

Orijinal Makale/Research Article

İki tekerlekli denge araçları için geribeslemeli doğrusallaştırma tabanlı denetleyici tasarımı

Emrah UZUN¹, Okan BİNGÖL¹¹Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 32200, Isparta, Türkiye

Anahtar Kelimeler

İki tekerlekli kendini dengeleyebilen araç
Geribeslemeli doğrusallaştırma
Kutup atama yöntemi
LQR

Makale geçmişi:

Geliş Tarihi: 24.10.2021
Kabul Tarihi: 27.12.2021

Öz: Her geçen gün gelişmekte olan dünyada, insan nüfusunun artışı ve şehirlerin büyümesiyle beraber küçük ve ekonomik olan kişisel ulaşım araçları daha popüler hale gelmektedir. Motosikletler son yarım yüzyılda oldukça kullanışlıydı ve buna alternatif olarak yeni yüzyılda iki tekerlekli denge araçlarının (İTDA) sayısı hızla artmaya başlamıştır. İnsan taşımacılığının yanında farklı versiyon ve eklentilerle endüstriyel alanlardan askeri alanlara kadar İTDA'larının kullanım aralığı gittikçe artmaktadır. Bu çalışma kapsamında iki tekerlekli kendini dengeleyen mobil bir aracın denetimi gerçekleştirilmiştir. Aracın matematiksel modelleri enerji tabanlı Lagrangian yöntemi ile dinamik ve durum uzay denklemleri olarak oluşturulmuştur. İki tekerlekli denge aracı SOLIDWORKS çizim ortamında 3 boyutlu olarak tasarımı gerçekleştirilmiş ve MATLAB/SIMULINK ortamına aktarılmıştır. Araç MATLAB/SIMULINK ortamında hazırlanan denetleyiciye bağlanarak 3 boyutlu ortamda denetimi gerçekleştirilmiştir. Ayrıca ters sarkaç sisteminin eğim ve konumunu izleyebilmek için 2 boyutlu simülasyonu da gerçekleştirilmiştir. Aracın denetiminde konumunun yanında denge açısının, sol/sağ dönüş açısı ve hızının denetimi gerçekleştirilmiştir. Bu denetimler esnasında motorlara aktarılması gereken enerji miktarı süratünme enerjileri dâhil edilerek verilmiştir. İki tekerlekli denge aracının denetimi için tam durum Geribeslemeli doğrusallaştırma, Kutup Atama ve Lineer Kuadratik Regülatör denetim metotları kullanılmıştır. Kullanılan denetleyici metotlarının konum, denge açısı, hız ve motor tork değişimlerinin grafikleri verilerek karşılaştırmaları yapılmıştır. Yapılan karşılaştırmalarda Kutup atama yönteminin aynı şartlarda Geribeslemeli doğrusallaştırma ve Lineer Kuadratik Regülatör'den daha hızlı yanıt verdiği görülmüştür.

Atıf için/To Cite:

Uzun E. Bingöl O. İki Tekerlekli Denge Araçları İçin Geribeslemeli Doğrusallaştırma Tabanlı Denetleyici Tasarımı. Uluslararası Teknolojik Bilimler Dergisi, 13(2), 69-80, 2021.

With feedback linearization based controller design for two wheeled stability vehicles

Keywords

Two Wheeled Self Balancing Vehicle
Feedback Linearization
Pole Assignment Method
LQR

Article history:

Received: 24.10.2021
Accepted: 27.12.2021

Abstract: In the developing world, small and economical personal transportation vehicles are becoming more popular with the increase of human population and the growth of cities. Motorcycles have been very useful in the last half century, and alternatively, the number of two-wheeled balancing vehicles (TWBV) has started to increase rapidly in the new century. In addition to human transportation, the range of use of TWBVs from industrial areas to military areas with different versions and add-ons is increasing. In this study, a two-wheeled self-balancing mobile vehicle was controlled. The mathematical models of the vehicle were created as dynamic and state space equations with the energy-based Lagrangian method. The two-wheeled balance vehicle was designed in 3D in the SOLIDWORKS drawing environment and transferred to the MATLAB/SIMULINK environment. The vehicle was connected to the controller prepared in MATLAB/SIMULINK and controlled in 3D environment. In addition, a 2D simulation of the inverted pendulum system has been carried out to monitor the tilt and position. In the control of the vehicle, besides its position, the balance angle, left/right turning angle and speed were controlled. The amount of energy that needs to be transferred to the motors during these inspections is given by including the friction energies. Full state feedback linearization, Pole Placement and Linear Quadratic Regulator control methods are used for the

control of the two-wheeled balance vehicle. Comparisons of the control methods used were made by giving the graphs of the position, balance angle, speed and motor torque changes. In the comparisons made, it was observed that the pole assignment method gave a faster response than the Feedback linearization and Linear Quadratic Regulator under the same conditions.

1. Giriş

21. yüzyılın başlarında ulaşım aracı olarak kullanılmaya başlanan iki tekerlekli denge araçları (İTDA) paralelinde literatür çalışmalarında mevcut olan ters sarkaç modeline de farklı bir bakış açısı kazandırmıştır. İki tekerlekli mobil robotlar genellikle gövde yanlarına eklenmiş birbirine paralel iki tekerlek ve bir ters sarkaç modelinden oluşur. Kararsız yapısı ve doğrusal olmayan matematiksel modeli ile ters sarkaç modeli temelinde geliştirilen iki tekerlekli denge araç çalışmaları, üzerinde birçok kontrol teorisinin çalışmasına katkı sağlayan klasik bir denetim düzeneği olması bakımından akademik araştırmaların da ilgisini çekmiştir. İTDA 'larının ulaşım, robotik, hizmet, otomotiv gibi çeşitli sektörlerdeki kullanım çeşitleri üniversite, araştırma enstitüleri ve özel şirketler tarafından tasarlanmış ve geliştirilmeye devam etmektedir.

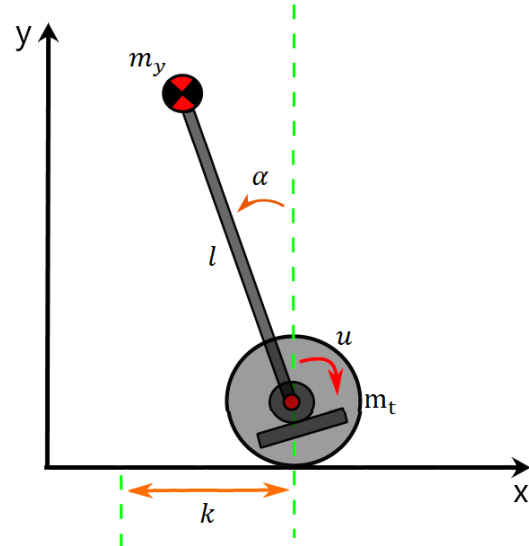
İki tekerlekli denge araçlarının denetim amacı, kararsız bir yapıya sahip olan dik duruş pozisyonunu dengede tutarken istenilen konuma gitmesi için tekerleklerin hareketini sağlamaktır. İTDA için denetleyici tasarımı, doğrusal olmayan yapısı ve holonomik olmayan kısıtlamalar sebebiyle zorlu bir iştir. Ayrıca, sadece iki denetim girişi ile denetlenecek dört konfigürasyon değişkenine sahiptir. Literatürde otonom kentsel ulaşım sistemi için akıllı araç [1], çift sarkacın optimum kontrolü [2], yapay bağışıklık ve parçacık sürü optimizasyonu ile denetim algoritmaları [3], geribeslemeli doğrusallaştırma [4,5], kayma kipli denetim[6-9], holonomik dinamik analizi[10], oransal-integral ve birleştirilmiş kayma kipli denetim[11-14], kısmi geribeslemeli doğrusallaştırma[15], PI-PD denetim[16], PID denetim [17], yapay sinir ağı denetimi [18] ve bulanık mantık (fuzzy logic) denetimi [19] gibi çalışmalar iki tekerlekli denge araçları üzerinde uygulanmıştır.

Bu çalışmada İTDA için geribeslemeli doğrusallaştırma ile geliştirilen denetleyici, LQR ve Kutup Atama denetim metotları ile karşılaştırmış ve performansları değerlendirilmiştir. Ayrıca 2 ve 3 boyutlu simülasyonları ile beraber denetleyici performanslarının İTDA'na yansımaları izlenmiştir.

2. Materyal ve Metot

2.1. Sistemin Matematiksel modelleme

Bu çalışmada geribeslemeli doğrusallaştırma ile kontrolcüsünü tasarlayacak olduğumuz İTDA'nın ters sarkaca benzer ilişkisinin matematiksel modellemesini yapabileceğimiz örnek bir şekli aşağıdaki gibidir. Ters sarkaçtan farklı olarak denetim girdisi yatay eksen kuvveti şeklinde değil motor mili, yani gövde tekerlek arasındaki açı ilişkisindedir.



Şekil 1. İki tekerlekli denge aracının matematiksel modellenme görünüşü

m_y yükün ağırlık merkezinin kütlesi, m_t tekerleklerin ve gövdenin kütlesi, l yükün ağırlık merkezinin tekerlek merkezine uzaklığı, k sistemin konumu, α gövde tekerlek arasındaki açı, b tekerlekler arası mesafe, u tekerlek motoruna uygulanan tork miktarı, \dot{k} hız, $\dot{\alpha}$ açısal hız, \ddot{k} ivme, $\ddot{\alpha}$ açısal ivme, s_1 yol üzerindeki sürtünme, s_2 gövde teker arası sürtünmelerin toplamı (veya motor kayıpları toplamı olarak ta alınabilir.), T sistemin kinetik enerjileri toplamı, P sistemin potansiyel enerjileri toplamı olmak üzere Şekil 1'de verilen sistemin ters sarkaç ilişkisinin matematiksel modellemesi Lagrange (1) yöntemine dayanarak verilebilir.

$$L = T - P \quad (1)$$

$$L = \frac{1}{2}(m_t+m_y)\dot{k}^2 + \frac{1}{2}m_y\dot{k}^2 - m_y l \dot{\alpha} k \cos\alpha + \frac{1}{2}m_y l^2 \dot{\alpha}^2 - m_y g l \cos\alpha \quad (2)$$

Sistemin Lagrange denkleminde hareket denklemini çıkartmak için Euler-Lagrange eşitliğine yazıldığında sistemin hareket denklemi

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)u \quad (3)$$

standart formuna sokarak hem dinamik denklem modellemesi $\dot{x} = F(x) + G(x)u$ hem de durum uzay modellemesi $\dot{x} = Ax + Bu$ haline getirilebilir.

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_t+m_y & -m_y l \cos\alpha \\ -m_y l \cos\alpha & m_y l^2 \end{bmatrix}, \quad \ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{k} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} m_y l \dot{\alpha}^2 \sin\alpha \\ -m_y g l \sin\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \dot{k} \\ s_2 \dot{\alpha} \end{bmatrix}, \quad E(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

(3) ve (4) denklemlerini

$$\begin{bmatrix} m_t+m_y & -m_y l \cos\alpha \\ -m_y l \cos\alpha & m_y l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{k} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_y l \dot{\alpha}^2 \sin\alpha \\ -m_y g l \sin\alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} s_1 \dot{k} \\ s_2 \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (6)$$

biçiminde düzenlendiğinde sistemin hareket denklemi olarak gösterilebilir.

2.2. Sistemin Dinamik denklem modellemesi

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k \\ \alpha \\ \dot{k} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (7)$$

q sistemin bağlı olduğu parametreler ve x durum vektörü olmak üzere dinamik denklem formu

$$\dot{x} = F(x) + G(x)u = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ -M(q)^{-1}V(q, \dot{q}) \\ M(q)^{-1}E(q) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M(q)^{-1}E(q) \end{bmatrix} u \quad (8)$$

olarak verilebilir. Denklem 8' in açılımı Ek A' da verilmiştir. Dinamik denklem üzerinden denetleyici tasarlamak için denklemi

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{k} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g_1(x) \\ g_2(x) \end{bmatrix} u \quad (9)$$

olarak ifade edildiğinde

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ -m_y^2 l^3 \dot{\alpha}^2 \sin\alpha + m_y^2 l^2 g \sin\alpha \cos\alpha - m_y l^2 s_1 \dot{k} - m_y l \cos\alpha s_2 \dot{\alpha} \\ (m_t+m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2\alpha \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$f_2(x)$ Ek B' de verilmiştir.

$$g_1(x) = \frac{m_y l \cos\alpha}{(m_t+m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2\alpha} \quad (12)$$

$$g_2(x) = \frac{m_t+m_y}{(m_t+m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2\alpha} \quad (13)$$

olarak bulunur

2.3. Sistemin Durum uzay modellemesi

Lagrange denklemi, herhangi mekanik bir sistemin uzayda nasıl hareket edeceğini hesaplayabileceğimiz bir enerji denklemdir. Bu enerji denkleminin zamana göre türevi bize hareket denklemini verir. Sistemin kuvvet altında nasıl hareket edeceğinin matematiksel olarak gösterimlerinden biriside durum uzay modellemesidir. Bunun için hareket denklemlerinin $\dot{x} = Ax + Bu$ ve $y = Cx + Du$ formunda tanımlanması gerekmektedir. Bu tanımlama sistemin doğrusal forma sokulmasını zorunlu kılmaktadır. Doğrusallaştırma için $\dot{\alpha} = \dot{k} = 0$ ve $\sin\alpha = \alpha$, $\cos\alpha = 1$ olarak kabul edilebilir.

(6) nolu hareket denklemi yukarıdaki kurallara dayanarak doğrusallaştırıldığında,

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{k} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (14)$$

olmak üzere $\dot{x} = Ax + Bu$ formunda

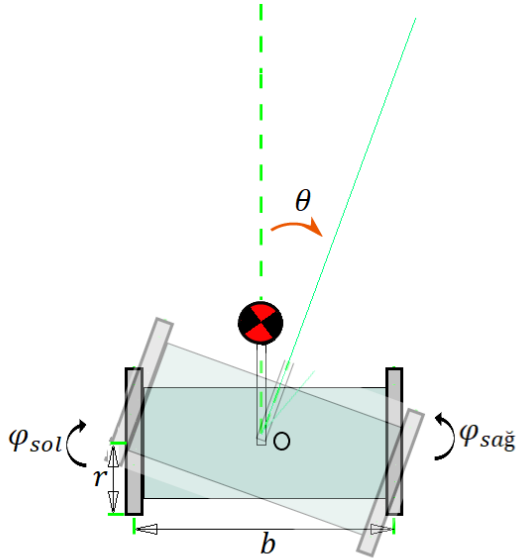
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{gm_y}{m_t} & -\frac{s_1}{lm_t} & -\frac{s_2}{lm_t} \\ 0 & \frac{g(m_y+m_t)}{lm_t} & -\frac{s_1}{lm_t} & -\frac{s_2(m_y+m_t)}{m_y m_t l^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ \alpha \\ \dot{k} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m_t} \\ 1 \\ \frac{1}{lm_t} \end{bmatrix} u$$

olarak ifade edilebilir.

2.4. Sistemin Dönüş modellemesi

İTDA'nın merkezi sabit tutacak şekilde tekerleklerin birbirlerine göre ters dönmesi ile Şekil 2'deki gibi dönme hareketini gerçekleştirmektedir. Bu nedenle sürüş esnasında dönmek için bir tekere pozitif olarak verilen açı diğerine negatif olarak verilmiştir.



Şekil 2. İTDA'nın merkez etrafında dönüşü

Şekil 2' deki gibi sistemin sağa veya sola dönme anında r tekerlek yarıçapı, $\varphi_{sağ}$ sağ tekerin ileri yönde dönme açısı, φ_{sol} sol tekerin ileri yönde dönme açısı, b tekerlekler arası mesafe olmak üzere $u_{sağ}$ sağ motorun tork miktarı, u_{sol} sol motorun tork miktarı olmak üzere, sağ ve sol motorun bu dönme işlemini gerçekleştirebilmesi için gerekli olan tork miktarı,

$$u_{sağ} = -s_1 * Y - s_2 \varphi_{sağ} \quad (16)$$

$$u_{sol} = s_1 * Y + s_2 \varphi_{sol} \quad (17)$$

φ_{sol} ve $\varphi_{sağ}$, tekerleklerin kendi etrafındaki dönüş hareketini temsil etmekte ve sistemin tamamen θ kadar dönmesi için sağ ve sol tekere verilmesi gereken açı miktarı

$$\varphi_{sol} = \frac{b\theta}{2r} \quad (18)$$

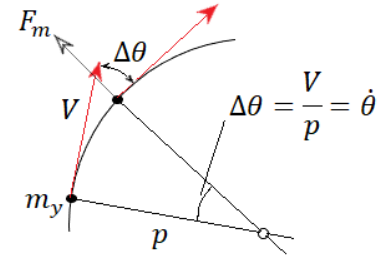
ve

$$\varphi_{sağ} = \frac{-b\theta}{2r} \quad (19)$$

olarak bulunmuştur.

2.5. Sistemin Sağ/sol eğim modellemesi

Dönme esnasında savrulmayı engellenmek için tekerleklere verilecek olan eğim ile sistem dengede tutulmaya çalışılmaktadır. Eğim sayesinde yükün yerçekimi bileşeni ile merkez kaç kuvvetinin dengelenmesi amaçlanmaktadır. Dönme esnasında dönme miktarına göre oluşacak olan merkez kaç kuvveti Şekil 3'deki gibi modellenmiştir [20].



Şekil 3. İTDA'nın dönme esnasındaki savrulma modeli

F_m dönme esnasındaki merkez kaç kuvveti, $\Delta\theta$ sistemin dönüş açısındaki değişim, m_y yük ağırlık merkezinin kütlesi, V sistemin hızı, p sistemin sağ sol dönme esnasında çizdiği varsayılan çember yarıçapı olmak üzere çemberin açısal hızı ile dönme miktarındaki değişim eşittir [20]. Merkez kaç kuvveti klasik formülüne göre

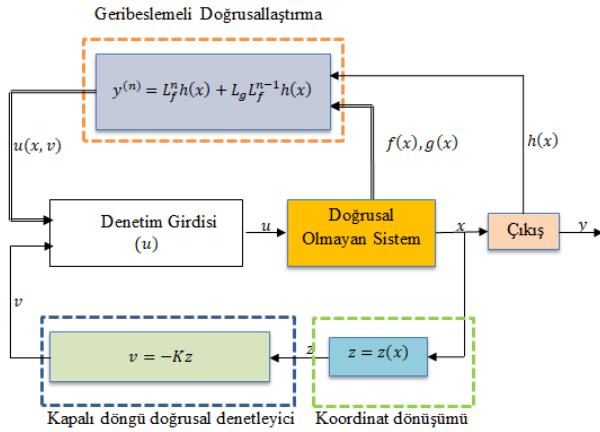
$$F_m = m_y (\Delta\theta)^2 p \quad (20)$$

olarak verilebilir.

Dönme esnasında oluşacağı varsayılan çemberin yarıçapı merkez kaç kuvvetini belirlemede ana etkenlerden birisidir. Fakat dönüş açısı sabit olmadığı için dönerken kurulacak olan çemberin de yarıçapı devamlı olarak değişmektedir. Bunun için merkez kaç

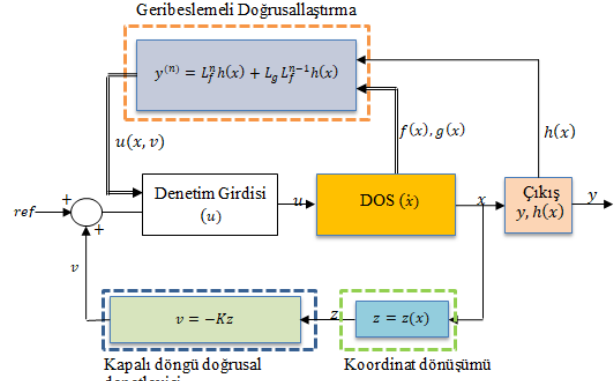
sistemin denkleminde ziyade giriş ile çıktı arasında doğrusallaştırma dönüşümünü yaparak doğrusal bir ilişki kurar. Giriş-Çıkış Doğrusallaştırma daha çok bağıl derecesi üçüncü derece ve üstü için tercih edilir.

Bu çalışmada kararlılığı ve güvenilirliği yüksek olduğu için Giriş-Durum Doğrusallaştırma yöntemi ile tek girişli doğrusal olmayan bir denetim girdisi (u) tasarlama problemi üzerine gidilmiştir. Yöntem bu sorunu 2 adımda çözmektedir. İlki bir $u = u(x, v)$ formunda durum dönüşümü (yani kısmi geribeslemeli doğrusallaştırma), ikincisi $z = z(x)$ koordinat dönüşümüdür. Böylece doğrusal olmayan sistem dinamikleri, eşdeğer bir doğrusal zamanla değişmeyen dinamikler haline getirilir[21]. Bu dönüşümler Şekil 6'da blok diyagramı olarak verilmiştir.



Şekil 6. Geribeslemeli doğrusallaştırma ve koordinat dönüşümü ile doğrusal olmayan sistemin kapalı döngü denetim blok diyagramı

Şekil 6'da gözüktüğü gibi geribeslemeli doğrusallaştırma doğrusal olmayan sisteme bir durum dönüşümü uygulayarak, normal formda gösterilebilecek yeni durum değişkenleri üretir ve sistemde oluşan doğrusalsızlıkları ortadan kaldırmaya çalışmaktadır. Geribeslemeli doğrusallaştırmada durum dönüşümü sistemin dinamik denklemleri ile çıktı arasında doğrusal bir bağ kurmaktır. Bunun için devamlı olarak dinamik denklemin çıktıya göre iç içe kısmi türevini Lie türevi yoluyla sistemi doğrusal forma dönüştürülür. Elde edilecek eşdeğer doğrusal sistem bir kapalı döngü doğrusal denetleyici ile denetlenebilir. Doğrusal sisteme uygulanacak kapalı döngü denetim için durumun koordinat dönüşümü yapılır. Dönüştürülmüş sistem, orijinal sistemin eşdeğer bir temsili olduğundan emin olmak için, dönüşümün diffeomorf olması gerekir. Diğer bir deyişle, dönüşüm ters çevrilebilir ve tersi de eşdeğer olmalıdır, böylece orijinal sistemdeki değişiklikler yeni sistemde de korunabilir.



Şekil 7. İTDA'nın geribeslemeli doğrusallaştırma ile referans hedefli denetimi

Geribeslemeli denetim girdisi Şekil 7'de olduğu gibi,

$$u = \frac{1}{g_1(x)} (-\dot{k}f_1(x) + (-k_1z_1 - k_2z_2 + ref)) \quad (23)$$

şekline dönüşmüş oldu. Burada bulunan g_1 (10) denkleminde, f_1 (9) denkleminde ve z_1, z_2 de k ve \dot{k} den alınarak denetim girdisi,

$$u = \frac{-1}{m_y l \cos \alpha} \frac{1}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} * \left(\left(\dot{k} \frac{-m_y^2 l^3 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + m_y^2 l^2 g \sin \alpha \cos \alpha - m_y l^2 s_1 \dot{k} - m_y l \cos \alpha s_2 \dot{\alpha}}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} + k_1 k + k_2 \dot{k} - ref \right) \right) \quad (23)$$

olarak sistemi dengede tutacak motor girdisi verilebilir.

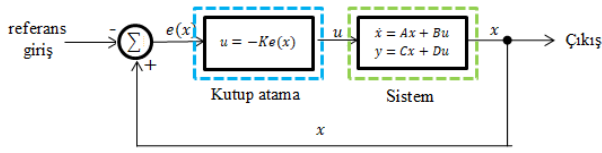
2.7.2. Kutup atama ile denetim metodu

$\dot{x} = Ax + Bu$ şeklinde durum kapalı çevrim sistemi ve $x = x_0$ başlangıç koşulları ile zamanla değişmeyen doğrusal bir sistemin kararlı olduğu aralık root locus ile bulunmuştur. Sistemin denetim girişi $u = -Kx$ şeklinde durum geri besleme formunda tanımlı olduğu kapalı çevrim sistem dinamiği $\dot{x} = (A - BK)x$ formuna dönüşür ve burada K kazancının uygun seçimi ile sistemin kararlılığı garanti edilir. Şöyle ki;

$$\det[sI - (A - BK)] = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \cdots (s - \mu_n) = 0 \quad (24)$$

olmalıdır. Burada $\mu_1 \cdots \mu_n$ istenen kök yerlerini göstermektedir. Bu kökler aşağıda olduğu gibi Matlab programı yardımı ile bulunmuştur. Oluşturulan referans ile gerçek durum arasındaki fark hata olarak

belirlenip K katsayısı ile çarpılarak sistem denetim girdi (u) haline getirilmiştir.



Şekil 8. Kutup atama yöntemi ile denetleyici blok diyagramı

Root locus grafiğinden sistemin kararlı bölgede kutup noktası -3.14 olarak seçilmiştir. Bu kutup noktasına göre oluşturulabilecek kapalı döngü denetim katsayısı K değeri örnek olarak matlab ortamında aşağıdaki gibi bulunabilir.

```
x0=[0;5*pi/180; 0;0]; % başlangıç koşulu
des_pole=[-3.14; -3.14;-3.14;-3.14];
K=acker(A,B,des_pole);
```

Böylelikle ortaya çıkan kapalı döngü denetim katsayısı K'nın değeri,

$$K=[-394.5, 3778,-510,9,1001]$$

olarak bulunmuştur.

2.7.3. LQR (lineer kuadratik regülatör) denetleyici

LQR tasarımı bir nevi kutup atama yöntemi üzerine kurulmuş gibi olup çok girişli çok çıkışlı sistemlerde gürültü ve kararlılık sorunlarını başarılı bir şekilde sağlamaktadır. Teoride atanacak olan kutbun ve denetim K katsayılarının en uygun parametreler olmasını amaçlamaktadır. Bu parametre değerlerinin belirlenmesinde durum matrisleri ve maliyet fonksiyonu kullanılır. Maliyet fonksiyonu, ağırlık matrisleri olarak bilinen Q ve R matrislerinin seçimi ile belirlenmektedir.

$\dot{x} = Ax + Bu$ şeklinde durum kapalı çevrim sistemi ve $x = x_0$ başlangıç koşulları ile zamanla değişmeyen doğrusal bir sistemin denetim girişi $u = -Kx$ şeklinde durum geri besleme formunda tanımlı olduğu, kapalı çevrim sistem dinamiği $\dot{x} = (A - BK)x$ formuna dönüşür ve burada Klqr kazancı maliyet fonksiyonu temel alınarak yapılır. Şöyle ki maliyet fonksiyonu,

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (25)$$

denkleminde, R ve Q matrisi örnek 1 olarak seçildiğinde en uygun denetim kazancı,

$$Klqr = [-316 \ 4706 \ -588 \ 1317] \quad (26)$$

olarak bulunmuştur.

3. Bulgular

Bu çalışmada İTDA'nın denge sorunu için geribeslemeli doğrusallaştırma, Kutup Atama(pole placement) ve LQR denetleyici sistemleri geliştirilmiştir. En iyi performansı sağlayabilmek için kalıcı durum hatası, referans konuma oturma zamanı, denge açısındaki salınım süresi hızdaki ve açısal hızdaki değişimin iyileştirilme çalışması deneysel olarak kazançların değiştirilmesi suretiyle denetleyici performansı attırılmaya yönelik olmuştur. Bu denetleyicilerin dönüş ve eğim üzerine etkileri incelenmiş ve bu bölümde analiz edilmiştir.

Bütün bu yapılan kontrolcülerde konumun referansa oturma zamanı ile denge açısının maksimum salınım derecesi arasında ters ilişki bulunmaktadır. Örneğin İTDA referans konuma hızlı bir şekilde oturması istenildiğinde denge açısı ters yönde açı yaparak referansa en kısa sürede ulaşmaya çalışmakta ve buda salınıma neden olmaktadır. Kontrolcülerde kazanç değerleri akraşift veya nazik seçildiğinde konum, hız, salınım süresi, salınım seviyesi gibi değerler birbirlerine göre farklı çıkmakta buda kontrolcülerin karşılaştırılması zorlaştırmaktadır. Bu çalışmanın uygulanabilirliği açısından ve denetleyicilerin karşılaştırılmasının etik olabilmesi için kazanç değerleri eğim(düşme) açısının maksimum seviyesi 30 derece olarak belirlenmiş ve diğer performans değerleri üzerinden karşılaştırma yapılmıştır.

3.1. Geribeslemeli Doğrusallaştırma ile Denetleyici Benzetimi

Doğrusal olmayan sistem denklemi (dinamik denklem modellemesi) (8) de verilen ve Matlab Simulink ortamında tasarlanan İTDA'nın sistem parametre değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. İTDA için sistem parametre değerleri

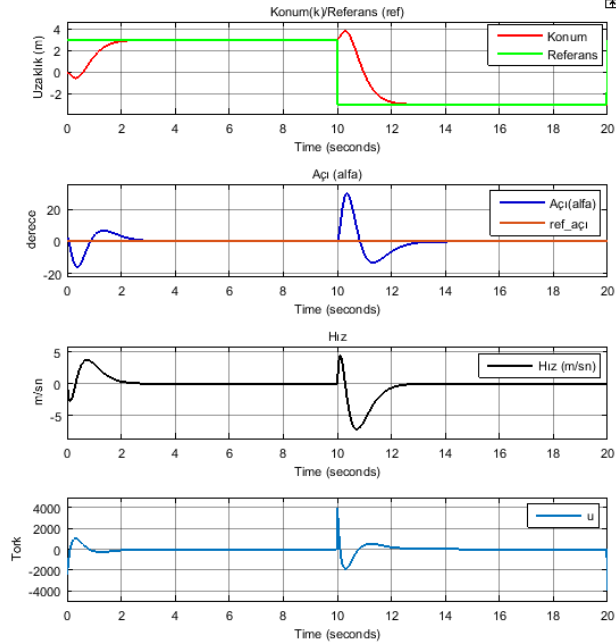
Parametre	Tanım	Değer
m_y	Yükün ağırlık merkezinin kütlesi	60.5 kg

m_t	Tekerleklerin ve gövdenin kütlesi	40.5 kg
g	Yer çekimi ivmesi	9.98 m/s ²
l	Yükün ağırlık merkezinin gövde merkezine uzaklığı	1 m
r	Tekerlek yarıçapı	0.2 m
b	Tekerlekler arası mesafe	0.6 m
s_1	Tekerlek ile yer arasındaki sürtünme katsayısı	10
s_2	Motor ile gövde arasındaki sürtünme katsayısı	10

Geribeslemeli doğrusallaştırma ile tasarlanan denetleyicilerde kullanılan k_1, k_2 denetim parametreleri deneme yanılma yoluyla en iyi performans

$$k_1=20.124 , k_2=8.423$$

olarak seçildiğinde, sistemi dengede tutabilmek için denetim girişi u , konumun referansı takip edişi, hızdaki değişim ve α açısındaki değişim Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. Geribeslemeli doğrusallaştırma ile denetlenen sistemin konum-referans, açı, hız, denetim girdisi(u) grafiği.

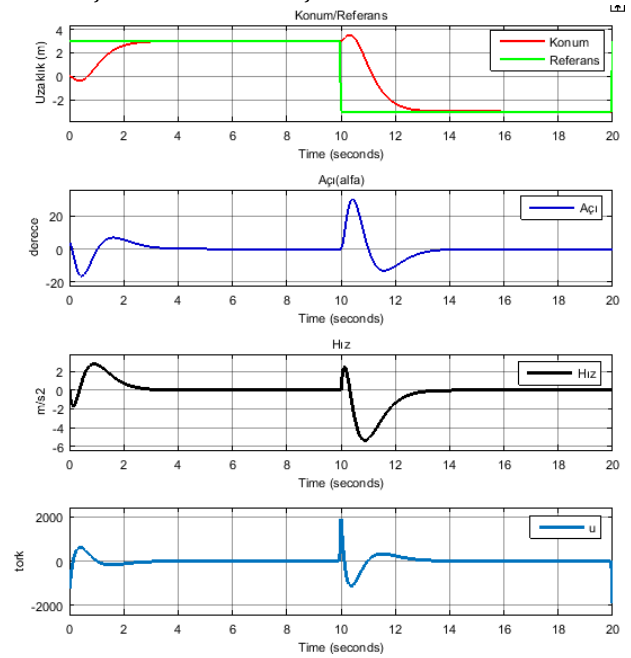
3.2. Kutup Atama Yöntemi ile Denetleyici Benzetimi

Durum uzay modellemesi denklem (15)'de verilen İTDA'nın Matlab Simulink ortamında verilen denklemlerle eşdeğer olarak tasarlanmıştır. Kutup atama ile denetleyici bölümünde tasarlanan sistemin parametre değerleri Tablo 1'e göre alınmıştır. Denetleyicinin kutup değeri root locus grafiğinden

2.988 olarak seçilmiştir. Bu kutup değerine göre oluşacak K geri besleme kazanç katsayıları,

$$K=[-323.4796 \quad 3483.4 \quad -441.7154 \quad 907.4243] \quad (27)$$

olarak çıkarılmıştır. İTDA'nı dengede tutabilmek için bir önceki denetleyiciye benzer olarak denetim girişi u , konumun referans, hız ve α açısının grafikleri toplu olarak Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Kutup atama yöntemi ile denetlenen sistemin konum-referans, açı, hız, denetim girdisi(u) grafiği

3.3. LQR ile Denetleyici Benzetimi

Durum uzay modellemesi (15) de ve Matlab Simulink ortamında gösterimi Şekil 5'te verilen İTDA'nın sistem parametre değerleri Tablo 1'deki veriler baz alınarak LQR ile denetleyici benzetimi yapılmıştır. LQR Denetleyicinin Q ve R ağırlık değeri,

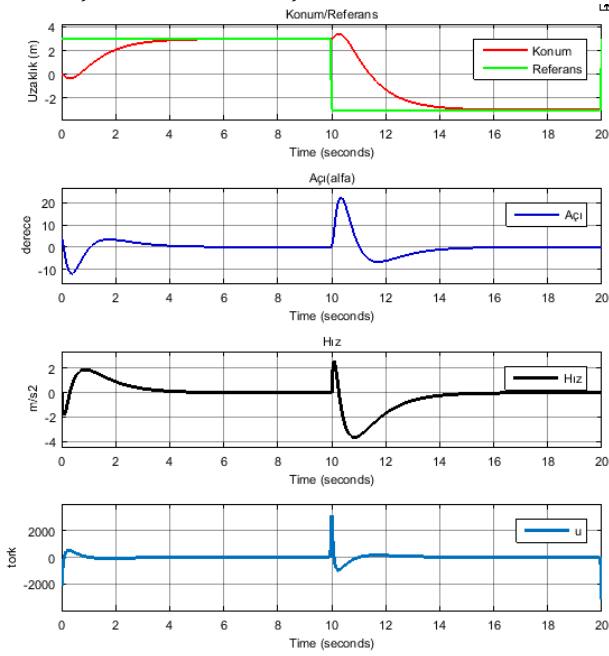
$$R = [0.034], \quad Q = \begin{bmatrix} 9500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (28)$$

olarak seçilmiştir. Bu seçilen Q ve R ağırlık değerlerine göre oluşacak K_{lqr} geri besleme kazanç katsayıları,

$$K_{lqr}=[-528.5941 \quad 6211,08 \quad -921.41 \quad 1766.79] \quad (29)$$

olarak çıkarılmıştır. İTDA'nı dengede tutabilmek için bir önceki denetleyiciye benzer olarak denetim girişi u ,

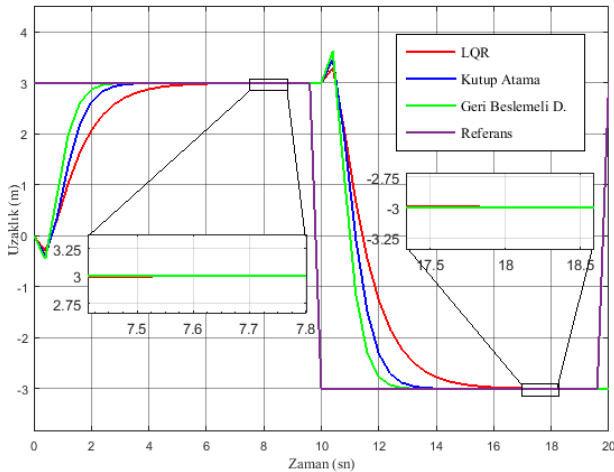
konumun referans, hız ve α açısının grafikleri toplu olarak Şekil 11’de verilmiştir.



Şekil 11. LQR yöntemi ile denetlenen sistemin konum-referans, açı, hız, denetim girdisi(u) grafiği

4. Tartışma ve Sonuç

Bu bölümde kontrolörlerin birbirlerine göre üstünlükleri ve eksiklikleri araştırılmıştır. Bu karşılaştırmada denetleyicilerin Şekil 13’de verilen sistemin α açısal salınımlarının ikinci referans ile beraber gelen maksimum eğim seviyesi (düşme açısı) 30 derece olacak şekilde ortak olarak ayarlanmıştır. Denetleyicilerin sistemi referans olarak istenilen konum ulaşmalarındaki performansları grafik olarak Şekil 12’de verilmiştir.



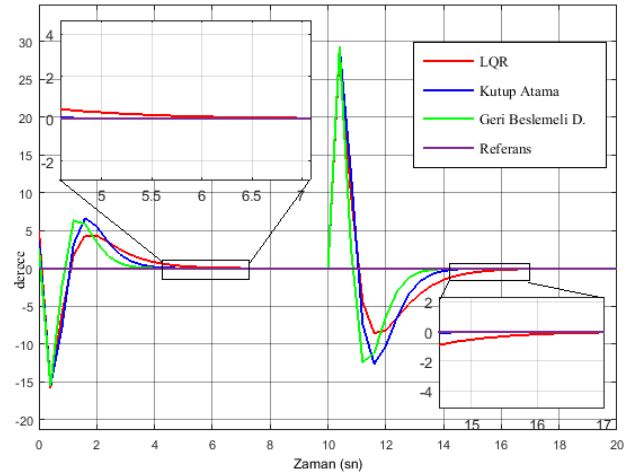
Şekil 12. Denetleyicilerin konumun değişimi

Denetleyicilerin 1. referans noktası (+3) ve 2. referans noktası (-3) konumuna göre vermiş olduğu cevabın dinamik performans kriterlerinin karşılaştırması Tablo 2’de verilmiştir. Aşma mesafesi referansa ilerlemeye başlamadan önceki geriye doğru yaptığı ters mesafedir.

Tablo 2. Denetleyicilerin konum denetim karşılaştırma sonuç tablosu

Metot	Performans İndeksi			
	1. Referans (+3)			
	Tr - %90- (Yükselme Zamanı)(sn)	Ts -%100- (Oturma Zamanı)(sn)	Aşma Mesafesi (cm)	Kalıcı Durum Hal Hata
LQR	3.2	4.8	29	0
Kutup Atama	2.1	3	38	0
Geribeslemeli D.	1.7	2.4	45	0
	2. Referans (-3)			
	Tr - %90- (Yükselme Zamanı sn)	Ts -%100- (Oturma Zamanı sn)	Aşma Mesafesi (cm)	Kalıcı Durum Hal Hata
LQR	3.8	5.2	35	0
Kutup Atama	2.4	3.2	47	0
Geribeslemeli D.	1.9	2.6	67	0

LQR, kutup atama ve geribeslemeli doğrusallaştırma ile denetlenen İTDA’nın istenilen referans konuma giderken yaptıkları α denge açısının değişim grafiği Şekil 13’de verilmiştir.



Şekil 13. Denetleyicilerin α açısının değişimi

LQR, Tablo 2 ‘de verildiği gibi referans konuma ulaşmada yükselme ve oturma zamanı bakımından en uzun süreye sahip olsa da Şekil 13’de görüldüğü gibi en az salınma sahip denetleyici olmuştur. Denetleyicilerin hareket esnasında Şekil 13’de verilen α açı değişimine göre performanslarının karşılaştırma sonuçları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Denetleyicilerin denge açısı α karşılaştırma sonuç tablosu

Metot	Performans İndeksi		
	1. Referans (+3)		
	Toplam Salınım Süresi(sn)	Salınım Derecesi	Ters Salınım Süresi(sn)
LQR	4.4	4.5	1.12
Kutup Atama	3.7	6.7	1.1
Geribeslemeli D.	2.9	6.6	0.9
Metot	2. Referans (-3)		
	Toplam Salınım Süresi(sn)	Salınım Derecesi	Ters Salınım Süresi (sn)
	LQR	4.8	-8.7
Kutup Atama	4.2	-13	1.1
Geribeslemeli D.	3.4	-12.8	0.9

İTDA'na konum olarak 1. referans noktası (+3m) verildiğinde;

- Geribeslemeli doğrusallaştırmanın yükselme zamanı 1.7sn iken Kutup Atama yöntemi 0.4sn ve LQR yöntemi ise 1.5sn geride kalmıştır.
- Hedefe hareketi esnasında denge açısında geribeslemeli doğrusallaştırma 2.9sn'lik salınım yaparak en fazla 6.6 derecelik eğime ulaşmıştır. Kutup Atama yöntemi ise 3.7sn'lik salınım yaparak en fazla 6.7 derecelik eğime ulaşmış ve LQR 4.4sn'lik salınım yaparak en fazla 4.5 derecelik eğime ulaşmıştır.
- Geribeslemeli doğrusallaştırmanın diğerlerinden daha düşük 0.9sn'lik ters salınım ile 45cm hedeften geriye doğru aşma mesafesi yaparak en hızlı olan 2.4sn'de oturma zamanına ulaşmıştır.
- Bunun yanında Kutup Atama yöntemi 1.1sn'lik ters salınım ve 38cm'lik aşma mesafesi yaparak 3sn'de hedefe %100 oturma yapmıştır. LQR 29cm'lik en kısa aşma mesafesini 1.12 sn 'de yaparak 4.8sn'de hedefe %100 oturma gerçekleştirmiştir.

İTDA'na konum olarak 1. referans (+3m) noktasında iken 2. referans noktası -3m verildiğinde;

- Geribeslemeli doğrusallaştırma en kısa ters salınım süresi 0.9sn'lik ters hareketle 67cm hedeften geriye doğru en uzak mesafeye gitmesine rağmen 1.9sn'lik yükselme zamanı ile 2.6sn'de hedefe %100 oturma gerçekleştirmiştir. Kutup Atama yöntemi 1.1sn'lik ters salınım ve 47sm'lik aşma mesafesi yaparak 3.2sn'de hedefe %100 oturma gerçekleştirmiştir.

LQR ise 45cm'lik en kısa aşma mesafesini 1sn 'de yaparak 5.2sn'de hedefe %100 oturma yapmıştır.

- -3m hedefine hareketi esnasında denge açısında geribeslemeli doğrusallaştırma 3.4sn'lik salınım yaparak en fazla -12.8 derecelik eğime ulaşmıştır. Kutup Atama yöntemi ise 4.2sn'lik salınım yaparak en fazla -13 derecelik eğim gerçekleştirmiş ve LQR 4.8sn'lik salınım yaparak en fazla -8.7 derecelik eğime ulaşmıştır.
- Yükselme zamanı geribeslemeli doğrusallaştırmanın 1.9sn iken Kutup Atama yöntemi 0.5sn ve LQR yöntemi ise 1.9sn geride kalmıştır. Hızlı yükseliş oturma zamanına da etki ederek geribeslemeli doğrusallaştırma 2.6sn de hedefe yerleştiğinde Kutup Atama yöntemi 0.6sn ve LQR 2.6sn geride kalmıştır.

Sonuç olarak bu çalışmada; iki tekerlekli kendini dengeleyen mobil bir araç matematiksel modellemeleri, çizim ortamında 3 boyutlu tasarımı, denetleyici tasarımı ve Matlab ortamında 3 boyutlu denetimi gerçekleştirilmiştir. İki tekerlekli denge aracının denetleyicisi, üstündeki cisim veya kişiyi dengede tutarken istenilen yörüngeye ulaştırmaktadır. Bunun için aracın konumunun yanında denge açısının, sol/sağ dönüş açısı ve hızının denetimi gerçekleştirilmiş ve bu denetimler esnasında motorlara aktarılması gereken enerji miktarı sürtünme enerjileri dâhil edilerek verilmiştir. İTDA'nın denetleyici olarak doğrusal olmayan sistemler için kullanılan geribeslemeli doğrusallaştırma ve doğrusal sistemler için kullanılan Kutup Atama ve LQR denetim metotları kullanılmıştır. Kullanılan denetim metotlarının konum, denge açısı, hız ve motor tork değişimlerinin grafikleri verilerek karşılaştırmaları yapılmıştır. Yapılan karşılaştırmalarda geribeslemeli doğrusallaştırmanın aynı şartlarda Kutup Atama yöntemi ve LQR 'den daha yüksek performans verdiği gözlemlenmiştir. Geribeslemeli doğrusallaştırma aşma mesafesi yüksek olmasına ve denge açısının diğerleriyle yaklaşık aynı olmasına rağmen hedef noktasına en hızlı ulaşan denetleyici olmuştur. LQR 'ün düşük enerji kullanımı olduğu ve performans açısından diğerlerinden en düşük seviyede kaldığı görülmüştür. Geribeslemeli doğrusallaştırma kişiyi istenilen konuma götürmede diğerlerinden daha hızlı olmasının yanında denge açısındaki bozulma fazla olmamıştır. Bu nedenle Segway tarzı ters sarkaç denge sistemlerinde oldukça kullanışlı olacağı görülmektedir. 3 boyutlu tasarımı gerçek boyutlara göre yapılan İTDA'nın ileriki çalışmalarda uygulaması önerilebilir. Geribeslemeli Doğrusallaştırma, LQR ve Kutup Atama yöntemine göre çok daha uzun matematiksel işlemler barındırdığından

işlemci kapasitesinin yüksek seçilmesi İTDA'nın tepki süresini doğrudan etkileyebilmektedir.

Kaynaklar

- [1] Baloh M., Vermeiron L., Dequidt A., Guerra M., (2003). Modeling and Model Verification of an intelligent self balancing two-wheeled vehicle for an autonomous urban transportation system, *Control Engineering Practice*, 19(7), 744-756, doi: 10.1016/j.conengprac.2011.04.002
- [2] Bogdanov A.,(2004) Optimal control of a double inverted pendulum on a cart, Oregon Health & Science University, School of Science and Engineering, https://www.researchgate.net/publication/250107215_Optimal_Control_of_a_Double_Inverted_Pendulum_on_a_Cart.(Son erişim tarihi:01.07.2021)
- [3] Umay Y., (2018). İki tekerlekli kendini dengeleyen mobil bir aracın kontrolü. (Yüksek Lisans Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü)
- [4] Kiriz, S., (2008). Doğrusal olmayan ters sarkaç sisteminin tasarımı ve kontrolü. (Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü)
- [5] Uzun, E., (2021). İki tekerlekli denge araçları için geribeslemeli doğrusallaştırma tabanlı denetleyici tasarımı. (Yüksek Lisans Tezi, Isparta Uygulamalı Bilimler Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü)
- [6] Ha J. S. & Lee J. J., (2012). Position control of mobile two wheeled inverted pendulum robot by sliding mode control, 2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems, 715–719, IEEE.
- [7] Key, M. S., Jeon, C. G., Yoo, D. S., (2012). Sliding mode control for a two wheeled inverted pendulum mobile robot driving on uniform slopes, 2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems, 2159–2162, IEEE
- [8] Key, M. S., Jeon, C. G., Yoo, D. S., (2012). Sliding mode control for a two-wheeled inverted pendulum mobile robot driving on uniform slopes, içinde 2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems, ss. 2159–2162, IEEE.
- [9] Xu J. X., Guo Z. Q., Lee T. H., (2014). Design and Implementation of Integral Sliding-Mode Control on an Underactuated Two-Wheeled Mobile Robot, *IEEE Transaction Industrial Electronics*, 61(7), 3671–3681, doi: 10.1109/TIE.2013.2282594
- [10] Kim, Y., Kim, S. H., Kwak, Y. K., (2005). Dynamic Analysis of a Nonholonomic Two-Wheeled Inverted Pendulum Robot, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 44(1), 25–46. doi:10.1007/s10846-005-9022-4
- [11] Nawawi, S. W., Ahmad M. N., Osman, J. H., Husain, A. R., Abdollah, M. F., (2006). Controller Design for Two-wheels Inverted Pendulum Mobile Robot Using PISMC, 4th Student Conference on Research and Development, 4,194–199. doi:10.1109/SCORED.2006.4339337
- [12] Nawawi S. W., Ahmad, M. N., Osman J. H. S., (2010). Real-time control of a two wheeled inverted pendulum mobile robot, *World Academy of Science Engineering and Technology*, 39, 214–220, doi:10.5772/10362
- [13] Park M. S. & Chwa, D., (2009). Orbital Stabilization of Inverted-Pendulum Systems via Coupled Sliding-Mode Control, *IEEE Transaction Industrial Electronics*, 56(9), 3556–3570, doi: 10.1109/TIE.2009.2021178
- [14] Park M. S. & Chwa D., (2009). Swing-Up and Stabilization Control of Inverted Pendulum Systems via Coupled Sliding-Mode Control Method, *IEEE Transaction Industrial Electronics*, 56(9), 3541–3555. doi: 10.1109/TIE.2009.2012452
- [15] Pathak K., Franch J., Agrawal S.K. Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization, *IEEE Transaction Industrial on Robotics*, 21(3), 1552–3098 doi:10.1109/TRO.2004.839230
- [16] Peker F., Kaya İ., (2017). Ters sarkaç sisteminin PI-PD denetleyici kullanılarak kontrol edilmesi (Yüksek Lisans Tezi, Dicle Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü)
- [17] Ren T. J., Chen T. C., Chen C.-J., (2008). Motion control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID controller, *Control Engineering Practice*, 16(3), 365–375. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2007.05.007>
- [18] Tsai C. C., Huang H. C. Lin S. C., (2010). Adaptive Neural Network Control of a Self-Balancing Two-Wheeled Scooter, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 57(4), 1420–1428. doi: 10.1109/TIE.2009.2039452
- [19] Xu J. X., Guo Z. Q., Lee T. H., (2013). Design and Implementation of a Takagi-Sugeno-Type Fuzzy Logic Controller on a Two-Wheeled Mobile Robot, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 60(12), 5717–5728, doi: 10.1109/TIE.2012.2230600.
- [20] Beer F. P. & Johnston E.R. (2007). Mühendisler için vektör mekaniği: Dinamik. ABD, The McGraw-Hill Companies, Inc.
- [21] Stoline E. J. & Li W., (2010). *Applied Nonlinear Control*, United States of America, Prentice-Hall, Inc.

Ekler

Ek A. Sistemin dinamik denklemi

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\alpha} \\ \frac{-m_y^2 l^3 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha + m_y^2 l^2 g \sin \alpha \cos \alpha - m_y l^2 s_1 \dot{k} - m_y l \cos \alpha s_2 \dot{\alpha}}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} \\ \frac{-m_y^2 l^2 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha + (m_t + m_y) m_y g l \sin \alpha - m_y l \cos \alpha s_1 \dot{k} - (m_t + m_y) s_2 \dot{\alpha}}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{m_y l \cos \alpha}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} \\ \frac{m_t + m_y}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} \end{bmatrix} u \tag{8.1}$$

Ek B. $f_2(x)$ denklemi

$$f_2(x) = \frac{-m_y^2 l^2 \dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \alpha + (m_t + m_y) m_y g l \sin \alpha - m_y l \cos \alpha s_1 \dot{k} - (m_t + m_y) s_2 \dot{\alpha}}{(m_t + m_y)(m_y l^2) - m_y^2 l^2 \cos^2 \alpha} \tag{11}$$