

Geliş Tarihi: 06.08.2004

Öz Değer ve Öz Vektörler Kullanılarak *Hyalopterus pruni* L. Populasyonuna Ait Bazı Parametrelerin Tahmini

Gürol ZIRHLIOĞLU⁽¹⁾

M.Salih ÖZGÖKÇE⁽²⁾

Özet: Doğum, ölüm ve göç olayları populasyon yoğunluğunu etkileyen temel faktörlerdir. Populasyon çalışmalarında pek çok tür için önemli özelliklerden biri olan organizmanın yaşı, organizmaların yaşam ve çoğalmaları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu çalışmada *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait yaşam tablosunda yer alan yaşam oranı ve verimlilik değeri verileri kullanılarak yaş sınıflarına ait doğurganlık değerleri hesaplanmıştır. Doğurganlık değerleri ve yaşam oranı değerleri ile Leslie matrisi elde edilmiştir. Bu matrisin özdeğer ve özvektörleri ile populasyonun büyüme oranı, kararlı yaş dağılışı ve üretkenlik değeri parametreleri tahmin edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Öz değer, öz vektör, Leslie matrisi, populasyon büyüme oranı, doğurganlık değeri

Estimation of Some Parameters of *Hyalopterus pruni* L. Population by Using Eigenvalue and Eigenvectors

Abstract: Birth, death, immigration and emigration factors are base factors which influences the population density. The age of organism which is the one of the important property for many species has an important effect for life and increase of organisms. In this study the fecundity values of age classes were calculated using survival rate and fertility values in the life table of the population of *Hyalopterus pruni*. The Leslie matrix was obtained by survival rate and fecundity values. Population growth rate, stable age distribution and reproductive value parameters were estimated by eigenvalues and eigenvectors of Leslie matrix.

Key words: Eigenvalue, eigenvector, Leslie matrix, population growth rate, fecundity value

Giriş

Populasyon yoğunluğunu etkileyen doğum, ölüm ve göç olayları faktörlerinin birinde meydana gelecek olan artış veya azalma populasyon yoğunluğunu aynı şekilde etkileyecektir.

Populasyon ekolojisi çalışmalarında göç olaylarının olmadığı varsayılan kapalı bir bölgede yaşayan herhangi bir populasyonun özelliklerini belirleyen parametre tahminleri yapılır. Populasyon büyümesini belirleyen yaşam ve doğurganlık, populasyon büyüme modellerinde kullanılan iki temel demografik parametredir. Populasyon çalışmalarında pek çok tür için önemli özelliklerden biri olan organizmanın yaşı, organizmaların yaşam ve çoğalmaları üzerinde önemli bir etkiye sahiptir (Akçakaya ve ark., 1999; Krivan ve Havelka, 2000).

Populasyon büyüme modelleri genel olarak populasyonun gelecekteki büyüklüğünü ve populasyon büyüme oranını tahmin etmek amacıyla kullanılan modellerdir. Populasyona ait farklı parametrelerin tahminlenebilmesi için organizmalar çoğunlukla yaş sınıfları içerisinde incelenirler. Yaş sınıflarına göre parçalanmış bir populasyonda gelecekteki populasyon büyüklüğünü, bu populasyon büyüklüğünün yaş sınıflarına göre dağılımını tahmin edebilmek için ise, karmaşık modeller gerekmektedir (Krebs, 1994; Frisk ve ark., 2002).

Leslie matrisi modeli belirtilen bu modellerden birisidir ve yaşa özgü doğurganlık ile yaşam oranlarını içeren bir populasyon tahmin matrisidir. Genel anlamda Leslie matrisi, yaş sınıfları içerisinde parçalanmış bir populasyonda doğurganlık ve yaşam oranı değerlerini kullanarak gelecekteki populasyon büyüklüğünü ve bu büyüklüğün yaş sınıflarına göre dağılımını tahmin eder (Caswell, 2001).

Populasyon ekolojisi çalışmalarında sıklıkla kullanılan Leslie matrisi ile gelecekteki populasyonun büyüklüğünü tahmin etmenin dışında populasyon büyüme oranı, üretkenlik değeri ve kararlı yaş dağılışı gibi populasyona ait tanımlayıcı parametreler de tahminlenebilmektedir (Rickfles, 1993; Jones ve Aihara-Sasaki, 2001).

Leslie matrisi ile populasyona ait belirtilen bu parametrelerin tahminlenebilmesi için matrise ait öz değer ve öz vektör değerleri kullanılmaktadır (Akçakaya ve ark., 1999; Caswell, 2001).

Leslie matrisinin sağ ve sol olmak üzere iki öz vektörü vardır. Doğurganlık ve yaşam oranı değerlerinin yer aldığı Leslie matrisi ile sağ öz vektörün çarpımı sonucunda populasyona ait kararlı yaş dağılışı elde edilirken, sol öz vektörün çarpımı sonucunda ise, populasyona ait her yaş sınıfının gelecek populasyonlara yapacağı katkıyı belirten üretkenlik değerleri elde edilir (Caswell, 2001).

⁽¹⁾ Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Van Meslek Yüksek Okulu, Bilgisayar Programcılığı Bölümü, 65080 - VAN

⁽²⁾ Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, Bitki Koruma Bölümü, 65080 - VAN

Herhangi bir yaş dağılışı Leslie matrisi ile çarpıldıktan sonra elde edilen yeni yaş dağılışı tekrar aynı Leslie matrisi ile çarpılır ise ve bu işlem sürekli olarak tekrarlanır ise kararlı yaş dağılışına ulaşılır. Kararlı yaş dağılışı uzun vadede çevresel etkilerin fazla değişmediği ortamda, her yaş sınıfındaki bireylerin sayısının oranını gösterir. Kararlı yaş dağılışına ulaşan bir populasyondaki bütün yaş sınıfları aşağı yukarı paralel olarak büyüme gösterirler ve kararlı yaş dağılışı değerlerinin toplamı daima bire eşittir (Mills ve ark., 1999; Yearsley ve ark., 2003).

Leslie matrisi esas alınarak hesaplanabilecek diğer bir parametre üretkenlik değeridir. Bu parametre yaş sınıflarının gelecek popülasyonlara yapacağı katkıyı belirleyen yaşa özgü bir ölçümdür. Doğurgan özellikte olmayan ilk yaş sınıfındaki bireylerin tamamının üreyebilecek özellikte oldukları varsayılarak, ilk yaş sınıfının üretkenlik değeri daima bir olarak değerlendirilir (Krebs, 1994; Akçakaya ve ark., 1999).

Ekolojik çalışmalarda öz vektör değerlerinin elde edilmesinde kullanılan öz değer, dominant öz değer olarak adlandırılır. Bu değer aynı zamanda popülasyon büyüme oranı değeridir (Caswell, 2001).

Bu çalışmada *Hyalopterus pruni*'ye ait öz değer ve öz vektör değerleri hesaplanarak popülasyona ait parametre tahminleri yapılmıştır.

Materyal ve Yöntem

Yapılan çalışmada, *Hyalopterus pruni* (erik unlu biti) ye ait yaşam tablosundan, x yaş aralığında yaşayan bireylerin sayısı, yaşam oranı ve verimlilik değeri verileri kullanılarak Leslie matrisi elde edilmiştir. Verilere ait yaşam oranı ve doğurganlık değerleri hesaplandıktan sonra, popülasyon büyüme oranı, üretkenlik değeri ve kararlı yaş dağılışının hesaplanması için RAMAS EcoLab paket programı kullanılmıştır (Akçakaya ve Root, 1998).

Leslie matrisi

Eğer yaş sınıfları içerisinde parçalanmış bir popülasyonun yaşam oranı ve doğurganlık değerleri bir matris formu üzerinde düzenlenirse Leslie matrisi elde edilir. Bu matrisin ilk satırı doğurganlık değerlerinden, alt diyagonal elemanları ise yaşam oranı değerlerinden oluşur. Diğer elemanlar ise, sıfır değerini alır (Hayward ve McDonald, 1997; Caswell, 2001). Leslie matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_2 & \dots & F_x \\ S_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & S_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & S_{x-1} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Leslie matrisinde yer alan yaşam oranı değeri herhangi bir t zamanında x, x+1 yaş grubunda yer alan bir organizmanın, t+1 zamanında (x+1, x+2) yaş grubunda hayatta kalma olasılığıdır. Yaşam oranı değeri;

$$S_x(t) = \frac{N_{x+1}(t+1)}{N_x(t)}$$

eşitliği ile hesaplanır (Akçakaya ve ark., 1999; Zirhloğlu ve Kara, 2004). Burada $N_{x+1}(t+1)$, t+1 zamanında x+1 yaşında olan bireylerin sayısıdır. $N_x(t)$ ise, t zamanında x yaşında olan bireylerin sayısını göstermektedir.

Leslie matrisinin diğer elemanı olan doğurganlık değeri, F_x , t+1 zamanında yaşayan dişi yavruların bir önceki zaman adımında yer alan ergin dişilere oranıdır. Yaş sınıflarına göre ayrılmış bir popülasyonda herhangi bir t zamanındaki doğurganlık değeri;

$$F_x(t) = \frac{N_0(t+1)}{N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_w(t)}$$

eşitliği ile elde edilir. Bu denklem t+1 zamanında sıfır yaş grubunda yer alan bireylerin sayısının, t zamanında doğurgan yaş sınıflarındaki birey sayılarının toplamına oranını göstermektedir (Krebs, 1994).

Herhangi bir organizmanın yaşam tablosu değerlerini kullanarak doğurganlık değerini hesaplayabilmek için;

$$F_x = S_x \cdot m_x$$

eşitliği kullanılır. Burada, m_x , x yaş sınıfına ait verimlilik değeri olup, x yaş sınıfında doğan birey sayısının aynı yaş sınıfındaki ergin birey sayısına bölümü ile elde edilir (Akçakaya ve ark., 1999). *Hyalopterus pruni*'ye ait yaşam tablosundan elde edilen Leslie matrisinde yer alan doğurganlık değeri hesaplanırken, yaşam tablosu üzerinde yer alan verimlilik değeri ve yaşam oranı değerleri kullanılmıştır.

Öz değer kavramı ve öz değerlerin bulunması

Verilen n. dereceden bir A matrisi için λ gibi bir skala ve X gibi sıfır olmayan bir vektör belirlenir. Bu değerler,

$$AX = \lambda X$$

denklem sistemini sağlarlar. Yapılan bu işleme öz değer problemi adı verilir (Johnson ve Wichern, 1988; Caswell, 2001). $AX = \lambda X$ denklem sisteminde A, n. dereceden bir kare matristir, X ise, kolon vektörüdür. Buna göre, verilen denklem sisteminde A değeri yerine örneğin 3x3 boyutlu bir Leslie matrisi yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_2 \\ S_0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğe ait işlemler yapıldıktan sonra elde edilecek olan denklem sistemi sıfıra eşitlenerek matris şeklinde yazılacak olursa aşağıdaki sonuç elde edilir (Akçakaya ve ark., 1999; Caswell, 2001):

$$\begin{bmatrix} F_0 - \lambda & F_1 & F_2 \\ S_0 & 0 - \lambda & 0 \\ 0 & S_1 & 0 - \lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bu eşitlik ise, $(A - \lambda I) X = 0$ denklemine karşılık gelmektedir. Denklemdeki X değerinin sıfırdan farklı çözümlerinin olabilmesi için $(A - \lambda I)$ matrisinin determinantının sıfır olması gereklidir. Yani $|A - \lambda I| = 0$ olmalıdır (Johnson ve Wichern, 1988). Buna göre yukarıdaki eşitlikte belirtilen Leslie matrisinin determinantı şu şekilde hesaplanabilir:

$$F_0 - \lambda [(0 - \lambda)(0 - \lambda) - S_1 0] - F_1 [S_0(0 - \lambda) - (0)(0)] + F_2 [(S_0)(S_1) - (0)(0 - \lambda)] = 0$$

Denklem üzerinde gerekli sadeleştirme işlemleri yapılırsa, sıfır yaş grubu için doğurganlık değerinin sıfır olduğu durumlar için aşağıdaki denklem elde edilir (3x3 boyutlu bir Leslie matrisi için);

$$-\lambda^3 + (F_1)(S_0 \lambda) + F_2(S_0)(S_1) = 0$$

Burada, λ dominant öz değer olup populasyon büyüme oranı değeridir (Hayward ve McDonald, 1997). Yapılan çalışmada 5x5 boyutlu bir matris kullanıldığı için dominant öz değerinin bulunması için aşağıdaki model kullanılmıştır:

$$-\lambda^5 - F_1 S_0 (-\lambda^3) + F_2 S_0 S_1 \lambda^2 - F_3 S_0 S_1 (-S_2 \lambda) + F_4 S_0 S_1 S_2 S_3 = 0$$

Özvektör kavramı ve özvektörlerin bulunması

$AX = \lambda X$ denklem sisteminde A , n. dereceden bir kare matristir. Bu eşitliği sağlayan X vektörü A matrisinin öz vektörüdür. Eşitlikte belirtilen λ değeri ise, öz değerdir (Akçakaya ve ark., 1999; Caswell, 2001). Buna göre, verilen denklem sisteminde A değeri yerine öz değer kavramında belirtildiği gibi 3x3 boyutlu bir Leslie matrisi yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_2 \\ S_0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

eşitliği elde edilir (Frisk ve ark.,2002; Raventos ve ark., 2004). Denklemdeki matris işlemleri yapıldıktan sonra ortaya çıkan denklemlerdeki X değerleri Leslie matrisine ait öz vektör elemanlarını verir.

Öz vektörün Leslie matrisinin sağında veya solunda yer almasına göre, sağ öz vektör veya sol öz vektör olarak adlandırılır. Sağ öz vektör ile yapılan matris işlemlerinden sonra elde edilen x değerleri populasyona ait kararlı yaş dağılışı değerlerini verirken, sol öz vektör ile yapılan işlemler sonunda elde edilen x değerleri ise, populasyona ait üretkenlik değerlerini verir (Akçakaya ve ark., 1999; Krivan ve Havelka, 2000).

Bulgular ve Tartışma

Çalışmada kullanılan *Hyalopterus pruni*'ye ait yaşam tablosu verilerinin bir kısmı Çizelge 1'de özetlenmiştir.

Çizelge 1. *Hyalopterus pruni*'ye ait zaman, başlangıç birey sayısı, yaşam oranı ve verimlilik değerlerini gösteren yaşam tablosu

Yaş (Gün) (x)	x yaş aralığında yaşayan birey sayısı (N _x)	Yaşam Oranı (S _x)	Verimlilik Değeri (m _x)
1	20	0.850	0.000
2	17	0.941	0.588
3	16	1.000	10.063
4	16	0.875	12.063
5	14	0.571	7.714

Çizelge 1'deki veriler her biri 4 günden oluşan 5 zaman dilimi içerisinde toplanmıştır. Hesaplanan değerlere göre birinci yaş sınıfına ait yaşam oranı %85 olarak elde edilirken 5. yaş sınıfına ait yaşam oranı %57.1 olarak hesaplanmıştır. Üçüncü yaş sınıfına ait yaşam oranı ise, %100'dür. Bu yaş sınıfında herhangi bir kayıp meydana gelmemiştir. Verimlilik değerleri incelendiğinde en yüksek verimliliğin 4. yaş sınıfında ortaya çıktığı gözlenmiştir. Bu yaş sınıfında dişi birey başına düşen yavru miktarı diğer yaş sınıflarına göre daha fazladır. *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait Leslie matrisini oluşturabilmek için öncelikle Çizelge 1'de verilen değerlerden yararlanılarak yaş sınıflarının doğurganlık değerleri hesaplanmış ve elde edilen sonuçlar Çizelge 2'de belirtilmiştir.

Çizelge 2. Yaş sınıflarına ait doğurganlık değerleri

Yaş	Doğurganlık Değeri (F _x)
1	0.000
2	0.553
3	10.063
4	10.555
5	4.405

Çizelge 2'de belirtilen değerlerden de anlaşılacağı gibi doğurganlık değerleri yaş sınıflarına ait yaşam oranı ve verimlilik değerlerinin çarpımı sonucunda elde edilmiştir.

Buna göre, birinci yaş sınıfında verimlilik değerinin sıfır olmasından dolayı elde edilmiş olan doğurganlık değeri sıfır olarak hesaplanmıştır. Bu durum genel olarak doğada bulunan organizmaların büyük bir bölümü için geçerlidir, yani yeni doğan bireylerin yer aldığı ilk yaş sınıfı doğurgan özellikte olmayan bireylerin oluşturduğu yaş sınıfıdır (Rickfles, 1993; Krebs, 1994; Akçakaya ve ark., 1999).

Doğurganlık değerlerinin elde edilmesinden sonra mevcut *Hyalopterus pruni* verilerine ait Leslie matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} 0 & 0.533 & 10.063 & 10.555 & 4.405 \\ 0.850 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.941 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.875 & 0 \end{bmatrix}$$

Oluşturulan Leslie matrisi incelendiğinde, matrisin birinci satırı yaş sınıflarına ait doğurganlık değerlerinden oluşmaktadır. Matrisin alt diagonal elemanları ise, yaş sınıflarının yaşam oranı değerleridir (Sharov, 1996; Caswell, 2001).

Yukarıdaki Leslie matrisinin determinantının sıfır olması için gerekli işlemler yapıldıktan sonra λ değerine ait model;

$$-\lambda^5 + 0.453\lambda^3 + 8.049\lambda^2 + 8.44\lambda + 3.83=0$$

olarak elde edilmiş ve λ değeri **2.3679** olarak hesaplanmıştır. Bu değer dominant öz değer olup populasyon büyüme oranı değeridir. Bu değer bir den büyük olması populasyon miktarında artış olduğunu göstermektedir.

Leslie matrisi ile sağ öz vektörün çarpımı sonucunda elde edilen denklemler aşağıda belirtildiği gibidir:

$$\begin{aligned} 0.553x_2 + 10.063x_3 + 10.555x_4 + 4.405x_5 &= 2.3679x_1 \\ 0.850x_1 &= 2.3679x_2 \\ 0.941x_2 &= 2.3679x_3 \\ x_3 &= 2.3679x_4 \\ 0.875x_4 &= 2.3679x_5 \end{aligned}$$

Yukarıda belirtilen bu denklemlerin çözümleri sonucunda elde edilen $x_1=0.631$, $x_2=0.227$, $x_3=0.090$, $x_4=0.038$ ve $x_5=0.014$ değerleri kararlı yaş dağılışıma ait değerlerdir. Bu değerler *Hyalopterus pruni* populasyonunun kararlı yaş dağılışıma ulaştıktan sonra farklı yaş sınıflarındaki bireylerin oransal miktarını gösterir. Çalışmada kullanılan veriler dikkate alındığında kararlı yaş dağılışıma ulaşan *Hyalopterus pruni* populasyonun %63.1'i ilk yaş sınıfında yer alırken bireylerin %1.4'ü ise beşinci yaş sınıfında yer almıştır.

Leslie matrisi ile sol öz vektörün çarpımı sonucunda elde edilen denklemler aşağıda belirtildiği gibidir:

$$\begin{aligned} (0.850) x_2 &= (2.3679) x_1 \\ (0.533) x_1 + (0.941) x_3 &= (2.3679) x_2 \\ (10.063) x_1 + x_4 &= (2.3679) x_3 \\ (10.555) x_1 + (0.875) x_5 &= (2.3679) x_4 \\ (4.405) x_1 &= (2.3679) x_5 \end{aligned}$$

İlk yaş sınıfının üretkenlik değeri, x_1 , bire eşittir. Buna göre yukarıdaki denklemlerin çözümü sonucunda elde edilen $x_2=2.786$, $x_3=6.422$, $x_4=5.145$ ve $x_5=1.860$ değerleri *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait üretkenlik değerleridir. Belirtilen bu değerlere göre gelecek populasyonlara en fazla katkıyı üçüncü yaş grubunda yer alan bireyler yapmaktadır. Yani *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait bireyler üçüncü yaş grubunda (yaklaşık 12-16. günler arası) maksimum üretkenlik kapasitesine sahiptirler.

Sonuç

Öz değer hesaplaması ile elde edilen dominant öz değer, öz vektör hesaplamaları ile elde edilen kararlı yaş dağılışı ve üretkenlik değeri Leslie matrisine ait özelliklerdir; yani doğrudan matris ile belirlenirler ve yaş sınıflarındaki kalabalıklığa veya diğer parametrelere bağımlı değillerdir.

Yapılan çalışmada, populasyon ekolojisi çalışmalarında sıklıkla kullanılan öz değer ve öz vektör hesaplamaları ile *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait populasyon büyüme oranı, yaş sınıflarına ait kararlı yaş dağılışı ve üretkenlik değeri tahminleri yapılmıştır.

Çalışmada yapılan öz değer hesaplamalarından sonra elde edilen tahmin sonuçlarına göre *Hyalopterus pruni* populasyonuna ait büyüme oranının yaklaşık olarak 2.3679 olarak hesaplanmıştır.

Leslie matrisine ait sağ öz vektör değerlerine göre kararlı yaş dağılışına ulaşan *Hyalopterus pruni* populasyonunda en yüksek oranın ilk yaş sınıfında olduğu sonucu elde edilmiştir. Sol öz vektör değerleri ise, gelecek populasyona en fazla katkının üçüncü yaş sınıfındaki bireylerden olduğunu göstermiştir.

Kaynaklar

- Akçakaya, H.R., Root, W., 1998. **RAMAS EcoLab: Applied Ecology Laboratory**. Applied Biomathematics, 100 North Country Road, Setauket, NY 11733 USA
- Akçakaya, H.R., Burgman, M.A., Ginzburg, L.R., 1999. **Applied Population Ecology**. Sunderland, Massachusetts: Sinauer Associated, Inc.
- Caswell, H., 2001. **Matrix Population Models**. Sinauer Associated, Inc. U.S.A.
- Frisk, M.G., Miller, T.J., Fogarty, M.J., 2002. The Population Dynamics of Little Skate *Leucoraja erinacea*, Winter Skate *Lecoraja ocellata* and Barndoor Skate *Dipturus laevis*: Predicting Exploitation Limits

- Using Matrix Analysis. *ICES Journal of Marine Science*, 59:576-586.
- Hayward, G.D., McDonald, D.B., 1997. Matrix Population Models as a Tool in Development of Habitat Models. *2nd Owl Symposium*, 205-212.
- Johnson, R.A., Wichern, D.W., 1988. *Applied Multivariate Statistical Analysis*, New Jersey, Prentice-Hall Inc.
- Jones, V.P., Aihara-Saski, M., 2001. Demographic Analysis of Delayed Mating in Mating Distruption: a Case Study with *Cryptophelbia illepida* (Lepidoptera:Tortricidae). *Journal of Economic Entomology*, Vol.94, No:4.
- Krebs, C. J., 1994. *Ecology*. New York: HarperCollins Collage Publishers.
- Krivan, V., Havelka, J., 2000. Leslie Model for Predatory Gall-Midge Population. *Ecological Modelling*, 126:73-77.
- Mills, L.S., Doak, D.F., Wisdom., M.J., 1999. Reliabilirty of Conservation Actions Based on Elasticity Analysis of Matrix Models. *Conservation Biology*, 13:815-829.
- Raventos, J., Seggara, J., Acevedo, M.F., 2004. Growth Dynamics of Tropical Savanna Grass Species Using Projection Matrices. *Ecological Modelling*, 174:85-101.
- Rickfles, R.E., 1993. *The Economy of Nature: A Textbook in Basic Ecology*, England: W.H. Freeman and Company.
- Sharov, A., 1996. Quantitative Population Ecology. <http://www.ento.vt.edu/~sharov/alexei.html> (ulaşım: 12.05.2003).
- Yearsley, J.M., Fletcher, D., Hunter, C., 2003. Sensitivity Analysis of Equilibrium Population Size in a Density-dependent Model For Short-tailed Shearwaters. *Ecological Modelling*, 163: 119-129.
- Zırhloğlu, G., Kara, K., 2004. Yaşam Analizi Yöntemleri Kullanılarak Ana Arı Yetiştiriciliği ile İlgili Bazı Parametrelerin Tahmini. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Tarım Bilimleri Dergisi*, 14(1): 7-15.