

Vuilleumier Makinası Nonlinear Analizi

Necati ULUSOY

SDÜ. Müh-Mim Fak. Makina Mühendisliği Bölümü, ISPARTA

Termik olarak tahrik edilen Vuilleumier makinası, soğutma ve ısıtma amaçlı kullanılabilen bir ısı pompasıdır. Güneş enerjisi dahil hemen her türlü ısı kaynağını kullanabilme özelliği, yenilenebilir enerji kaynaklarından yararlanmak için alternatif bir makine olarak değerlendirilmesini sağlamaktadır. Serbest pistonlu tip Vuilleumier makinesinde iki piston, titreşim yapan iki serbestlik dereceli bir yay-kütle sistemi oluşturmakta ve dinamik olarak bir çift ikinci dereceden nonlinear diferansiyel denklemlerle modellenmektedir. Bu çalışmada söz konusu iki serbestlik dereceli nonlinear dinamik sistemin bir sinüzoidal kuvvetle zorlanması halinde genlik cevabı çok zaman ölçekli metotla araştırıldı. Sistem parametrelerinin, sabit genlikli çözümün kararlılığı ve çatallanması(bifurcation) üzerine etkileri belirlendi. Sonuçlar, değişik zorlayıcı frekans aralıklarında sistemin sabit genlik cevabında sıçrama olayının ortaya çıktığını göstermiştir.

Anahtar Kelimeler:Vuilleumier Makinası, Nonlinear Analiz

SDÜ. Müh-Mim Fak. Makina Mühendisliği Bölümü, necatiulusoy@sdu.edu.tr

Nonlinear Analysis Of Vuilleumier Machines

Necati ULUSOY

SDÜ. Faculty of Engineering and Architecture, Department of Mechanical Engineering,
West Campus, 32260 Çünür- Isparta / TURKEY

Thermally driven Vuilleumier machine is a heat pump used for both heating and cooling. Ability to use almost all kind of heat source, including solar energy, makes it a viable alternative machine for using with renewable energy sources. Two pistons in Free-piston type Vuilleumier machine is essentially a vibrating two degree of freedom spring mass system and can be dynamically modeled, leading to a set of coupled nonlinear ordinary differential equations. In this study, amplitude response of the system to an harmonic force is investigated using the method of multiple time scales. Effects of the system parameters on the stability and bifurcation of stationary amplitude response are determined. Results show that, jump phenomena in the stationary amplitude response occur at some values of the forcing frequency.

Key Words: Vuilleumier Machine, Nonlinear Analysis

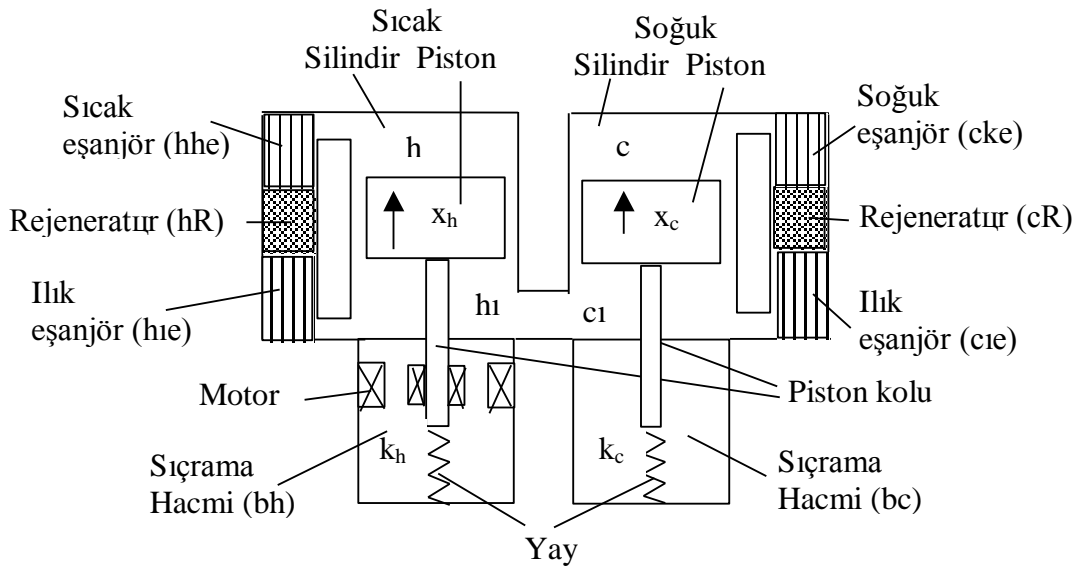
SDÜ. Faculty of Engineering and Architecture, Department of Mechanical Engineering,
necatiulusoy@sdu.edu.tr

1 GİRİŞ

Vuilleumier çevrimi ile çalışan ısı pompalarının soğutma ve ısıtma amaçlı kullanılabilmesi son yıllarda yapılan çalışmalarla gösterilmiştir [1]. Vuilleumier ısı pompası termik olarak tahrik edilen bir ısı pompasıdır. Yeterince yüksek sıcaklık sağlayabilen herhangi bir ısı kaynağı tahrik için kullanılabilir. Bu özelliği, Vuilleumier makinasını, güneş enerjisi veya jeotermal enerji gibi yenilenebilir enerji kaynaklarının ısıtma ve soğutma amaçlı kullanımında önemli bir alternatif yapmaktadır. Vuilleumier ısı pompasının verimlilik, yenilenebilir enerji kullanabilme ve çevre kirliliği açısından mevcut CFC kullanan ısı pompalarına göre belirgin üstünlükleri olmasına rağmen birim ağırlık başına düşük güç üretmesi onun mevcut ısı pompaları ile rekabetini önlemektedir. Düşük birim güç üretiminin sebebi Vuilleumier ısı pompalarında kullanılan büyük ve ağır krank mekanizmasıdır. Birim güç üretiminin artırılmasının bir yolu bu makineyi kranksız yani serbest pistonlu olarak tasarlamaktır. Son yıllarda yapılan

çalışmalar ve tasarlanıp üretilen serbest pistonlu Vuilleumier prototip ısı pompaları ümit vericidir [2,3].

Şekil 1 de [2] tarafından tasarlanıp üretilen ve test edilen bir prototip serbest pistonlu Vuilleumier ısı pompası şematik olarak görülmektedir. Makina bir sıcak silindir, bir soğuk silindir ve bir yanma odasından (şekilde gösterilmemiştir) oluşmaktadır. Silindirler içerisinde bulunan pistonlar aksel olarak ileri geri hareket ederken makina içerisinde bulunan sabit miktardaki gaz silindirlerin bir ucundan diğer ucuna ısı değiştiricilerden geçerek hareket etmektedir. Sıcak silindir içerisinde ısınarak genişleyen gaz ısıyı işe çevirmekte, soğuk silindir bu işi kullanarak ısı pompalamaktadır. Sıcak ve soğuk silindirler içerisinde bulunan serbest pistonlar birer yay aracılığı ile makina gövdesine bağlanmışlardır. Bu haliyle pistonlar iki serbestlik derecesine sahip bir dinamik kütle-yay sistemi oluşturmaktadır.



Şekil 1. Serbest Pistonlu Vuilleumier Isı Pompası Şematik Görünüşü

Sistem zorlamasız kendi doğal frekansı ile titreşebildiği halde, istenilen frekans ve genlikte hareket elde etmek için, sıcak piston bir lineer elektromotor tarafından aksel olarak tahrik edilmekte ve bunun sonucu zorlanmış yay-kütle sistemi haline gelmektedir.

Serbest pistonlu Vuilleumier makinası dinamiğinin lineer analizi [2] ve [3] tarafından gerçekleştirilmiştir. Söz konusu çalışmalarda, sistemi matematiksel olarak modelleyen diferansiyel hareket denklemleri lineerleştirilerek pistonlar için nötr kararlı periodik hareket şartları araştırılmıştır. Lineer olarak bulunan periodik hareket yapısal olarak kararlı olamaz. İhmal edilen yüksek dereceden terimler periodik hareketin sönümlenmesine veya bir başka stasyoner çözümün ortaya çıkmasına sebep olabilir.

Bu çalışmada serbest pistonlu Vuilleumier makinası dinamiği bir nonlineer matematiksel modelle incelenmiştir. Modelde gaz basıncı değişimi pistonlar üzerine etkiyen bir lineer sönümleyici ve nonlineer geri çağırıcı kuvvet olarak yer almaktadır. Lineer elektrik motoru sinüzoidal bir tahrik kuvveti olarak kabul edilmiştir.

Çok zaman ölçekli metot kullanılarak ikinci derece diferansiyel hareket denklemleri çiftinden, sistemin rezonans dinamiğini belirleyen dört adet birinci derece diferansiyel genlik denklemleri elde edildi. *Matemática* [4] kullanılarak, genlik denklemlerinin sabit çözümlerinin kararlılığı ve çatallanması (bifurcation) araştırıldı.

2 HAREKET DENKLEMLERİ

Şekil 1 esas alınarak, sıcak ve soğuk pistonlar için hareket denklemleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} m_h \ddot{x}_h + c_h \dot{x}_h + k_h x_h &= A_{hr} (P_{bh} - P) + F_e \cos \omega t \\ m_c \ddot{x}_c + c_c \dot{x}_c + k_c x_c &= A_{cr} (P_{bc} - P) \end{aligned} \quad (1)$$

Burada, c_h ve c_c , sıcak ve soğuk silindirlere ait ısı değiştiricilerde viskoz sürtünme nedeni ile meydana gelen basınç düşmelerini temsil eden sönümleme terimlerinin katsayılarıdır. m piston kütlesi, A_{hr} ve A_{cr} sıcak ve soğuk piston kollarının kesit alanları ve F_e sinüzoidal motor tahrik kuvveti genliğidir. Çalışma hacmi içindeki P gaz basıncının ani değerinin hacimsel olarak üniform olduğu kabul edilmiştir. Silindirlere ve ısı değiştiricilere izoterm kabul edilerek kütlelerin korunumu ve ideal gaz kanunları kullanılarak P basıncı aşağıdaki gibi ifade edilebilir [5]:

$$P = \frac{P_o}{1 + a_h x_h - a_c x_c}, \quad a_h = \frac{1}{\zeta} \left[\frac{A_h - A_{hr}}{T_m} - \frac{A_h}{T_h} \right], \quad a_c = \frac{1}{\zeta} \left[\frac{A_c}{T_c} - \frac{A_c - A_{cr}}{T_m} \right], \quad \zeta = \sum \frac{V_j}{T_j} \quad (2)$$

Burada indis j Şekil 1 de gösterilen hacimleri temsil etmektedir. V ve T ilgili hacmi ve içerisindeki gazın sıcaklığını göstermektedir. Sıçrama hacimindeki değişim oranı küçük olduğundan bu hacimlerdeki basınçlar sabit ve $x_h = x_c = 0$ konumundaki ortalama gaz basıncı P_o e eşit kabul edilmiştir: $P_{bh} = P_{bc} = P_o$. Denklem (2) de verilen P ifadesi $x_h = x_c = 0$ etrafında üçüncü dereceye kadar Taylor serisine açılarak (1) denklemlerinde yerine yazıldığında hareket denklemleri aşağıdaki hale gelir:

$$\begin{aligned}
 m_h \ddot{x}_h + c_h \dot{x}_h + (k_h - P_o A_{hr} a_h) x_h &= -P_o A_{hr} a_c x_c + P_o A_{hr} (-y^2 + y^3) + F_e \cos \omega t \\
 m_c \ddot{x}_c + c_c \dot{x}_c + (k_c + P_o A_{cr} a_c) x_c &= P_o A_{cr} a_h x_h + P_o A_{cr} (-y^2 + y^3) \\
 y &= a_h x_h - a_c x_c
 \end{aligned} \quad (3)$$

Denklem (3) den, sıcak pistonun pozitif bir rezonansa sahip olabilmesi için $k_h > P_o A_{hr} a_h$ şartını sağlayan mekanik bir yaya gereksinim olduğu, soğuk pistonun mekanik yay olmadan ($k_c=0$) da bir pozitif rezonansa sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Denklem (3) aşağıdaki tanımlamalar kullanılarak boyutsuzlaştırılmıştır:

$$\begin{aligned}
 \tau = \omega t \quad \frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\tau} \quad u_h = x_h/L \quad u_c = x_c/L \quad \tilde{y} = y/L \\
 \xi_h = \frac{c_h}{2m_h \omega} \quad \xi_c = \frac{c_c}{2m_c \omega} \quad \mu_h = \frac{P_o A_{hr}}{m_h \omega^2 L} \quad \mu_c = \frac{P_o A_{cr}}{m_c \omega^2 L} \quad \Omega_h = \frac{\omega_h}{\omega} \\
 \Omega_c = \frac{\omega_c}{\omega} \quad f_e = \frac{F_e}{m_h \omega^2 L} \quad \alpha_h = a_h L \quad \alpha_c = a_c L \\
 \omega_h = \sqrt{(k_h - P_o A_{hr} a_h)/m_h} \quad \omega_c = \sqrt{(k_c + P_o A_{cr} a_c)/m_c}
 \end{aligned}$$

Burada L, maksimum piston genliği, ω_h ve ω_c sıcak ve soğuk piston doğal frekanslarıdır. Yukarıda verilen tanımlamalar denklem (3) de yerine konulduğunda aşağıdaki boyutsuz hareket denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned}
 u_h'' + 2\xi_h u_h' + \Omega_h^2 u_h &= \mu_h (-\alpha_c u_c - \tilde{y}^2 + \tilde{y}^3) + f_e \cos \tau \\
 u_c'' + 2\xi_c u_c' + \Omega_c^2 u_c &= \mu_c (\alpha_h u_h - \tilde{y}^2 + \tilde{y}^3)
 \end{aligned} \quad (4)$$

Burada (') τ ya göre türevi göstermektedir.

3 ÇOK ZAMAN ÖLÇEKLİ METOT

Denklem (4) de verilen sistemin rezonans civarında tahrik edilmesi durumunda genlik cevabını incelemek için çok zaman ölçekli metot kullanılmıştır[6]. Bunun için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$\begin{aligned}
 u_h(\tau; \varepsilon) &\approx u_{h0}(T_0, T_1) + \varepsilon u_{h1}(T_0, T_1) \\
 u_c(\tau; \varepsilon) &\approx u_{c0}(T_0, T_1) + \varepsilon u_{c1}(T_0, T_1)
 \end{aligned} \quad (5)$$

Burada $T_0 = \tau$ hızlı zaman ölçeği ve $T_1 = \varepsilon \tau$ ise yavaş zaman ölçeğidir. Zamana göre türevler aşağıdaki şekli almaktadır:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{d\tau} &\approx D_0 + \varepsilon D_1 \\
 \frac{d^2}{d\tau^2} &\approx D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1
 \end{aligned} \quad (6)$$

Burada $D_0 = \partial/\partial T_0$ ve $D_1 = \partial/\partial T_1$ dir ve $O(\varepsilon^2)$ terimleri ihmal edilmiştir. İkinci olarak aşağıdaki yeniden ölçeklendirme işlemleri yapılmıştır:

$$\begin{aligned}
 \xi_h = \varepsilon \xi_h \quad \xi_c = \varepsilon \xi_c \quad \mu_h = \varepsilon \eta_h \quad \mu_c = \varepsilon \eta_c \quad f_e = \varepsilon F \\
 \Omega_h^2 = 1 + \varepsilon \sigma_1 \quad \Omega_c^2 = 1 + \varepsilon (\sigma_1 + \sigma_2)
 \end{aligned} \quad (7)$$

Burada ε , birden küçük pozitif seriye açılım parametresidir ve önüne geldiği terimlerin küçük olduğunu ima etmek için kullanılmaktadır ($0 < \varepsilon < 1$). σ_1 sıcak piston doğal frekansı ile zorlayıcı kuvvet frekansı arasındaki farkı, σ_2 ise soğuk ve sıcak piston doğal frekansları arasındaki farkı temsil etmektedir. (5-7) ifadeleri (4) denklemlerinde yerine konulup eşitliklerin iki tarafındaki aynı mertebeden ε un katsayıları eşitlendiğinde aşağıdaki denklemler elde edilir. $O(1)$ için:

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{h0} + u_{h0} &= 0 \\ D_0^2 u_{c0} + u_{c0} &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

ve $O(\varepsilon)$ için:

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{h1} + u_{h1} &= -2(\sigma_1 + D_0 D_1 + \zeta_h D_0) u_{h0} + \eta_h (-\alpha_c u_{c0} - \tilde{y}_0^2 + \tilde{y}_0^3) + F \cos \tau \\ D_0^2 u_{c1} + u_{c1} &= -2(\sigma_1 + \sigma_2 + D_0 D_1 + \zeta_c D_0) u_{c0} + \eta_c (\alpha_h u_{h0} - \tilde{y}_0^2 + \tilde{y}_0^3) \end{aligned} \quad (9)$$

(8) denklemlerinin kalıcı çözümleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} u_{h0} &= A_h(T_1) e^{iT_0} + cc. \\ u_{c0} &= A_c(T_1) e^{iT_0} + cc. \end{aligned} \quad (10)$$

Burada cc . kompleks eşleniktir. $A_h(T_1)$ ve $A_c(T_1)$ nin zamanla değişimi (9) un çözümü ile belirlenecektir. (10) da verilen çözümler (9) da yerine konulduğunda aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$\begin{aligned} D_0^2 u_{h1} + u_{h1} &= \\ \{-2[iA'_h + (\sigma_1 + i\zeta_h)A_h] - \eta_h \alpha_c A_c + 3(\alpha_h A_h - \alpha_c A_c)^2 (\alpha_h \bar{A}_h - \alpha_c \bar{A}_c) + F/2\} e^{iT_0} + cc. \\ D_0^2 u_{c1} + u_{c1} &= \\ \{-2[iA'_c + (\sigma_1 + \sigma_2 + i\zeta_c)A_c] + \eta_c \alpha_h A_h + 3(\alpha_h A_h - \alpha_c A_c)^2 (\alpha_h \bar{A}_h - \alpha_c \bar{A}_c)\} e^{iT_0} + cc. \end{aligned} \quad (11)$$

(11) denklemlerinin sağ tarafındaki frekansı 1 olan (seküler) terimlerin elimine edilebilmesi için:

$$\begin{aligned} -2[iA'_h + (\sigma_1 + i\zeta_h)A_h] - \eta_h \alpha_c A_c + 3(\alpha_h A_h - \alpha_c A_c)^2 (\alpha_h \bar{A}_h - \alpha_c \bar{A}_c) + F/2 &= 0 \\ -2[iA'_c + (\sigma_1 + \sigma_2 + i\zeta_c)A_c] + \eta_c \alpha_h A_h + 3(\alpha_h A_h - \alpha_c A_c)^2 (\alpha_h \bar{A}_h - \alpha_c \bar{A}_c) &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

şartının sağlanması gerekir. Burada $A'_h = \partial A_h / \partial T_1$, \bar{A}_h ise A_h in kompleks eşleniğidir. Kompleks değerli (12) denklemden reel değerli ifadeler elde etmek için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

$$A_h = \frac{1}{2} r_h e^{i\beta_h} \quad \text{ve} \quad A_c = \frac{1}{2} r_c e^{i\beta_c} \quad (13)$$

(13), (12) de yerine konulup reel ve sanal kısımlar ayrılırsa aşağıdaki genlik ve faz açısı denklemleri elde edilir:

$$\begin{aligned} r'_h &= \zeta_h r_h + \frac{1}{2} F \sin \beta_h + \frac{1}{2} \alpha_c \eta_h r_c \sin(\beta_c - \beta_h) [1 + \frac{3}{4} (\alpha_c^2 r_c^2 + \alpha_h^2 r_h^2)] - \\ &\quad \frac{3}{8} \alpha_c^2 \alpha_h \eta_h r_c^2 r_h \sin 2(\beta_c - \beta_h) \end{aligned} \quad (14)$$

$$r_h \beta'_h = \sigma_1 r_h - \frac{1}{2} F \cos \beta_h + \frac{1}{2} \alpha_c \eta_h r_c \cos(\beta_c - \beta_h) \left[1 + \frac{3}{4} \alpha_c^2 r_c^2 - \frac{9}{4} \alpha_h^2 r_h^2 \right] - \frac{3}{8} \alpha_c^2 \alpha_h \eta_h r_c^2 r_h \cos 2(\beta_c - \beta_h) - \frac{3}{4} \alpha_c^2 r_c^2 \eta_h r_h \alpha_h \quad (15)$$

$$r'_c = \zeta_c r_c + \frac{1}{2} \alpha_h \eta_c r_h \sin(\beta_c - \beta_h) \left[1 + \frac{3}{4} (\alpha_c^2 r_c^2 + \alpha_h^2 r_h^2) \right] - \frac{3}{8} \alpha_c \alpha_h^2 \eta_c r_c r_h^2 \sin 2(\beta_c - \beta_h) \quad (16)$$

$$r_c \beta'_c = (\sigma_1 + \sigma_2) r_c + \frac{1}{2} \alpha_h \eta_c r_h \cos(\beta_c - \beta_h) \left[1 + \frac{3}{4} \alpha_h^2 r_h^2 + \frac{9}{4} \alpha_c^2 r_c^2 \right] - \frac{3}{8} \alpha_c^2 \alpha_h^2 \eta_c r_c^2 r_h \cos 2(\beta_c - \beta_h) - \frac{3}{8} \alpha_c^3 r_c^3 \eta_c \quad (17)$$

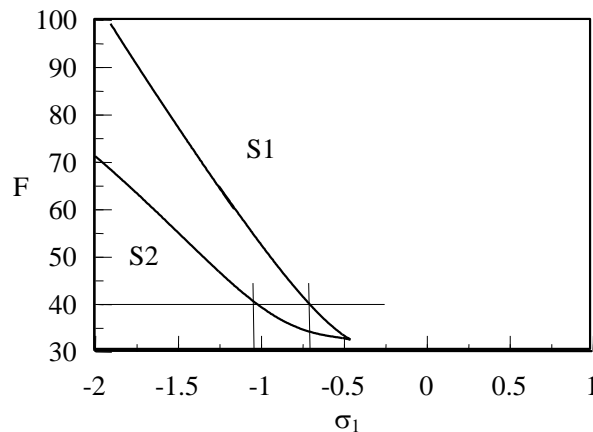
Bilindiği gibi (14-17) denklem sisteminin denge noktaları (4) de verilen dinamik sistemin periyodik çözümünü temsil eder. Denge noktaları ise $r'_i = 0$ ve $\beta'_i = 0$ ($i=h,c$) şartını sağlayan r_i ve β_i değerleridir. Denklem (14-17) nin sağ tarafları sıfıra eşitlenerek bulunan pozitif r_h ve r_c genlik değerleri, (14–17) denklem sisteminin stasyoner çözümüdür. Stasyoner çözümlerin kararlılığı, (14-17) denklemlerinin denge noktasında hesaplanan Jakobiyen matrisinin öz değerleri incelenerek belirlenebilir Jakobiyen matrisinin bütün öz değerleri negatif reel kısmı ise denge noktası kararlı, en az bir pozitif reel kısmı öz değeri varsa denge noktası kararsızdır [7].

4 ÖRNEK UYGULAMA

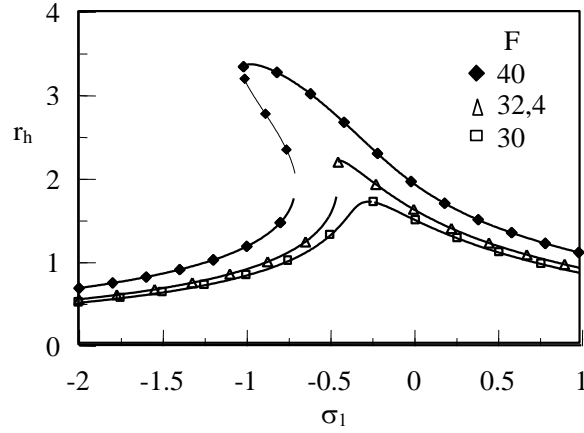
Sistem parametrelerin değişik değerleri için *Mathematica* programı kullanılarak önceki bölümde açıklanan yolla yapılan incelemelerin sonuçları grafik olarak verilmiştir. Sonuçlar (F, σ_1) çatallanma (bifurcation) seti ve (r_h, σ_1) genlik-frekans düzlemlerinde verilmiştir. Bütün sayısal incelemelerde:

$$\eta_h = 9,2 \quad \eta_c = 8 \quad \sigma_2 = -0,06 \quad \alpha_h = 0,04 \quad \alpha_c = 0,02$$

değerleri kullanılmıştır. Sönümlenme katsayıları ξ_h ve ξ_c nin iki farklı değeri için inceleme yapılmıştır. $\xi_h = \xi_c = 0,5$ değeri ile yapılan inceleme sonuçları Şekil 2 ve 3 de verilmiştir. Şekil 2 stasyoner çözümün çatallanmasını sağlayan (F, σ_1) parametre çifti değerlerinin oluşturduğu noktaları göstermektedir. Şekil 3, r_h stasyoner genlik değerinin σ_1 frekans ile değişimini F nin üç farklı değeri için gösteren rezonans diyagramıdır. $\xi_h = \xi_c = 0,35$ değeri için elde edilen (F, σ_1) çatallanma diyagramı Şekil 4 de, farklı iki F değeri için elde edilen (r_h, σ_1) rezonans eğrileri Şekil 5 de görülmektedir.



Şekil 2. Stasyoner Genlik Çözümü Çatallanma Diyagramı: $\xi_h = \xi_c = 0.5$

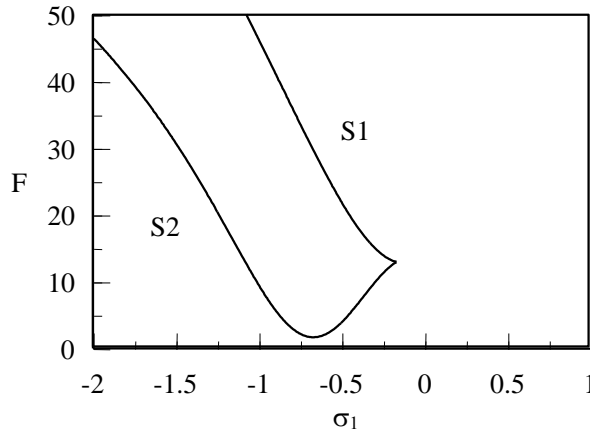


Şekil 3. Stasyoner Genlik Değerinin Frekansla Değişimi: $\xi_h = \xi_c = 0.5$

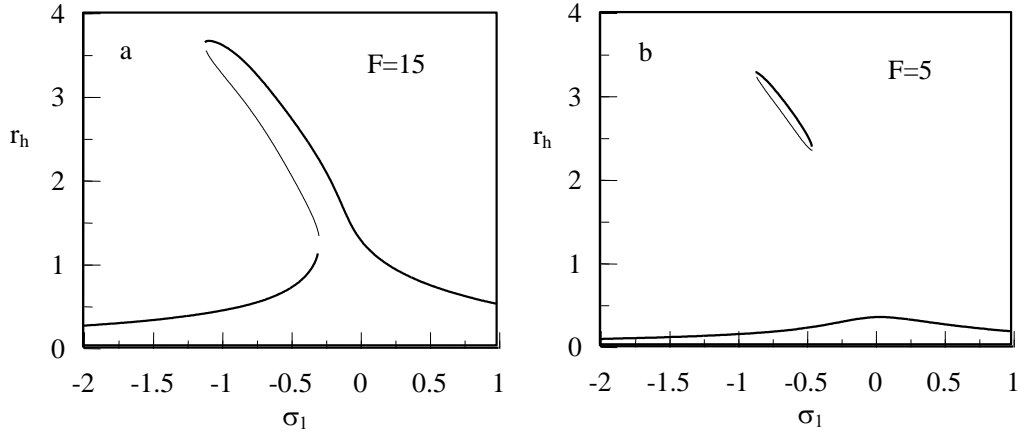
5 SONUÇLAR

(F, σ_1) parametre seti Şekil 2 deki çatallanma diyagramında S1 ve S2 eğrileri arasında kalan bölgede seçildiğinde (14-17) denklem sisteminin iki kararlı ve bunlar arasında bir kararsız olmak üzere üç farklı stasyoner çözümü vardır. Bu durum Şekil 3 de $F=40$ a karşılık olan rezonans eğrisinin yaklaşık $-1,1 < \sigma_1 < -0,7$ aralığında kalan bölgesinde gözlenebilmektedir. Burada ve diğer bütün rezonans eğrilerinde kararlı stasyoner çözümler sürekli, kararsız çözümler kesik çizgilerle gösterilmiştir. (F, σ_1) seti Şekil 2 deki iki eğrinin dışında seçildiğinde stasyoner çözüm tek değerli olmaktadır. Şekil 2 de F nin 32,4 ün altındaki değerleri için stasyoner çözümler her σ_1 değeri için tek değerlidir. Şekil 3 de $F=32,4$ e karşılık gelen eğri tek değerli çözüm ve üç değerli çözüm arasındaki geçişi göstermektedir. $F=30$ için, Şekil 2 ve 5 den açıkça görüldüğü gibi her σ_1 değerinde dinamik sistemin tek bir kararlı stasyoner çözümü vardır. Şekil 2 deki eğrilerin üzerindeki (F, σ_1) sınır değerlerinde stasyoner çözüm çatallanmaktadır. Bu noktalarda rezonans eğrisinde bir bükülme meydana gelmekte ve kararlı stasyoner genlik değerinde bir sıçrama meydana gelmektedir.

Sönümlenme katsayıları ξ_h ve ξ_c değerlerindeki azalma daha küçük tahrik kuvveti genliklerinde (F) de stasyoner çözümde çatallanma meydana gelmesine sebep olmaktadır. $\xi_h = \xi_c = 0,5$ için 32,4 ün üzerindeki F değerlerinde çatallanma gözlenirken (Şekil 2), $\xi_h = \xi_c = 0,35$ için F in yaklaşık 1,8 in üzerindeki değerlerinde çatallanma gözlenmektedir (Şekil 4). Ayrıca sönümlenme katsayılarının değerlerindeki azalma parçalı rezonans eğrilerinin ortaya çıkmasına sebep olmaktadır. Şekil 4 da S1 ve S2 çatallanma eğrilerinin birleşme noktası (yaklaşık $F=13$) ile $F=1,8$ arasındaki F değerleri için rezonans eğrileri parçalı olmaktadır (Şekil 5b).



Şekil 4. Stasyoner Genlik Çözümü Çatallanma Diyagramı: $\xi_h=\xi_c=0.35$



Şekil 5. Stasyoner Genlik Değerinin Frekansla Değişimi: $\xi_h=\xi_c=0.35$

KAYNAKLAR

- [1] Suganami, T., et al., 1990, "Vuilleumier Cycle Heat Pump", 3rd International Energy Agency Heat Pump Conference, p.585-590.
- [2] Kawajiri, K., et al., 1994, "Study of Free Piston Type Vuilleumier Heat Pump", 29th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, Monterey, CA.
- [3] Schulz, S., Thomas, B., 1992, "A Linear Model of a Free-Piston Vuilleumier Machine Compared to Experimental Results of a Prototype", 27th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference.
- [4] Wolfram, S., 1991, *Mathematica: A System for Mathematics by Computer*, Addison Wesley Publishing Company.
- [5] Ulusoy, N., McCaughan, F., 1993, "Dynamic Stability of Free Piston Stirling Engines", 14th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, Albuquerque, New Mexico, September 19-22.
- [6] Nayfeh, A. H., 1981, *Introduction to Perturbation Techniques*, Wiley New York.
- [7] Guckenheimer, J., Holmes, P., 1983, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields*, Springer-Verlag, New York, NY.