

BSAD

Bankacılık ve Sigortacılık Araştırmaları Dergisi

Cilt 2, Sayı 7-8, (Kasım 2015), ss.53-62

Telif Hakkı © Ankara Üniversitesi
Beypazarı Meslek Yüksekokulu

Dolar Kuru ile Tüketici Fiyat Endeksi Arasındaki İlişkinin Archimedean Kapula ile Modellenmesi

Ç. Topçu GÜLÖKSÜZ

Bartın Üniversitesi

Özet

Bu çalışmada, tüketici fiyatlarının on iki aylık ortalamalara göre değişimi (TÜFE) ile dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısı iki boyutlu Archimedean kapulalar kullanılarak modellenmiştir. Çalışmanın temel varsayımı, bu iki değişken arasındaki bağımlılığın Archimedean kapula ailesine ait olan Gumbel, Clayton ve Frank kapula fonksiyonlarından biriyle modellenebileceğidir. Bağımlılık yapısını modelleyebilecek iki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonun tahmini için Genest ve Rivest (1993) çalışmasında önerilen yöntem kullanılmıştır. Bağımlılığı modelleyecek en uygun kapula fonksiyonu, aday kapula fonksiyonlarından her biri ile ampirik kapula fonksiyonu arasındaki uzaklığı minimum yapacak şekilde seçilmiştir. Bulgulara göre, TÜFE ve dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısını modelleyen iki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonu Gumbel ($\hat{\theta} = 100$) olarak tahmin edilmiş ve değişkenlerin birlikte artmaya eğilimli oldukları görülmüştür.

Anahtar Sözcükler

Kapula, Archimedean kapula ailesi, bağımlılık, tüketici fiyat endeksi, döviz kuru.

JEL Sınıflaması: E37.

Modelling the Relationship between Dollar Exchange Rate and Consumer Price Index via Archimedean Copula

Abstract

In this paper, the dependence structure between rate of change in twelve months for consumer price index (CPI) and dollar exchange rate is modelled. The main assumption of this study is the dependence structure between of these two variables can be modelled by one of Gumbel, Clayton and Frank copula functions that belong to Archimedean copula family. The method that is suggested by Genest and Rivest (1993) is used to estimate the bivariate Archimedean copula function that describe dependence structure. The copula function that provides most appropriate fit to data is selected by minimizing the distance between considered copula function and the empirical copula function. The results show that bivariate Archimedean copula function that model the dependence structure between CPI and dollar Exchange rate is estimated to be Gumbel ($\hat{\theta} = 100$). Consequently, the variables tend to be increasing together can be said

Keywords

Copula, Archimedean copula family, dependency, consumer price index, exchange rates.

JEL Classification: E37.

GİRİŞ

Fiyat istikrarını temel amaç olarak kabul eden bir parasal otorite için döviz kurundaki hareketlerin enflasyon üzerindeki kısa ve orta vadeli etkilerinin (geçişkenlik etkisi) anlaşılması para politikası uygulamaları açısından önemli olmaktadır. Ekonomiyi farklı kanallardan

etkileyebilme potansiyeli barındıran döviz kuru gelişmelerinin en önemli etkilerinden biri de enflasyon üzerinde görülmektedir ki bu etkiye literatürde “Döviz Kurundan Fiyatlara Geçiş Etkisi” denir. Geçiş etkisinin, tüketici fiyat indeksi (TÜFE) ile olan ilişkisi para politikaları bakımından önemli olmaktadır. Döviz kurundan fiyatlara geçiş etkisine ilişkin bilgi enflasyon analizi açısından yararlı olacaktır. Buradan hareketle, bu çalışmada TÜFE ile dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısı Archimedean kapulalar kullanılarak modellenmiştir.

Bağımlılık yapısını bir başka ifadeyle ortak dağılımı kapula fonksiyonları kullanılarak tahmin etmek marjinal dağılımların seçiminden bağımsız olarak yapılabilir (Genest ve Rivest, 1993). Bu nedenle, kapula bağımlılığı modellemek için gerçekçi ve daha az kısıtlayıcı bir araçtır. Çalışmada, değişkenlerin sahip olduğu bağımlılığı modelleyecek en uygun iki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonun tahmin edilmesi üzerinde durulmuştur. Veriyi modelleyecek uygun kapulanın tahmin yöntemi için, Genest ve Rivest (1993)’in önerdiği parametrik olmayan yöntem esas alınmıştır. Kapula parametresinin tahmini için ise Kendall’ın tau katsayısına dayanarak elde edilen tahmin edici kullanılmıştır (Genest ve Rivest, 1993). Sözü edilen yöntem, sırasıyla Türkiye Cumhuriyeti Merkez Bankası’nın (TCMB) ve Türkiye İstatistik Kurumu’nun (TÜİK) web sitesinde yayınladığı dolar alış fiyatları ile tüketici fiyatlarının on iki aylık ortalamalara göre değişimi (TÜFE) verileri kullanılarak uygulanmış ve sonuçlar yorumlanmıştır.

1. KAPULA KAVRAMI

Kapula, marjinal dağılımları ortak dağılımı oluşturmak amacıyla ilişkilendiren bir fonksiyondur. $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$ rasgele değişken vektörü olmak üzere, C ortak dağılım fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \theta) = P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2, \dots, U_n \leq u_n) \quad (1)$$

θ , burada kapula parametresidir. Kapulalar tek bir parametre ile belirlenebildiği gibi bir parametre vektörü ile de belirlenebilmektedir. Bağımlılık ya da birliktelik parametresi olarak adlandırılan bu parametre(ler) bağımlılığın derecesini göstermektedir. Çalışmada θ için kapula parametresi ifadesi kullanılmıştır.

Çalışmanın bundan sonraki aşamalarında, çalışmanın amacı göz önüne alınarak iki boyutlu kapula fonksiyonları ile devam edilmiştir.

İki boyutlu kapula fonksiyonu, marjinalleri $u \in [0, 1]$ olan $C : [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ şeklinde tanımlanan sürekli bir dağılım fonksiyonudur ve aşağıdaki özelliklere sahiptir.

1. $\forall u \in [0, 1]$ için $C(0, u) = C(u, 0) = 0$
2. $\forall u \in [0, 1]$ için $C(u, 1) = u$ ve $C(1, u) = u$
3. $u_1 \leq v_1$ ve $u_2 \leq v_2$ olan her $(u_1, u_2), (v_1, v_2) \in [0, 1] \times [0, 1]$ için

$$C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0$$

Sklar’ın teoremi ile ‘Copula’ kelimesinin kullanımı açıklık kazanmaktadır. Sklar (1959) bu terimi ‘çok boyutlu dağılımı kendi tek boyutlu marjinali ile ilişkilendiren (bağlayan)’ fonksiyonu adlandırmak için kullanmıştır ve Copula terimi matematik literatüründe ilk kez Sklar (1959)’da görülmüştür.

Buna göre Sklar teoremi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

X, Y sırasıyla, $F(x), G(y)$ sürekli dağılım fonksiyonuna sahip rasgele değişkenler olsun. Sklar (1959) teoremine göre, ortak dağılım fonksiyonu $H(x, y)$ 'yi tanımlayan tek bir C kapula fonksiyonu vardır ve aşağıdaki gibi ifade edilir (Sklar, 1959), Sklar (1973).

$$F(x, y) = C(F(x), G(y)) \quad (2)$$

Bağımlılık yapısının belirlenmesinde kapula fonksiyonunun kullanılmasının bir takım getirileri aşağıda özetlenmiştir (Nelsen 1999), (Genest ve Favre, 2007).

- Kapula marjinal dağılımların ve ortak dağılımın yani bağımlılık yapısının ayrı ayrı modellenmesine olanak tanır.
- Kapula fonksiyonu, bağımlılığın derecesini ve aynı zamanda bağımlılığın yapısının elde edilmesini sağlar. Doğrusal korelasyon, kuyruk bağımlılığı için bilgi vermezken, kapula fonksiyonu asimetrik bağımlılık hakkında bilgiye ulaşmaya olanak tanır.
- Kapulalar, artan ve sürekli dönüşümler altında değişmezdir. Örneğin, kapula ile ifade edilen bir bağımlılık yapısı, logaritmik dönüşüm altında değişmez. Buna karşın, korelasyonlar sadece doğrusal dönüşümler altında değişmezdir.

Literatürde çok sayıda kapula fonksiyonlarına ulaşmak mümkündür. Kapula teorisi için Sklar (1973), Schweizer (1991), Nelsen (1999), Kolev, Anjos ve Mendes (2006) çalışmaları refereans olarak önerilebilir. Yaygın olarak kullanılan kapula fonksiyonlarından olan, Gaussian kapula kuyruklardaki bağımlılığın modellenmesinde, Student t kapula asimetrik kuyruk bağımlılığının modellenmesinde yeterli olmazken, Archimedean kapula ailesi, üst ve alt kuyruk bağımlılığın modellenmesinde oldukça kullanışlı modeller içermektedir. Archimedean kapula ailesi literatürde, çok boyutlu dağılımların tek boyutlu olarak ifade edilmesine olanak tanimasından ve kolaylık sağlayan bazı matematiksel özelliklerinden dolayı oldukça önemli bir yere sahiptir (Genest ve Mackay, 1986b), (Genest ve Rivest, 1993), (Genest ve Favre, 2007).

Çalışmada, matematiksel özelliklerinin avantajları göz önüne alınarak bağımlılığın modellenmesinde Archimedean kapula ailesine ait olan Gumbel (Gumbel, 1960), (Hougaard, 1986), (Genest ve Rivest, 1989), Frank (Frank, 1979), (Genest, 1987) ve Clayton (Clayton, 1978), (Genest ve Rivest, 1993) kapulalar ile çalışılmıştır.

2. ARCHİMEDEAN KAPULA FONKSİYONLARI

Bir kapula eğer aşağıdaki biçimde yazılabiliyorsa, Archimedean kapula olarak adlandırılır.

$$C(x, y) = \phi^{-1} \{ \phi \{ F(x) \} + \phi \{ G(y) \} \} \quad (3)$$

$\phi: [0, 1] \rightarrow [0, \infty]$ sürekli fonksiyonu, üretici fonksiyon olarak adlandırılır. Bu fonksiyon, Archimedean kapulayı tek olarak belirler ve aşağıdaki özelliklere sahiptir.

- i. $\phi(1) = 0$
- ii. $\phi(0) = \infty$
- iii. $\forall t \in (0, 1), \phi'(t) < 0$

iv. $\forall t \in (0,1), \phi''(t) \geq 0$

ϕ fonksiyonunun tersi vardır, $\phi^{-1}: [0, \infty] \rightarrow [0,1]$ ve bu ters fonksiyon $\phi^{-1}(0) = 1$ ve $\phi^{-1}(\infty) = 0$ özellikleri hariç, ϕ üretici fonksiyonun diğer özelliklerini taşımaktadır.

Çalışmada kullanılan, Archimedean kapula ailesine ait olan üç kapula fonksiyonu aşağıda özetlenmiştir. Aileye ait diğer kapula fonksiyonlarına Nelsen (1999) gibi çeşitli kaynaklardan ulaşmak mümkündür.

2.1. Clayton Kapula

Archimedean kapula ailesine ait olan asimetric yapıdaki Clayton kapulası için üretici fonksiyon

$$\phi(z) = \frac{z^{-\theta} - 1}{\theta}, \theta > 1 \quad (4)$$

dir.

Burada, θ kapula parametresidir. Clayton kapulası ise (5) ile gösterilmiştir.

$$C(u_1, u_2) = ((u_1)^{-\theta} + (u_2)^{-\theta} - 1)^{-1/\theta} \quad (5)$$

Clayton kapula için sol kuyruk bağımlılığı dikkate alınmalı ve yorumlanmalıdır. Birlikte azalış göstermeye, birlikte artış göstermekten daha eğilimli olan gözlemler Clayton kapula ile modellenabilmektedir (Clayton, 1978), (Genest ve Rivest, 1993), (Nelsen,1999).

2.2. Gumbel Kapula

Archimedean kapula ailesi üyesi olan asimetric yapıdaki diğer bir kapula ise Gumbel kapulasıdır. Bu kapulaya ait üretici fonksiyon

$$\phi(z) = (-\ln z)^\theta, \theta \geq 1 \quad (6)$$

biçimindedir.

θ kapula parametresi olmak üzere, Gumbel kapula (7) ile gösterilmiştir.

$$C(u_1, u_2) = \exp[-[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{1/\theta}] \quad (7)$$

Gumbel kapulada, $\theta = 1$ durumu bağımsızlığı gösterir ve $\theta \rightarrow \infty$ durumu ise güçlü bağımlılığa işaret etmektedir. Gumbel kapula ile modellenen gözlemler için sağ kuyruk bağımlılığı yorumlanmalıdır (Gumbel, 1960), (Hougaard,1986), (Genest ve Rivest, 1989), (Nelsen,1999).

2.3. Frank Kapula

Clayton ve Gumbel kapulunun aksine simetrik bir yapıda olan Frank kapulasına ait üretici fonksiyon

$$\phi(z) = -\ln \frac{e^{-\theta z} - 1}{e^{-\theta} - 1}, \quad -\infty < \theta < \infty \quad (8)$$

şeklindedir ve θ kapula parametresine sahip Frank kapula (9) ile gösterilmiştir.

$$C(u_1, u_2) = \left(-\frac{1}{\theta}\right) \ln \left\{ \frac{[(1 - e^{-\theta}) - (1 - e^{-\theta u_1})(1 - e^{-\theta u_2})]}{(1 - e^{-\theta})} \right\} \quad (9)$$

Frank kapula ile negatif bağımlılığın da modellenabilir olması ve geniş bir parametre uzayına sahip olması Frank kapulayı uygulamada tercih edilebilir yapmaktadır. Bağımlılık Frank kapula için iki kuyrukta da simetrik (Frank, 1979), (Genest, 1987) ve Clayton (Clayton, 1978), (Genest ve Rivest, 1993), (Nelsen, 1999).

Dikkat edileceği üzere, bu üç kapula da tek parametrelidir. Rasgele değişkenler arasındaki bağımlılığı modelleyecek en uygun kapula fonksiyonun tahmini etmek için öncelikle kapula parametresinin tahmini elde edilmelidir. Bu çalışmada, kapula parametresinin tahmini, gözlemlerin sıralaması (rank) temel alınarak elde edilmiştir. Bu yöntem, Kendall'ın tau değerine ve momentler tahmin yöntemine dayanmaktadır. Archimedean kapula ailesi ile Kendall'ın tau ilişki katsayısı arasındaki ilişki Tablo 1 ile gösterilmiştir (Genest ve MacKay, 1986b), (Genest ve Rivest, 1993).

Tablo 1: Çalışmada Kullanılan Archimedean Kapulalar ile Kendall'ın Tau Katsayısı Arasındaki İlişki

Aile	θ değer kümesi	τ
Gumbel	$\theta \in [1, \infty)$	$\frac{\theta - 1}{\theta}$
Clayton	$\theta \in [0, \infty)$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$
Frank	$\theta \in (-\infty, +\infty)$	$1 - \frac{4}{\theta} [1 - D_1(\theta)]$

$D_1(\theta)$, Debye fonksiyonudur ve $D_n(x) = \frac{n}{x^n} \int_0^x \frac{t^n}{e^t - 1} dt, \quad n > 0$ olarak tanımlanmaktadır.

3. İKİ BOYUTLU ARCHİMEDEAN KAPULA FONKSİYONLARININ PARAMETRİK OLMAYAN TAHMİNİ

Daha önce söz edildiği gibi, bir Archimedean kapula (10) ile gösterildiği ifade edilir.

$$C_\phi(u, v) = \phi^{-1}[\phi(u) + \phi(v)] \quad (10)$$

Bu fonksiyon, $[0,1]$ aralığında tanımlı olan

$$K(z) = z - \frac{\phi(z)}{\phi'(z)} \quad (11)$$

fonksiyonu ile tek boyutlu olarak belirlenebilmektedir (Genest ve Rivest, 1993). Diğer bir ifadeyle, $K(z)$ fonksiyonu kapulanın dağılım fonksiyonu ve aşağıdaki biçimde ifade edilir.

$$K(z) = P[H(X, Y) \leq z] = P[C\{F(X), G(Y)\} \leq z] \quad (12)$$

Dolayısıyla, $K(z)$ 'nin tahmin edilmesi aynı zamanda kapula fonksiyonun tahmin edilmesi anlamına gelmektedir. Bu özelliği nedeniyle, Archimedean kapula ailesi matematiksel olarak birçok kolaylık sağlamaktadır.

İki boyutlu Archimedean kapularının parametrik olmayan tahmin için Genest ve Rivest (1993) bir yöntem önermiştir. Bu yöntemin basamakları kısaca aşağıdaki özetlenmiştir. Bu yöntemde göre, $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, ortak dağılım fonksiyonu $H(X, Y)$ ve marjinaleri sırasıyla $F(X)$ ve $G(Y)$ olan bir rasgele örneklem olsun. Bu gözlem çiftlerinden oluşan rasgele örneklem için, C kapula fonksiyonun Archimedean kapula ailesinden bir kapula olduğu varsayalım.

Bu durumda, C kapula fonksiyonun tahmin edilmesi için aşağıdaki adımlar izlenir.

1. Kapula parametresinin tahmini elde edilir.
2. $K(z)$ 'nin yani, $P[H(X, Y) \leq z] = P[C\{F(X), G(Y)\} \leq z]$ 'nin parametrik olmayan tahmini, $K_n(z)$ elde edilir. Bunun için ilk olarak sözde (pseudo) gözlemler elde edilmelidir. Çünkü, $K_n(z)$ aslında $K(z)$ 'nin ampirik dağılımıdır. Z_i 'lerin elimizde olmamasından dolayı, ilk adım sözde gözlemleri elde etmektir.

$$i. \quad Z_i = H_n(X_i, Y_i) = \sum_{j=1}^n [I\{X_j \leq X_i \& Y_j \leq Y_i\}] / (n+1), \quad i = 1, \dots, n$$

$$ii. \quad K_n(z) = \frac{\sum_{i=1}^n I(Z_i \leq z)}{n+1}$$

- iii. $K(z)$ 'nin parametrik tahmini ($K_\phi(z)$), $K(z) = z - \frac{\phi(z)}{\phi'(z)}$ ilişkisi kullanılarak elde edilir.

Burada, I gösterge fonksiyonu ; $I_A : X \rightarrow \{0,1\}, \quad I_A = \begin{cases} 1, & x \in A \\ 0, & x \notin A \end{cases}$ şeklinde tanımlanır.

3. Örneklerden elde edilen $K_n(z)$ değerleri ile teorik $K_\phi(z)$ değerlerinin birbirinden uzaklığı karşılaştırılır.

Aday kapulaların her biri ile örneklemeden elde edilen ampirik kapula fonksiyonu arasındaki (13) ile ifade edilen uzaklık belirlenir. Bu uzaklığın en küçük olduğu kapula fonksiyonu seçilir.

$$\sum [K_{\phi_n}(z) - K_n(z)]^2 \quad (13)$$

4. Bölümde bu yöntem gerçek bir veri seti için kullanılmış ve sonuçlar değerlendirilmiştir.

4. TÜFE VE DOLAR KURU VERİSİ İLE BİR UYGULAMA

Bölüm 3'te anlatılan yöntem, TCMB'nin web sitesinde yayınladığı 2005 Ocak - 2014 Aralık tarihleri arasında 120 ay boyunca her ay sonuna ait dolar alış fiyatları ile aynı dönem için TÜİK'in web sitesinde yayınladığı, yine 120 ay boyunca aylık tüketici fiyatlarının on iki aylık ortalamalara göre değişimi (TÜFE) verileri kullanılarak uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır. On iki aylık ortalamalara göre değişim cari aya ait endeks değeri dahil, geriye dönük 12 aya ait endekslerin ortalamasının bir önceki 12 aylık endeksler ortalamasına oranlanmasıyla bulunmaktadır (Fiyat Endeksleri ve Enflasyon, TÜİK).

TÜFE ve dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısının Archimedean kapula fonksiyonları olan Gumbel, Clayton ve Frank kapula fonksiyonlarından biriyle modellenebileceği varsayılmıştır. Verideki bağımlılığı modelleyecek olan uygun kapula fonksiyonun parametrik olmayan tahmini için Genest ve Rivest (1993)'te önerilen yöntem kullanılmıştır. Bu amaçla ilk olarak, aday kapula fonksiyonlarına ait kapula parametrelerinin tahminleri elde edilmiştir. Bu tahminler, Tablo1 ile özetlenen Kendall'ın tau katsayısı ve kapula parametresi arasındaki ilişki yardımıyla elde edilmiştir. Sonuçlar, Gumbel($\hat{\theta}_{Gumbel}$), Clayton($\hat{\theta}_{Clayton}$) ve Frank($\hat{\theta}_{Frank}$) olarak gösterilmiş ve Tablo2 ile özetlenmiştir.

Tablo 2: Birliktelik Parametresinin Tahminleri

Gumbel Kapula	Clayton Kapula	Frank Kapula
$\hat{\theta}_{Gumbel} = 100$	$\hat{\theta}_{Clayton} = 198$	$\hat{\theta}_{Frank} = 398$

Sonraki aşamada (11) ile gösterilen $K(z)$ fonksiyonunun parametrik olmayan tahmini, $K_n(z)$, 2i ve 2ii ile anlatıldığı gibi bulunmuştur. z 'ler burada sözde (pseudo) gözlemleri ifade etmektedir ve 2i ile gösterildiği şekilde bulunmuştur. Bölüm 3'te anlatıldığı ve (12) ile gösterildiği üzere, $K(z)$ fonksiyonu, iki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonun dağılım fonksiyonudur. Burada amaçlanan, bu fonksiyonun tahminini ampirik olarak elde etmek ve aday kapulaların dağılım fonksiyonları tahminleri ile karşılaştırmaktır. Aday kapulalar için dağılım fonksiyonları tahminleri, Gumbel ($K_{Gumbel}(z)$), Clayton ($K_{Clayton}(z)$), Frank ($K_{Frank}(z)$), (11) ile gösterilen ilişki yardımıyla elde edilmiştir.

Son olarak, aday kapulalar için bulunan, $K_{Gumbel}(z)$, $K_{Clayton}(z)$ ve $K_{Frank}(z)$ değerleri, ampirik $K_n(z)$ değeri ile karşılaştırılmıştır. Burada aday kapulaların dağılım fonksiyonları ile ampirik dağılım arasındaki uzaklık (13) kullanılarak elde edilmiştir. Elde edilen

bu uzaklıklar Tablo3 ile verilmiştir. Amprik dağılım ile aday kapulalar arasında, $\hat{\theta}_{Gumbel} = 100$ parametresiyle Gumbel kapula fonksiyonu arasındaki uzaklığın minimum olduğu görülmüştür.

Tablo 3: Karşılaştırma Sonuçları

Aday Kapulalar	$\sum [K_{\phi_n}(z) - K_n(z)]^2$
Clayton Kapula	0.0024
Gumbel Kapula	0.0021
Frank Kapula	0.0029

Gumbel kapula ile modellenen bu veri için sağ kuyruk bağımlılığı daha güçlüdür. Yani, tüketici fiyatlarının on iki aylık ortalamalara göre değişimi ile dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısının Gumbel kapula ile modellenmesi, bu iki değişkenin birlikte artmaya daha eğilimli olduğunu göstermektedir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, gözlemler arasındaki bağımlılık yapısını ortaya koyabilecek bir araç olarak, özellikle finans alanında çok yaygın olarak kullanılan kapula fonksiyonlarından yararlanılmıştır. Kapula literatüründe matematiksel özellikleri nedeniyle önemli bir yere sahip olan Archimedean kapula fonksiyonları ile çalışılmıştır. İki boyutlu kapula teorisini çok boyutlu kapula teorisine genişletilmesinde çözülmemiş bir takım problemler olduğundan çalışmada sadece iki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonları ile çalışma yürütülmüştür. İki boyutlu Archimedean kapula fonksiyonlarının parametrik olmayan tahmini için Genest ve Rivest (1993)'in önerdiği yöntem temel alınmıştır. Birliktelik parametresinin tahmini için, momentler yöntemine dayanan ve Kendall'ın ilişki katsayısı kullanılarak elde edilen tahmin ediciler kullanılmıştır. Kapula parametresinin farklı yöntemlerle tahmin edilerek yöntemin uygulanması başka bir çalışmaya bırakılmıştır.

Tüketici fiyatlarının on iki aylık ortalamalara göre değişimi ile dolar kuru arasındaki bağımlılık yapısının Archimedean kapula ailesinden, Clayton, Gumbel ve Frank kapulalarından biriyle modellenebileceği varsayılmış ve bu aday kapulalar içinden değişkenler arasındaki bağımlılık yapısına en yakın modelin Gumbel kapula ile modellenebileceği bulunmuştur. Değişkenlerin Gumbel kapula ile modellenebilir olması, iki değişkenin birlikte artmaya daha eğilimli olduğu göstermiştir.

Çalışmanın, başka aday kapulalar da göz önüne alınarak genişletilebileceği açıktır. Benzer şekilde, aday kapula fonksiyonları arasından en uygun kapula fonksiyonunun seçimi için farklı seçim kriterlerinin kullanılması ile de çalışma geliştirilebilir. Çalışmada, sadece üç aday kapula ile çalışılması, verinin Archimedean kapula fonksiyonlarıyla modellenebileceğinin varsayılması bu çalışmanın önemli bir kısıtıdır. Çalışmada, söz konusu üç aday kapula arasındaki bağımlılık yapısının en yakın modelleyen kapula fonksiyonu seçilmiştir. Bu durumda, bağımlılığı modelleyecek daha iyi modellerin bulunabileceği göz ardı edilmemelidir. Söz konusu varsayımın ortadan kaldırılması ve aday kapula sayısının artırılmasıyla çalışmanın daha gelişeceği göz önüne alınmalıdır.

Kaynakça

Clayton, D.G. (1978), 'A model for association in bivariate life tables and its application in epidemiological studies of familial tendency in chronic disease incidence', *Biometrika*, 65:141-151.

Genest, C., Mackay, J. (1986b), 'The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals,' *The American Statistician*, 40, 280–283.

Genest, C. (1987), 'Frank's family of bivariate distributions', *Biometrika*, 74:549-555.

Genest, C., Rivest, L.P. (1989), 'A characterization of Gumbel's family of extreme value distributions', *Statist Probab Lett*, 8:207-211.

Genest, C., Rivest L.P. (1993), 'Statistical inference procedures for bivariate archimedean copulas', *Journal of The American Statistical Association Theory and Methods* (88), No: 423.

Genest, C., Favre, A.C. (2007), 'Everything You Always Wanted to Know about Copula but Were Afraid to Ask', *Journal of Hydrological Engineering*, Vol:12, No:4, 347-368.

'Fiyat Endeksleri ve Enflasyon', Sorularla Resmi İstatistikler Dizisi-3, TÜİK

Frank, M.J (1979), 'On the simultaneous associativity of $F(x,y)$ and $x+y-F(x,y)$ ', *Aequ. Math*, 19 (2-3), 194-226.

Frees, W.E., Valdez A.E. (1997), Understanding relationships using copulas. 32nd. Actuarial Research Conference, 6-8 August at University of Calgary, Albert ,Canada.

Gumbel, E.J. (1960), 'Distributions des valeurs extremes en plusieurs dimensions', *Publ Inst. Statist Univ. Paris*, 9:171-173.

Hougaard, P. (1986), 'A class of multivariate failure time distributions', *Biometrika*, 73:671-678.

Joe H (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*. (Chapman & Hall Ltd.)

Kimeldorf, G., Sampson, A. (1975b), Uniform representations of bivariate distributions. *Communications in Statistics*, 4, 617–627 (1975b)

Kolev, N., dos Anjos, U., Mendes, B. (2006), Copulas: a review and recent developments. *Stoch.Models* 22 (4), 617–660

Melchiori R. M. (2003), Which archimedean copula is the right one? *YieldCurve.com* (e-Journal)

Naifar N. (2011). Modelling dependence structure with archimedean copulas and applications iTraxx CDS index. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, (235); 2459-2466.

Nelsen, R.B. 1986. 'Properties of a one-parameter family of bivariate distributions with specified marginals', *Communications in Statistics—Theory and Methods*, 15, 3277–85.

Nelsen, R., (1999), 'An Introduction to Copulas', New York ,Springer.

Schweizer, B., Sklar, A. (1983), 'Probabilistic Metric Spaces', New York ,North-Holland,

Schweizer, B. (1991), 'Thirty years of copulas', pp.13-50 in: G. Dall'Aglio, S.Katz and G. Salinetti, eds. *Advances in probability distributions with given marginals Math. Appl.*, vol. 67, pp. 13–50. Kluwer Acad. Publ., Dordrecht

Sklar, A. (1959), ' Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges', *Publicationsdel'Institut de Statistique de l'Universite de Paris*,8, 229-231.

Sklar, A. (1973), 'Random Variables, Joint Distribution Functions and Copulas.',
Kybernetika, 9:449 460.

Ç. Topçu Gülöksüz

Yrd. Doç. Dr., Bartın Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, Uygulamalı İstatistik A.B.D.

E-posta: topcucigdem@gmail.com

Yazı Bilgisi:

Alındığı tarih: 31 Ekim 2015.

Yayına kabul edildiği tarih: 24 Kasım 2015.

E-yayın tarihi: 25 Kasım 2015.

Yazıcı çıktı sayfa sayısı: 10.

Kaynak sayısı: 22.

Hakemler:

Öğr. Gör. Dr. Pelin Toktaş (Başkent Üniversitesi - Ankara)

Yrd. Doç. Dr. Aslıhan Alhan (Ufuk Üniversitesi - Ankara)