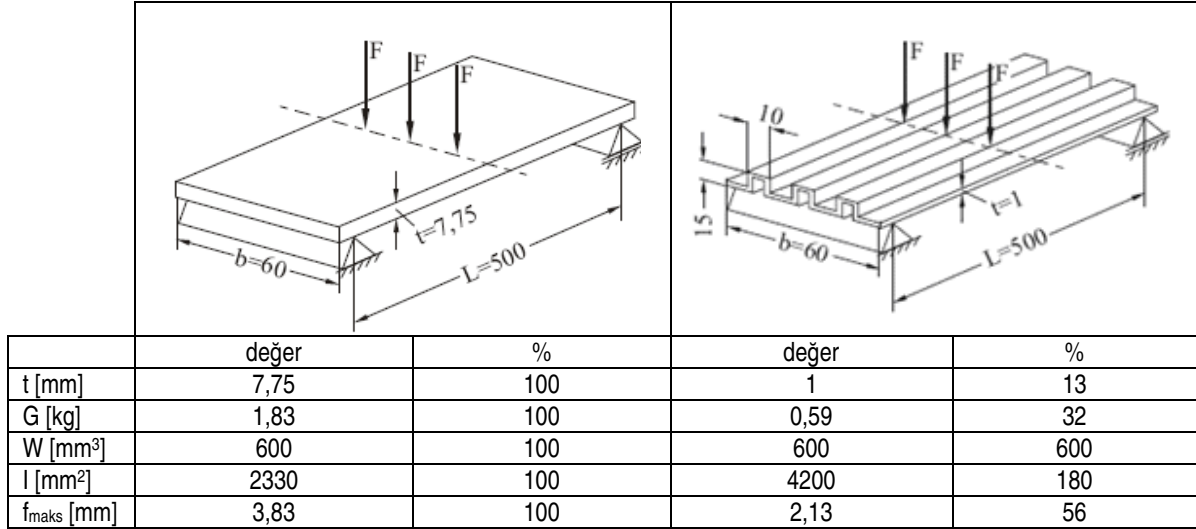
denklemler ile bulunur (F: Etki eden kuvvet [N]). Görüldüğü gibi burada etkin olan parametre yine plakanın atalet momenti I'dır. Buna göre, eğilme gerilmesini ve sehim değerini küçültmek burada öncelikli amaç olduğundan, ağırlık merkezinden en uzak bölgede kütleli yığılma atalet momenti değerini yukarıya çekecektir. Bu şekilde kesit alanı minimize edilirken (daha hafif yapı) atalet momenti maksimize edilecektir.

Plakanın farklı malzemeden imal edilmesi de hafiflik için bir seçenektir. Çelik, alüminyum ve magnezyum alaşımlarından imal edilmiş plakalar için aynı mukavemete sahip olma şartı ile kalınlık değerleri Şekil 2'de görülmektedir. Bir kamyonun taban sacı için düşünülen oluklu saç levhanın kütlesinde sağladığı kazanımlar ise Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 2:

Aynı mukavemete sahip Çelik, Al ve Mg plakaların kalınlık ve kütle değişimi, Wiedemann (1996)



Şekil 3:  
Bir kamyonun taban sacında dikdörtgen formun düz plaka ile karşılaştırılması,  
Wiedemann (1996)

### 3. EŞYÖNSÜZ (ANİZOTROPİK) PLAKALAR

Saç konstrüksiyonlarda kullanılan dalgalı ve katlamalı formlar plakanın eğilme ve basya karşı rijitliğini arttırmaları. Genişlik yönündeki rijitliği arttırmak için dalgalı plakalarda tek veya çift yönlü kapatıcı düz plakalar kullanılabilir. İnce bir düz plakada genişlik arttıkça:

1. Aynı malzeme miktarında boyuna yöndeki rijitlik  $C_x = E \cdot t$  sabit kalır.
2. Enine yöndeki rijitlik azalır.
3. Artan kırışık oranı ile kayma rijitliği karesel olarak düşer:

$$\text{(Kırışıklık } \rho_a = \frac{b_a}{b} \text{ } b_a: \text{ Dalgalı alanın toplam genişliği, } b: \text{ Plakanın genişliği)}$$

### 4. ANALİZ SONUÇLARI

Analiz çalışmasında ilk olarak düz plakaya göre yarım daire ve kare profillerin hangisinin rijitlik açısından daha üstün olduğu araştırılmıştır. Düz saç ve profilli saçlar için bilgisayar modelleri hazırlanmış ve bu modellere aynı şartlarda yayılı yük uygulanmıştır (Şekil 4). Parametre seçimlerinde karşılaştırma işlemini amacıyla benzerliklere dikkat edilmiştir. Daha rijit olan plakanın daha az deformasyona uğrayacağı mantığı ile plakaların orta noktalarındaki maksimum yer değiştirmeler kaydedilmiştir. CATIA programı yardımıyla oluşturulan sonlu elemanlar modelinde "Octree Tetrahedron Mesher" elemanları kullanılmış ve bilgisayar analizi sonuçları Tablo I'de verilmiştir. (Mesh elemanı CATIA programı tarafından otomatik olarak seçilmiştir. Shell-Kabuk türü elemanın bu tür analizler için uygun olduğu literatürden bilinmektedir. Analiz sonuçlarından beklenen izafi karşılaştırma olduğundan bu tür eleman seçiminin etkisinin olmayacağı düşünülmektedir.)

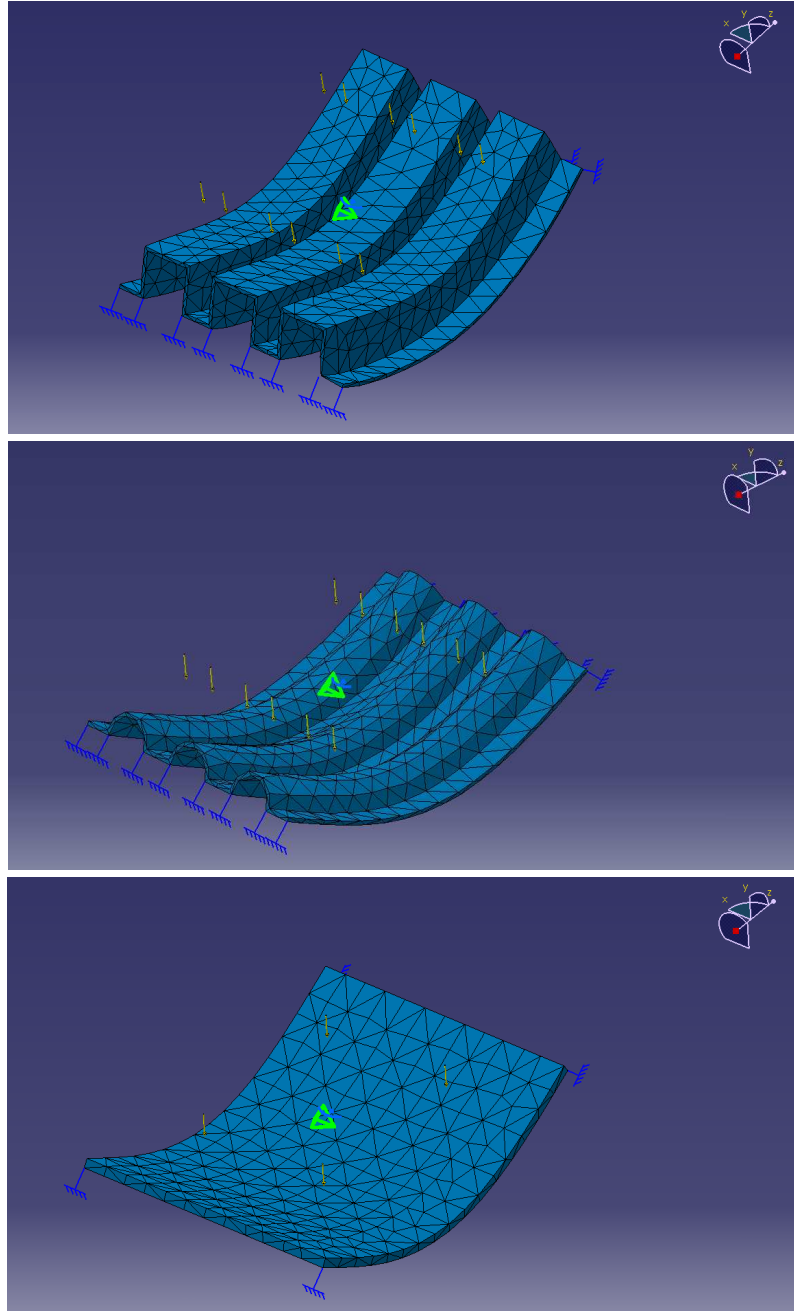
Tablo I incelendiğinde aşağıdaki çıkarımlar yapılmıştır:

- a. Çapı değiştirilen bir daire profil ile aynı kütleye sahip bir düz plaka incelendiğinde, daire profil düz plakaya göre rijitliği önemli oranda arttırmaktadır.
- b. Profilin çap değeri (a) büyüdükçe rijitlik farkı da artmaktadır.
- c. Çap a=25 mm değerinde orta noktadaki deformasyon değerindeki azalma düz plakaya göre %85'e ulaşmaktadır.

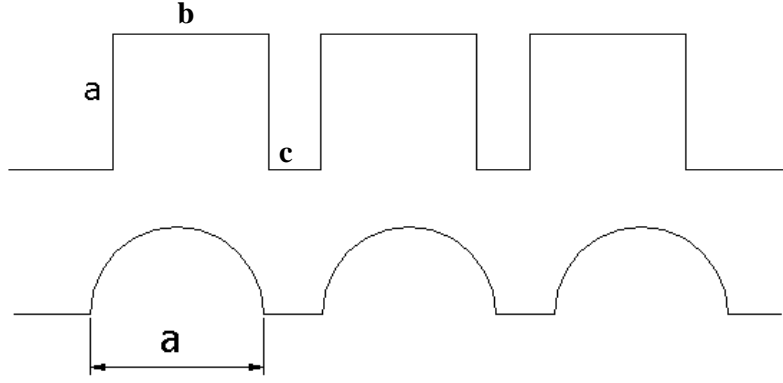
Profilin plaka rijitliğini arttırdığı bu şekilde anlaşıldıktan sonra, Şekil 5'te görülen boyutlara sahip kare ve daire profilli plakaların karşılaştırılması yapılmış ve şu sonuçlara ulaşılmıştır (burada referans profil olarak  $a=10$  mm olan daire profil ile aynı kütleye sahip olan düz plaka alınmıştır):

- Kare profil her durumda daire profilden daha rijittir.
- $a$  parametresi arttıkça plakanın rijitlik değerleri artmaktadır.
- $a$  parametresi arttıkça plakalar arasındaki rijitlik oranı düşmektedir (5,5'ten 4,24'e).

Kare profilin en uygun profil olduğu ve profil yüksekliğinin rijitliği etkilediği anlaşıldıktan sonra araştırmalar kare profilin yüksekliğinin ve diğer parametrelerinin değiştirildiği dikdörtgen profile yönlendirilmiştir. Dikdörtgen profilin yükseklik  $a$ , genişlik  $b$  ve iki yükselti arası  $c$  parametreleri değiştirilmiştir. Bu değiştirme işleminde profilin iki parametresi sabit tutulmuş bir tanesi değiştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar Tablo II'de görülmektedir.



Şekil 4:  
Sonlu elemanlar analizi için kullanılan bazı modeller



Şekil 5:  
Analizde kullanılan plaka formları

**Tablo I.**  
**Değişik Profil Uygulamalarında Maksimum Deformasyon Değerleri**  
(a,b,c: Şekil parametreleri (Bkz. Şekil 5), analizler birim kalınlık için yapılmıştır)

a	Düz Saç (aynı kütle)		Yuvarlak Profil (aynı kütle)		Kare Profil		Yuvarlak Profil	
	En Büyük Sehim	% Değişim	En Büyük Sehim	% Değişim	En Büyük Sehim	% Değişim	En Büyük Sehim	% Değişim
10	$3,19 \cdot 10^{-5}$	100	$16,4 \cdot 10^{-6}$	51,4	$3,93 \cdot 10^{-6}$	12,3	$21,6 \cdot 10^{-6}$	67,7
15	$2,31 \cdot 10^{-5}$	100	$7,40 \cdot 10^{-6}$	32	$1,80 \cdot 10^{-6}$	5,6	$9,38 \cdot 10^{-6}$	29,4
20	$1,73 \cdot 10^{-5}$	100	$3,67 \cdot 10^{-6}$	21,2	$1,13 \cdot 10^{-6}$	3,5	$5,39 \cdot 10^{-6}$	16,9
25	$1,37 \cdot 10^{-5}$	100	$2,11 \cdot 10^{-6}$	15,4	$0,80 \cdot 10^{-6}$	2,5	$3,39 \cdot 10^{-6}$	10,6

**Tablo II.**  
**Dikdörtgen Profil (Şekil 5) için Analiz Sonuçları**

a değişkeni (b=c=10 mm)			b değişkeni (a=c=10 mm)			c değişkeni (a=b=10 mm)		
a	En Büyük Sehim	% Değişim	b	En Büyük Sehim	% Değişim	c	En Büyük Sehim	% Değişim
5	1,16E-05	100,00	5	5,31E-06	100,00	5	4,27E-06	100,00
10	4,08E-06	35,17	10	4,08E-06	76,84	10	4,08E-06	95,55
15	1,96E-06	16,90	15	3,42E-06	64,41	15	3,92E-06	91,80
20	1,27E-06	10,95	20	2,97E-06	55,93	20	3,85E-06	90,16
25	9,08E-07	7,83						
30	7,34E-07	6,33						
35	6,29E-07	5,42						
40	5,51E-07	4,75						

Tablo II’de verilen analiz sonuçları incelendiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

a) Dikdörtgen profile sahip plakanın rijitliğini en çok etkileyen parametre profilin yüksekliği a’dır.

b) Profil yüksekliği a değeri 5 mm’den 40 mm’ye değiştirildiğinde sehimde %95 değerinde bir azalma (dolayısıyla rijitlikte artış) görülmektedir.

c) b parametresi c’ye göre rijitlik artışında daha etkindir.

d) a parametresi arttıkça rijitliğin artış hızı azalmaktadır. Bu durum b ve c parametreleri için de geçerlidir.

## 5. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada farklı değişik profile sahip plakaların eğilme rijitlikleri incelenmiştir. Profilin plakanın eğilme rijitliğini arttırdığı açık şekilde belirli olmakla birlikte profil şeklinin de rijitlik artışında etken olduğu görülmektedir. Seçilen profiller arasında, kare profilin daire profile daha üstün olduğu görülmüş olup profil yüksekliğinin de rijitliği arttırıcı bir parametre olduğu anlaşılmıştır. Ancak dikdörtgen profilin yüksekliği arttıkça rijitlik değerinin artış hızının azaldığı da sonuçlardan görülmektedir.

Sonraki çalışmalarda, analizi yapılan profil şekil sayısının artırılması ve sonuçlar arasında bir bağ kurulmasına çalışılacaktır.

## KAYNAKLAR

1. Klein B. (2005) *Innovativ Konstruieren mit neuen Werkstoffen und Leichtbau*, Ders Notu, Uni Kassel.
2. Penga L.X., Liewb K.M., Kitipornchai S. (2007) Analysis of stiffened corrugated plates based on the FSDT via the mesh-free method, *International Journal of Mechanical Sciences* 49, 364–378.
3. Pasini D. (2007) Shape transformers for material and shape selection of lightweight beams, *Materials & Design* 28, 2071-2079.
4. Wiedemann J. (1996) *Leichtbau, Band 1: Elemente*, Springer Verlag, Berlin.
5. Steinhilper W. Röper R. (1996) *Konstruktionselemente des Maschinenbaus*, Springer Lehrbuch.
6. Merklein M, Geiger M (2002) New materials and production technologies for innovative lightweight constructions, *Journal of Materials Processing Technology* 125–126, 532–536.
7. Zhang Z. ve ark. (2006) Lightweight design of automobile component using high strength steel based on dent resistance, *Materials and Design* 27, 64–68
8. Heitmann M., Horst P. (2006) A new analysis model for the effective stiffness of stiffened metallic panels under combined compression and shear stress, *Aerospace Science and Technology* 10,316–326.
9. Lesnic D. (1999) Retrieving the flexural rigidity of a beam from deflection measurements, *Proceedings of 3icpe, 1999 ASME Inverse Problems in Engineering III*, June 13-18, Port Ludlow, Washington, USA.

Makale 13.02.2008 tarihinde alınmış, 05.06.2008 tarihinde düzeltilmiş, 05.06.2008 tarihinde kabul edilmiştir. İletişim Yazarı: K. Çavdar (cavdar@uludag.edu.tr).