

8. Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel İfade, Denklem ve Özdeşliklere Yönelik Kavram İmajlarının İncelenmesi¹

Investigation of 8th Grade Students' Conceptual Images of Algebraic Expressions, Equations and Identities

Gülşah GEREZ CANTİMER²

Makale Hakkında

Gönd. Tarihi: 12.11.2021
Kabul Tarihi: 06.09.2022
Yayın Tarihi: 01.11.2022

Anahtar Kelimeler

Cebirsel ifade,
denklem,
özdeşlik,
kavram imajı.

Keywords

Algebraic expression,
equation,
Identity,
concept image.

Özet

Bu çalışmanın amacı 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarının incelenmesidir. Bu doğrultuda öğrencilerin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajları, bu kavramlar arasındaki ilişkilere yönelik açıklamaları ve uygulama sorularına verdikleri yanıtların kavram imajlarıyla tutarlılığı araştırılmıştır. Çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Araştırmanın katılımcıları 2020-2021 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Sakarya'da bir devlet okulunda 8. sınıfta öğrenim gören 36 öğrencidir. Veri toplama araçları olarak öğrencilerin kavram imajlarını belirleyebilmek için 4 açık uçlu sorudan oluşan Kavram Bilgi Formu (KBF) ve bu kavramlara yönelik 2 örnek sorudan oluşan Uygulama Formu (UF) kullanılmıştır. Elde edilen veri içerik analizi yöntemine göre incelenmiştir. Bu kapsamda öncelikle öğrencilerin kavramlara yönelik açıklamaları kodlanmış, daha sonra temalar oluşturulmuş ve elde edilen bulgular tanımlanarak yorumlanmıştır. Buna göre; araştırmaya katılan öğrencilerin çoğunluğu kavramları tanımlarken sözel ifadeler kullanmada zorlanmış, kavramlara yönelik açıklamalarını matematiksel işlemler üzerinde ifade etmiştir. Ayrıca öğrencilerin örneklerdeki uygulamalarda kavram imajlarına yönelik açıklamalarda buldukları tespit edilmiştir.

Abstract

The aim of this study is to investigate the concept images of 8th grade students for algebraic expressions, equations and identities. In this direction, the students' concept images, their explanations and the consistency of their answers to the application questions were investigated. The study was designed as a case study from qualitative research methods. The participants of the research are 36 8th grade students in Sakarya in 2020-2021 academic year. In order to determine the concept images of the students, the Concept Information Form (CSF) consisting of 4 open-ended questions and the Application Form (UF) consisting of 2 sample questions as data collection tools, were used. The obtained data were analyzed according to the content analysis method. In this context, the explanations of the students about the concepts were coded, then the themes were created and the findings were defined and interpreted. According to this; the majority of the students participating in the research had difficulty in using verbal expressions while defining the concepts, and expressed their explanations about the concepts on mathematical operations. In addition, it was determined that the students made explanations about the concept images in the applications in the examples.

Atıf için: For Citation

Gerez Cantimer, G. (2022). 8. Sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *Muğla Sıtkı Koçman Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(2), 421-440. DOI: 10.21666/muefd.1022740

¹ Bu çalışma 3-5 Haziran 2021 tarihleri arasında düzenlenen "ERPA International Congresses on Education" kongresinde online olarak sunulan bildirinin genişletilmiş ve düzenlenmiş halidir.

² Milli Eğitim Bakanlığı, Serdivan İmam Hatip Ortaokulu, Sakarya - gulsahgerez@gmail.com - ORCID NO: 0000-0003-1643-6055

Cebir ve cebirsel düşünme, matematik okuryazarlığının önemli bir parçasıdır (Erbaş ve Ersoy, 2002). Matematik okuryazarlığı özellikle günümüz öğrencilerine kazandırılması için üzerinde durulan önemli bir yetkinliktir. Bu yetkinliği kazanan öğrenciler matematiği pratikte uygulama alanlarına daha rahat uyarlayabilecektir. Aynı zamanda öğrenciler matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi ile değişen yüzyılda çağa ayak uydurabilmede zorlukları aşabilecektir. Özellikle matematik öğrenme alanlarından cebir öğrenme alanı aritmetikten cebire geçişte öğrenciler için hayata farklı bir bakış açısı kazandırmaktadır. Cebir, nicelikler arasındaki ilişkilerin sembollerle gösterimidir (Kieran, 1992; Tabach ve Friedlander, 2008) ve bu semboller sadece bir nicelik olabileceği gibi birden fazla niceliği de belirtebileceğinden cebirsel işlemler soyut düşünmeyi gerektirir (Kieran, 1992, Lawrance, 2007). Bu açıdan soyut düşünme yapısına sahip olan cebir, geometri, olasılık, istatistik gibi matematiğin birçok alanı ile fen bilimleri ve mühendislik gibi diğer bilim dalları arasında kuramsal açıdan bir dil görevi üstlenmiş ve köprü oluşturmuştur (Dane ve Başkurt, 2012; Kaput, 1995). Günlük hayatta kendine uygulama alanı bulabilen cebir, matematiksel dil olarak problem çözme ve düşünme aracıdır (Bednarz ve Janvier, 1996; Dede ve Argün, 2003). Cebir, okulda bir çeşit cebirsel dil olarak ortaya çıkmakta ve aritmetik işlemlerin genel özelliklerini ifade etmenin bir yolu olarak kullanım alanı bulmaktadır (Bolea, Bosch ve Gascon, 2004). Cebirin genelleştirilmiş bir aritmetik bakış açısının yanı sıra sunulan cebirsel etkinlikler de matematiksel bir modelleme aracı olarak görülmektedir (Chevallard, 1990).

Öğrencilerin temel matematik işlemlerini kavradıktan sonra cebirle ilk olarak tanışmaları ise ortaokul 6. sınıf düzeyinde gerçekleşmektedir. Bu kapsamda cebir öğrenme alanına yönelik olarak öğrencilerin; 6. sınıf düzeyinde sayı örüntülerinden istenilen terimleri bulmaları ve cebirsel ifadeleri anlamlandırmaları; 7. sınıf düzeyinde cebirsel ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapmaları, eşitlik kavramını anlamaları ve birinci dereceden bir bilinmeyenli denklemler ile denklem problemlerini çözmeleri; 8. sınıf düzeyinde ise cebirsel ifadeler ve özdeşlikleri anlamaları, cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmaları, iki değişken arasındaki doğrusal ilişkiyi belirlemeleri, denklem ve eşitsizlik çözümlerini yapmaları hedeflenmektedir (MEB, 2018). Cebirsel kavramların ortaokul döneminde öğrencilere aşamalı olarak sunulması bu alana yönelik kavramsal anlamının sağlanarak öğrencilerin diğer yıllarda karşılaşacakları konularla ilişki kurmalarına yardımcı olmaktadır. Özellikle cebirsel kavramların öğrenciler için anlamlı bir bağlamda sunulma gerekliliği (NCTM, 2000), öğrencilerin konuyu öğrenmekten hoşlanmama (Toh, 2009) nedenlerini ortadan kaldırabilir. Gerek öğretmenlerin seçmiş olduğu bağlamsal durumlar gerekse günlük hayatla konunun ilişkilendirilmesi verimli bir öğrenme ortamının sunulmasına olanak tanıyacaktır. Etkili bir cebir öğretimi ve öğrenimi ile öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi sağlanarak sayılar arasındaki ilişkileri daha rahat kavrayabilmelerine; matematiksel akıl yürütme ve yorumlama becerilerinin gelişimi ile de problem çözme becerilerine önemli bir katkı sunulabilir (MacGregor & Stacey, 1994).

Cebirsel düşünme ise matematiği günlük hayatta işlevsel yapan önemli bir matematiksel düşünme biçimidir (Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Cebirsel düşünme becerisinin gelişimi ile matematikte bir üst seviyeye geçiş yapılarak hedeflenen başarıya ulaşılabilir (Bozkurt, Çırak Kurt ve Tezcan, 2020). Cebirsel düşünme becerileri düşük olan öğrenciler cebirsel denklemleri ve ifadeleri basitleştirmede, fonksiyon grafiklerini yorumlamada ve cebirsel problemleri çözmeye başarısız olma eğilimindedir (Hajizah, Wijayanti ve Darhim, 2021). Öğrencilerin cebirsel düşünme becerisine sahip olmalarının matematiksel gelişimleri açısından birçok yararının bulunmasına rağmen cebir öğretiminde ve öğreniminde zorluklarla karşılaşmaktadır. Buna göre okul derslerinde cebirle karşılaşan öğrencilerin cebirsel ifade, değişken, eşitlik, denklem ve bilinmeyen gibi temel kavramları anlamlandırmada zorlandıkları, konuyu kavrayamadan cebirsel işlemleri rutin olarak yapmaya yöneldikleri görülmektedir (Dede ve Argün, 2003; Hajizah, Wijayanti ve Darhim, 2021; Kieran, 1992; MacGregor ve Stacey, 1994). Öğrencilerin cebir problemlerini çözmeye güçlük çekmesine neden olan faktörler ise matematiksel kavramların yanı sıra matematiksel temsiller arasında bağlantı kurmada sahip oldukları fikirlerin veya anlayışların yetersizliğidir (Sirajuddin, Sa'dijah ve Parta, 2020). Cebirin kendine özgü doğası, öğrencilerin konuya yönelik hazırbulunuşluk düzeyleri, zihinsel özellikleri, cebir öğretimindeki yetersizlikler vb. öğrencilerin cebiri tam anlamıyla kavrayamamalarına yol açmaktadır (Dede ve Argün, 2003).

Okulda gösterilen matematiksel uygulamalarda aritmetik ve cebir arasında tek yönlü bir ilişki bulunmaktadır. Bu kapsamda önce aritmetik sonra cebir öğretimi gelmektedir (Bolea, Bosch ve Gascon, 2004). Bu nedenle öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesinde, aritmetik işlemlerin odak noktası olan hesaplamaların ötesinde işlemlerin ilişkisel yönlerinin görülmesine dikkat edilmelidir

(Kieran, 2004). Cebir her ne kadar matematiğin bir alt öğrenme alanı olsa da her alanda yerinin olması öğrencilerin cebiri öğrenme gereksinimini oluşturmaktadır (Williams, 1997; Williams ve Molina, 1998). Cebirin içeriği tekli bir denklemle başlayarak gitgide derinleşir ve o kadar çok bağlam içerir ki daha yüksek düzeyde matematiğin vazgeçilmez bir parçası haline gelir (Zhang, 2017). Öğrencilerin cebiri aritmetikteki işlemler kadar öncelikli bir ihtiyaç olarak görmemeleri ileri düzey matematik derslerinin yeterince yapılandırılmamasına, daha nitelikli yüksek öğretim ve kariyer olanaklarının azalmasına neden olabilir (Williams, 1997). Cebir öğretiminde yaşanan tüm olumsuzluklar ve yapılan hatalar matematiğin diğer öğrenme alanlarında kopmalara neden olacaktır. Bu nedenle hatanın kaynağı belirlenirse mevcut sorunlara tedbir alınabilir (Şimşek ve Soylu, 2018). Öğrencilerin öncelikli olarak değişken ve denklem kavramlarını zihinlerinde tam olarak şekillendirmeleri ile cebirsel ifade gücü daha yeterli hale gelebilecektir (Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg ve Stephens, 2005). Özellikle cebir öğretiminde öğrencilerin zihinlerinde beliren kavram imajlarının incelenmesi, kavram öğretimindeki mevcut durumun belirlenerek yeni öğrenme rotalarının çiziminde rehber olabilir. Bu nedenle kavramsal öğrenme ve kavram imajları çalışmanın motivasyon kaynağını oluşturmaktadır.

Çalışmada teorik çerçeve olarak literatürde yer alan kavramsal bilgi (conceptual knowledge) ve kavram imajı (concept image) olmak üzere iki temel düşünce esas alınmıştır. Kavramsal bilginin niteliksel açıdan yeterli olup ilişkisel olarak oldukça zengin, doğru içeriği kapsamı önemini arttırmaktadır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Hiebert ve Lefevre'ye (1986) göre matematiksel düşünceler arasında ilişkiler kurularak kavramsal bilgiye ulaşılır ve bu bilgilerin farklı alanlarda kullanımı ile kavramlar arasında geçiş yapma kolaylığı sağlanır. Matematiksel bir kavram tek başına bir anlam ifade edemeyeceği gibi diğer kavramlarla ilişkilendirildiğinde anlam kazanır ve kavramsal öğrenme gerçekleşir. Öğrencilerin kavramsal bilgiye sahip olması ile kavramlar arasında geçiş yapılarak mevcut bilginin uyarlanması ve farklı alanlarda kullanılması sağlanır (Hiebert ve Lefevre, 1986). Öğrencilerin matematiksel anlamalarını sağlayabilmek için de öğretim sırasında hem işlemsel bilgi hem de kavramsal bilgi bir arada sunulmalıdır (Attorps, 2003).

Tall ve Vinner (1981) ise kavram imajını bir matematiksel düşünceye yönelik bireyin zihninde kodladığı yapılar olarak belirtmektedir. Bu yapılar; matematiksel sembol, işlem, şekil, grafik, resim veya günlük hayat örnekleri olabilir. Bu nedenle bir matematiksel düşünceye yönelik birden fazla kavram imajı insan zihninde yer alabilir ve ihtiyaç dâhilinde bu kavram imajlarından birisi kullanılabilir (Dede, Bayazit ve Soybaş, 2010). Mevcut çalışmada, öğrencilerden cebirsel ifade, denklem ve özdeşlik kavramlarını açıklamaları ve tanımlarına yönelik matematiksel olarak veya günlük hayatla ilgili örnekler vermeleri istenmiştir. Böylece öğrencilerin bu kavramlara yönelik ne tür kavram imajlarına sahip oldukları ve öğrenci açıklamaları ile örneklerdeki uygulamalarının tutarlı olup olmadığı incelenmiştir.

Vinner (1983) bireyin zihninde yer alan kavramın, kavram tanımı ve kavram imajı olmak üzere birbiri ile etkileşimde olması muhtemel iki hücreden oluştuğunu belirtmektedir. Buna göre kavram tanımı (concept definition) bilimsel açıdan doğru olup bir kavramı diğer kavramlardan ayırmada kullanılan kelimelerin tamamından oluşmaktadır. Kavram tanımından farklı olarak kavram imajı (concept image) informal bir tanım olup bireyin zihninde o kavramla ilgili uyarıyı kapsadığından bireydeki kavram yanılgılarını da ortaya çıkarabilir (Tall ve Vinner, 1981). Esasında bireyin zihninde bazı kavramlara ilişkin kavram imajlarının yanında kavram tanımları bulunmasına rağmen bazı kavramlara ilişkin kavram tanımları bulunmamaktadır. Bazı kavramlar ise önceden bilinmediği ve soyut olduğu için formal ve bir sisteme özgü olarak tanımlanmalıdır (Tall ve Vinner, 1981). Kavram imajı ve kavram tanımı arasındaki ilişki incelendiğinde iki farklı durumla karşılaşılmaktadır (Vinner, 1983). Birincisi öğrencinin kavramla ilgili önceden bir zihinsel imaja sahip olması durumudur. Kavram imajı değişken bir yapıdadır öyle ki öğretmen kavram tanımını oluşturduğunda öğrenci bu tanıma da kapsayacak şekilde kendi zihnindeki kavram imajını değiştirebilir; kavram imajı aynen kalıp öğretmenin yaptığı açıklama tanım hücresinde yer alabilir ve bu kavramın tanımı istendiğinde kendi kavram imajını temsilen bir tanım yapılabilir; mevcut iki hücre aynen kalıp sorularda öğretmenin verdiği kavram tanımı, diğer durumlarda ise kavram imajı kullanılabilir. İkincisi öğrencinin kavramla ilk kez karşılaşma durumudur. Bu durumda olan öğrencilerin ilgili kavram hücresi boş olabilir. Öğrenci ilk kez karşılaştığı kavram tanımı ile etkileşimde bulunarak zihninde beliren kavram imajı hücresini doldurur. Kavram imajının gelişmesi ölçüsünde kavram tanımından yeni çıktılar elde edilir. Bu durumda kavram imajı ile etkileşimde olunup kavram tanımı odaklı; kavram imajı pasif olup sadece kavram tanımı odaklı; kavram

tanımıyla etkileşimde olup kavram imajı odaklı olmak üzere farklı çıkarımlarda bulunulabilir. Ayrıca Vinner (1983), bu süreçlerden farklı olarak tipik karşılaşılan sürecin, kavram tanımının pasif olduğu ve bütünüyle kavram imajı temel alınarak çıkarımlarda bulunduğu yönünde açıklamaları vurgulamaktadır. Özetle öğrencilerin matematiksel işlemlerde ve yaptıkları çıkarımlarda özellikle bireysel kavram imajlarını tercih ettikleri belirtilmektedir.

Literatür incelendiğinde; fonksiyon (Viirman, Attorps ve Tossavainen, 2010; Vinner, 1983), limit (Tangül, Kabaal, Barak ve Özdaş, 2015), türev (Erdoğan, 2017), süreklilik (Tall ve Vinner, 1981), periyot (Öner ve Ertekin, 2015), radyan (Akkoç, 2008), rasyonel sayı ve kesir (Macit ve Nacar, 2019), silindir ve koni (Karakuş, 2018), üçgenler (Ulusoy, 2021), dörtgenler (Ubuz, 2017), geometrik cisimler (Türnüklü ve Ergin, 2016) vb. farklı matematiksel konulara ait kavramlarda, farklı öğrenme seviyelerine yönelik birçok kavram imajı çalışmasının yapıldığı görülmektedir. Cebir öğrenme alanına yönelik yapılan çalışmalardan kavram imajları özelinde yapılan çalışmalar incelendiğinde ise daha sınırlı sayıda çalışmaya ulaşılmıştır (Attorps, 2003; Dede, Bayazit ve Soybaş, 2010; Fajriah, Suryadi ve Fatimah 2019; Siagian, Suryadi, Nurlaelah, Tamur ve Sulastri, 2020; Tekin Sitrava, 2017a, 2017b).

Attorps (2003), matematik öğretmenlerinin denklem kavramına yönelik imajlarını incelediği çalışmada, öğretmenlerin tanımlarının formal tanımdan farklılaştığı, okuldaki zamanlarının büyük bir bölümünü matematiksel anlamının yerine işlemsel becerileri geliştirmede harcadıkları sonuçları elde edilmiştir. Dede, Bayazit ve Soybaş (2010), öğretmen adaylarının denklem, polinom ve fonksiyon kavramlarına yönelik kavram imajlarından yola çıkarak kavramsal ilişkileri anlamada yeterli olmadıklarını tespit etmiştir. Tekin Sitrava (2017a) ise öğretmen adaylarının cebirsel ifade ve denklemlere yönelik eksik ve hatalı kavram imajlarına sahip olduğunu tespit ederek bu durumun kavram öğretiminde zorluk yaşanmasına ve öğrencilerde kavram yanlışlığı oluşmasına sebebiyet vereceğini vurgulamıştır. Bu doğrultuda öğretmen ve öğretmen adaylarının cebir kavramlarında zorluk yaşamaları öğrencilerin kavram imajlarının ne düzeyde olabileceği ve öğrenci açısından durumun değerlendirilmesi ihtiyacını gündeme getirmektedir. Özellikle cebir kavramlarına yönelik kavram imajlarının belirlenmesi öğretim hakkında ipucu fırsatı sunabilir. Örneğin; Siagian, Suryadi, Nurlaelah, Tamur ve Sulastri (2020), 8. sınıf öğrencilerinin değişken kavramına yönelik kavram imajlarını bazı öğrenciler için değeri bilinmeyen şey ve bazı öğrenciler için de değeri bilinmeyen bir şeyin yerine geçen değer olarak belirlemiştir. Bu şekilde eğitimcilerin matematik derslerinde öğrenci düşüncesini fark ederek kavram imajlarını anlaması, öğrencilerin matematiksel anlamalarını arttırmada ihtiyaçlarıyla uyumlu öğrenme süreci hakkında fikir verecektir. Tekin Sitrava (2017b), 7. sınıf öğrencilerinin temel cebir kavramlarını tanımlamada fikirlerinin yüksek olmasına rağmen bu kavramlara yönelik kavram imajlarının cebiri ilişkisel açıdan öğrenmede çok güçlü olmadığını vurgulamıştır. Dane ve Başkurt (2012) da 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını anlamada ve aralarındaki ilişkiyi açıklamada zorlandıklarını ve bu kavramlara yönelik kavram yanlışlıklarına sahip olduklarını tespit etmiştir. Fajriah, Suryadi ve Fatimah (2019) ise 8. sınıf öğrencilerinin iki bilinmeyenli doğrusal denklem sistemine yönelik kavram imajlarında cebirsel düşünme konusunda didaktik, epistemolojik ve ontojenik olmak üzere birtakım öğrenme engellerinin olduğunu ifade etmiştir. Buna göre, öğrencilerin bilimsel kavramlardan farklı olarak kavram imajlarının oluşması; öğrenme yollarından veya öğretimin iyi olmadığı durumlardan kaynaklanan öğrenme deneyimlerinden, kavramlara yönelik sınırlı öğrenci bilgisinden ve öğrencilerin zihinsel olarak hazır olmamalarından etkilenmektedir.

Yukarıda cebir öğrenme alanı ile ilgili bahsedilen çalışmalar ışığında bu alana yönelik öğrencilerin kavram imajlarıyla ilgili daha fazla çalışmaya ihtiyaç olduğu söylenebilir. Böylece öğrenciden öğrenciye farklılık gösteren kavram imajları incelenerek öğretilmesi hedeflenen konu ile ilgili kavramsal bilginin ne düzeyde kazanıldığı tespit edilebilir. Özellikle bir öğrencinin öğrenim hayatı süresince kişisel deneyimleriyle oluşturduğu kavram imajlarını belirlemek, ilgili kavramın öğrencinin zihninde ne derece doğru yapılandırıldığı ve kavramla ilgili hangi eksik ya da yanlışların olduğunu görmek açısından önemlidir (Yavuz ve Hangül, 2016). Öğrenme sürecinde öğrenciler bir kavram hakkında yanlış bir anlayış oluştururlarsa ve bu durum hemen düzeltilmezse, yanlış anlamının sonuçları oluşarak öğrenme engelleri ortaya çıkacaktır. Bu nedenle öğrencinin kavram imajını oluşturan öğrenme deneyiminin analiz edilmesi gerekmektedir (Fajriah, Suryadi ve Fatimah, 2019). Aritmetikten cebire geçişte temel kavramların öğrenci zihninde nasıl yapılandırıldığına incelenmesi oluşacak hata ve kavram yanlışlıklarının önlenmesi adına yol gösterici olabilir. Bu bağlamda cebirsel ifade, özdeşlik ve denklem kavramları bağıntı, fonksiyon, türev gibi matematiğin diğer kavramlarının öğretiminde temel teşkil ettiği

için ortaokul düzeyinde öğrencilerin bu kavramları zihinlerinde nasıl şekillendirdiklerinin araştırılması önemli görülmektedir. Özellikle bu kavramların tam olarak anlamlandırılabilmesi, cebirin uygulama alanlarının pratikte uyarlanabilmesiyle matematik okuryazarlığı açısından da önemlidir. Bu gerekçelerle araştırma konusu belirlenerek mevcut çalışma ile 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda çalışmanın problem cümlesi “8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajları nasıldır?” şeklinde belirlenmiştir. Buna göre çalışmada aşağıda sunulan alt problemlere cevap aranmaya çalışılmıştır.

8. sınıf öğrencilerinin;

i) Cebirsel ifadelere yönelik kavram imajları nasıldır?

ii) Denklemlere yönelik kavram imajları nasıldır?

iii) Özdeşliklere yönelik kavram imajları nasıldır?

iv) Denklem ve özdeşlik arasındaki ilişkiyi belirleme düzeyleri nasıldır?

v) Cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajları ile uygulama sorularına verdikleri yanıtlar arasındaki tutarlılık ne düzeydedir?

Yöntem

Araştırmanın Yöntemi

Çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Durum çalışmasında temel amaç ele alınan durumu bağlamsal olarak anlamaya çalışmaktır (Merriam, 2009). Özellikle durum çalışmasında bir veya birkaç durum sınırlı bir sistem içinde birden fazla veri toplama yöntemi kullanılarak derinlemesine incelemek için uygulanır. Bu çalışmada ele alınan durum, öğrencilerin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarıdır. Öğrencilerin bu kavramlara yönelik kavram imajlarının belirlenebilmesi için kavram bilgi formu ve uygulama formu kullanılmıştır. Çalışmanın planlandığı gibi yürütülebilmesi için gerekli izin belgeleri alınmış ve etik kurallar çerçevesinde çalışma gerçekleştirilmiştir.

Çalışmanın etik kurul izni Sakarya Uygulamalı Bilimler Üniversitesi Etik Kurulundan alınmıştır. (Evrak Tarih ve Sayısı: 02.08.2021-E.18156).

Katılımcılar

Çalışmanın katılımcılarını 2020-2021 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde Sakarya’da bir devlet okulunda öğrenim gören 8. sınıf okul kurslarına devam eden 36 öğrenci oluşturmaktadır. Çalışmanın yapıldığı süre zarfında COVID-19 pandemi nedeniyle okul dersleri online olarak uzaktan eğitim şeklinde, destekleme ve yetiştirme kursları ise okulda yüz yüze olarak gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle katılımcılar hafta içi ve hafta sonu okul kurslarını düzenli olarak takip eden çalışmaya istekli öğrenciler arasından seçilmiştir. Amaçlı örnekleme yöntemlerinden kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi ile seçilen katılımcılar, ders başarı durumlarına göre farklı düzeylerde olan beş farklı kurs sınıfı içerisinde belirlenmiştir. Kurs sınıfları ise öğrencilerin sene başında katıldıkları deneme sınavı sonuçlarına göre oluşturulmuş ve dönem boyunca aylık olarak yapılan kurs denemelerinde tespit edilen akademik başarılarına göre güncellenmiştir. Özellikle farklı başarı seviyelerindeki öğrenci gruplarının cebirsel ifade, özdeşlik ve denklem kavramlarına yönelik kavram imajlarının neler olduğu, kavramlara yönelik açıklamalarının nasıl şekillendiği betimlenmeye çalışılmıştır.

Veri toplama araçları

Veri toplama araçları olarak öğrencilerin kavram imajlarını belirleyebilmek için 4 açık uçlu sorudan oluşan Kavram Bilgi Formu (KBF) ve bu kavramlara yönelik 2 örnek sorudan oluşan Uygulama Formu (UF) kullanılmıştır. Formlar oluşturulurken literatürde kavram imajları belirlemede kullanılan veri toplama araçları (Attorps, 2003; Tekin Sitrava, 2017b) incelenerek bu kapsamda sorular oluşturulmuş ve eğitim alanında uzman iki akademisyenin görüşüne sunulmuştur. Uzman görüşü doğrultusunda formlara son hali verilip uygulamaya hazır hale getirilmiştir. Buna göre kavram bilgi formunda ilk üç soruda öğrencilerden sırasıyla cebirsel ifade, denklem ve özdeşlik kavramlarını açıklamaları ve bu kavramlara yönelik zihinlerinde beliren örnek, çizim, şekil vb. detayları yazıya aktarmaları istenmiştir. Formdaki son soruda öğrencilerin denklem ve özdeşlik kavramlarına yönelik benzerlik ve farklılıkları belirlemeleri istenmiş ve bu iki kavram arasında nasıl bir ilişkinin olduğu sorulmuştur. Uygulama formu

ile öğrencilerin cebirsel ifade, özdeşlik ve denklemlerle ilgili verilen sorularda hangi kavramların yer aldığını bulmaları ve nedenleriyle açıklamaları istenmiştir.

Veri analizi

Çalışmada elde edilen veri içerik analizi yöntemine göre incelenmiştir. Bu kapsamda cebirsel ifade, denklem ve özdeşlik kavramlarına ve bu kavramlar arasındaki ilişkilere yönelik yapılan tanımlar ve ifadeler ayrı ayrı incelenerek kodlar oluşturulmuştur (Patton, 2002). Kodlar oluşturulurken öğrenci ifadelerini yansıtacak ifadeler belirlenerek birbirini kapsayan kodlar birleştirilmiş ve temalar elde edilmiştir. Çalışmanın alt problemleri doğrultusunda ayrı ayrı başlıklarda ele alınan çalışma sorularına yönelik temalar oluşturulmuş olsa da özellikle kavramlar arası ilişkiler incelenirken ve uygulama sorularına verilen yanıtlar değerlendirilirken bütünsel olarak tüm veri yeniden ele alınmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin kavram imajları, kavramlar arası ilişkilere yönelik ifadeleri ve kavram imajları doğrultusunda uygulama sorularına nasıl cevap verdikleri analiz edilmiştir. Analiz işlemi üç ay süre ile araştırmacı tarafından iki kez tekrarlanarak incelenmiştir. Çalışmanın güvenilirliği kapsamında ise araştırmacı dışında iki farklı alan uzmanının görüşleri alınarak kodlamalar kontrol edilmiştir. Kodlamalar üzerinde görüş birliğine varıncaya kadar analizlere devam edilmiş ve görüş birliği doğrultusunda süreç tamamlanmıştır. Çalışmanın geçerliliğini arttırmak için de elde edilen bulgular olabildiğince objektif bir biçimde ele alınmış ve öğrenci ifadeleri doğal akışıyla örneklendirilerek sunulmuştur.

Bulgular

Çalışmada öğrencilerden cebirsel ifade, denklem ve özdeşlik kavramlarını tanımlamaları ve tanımlarına yönelik açıklamada bulunarak zihinlerinde beliren şekil, çizim, sembol vb. yazmaları istenmiştir. Böylece öğrencilerin bu kavramlara yönelik kavram imajları belirlenmeye çalışılmıştır. Denklem ve özdeşlik kavramları arasındaki ilişkiler de benzerlik ve farklılıkları açısından sorularak öğrencilerin bu kavramlara yönelik imajları detaylı olarak incelenmeye çalışılmıştır. Öğrenci kavram imajları tespit edilirken ayrıca uygulama soruları ile tanımlarına yönelik açıklamaları ile sorularda verdikleri yanıtların tutarlılığı karşılaştırılmıştır. Bu kapsamda elde edilen veri araştırma soruları doğrultusunda alt başlıklarda değerlendirilerek sunulmuştur.

Öğrencilerin Cebirsel İfadelere Yönelik Kavram İmajları

Çalışmada birinci araştırma sorusu ile öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu sorgulanmıştır. Bu nedenle veri toplama araçlarından Kavram Bilgi Formu'nda (KBF) ilk soruda öğrencilerden cebirsel ifadeleri tanımlamaları istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajlarına ilişkin oluşan temalar ve temalara ait frekans değerleri Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajları

Tema	f
Bilinmeyenli ifade	15
Tanımlayamama/Boş	10
Bilinmeyenli işlem	3
Bilinmeyenli problem	2
Kavram tanımı	2
Değişkenli ifade	2
Bilinmeyen sayı	1
Sayısal ifade	1

Tablo 1'e göre öğrencilerin büyük bir bölümü cebirsel ifadeleri bilinmeyenli ifade (f=15) olarak zihinlerinde kodlamıştır. Ayrıca öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajlarının bilinmeyenli işlem (f=3), bilinmeyenli problem (f=2), kavram tanımı (f=2), değişkenli ifade (f=2), bilinmeyen sayı (f=2) ve sayısal ifade (f=1) olarak farklılaştığı görülmektedir. Öğrencilerin bir bölümü de cebirsel ifadeleri hatırlayamadığını belirterek tanımını yapamamış veya soruyu direk boş bırakmıştır (f=10). Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Bilinmeyenli ifade kavram imajına örnek: Tablo 1'e göre 15 öğrenci cebirsel ifade kavramını genel olarak bilinmeyenli ifade şeklinde tanımlamıştır. Bu yönde kavram imajına sahip öğrencilerin

ifadeleri daha detaylı incelendiğinde kavram imajlarına uygun örnek vermelerine rağmen ifadelerinde eksik veya hatalı kullanımların olduğu belirlenmiştir. Örneğin A-2 kodlu öğrenci “İçinde en az bir bilinmeyen bulunan ifadelere cebirsel ifade denir. $8x+4$, $5x-6$, $7x+2$ gibi.” ifadesiyle denklem kavram imajını örneklendirmiştir, fakat bu öğrencinin ifadesi ile örneklerinin tam örtüşmediği daha doğrusu eksik kullanım yaptığı görülmektedir. B-11 kodlu öğrencinin de “İçinde x , y , z gibi bilinmeyenlerin olduğu, değişkenlerin değerinin bilinmediği ifadelerdir. $3x-2$ gibi.” ifadesi ile doğru örnek vermesine rağmen değişken ve bilinmeyen kavramlarını karıştırdığı görülmektedir. F-33 kodlu öğrencinin ise “Denkleme benzer, bilinmeyen şeyler vardır (x , y , $a...$).” açıklaması ile bilinmeyen kavramını zihninde tam olarak anlamlandıramadığı, kavramsal açıdan yeterli olmayan sezgisel yorum yaptığı görülmektedir. C-21 kodlu öğrenci arkadaşlarından farklı olarak “En az bir bilinmeyenli (yani x 'li y 'li falan) sorudur. Mesela bize şimdi $(3x+3) + (x+3)$ bir cebirsel ifadedir. Bunun sonucu nedir? $4x+6$ 'dır. Eh işte bu da cebirsel ifade oluyor (C-21).” ifadesi ile rutin işlem üzerinde açıklama yaptığı görülmektedir.

Bilinmeyenli işlem kavram imajına örnek: Bu grupta yer alan öğrenciler cebirsel ifade kavramına yönelik kavram imajını bilinmeyenli işlem olarak nitelendirmiştir. Öğrencilerin kavram imajları incelendiğinde ise ifadelerinde yüzeysel açıklamaların yapıldığı ve hataların yer aldığı tespit edilmiştir. Örneğin C-14 kodlu öğrenci “Bilinmeyenli olan işlemlere denir.” ve C-16 kodlu öğrenci “Sabitleri ve değişkenleri toplama, çıkarma, çarpma, bölme.” ifadeleriyle yüzeysel açıklamalarda bulunmuş ve birer cümle ile kavramı tanımlayarak örnek vermemiştir. A-3 kodlu öğrenci ise “İçinde bir bilinmeyen bulunan işlemlere cebirsel ifade denir. $2x+1=10$ gibi veya torbadaki bilyelerden kaç tanesi mavi? gibi.” hatalı bir açıklamada bulunarak kavram imajında cebirsel ifadenin yerine denklem kavramını şekillendirdiği belirlenmiştir.

Bilinmeyenli problem kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler cebirsel ifade kavramını bilinmeyenli problem olarak tanımlamıştır. Örneğin C-19 kodlu öğrencinin “İçinde bilinmeyen olan probleme cebirsel ifade denir. Örneğin $x+5$.” ifadesinde problem kavramı geçmesine rağmen problem sorusunun yazılmadığı, sadece örnek üzerinde cebirsel ifadeye uygun yazım yapıldığı ve kavram imajında yeterli açıklama yapılmadığı görülmektedir. Aynı tanım ile benzer örneğin “ $x+4$ ” olarak C-20 kodlu öğrenci tarafından da verildiği tespit edilmiştir.

Kavram tanımı: Bu gruptaki öğrencilerin kavram imajının kavram tanımına benzer bir biçimde oluştuğu gözlenmiştir. Örneğin D-22 kodlu öğrenci “En az bir değişken ve işlem içeren ifadelerden cebirsel ifade denir.” ve E-30 kodlu öğrenci “Sabitlerden ve değişkenlerden oluşan bir ifade toplama, çıkarma, çarpma, bölme, rasyonel sayının üssünü almak. $(2x+1) + (3x+7)$ gibi.” ifadeleriyle kavram tanımına oldukça yakın kavram imajları sergilemiştir.

Değişkenli ifade kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler cebirsel ifade kavram imajını değişkenli ifade olarak nitelendirmiştir. Örneğin D-23 kodlu öğrenci “Cebirsel ifade içinde en az bir değişken bulunur.” ve F-34 kodlu öğrenci “Değişkeni, katsayısı ve sabit terimi olan ifadelerdir.” açıklamaları ile bu yönde bir anlatımda bulunmuştur. Öğrencilerin özellikle bu şekilde açıklama yapmış olmaları, çalışmada kullanılan diğer formda yer alan uygulama sorusunda cebirsel ifadelerin değişken, terim, katsayı ve sabit terimini bulmaları istendiğinde öğrencinin zihninde bu kavram imajının belirlediğini göstermektedir.

Bilinmeyen sayı kavram imajına örnek: Cebirsel ifade kavramına yönelik bir öğrencinin bilinmeyen sayı kavram imajının olduğu belirlenmiştir. Örneğin C-15 kodlu öğrenci “Cebirsel ifadede bilinmeyen sayılar vardır. Onlara x denir. x 'i bulmaya çalışırız.” ifadesi ile bu yönde bir açıklamada bulunmuştur, bu durumda öğrencinin kavram imajının net olmadığı söylenebilir.

Sayısal ifade kavram imajına örnek: A-1 kodlu öğrenci “Bir veya birden çok bilinmeyen olan sayısal ifade. $2x+3$ gibi.” ifadesi ile tek örnek üzerinden açıklamaya çalışmıştır.

Öğrencilerin Denklemlere Yönelik Kavram İmajları

Çalışmada ikinci araştırma sorusu ile öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu sorgulanmıştır. Bu nedenle Kavram Bilgi Formu'nda (KBF) ikinci soruda öğrencilerden denklem kavramını tanımlamaları istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajlarına ilişkin oluşan temalar ve temalara ait frekans değerleri Tablo 2'de gösterilmiştir.

Tablo 2. Denklemlere yönelik kavram imajları

Tema	f
Tanımlayamama/Boş	11
Eşitlik	6
Bilinmeyi bulma	3
Denkleme örneği yazma	3
Tek değer için sonuç bulma	2
Bilinmeyenli ifade	2
Bilinmeyenli işlem	2
Değişkeni bulma	2
Eşitsizlik	2
Bilinmeyen sayı	1
Bilinmeyenli soru	1
Sayılarla oluşturma	1

Tablo 2 incelendiğinde; öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajlarının en fazla eşitlik ($f=6$) olarak ifade edildiği, sonra da bilinmeyen olarak fakat farklı ifadelerle tanımlamalarda bulunduğu görülmektedir. Birkaç öğrencinin ise denklemlere yönelik kavram imajının eşitsizlik ($f=2$) olarak şekillenmesi oldukça dikkat çekicidir. Diğer öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajları da bilinmeyen ve değişken kavramlarına yönelik çeşitlilik göstermektedir. Buna göre oluşan kavram imajları; bilinmeyi bulma ($f=3$), bilinmeyenli ifade ($f=2$), bilinmeyenli işlem ($f=2$), değişkeni bulma ($f=2$), bilinmeyen sayı ($f=1$) ve bilinmeyenli sorudur ($f=1$). Öğrencilerin denklemlere yönelik zihinlerinde belirlediği diğer kavram imajları ise denkleme örneği yazma ($f=3$), tek değer için sonuç bulma ($f=2$) ve sayılarla oluşturmadır ($f=1$). Ayrıca öğrencilerin bir bölümünün denkleme açıklayamadıkları için cevap veremediklerini belirttikleri veya soruyu boş bıraktıkları göze çarpmaktadır ($f=11$). Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmaktadır.

Eşitlik kavram imajına örnek: A-1 kodlu öğrenci “İki cebirsel ifadenin birbirine eşit olma durumu. $2x+3=x+6$ gibi.” ifadesi ile ve C-14 kodlu öğrenci “Bilinmeyi olan işlemlerin eşitliğine denir. $4x-6=x+11$ gibi.” ifadesi ile denklemlere yönelik kavram imajlarını eşitlik olarak sergilemiştir. Yine aynı grupta yer alan A-4 kodlu öğrenci ise denkleme tanımını ve açıklamasını “Bir cebirsel ifadeye bir başka sayının ya da cebirsel ifadenin eşit olma durumudur. Fakat cebirsel ifadenin özdeşi varsa bu denkleme değildir.” şeklinde yapmıştır. Bu doğrultuda A-4 kodlu öğrenci denkleme kavram imajını eşitlik olarak belirterek üç farklı denkleme örneği ve bir de denkleme olmayan örnek yazmıştır. Ayrıca denkleme yönelik kavram imajını terazi modeli üzerinde çizimle ve bir de problem sorusu yazarak denkleme kurma örneği üzerinden vermiştir. Bu durum öğrencinin öğrenme ortamındaki deneyimlerine yönelik zengin bir kaynak oluşturduğunu göstermektedir. Diğer öğrencilerin açıklamalarında daha yüzeysel, kavramsal açıdan yeterli olmayan ifadeler de tespit edilmiştir. Örneğin, D-26 kodlu öğrencinin “Sayıların aralarında bir eşitlik ve bağ olması. $=$, x , y gibi işaretler bulunur. Verilen sayılar birbirlerine eşittir.” ifadesi ile denkleme kavram imajına yönelik yeterli açıklama yapılmadığı görülmektedir. E-30 kodlu öğrencinin “Denklemlerde eşitlik değişkenin belirli değerleri için sağlanır.” ifadesi incelendiğinde ise denklemin eşitlik olduğu belirtilmiş olmasına rağmen değişken ve bilinmeyen kavramlarının net bir biçimde oluşmadığı görülmektedir.

Bilinmeyi bulma kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrencilerde denkleme yönelik kavram imajı bilinmeyi bulma şeklinde ifade edilmiştir. Öğrencilerin açıklamaları detaylı incelendiğinde denkleme çözümünün nasıl yapıldığını bilmelerine rağmen kavramın mantığını anlamlandırmada zorlandıkları görülmektedir. Örneğin, B-12 kodlu öğrenci “Tek bilinmeyi vardır. Genellikle x 'i bulmaya çalışırız.” ifadesi ile kavramsal açıdan detaylı bir açıklama yapamamış, bilinmeyen olarak da sadece x 'i örneklendirmiştir. B-13 kodlu öğrenci ise “Denkleme genelde bilinmeyi yani x 'i bulmaya yöneliktir. Yani x 'i işlemler yaparak bulabiliyorsak ve x çıkıyorsa bu bir denklemdir. Buradaki örnekte de denkleme yaptım.” ifadesi ile denkleme yönelik kavram imajını tanımlayarak örnek bir denkleme çözümünü bilinmeyenin değerini hesaplamıştır ve zihninde beliren kavram imajını rutin bir biçimde örneklendirmiştir. Ayrıca öğrencinin bilinmeyenin değerinin bulunması gerektiğini belirtmesi çözümü boş küme olan denkleme çözümlerinin zihnindeki şemada yer almadığını veya bu durumun önemsenmediğini göstermektedir. D-27 kodlu öğrencinin “Denkleme x 'i bulana kadar sadeleştirilmeye

çalışmalı.” ifadesiyle bu ifadeyi yazarken emin olmadığını da belirtmesi kavram imajını yeterli bir biçimde açıklayamadığını göstermektedir.

Denklem örneği yazma: Bu grupta yer alan öğrenciler denklemlere yönelik kavram imajlarını sadece örnek yazarak bunun üzerinde sergilemiştir. Örneğin, A-7 kodlu öğrencinin “ $3x-2=x+4$.” ifadesiyle denkleme yönelik kavram imajını sadece örnek üzerinde gösterdiği tespit edilmiştir. E-29 kodlu öğrenci de A-7 kodlu öğrenci gibi sadece denklem örneği yazmıştır. F-36 kodlu öğrenci ise kavram imajını örnek üzerinde ifade etmesine rağmen hatalı örneklendirmede bulunmuştur. Öğrencinin bu kapsamda denklem örneği için özdeşlik ve açılımını yazdığı belirlenmiştir.

Tek değer için sonuç bulma kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler denklemlere yönelik kavram imajlarını tek değer için sonucu bulma olarak ifade etmiştir. Örneğin, A-2 kodlu öğrenci “*Denklem bir cebirsel ifadenin değişkeninin tek bir değerinde sonuç verdiği ifadelerdir. $x+4=8$ ve $6x=42$ gibi.*” ifadesiyle denkleme yönelik kavram imajını kısaca sonuç bulma olarak açıklamış ve denklem örnekleri üzerinden hesaplama yaparak bilinmeyen sonuçlarını doğru bir biçimde belirlemiştir. Ayrıca A-2 kodlu öğrencinin açıklamasında değişken kavramına yönelik karışıklık yaşandığı görülmektedir. C-15 kodlu öğrencinin ise “*Denklem x 'in yerine rastgele bir sayı koyduğumuzda sonuç doğru çıkar.*” ifadesiyle denkleme yönelik kavram imajında kavramsal açıdan yeterli açıklama olmadığı görülmektedir.

Bilinmeyenli ifade kavram imajına örnek: Bu grupta yer alan öğrencilerin kavram imajlarında hatalı örneklendirmeler tespit edilmiştir. Örneğin, C-18 kodlu öğrencinin “*İçinde bilinmeyenli olan terimlerden oluşan yani değişken, terim, sabit terim, katsayı olan bir ifadedir. $5x+2$ bir denklemdir. x yerine istediğimiz sayıları yazamayız.*” ifadesinde denklem ile cebirsel ifade kavramlarını karıştırdığı ve hatalı örneklendirme yaptığı görülmektedir. Son cümlesinde ise x yerine istenen sayıların yazılamayacağını belirtmesi, esasında kavram imajında kavram tanımına yakın örneklerin olabileceği noktasında ipucu niteliğinde olabilir. F-34 kodlu öğrenci ise “*Bilinmeyenli olan ifadelerdir.*” ifadesiyle yüzeysel bir açıklamada bulunmuştur.

Bilinmeyenli işlem kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler denklem kavramını bilinmeyenli işlem olarak tanımlamakta ve bu doğrultuda örnekler vermektedir. Örneğin, A-5 kodlu öğrenci “*İçerisinde en az bir bilinmeyen bulunan işlemlere denir. Bu işlem yapılarak bilinmeyen bulunabilir. $3x=9$ gibi.*” ifadesiyle zihninde oluşturduğu kavram imajına uygun bir örnek yazmıştır. Öğrencinin verdiği örneği çeşitlendirmemesi aklına ilk gelen fikri paylaştığını göstermektedir. A-6 kodlu öğrenci “*İçinde bir bilinmeyenli olan ve bilinmeyenli belli bir sayı veren şeylere denklem denir. Mesela manavcı olan Ahmet amca x tane kasada portakal alsın ve bir kasası 2 lira olsun ve ödediği para 8 lira ise toplamda kaç kasa aldığını denklemden yararlanarak buluruz. $2x=8$ ve $x=4$ 'tür. 4 kasa olmasını denklem sayesinde bulduk.*” ifadesiyle denkleme yönelik kavram imajını problem cümlesi ve çözümü üzerinde açıklayarak belirtmiştir.

Değişkeni bulma kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrencilerin denklem kavramını değişkeni bulma olarak tanımlamalarına rağmen bilinmeyen kavramını göz ardı ettikleri tespit edilmiştir. Örneğin, B-10 kodlu öğrencinin “*Bir değişkeni bulmak için kullanırız.*” ifadesinde ve B-11 kodlu öğrencinin de “*İçinde en az bir değişken bulunan, değer verilerek bulunan ifadelere denklem denir. Denklemlerin bir tane cevabı olabilir. Örneğin; $2=4x$.*” ifadesinde değişken kavramını hatalı kullandıkları görülmektedir.

Eşitsizlik kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrencilerin sayısı oldukça az olmasına rağmen denklem kavramını zihinlerinde eşitsizlik olarak kodladıkları görülmektedir. Örneğin, A-3 kodlu öğrencinin “*İçinde eşitsizlik sağlayan işlem. Örneğin; $2x+4=3x+12$ ve terazinin iki kefesi.*” açıklamasında denkleme ifade ederken eşitsizlik olarak belirtmesine rağmen örneklendirmelerinde eşitlik kavramına yönelik örnekler kullandığı belirlenmiştir. Bu durum da kavram imajında çelişkili ifadelerin yer aldığını göstermektedir. E-31 kodlu öğrenci de “*Eşit değildir.*” ifadesi ile özdeşliklerde eşitliğin iki tarafının eşitliğinden yola çıkarak denklem için eşitliğin olmadığını vurgulamıştır. Ayrıca E-31 kodlu öğrencinin uygulama sorularına verdiği cevaplar da eş zamanlı olarak kontrol edilerek belirtilen ifadelerin denklem olup olmama durumunu hatalı belirlediği, kavram imajına yönelik bir çözüm sergilediği tespit edilmiştir. Bu durum da öğrencinin zihninde kavram tanımının yeterince oluşmadığını ortaya çıkarmaktadır.

Bilinmeyen sayı kavram imajına örnek: D-23 kodlu öğrenci “*Denklem içinde bilinmeyen bir sayı bulunan ve bunu bulabiliriz.*” ifadesiyle yeterince açıklama yapmamış ve açıklamasını örneklendirmemiştir.

Bilinmeyenli soru kavram imajına örnek: Bu grupta sadece bir öğrenci bulunmaktadır ve denkleme yönelik kavram imajını bilinmeyenli soru olarak zihninde oluşturmuştur. Buna göre C-21 kodlu öğrencinin “*Denkleme en az bir bilinmeyenli sorudur. Yani şimdi x bilmem ne falan filanlı bir soru işte o x 'in yerine bir sayı yazıyoruz işte öyle sonuca ulaşmaya çalışıyoruz.*” açıklamasında çözümünü deneyerek bilinmeyeni bulduğunu anlayabiliriz yani öğrencinin biraz test mantığıyla soru çözümünün yapılmasını ifade etmek istediği anlaşılmaktadır.

Sayılarla oluşturma kavram imajına örnek: Bu grupta da sadece bir öğrenci bulunmakta ve denkleme yönelik kavram imajını sayılarla oluşturma şeklinde belirtmektedir. Bu doğrultuda C-17 kodlu öğrencinin “*Sayılarla bir denklem oluşturma.*” ifadesinde kavram imajının net bir biçimde açıklanamadığı, sadece aklına ilk gelen açıklamayı detaylandırmadan ve örneklendirmeden yazdığı görülmektedir.

Öğrencilerin Özdeşliklere Yönelik Kavram İmajları

Çalışmada üçüncü araştırma sorusu ile öğrencilerin özdeşliklere yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu araştırılmıştır. Bu nedenle Kavram Bilgi Formu'nda (KBF) öğrencilerden özdeşlikleri tanımlamaları istenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin özdeşliklere yönelik kavram imajlarına ilişkin oluşan temalar ve temalara ait frekans değerleri Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3. Özdeşliklere yönelik kavram imajları

Tema	f
Eşit ifadeler	15
Tanımlayamama/Boş	12
Sonucun aynı olması	5
Örnek verme	2
Başka sayılarla bölünmeyen ifade	1
Değişkenin uygunluğu	1

Tablo 3'e göre öğrencilerin özdeşliklere yönelik kavram imajlarının en belirgin olarak eşit ifadeler (f=15) temasında yer aldığı görülmektedir. Diğer öğrencilerin kavram imajları ise sonucun aynı olması (f=5), örnek verme (f=2), başka sayılarla bölünmeyen ifade (f=1) ve değişkenin uygunluğu (f=1) temalarında yer almaktadır. Ayrıca özdeşlik kavramını hatırlayamayıp tanımlayamadığını belirten öğrenciler ile soruyu boş bırakan öğrenciler de mevcuttur (f=12). Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmaktadır.

Eşit ifadeler kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler neredeyse tüm grubun yarısı kadar sayıdadır ve özdeşliğe yönelik kavram imajlarını eşit ifadeler olarak şekillendirmiştir. Örneğin, A-1 kodlu öğrencinin “*Eşitliğin iki tarafındaki ifadenin de farklı şekillerde yazılıp aslında aynı olması. Özdeşlikte eşitliğin bir tarafındaki ifade diğerinin çözümlenmiş halidir. $(x+y)^2=(x+y).(x+y)$ gibi.*” ifadesiyle zihninde beliren kavram imajına uygun örneklendirmede bulunduğu görülmektedir. Benzer bir şekilde A-3 kodlu öğrencinin “*İki tarafın da eşit olmasını sağlamak. Örneğin; $3(6x+1) = 18x+3$.*” ifadesinde kavram imajına yönelik uygun örnek gösterimi yapıldığı tespit edilmiştir. A-4 kodlu öğrencinin ise “*Bir cebirsel ifadeye özdeş başka bir cebirsel ifade yazmaya özdeşlik denir.*” ifadesiyle özdeşlik kavramına yönelik yaptığı açıklamaya uygun üç farklı özdeşlik örneği verdiği, bir de özdeşlik olmayan örnek verdiği belirlenmiştir. A-4 kodlu öğrencinin kavrama yönelik özdeşlik olan ve özdeşlik olmayan ifadeleri beraber yazmış olması kavramı zihninde tam olarak yapılandırdığı konusunda ipucu olabilir. Ayrıca öğrencinin özdeşlik ifadelerinde değişken seçiminde farklı harfleri de kullandığı gözlenmiştir. Bu durum öğrencinin kavram imajının net bir biçimde oluştuğunu göstermektedir. A-8 kodlu öğrenci “*İki ifadenin her durumda birbirine eşit olması. Bilinmeyenine yerine istediğimiz sayıyı getirelim yine eşit olur. $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$.*” ifadesiyle özdeşlik kavramını tanımlayarak özdeşliğe uygun matematiksel bir örnek ve görsel üzerinde iki terimin toplamının karesi özdeşliğini geometrik olarak ispatlayarak göstermiştir. A-8 kodlu öğrencinin arkadaşlarından farklı olarak özdeşlik kavramını hem sözel ifade etmesi hem matematiksel olarak eşitliği belirtmesi hem de geometrik gösterimi açıklaması öğrencinin öğrenme deneyiminin oldukça nitelikli olduğunu göstermektedir. Aksine B-12 kodlu öğrencinin özdeşliğe yönelik “*Eşitlik durumudur. Eşitliğin sağındaki ve solundaki değerler eşittir (...=...).*” ifadesiyle yeterli açıklama yapmadığı tespit edilmiştir. B-13 kodlu öğrencinin ise “*Özdeşlik aynı anlamına gelmektedir yani $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ bu bir özdeşliktir, çünkü sağ ve sol tarafı birbirine eşittir.*” ifadesinin devamında eşitliği uygun bir örnekle açıkladığı görülmektedir. D-28 kodlu öğrenci

“İçinde eşitlik olan terim. Örnek: $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$.” ifadesiyle eşitliği belirtmesine rağmen eksik ifade yazmış, test mantığını kullanarak kısmen doğru bir açıklamada bulunmuştur.

Sonucun aynı olması kavram imajına örnek: Bu gruptaki öğrenciler özdeşliklere yönelik kavram imajlarını sonucun aynı olması şeklinde kodlamıştır. Örneğin, B-10 kodlu öğrenci özdeşliğe yönelik “Bir işleme karşılık gelen ifade aynı sonucu veriyor.” ifadesiyle yetersiz açıklamada bulunmuş ve örneklendirme yapmadan bu durumu genelleme şeklinde yazmıştır. Sonuçta öğrencinin ifadesini açıklayan birçok durum olabileceği göz ardı edilmiştir. C-14 kodlu öğrenci “İki işlemin de sonucunun aynı olması yani özdeşi olması. Örnek: $(a-b)^2= a^2-2ab-b^2$.” ifadesiyle kavram imajına uygun örnek yazarken hatalı işlem yapmış ve örnek üzerinde iki terimin farkının karesi özdeşliğinin açılımında işaretlerin kullanımında hata yaptığı belirlenmiştir. Bu gruptaki C-19, C-20 ve E-31 kodlu öğrenciler ise sadece “Özdeşlik aynı olandır.” şeklinde çok kısa bir ifadede bulunmuştur.

Örnek verme: Bu grupta bulunan iki öğrenci özdeşlik kavramına örnek vererek kavram imajlarını sergilemiştir. A-7 kodlu öğrenci “Örnek: $(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$.” ifadesiyle direk açılımı yazmış ve D-22 kodlu öğrenci “Mesela $(a+b)^2$ ifadesinin cevabını bulmak için özdeşliklerden yararlanarak buluruz. Örneğin; iki kare farkı özdeşliği, tam kare farkı özdeşliği.” ifadesiyle sadece özel özdeşliklerin isimlerini yazarak örnek vermiştir.

Başka sayılarla bölünmeyen ifade kavram imajına örnek: Bu grupta sadece bir öğrenci yer almaktadır ve özdeşliğe yönelik kavram imajını başka sayılarla bölünmeyen ifade olarak açıklamıştır. Bu kapsamda D-26 kodlu öğrencinin “Başka sayılarla kendisinden başka sayılara bölünmeyen, çarpılmayan, kendi halinde olan ifadelere denir.” şeklindeki açıklamasıyla öğrencinin diğer formdaki özdeşlik ve denklem olup olmama durumlarına da hatalı cevap verdiği tespit edilmiştir. Öğrenci kavram imajına yönelik olarak uygulama sorusuna cevap vermiştir; bu durumda öğrencinin zihninde özdeşliklere yönelik kavram yanlışlığının olduğu söylenebilir.

Değişkenin uygunluğu kavram imajına örnek: Bu grupta sadece bir öğrenci bulunmaktadır ve özdeşliğe yönelik kavram imajını değişkenin uygunluğu olarak açıklamıştır. Buna göre A-2 kodlu öğrenci “Özdeşlik bir cebirsel ifadenin değişkenin her değeri için uygun olduğu ifadelerdir. $(a+b)^2= a^2+2ab+b^2$; $(a-b)^2= a^2-2ab+b^2$; $16a-25b=(4a-5b)(4a+5b)$.” şeklinde bir açıklama yapmıştır. Öğrencinin kavram imajına yönelik örneklendirmesinde ezbere davranarak iki terimin toplamının ve farkının karesi özdeşliklerini doğru yazdığı, iki kare farkı özdeşliğinde ise hatalı işlem yaptığı belirlenmiştir. Aslında A-2 kodlu öğrencinin son yazdığı özdeşlik örneğinin açılımını kontrol edilmiş olsaydı yaptığı hatayı düzeltme imkânı bulabilirdi, bu durum da ifadesini zihninde tam anlamlandıramadığını göstermektedir.

Öğrencilerin Denklem ve Özdeşlik İlişkisine Yönelik Açıklamaları

Çalışmada dördüncü araştırma sorusu ile öğrencilerin denklem ve özdeşliklere yönelik ilişkiyi belirleme düzeylerinin nasıl olduğu araştırılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin denklem ve özdeşlik ilişkisinde benzerliklere yönelik oluşan temalar ve temalara ait frekans değerleri Tablo 4’te gösterilmiştir.

Tablo 4. Denklem ve özdeşlik ilişkisinde benzerliklere yönelik oluşan temalar

Tema	f
Açıklayamama/Boş	16
Bilinmeyen olması	5
Belirtilmemiş	5
Eşitlik	4
Değişkenin olması	1
Benzerlik yok	1

Tablo 4 incelendiğinde; öğrencilerin denklem ve özdeşlik ilişkisini belirlemede zorlandıkları, soruyu çoğunlukla hatırlayamayıp açıklayamadıkları veya boş bıraktıkları (f=16) ve bu kavramlar arasında ilişkinin olduğunu yazıp bunu belirtmedikleri (f=5) görülmektedir. Öğrencilerin bu iki kavram arasında benzer gördükleri ifadeleri ise bilinmeyen olması (f=5), eşitlik (f=4) ve değişkenin olması (f=1) temalarında yer almaktadır. Ayrıca bir öğrenci bu iki kavram arasında benzerliğin olmadığını belirtmiştir. Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Bilinmeyen olması temasına örnek: Bu gruptaki öğrenciler denklem ve özdeşlik arasında bir ilişkinin olduğunu belirterek iki kavramda da birbirine benzer olarak bilinmeyen olduğunu ifade etmiştir. Buna göre A-3 kodlu öğrenci “Denklem ve özdeşliklerde en az bir bilinmeyen bulunur”

ifadesini, A-6 kodlu öğrenci “İçinde bilinmeyen var” ifadesini ve C-18 kodlu öğrenci “Denklemler ve özdeşliğin benzerliği ikisinde de bilinmeyeni var.” ifadesini kullanmıştır.

Eşitlik temasına örnek: Bu gruptaki öğrenci cevapları incelendiğinde, denklem ve özdeşlik arasındaki ilişkide her iki kavramda eşitlik olduğu yönünde açıklamaların yapıldığı belirlenmiştir. Örneğin; A-1 kodlu öğrenci “Her ikisinde de bir eşitlik söz konusudur.” ifadesini, C-14 kodlu öğrenci “Eşitlik vardır.” ve D-26 kodlu öğrenci “İkisinde de aynı ifadeler kullanılır; x, y, z gibi. İkisinde de bir eşitlik söz konusudur.” ifadesini kullanmıştır. Buna göre öğrencilerin yazdıkları sözel ifadelerin yanısıra matematiksel gösterimleri kullanarak eşitlik durumlarını açıklamadıkları tespit edilmiştir. Daha doğrusu öğrenci cevaplarının kısa cümlelerden oluştuğu, kavram imajlarına yönelik kapsamlı ifadelerin kullanılmadığı belirlenmiştir.

Değişkenin olması temasına örnek: Bu grupta bir öğrenci cevabı belirlenmiştir. D-23 kodlu öğrenci “Benzer yönleri ikisinde de değişken vardır.” ifadesini kullanmıştır. Buna göre D-23 kodlu öğrencinin açığa çıkan kavram imajı doğrultusunda bilinmeyen ve değişken kavramlarını zihninde tam olarak yapılandıramadığı ve karıştığı söylenebilir.

Benzerlik yok temasına örnek: Bu grupta bir öğrenci yer almakta olup denklem ve özdeşlik kavramı arasında benzerliğin olmadığını ifade etmiştir. Bu doğrultuda C-21 kodlu öğrenci “Özdeşlik eşittirin sağındaki ve solundakinin aynısıdır. Denklem ise farklı aynı değil. Benzer yanı yok varsa da akluma gelmiyor.” ifadesini kullanmıştır.

Öğrencilerin denklem ve özdeşlik ilişkisinde farklılıklara yönelik oluşan temalar ve temalara ait frekans değerleri Tablo 5’te gösterilmiştir.

Tablo 5. Denklem ve özdeşlik ilişkisinde farklılıklara yönelik oluşan temalar

Tema	f
Kısmen doğru	16
Açıklayamama/Boş	16
Doğru	3
Belirtilmemiş	1

Tablo 5 incelendiğinde; öğrencilerin yarısına yakın bir bölümünün denklem ve özdeşlik kavramlarının farklılıklarına yönelik kısmen doğru ($f=16$) ifadelerde bulunduğu, çok az bir bölümünün bu ilişkiyi doğru olarak açıklayabildiği ($f=3$) görülmektedir. Öğrencilerin yaklaşık yarısının ise denklem ve özdeşlik ilişkisini hatırlayamayıp açıklayamadığı veya boş bıraktığı ($f=16$) dikkat çekmektedir. Bir öğrenci de bu iki kavram arasında farklılığın olduğunu ifade etmesine rağmen bu farklılığı belirtmemiştir ($f=1$). Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmuştur.

Kısmen doğru temasına örnek: Bu grupta yer alan öğrenciler denklem ve özdeşlik arasındaki ilişkiye yönelik açıkladıkları farklılıklara kısmen doğru yanıt vermiştir. Örneğin; A-3 kodlu öğrenci “Özdeşliklerde iki taraf eşit” ifadesiyle sadece özdeşlik açısından eşitlik durumunu yazmış, bu iki kavram arasındaki ilişkiyi detaylandırmamıştır. A-4 kodlu öğrenci “Denklemlerdeki ifadeler birbirlerine eşittir, fakat aynısı değildir. Denklemleri çözerek x ’e ulaşabiliriz. Özdeşliklerdeki ifadeler birbirinin aynısıdır, fakat farklı biçimde gösterilmiştir. Çözerek x ’e ulaşamayız, çünkü sonunda $2=2$ gibi bir ifadeye ulaşırız.” ifadesiyle zihninde beliren kavramlar arasındaki ilişkiyi daha net açıklamıştır. A-4 kodlu öğrencinin bu iki kavram arasındaki farkı kavradığına yönelik açıklama yapmasına rağmen diğer formdaki 2. soruda verilen ifadelerin denklem ve özdeşlik olup olmama durumlarına herhangi bir yanıt yazmaması dikkat çekmektedir. Bu durum kavram imajına yönelik tespitini uygulama sorularında kullanamadığını göstermektedir. D-23 kodlu öğrenci ise “Özdeşlikte karşısındaki sayı ile eşittirler ama denklemde tam tersi. Farklı olarak özdeşlik karşısındaki sayı ile eşittir.” ifadesini kullanmıştır. Bu doğrultuda D-23 kodlu öğrenci özdeşlik için doğru ifade yazarken denklem için hatalı açıklamada bulunmuştur.

Doğru temasına örnek: Bu grupta yer alan öğrenci ifadeleri doğru olarak kodlanmıştır. Örneğin; A-1 kodlu öğrencinin “Özdeşlikte bir ifadenin iki farklı şekilde yazımı verilirken denklemde bilinmeyen bulunmaya yöneliktir.” şeklindeki ifadesi ve A-2 kodlu öğrencinin “Denklemler, bir cebirsel ifadenin değişkeni sadece bir değerde uygundur. Özdeşlik, bir cebirsel ifadenin değişkeni bütün değerler için uygundur.” şeklindeki ifadesi doğrudur. A-1 ve A-2 kodlu öğrenciler ayrıca açıklamalarından sonra denklem ve özdeşliklere yönelik doğru örnekler vermiştir. B-13 kodlu öğrencinin ifadesi de “Denklemler $3x+5=11$ bu bir denklemdir. Çünkü x ’i bulmaya yönelik ve eşittirin sağ ve sol tarafı birbirine eşit değil.

Özdeşlik ise aynı olup iki tarafın birbirine eşit olmasıdır. Örneğin $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ bu özdeşliktir iki taraf birbirine eşittir.” şeklindedir.

Belirtilmemiş temasına örnek: Bu grupta yer alan C-14 kodlu öğrenci farklılıklara yönelik herhangi bir açıklamada bulunmamıştır.

Öğrencilerin Sorulara Yönelik Açıklamaları

Çalışmada veri toplama aracı olarak kullanılan ikinci form Uygulama Formu (UF) ile öğrencilerin yazılı sorulara kavram imajlarıyla ne yönde cevap verdikleri araştırılmıştır. Bu doğrultuda öğrencilerin sorulara yönelik cevaplara ait temalar ve frekans değerleri Tablo 6’da gösterilmiştir.

Tablo 6. Öğrencilerin sorulara yönelik cevaplara ait temalar

1. soru		2. soru	
Tema	f	Tema	f
Doğru	14	Soru ve açıklama kısmen doğru	7
Kısmen doğru	14	Soru ve açıklama doğru	6
Hatırlayamama/Boş	7	Soru doğru, açıklama kısmen doğru	6
Yanlış	1	Soru kısmen doğru, açıklama yok	5
		Boş	5
		Soru yanlış, açıklama yetersiz	4
		Soru doğru, açıklama yok	3

Tablo 6’ya göre öğrencilerin iki farklı soruda çok fazla yanlış yapmadığı, fakat soruyu tamamen doğru yapmada ve açıklamada yetersiz oldukları görülmektedir. Buna göre 1. soruda öğrencilerin büyük bir bölümü soruyu doğru (f=14) ve kısmen doğru (f=14) yapabilmiş; 2. soruyu ise soru ve açıklamayı kısmen doğru (f=7), soru ve açıklama doğru (f=6), soru doğru, açıklama kısmen doğru (f=6) şeklinde yapmıştır. Diğer öğrenciler ise 2. soruyu doğru veya kısmen doğru yapmasına rağmen açıklama yapamamıştır (f=8). Buna göre öğrenci ifadelerinden alıntılar aşağıda sunulmuştur.

1. soruda oluşan temalara yönelik örnek ifadeler

İlk soruda öğrencilerden “ $5x+2y-4$ ” cebirsel ifadesinde değişken, terim, katsayı ve sabit terimi belirleyerek yazmaları istenmiştir.

Doğru örnek: Bu grupta bulunan öğrencilerin tamamı ilk soruda istenen kavramların neler olduğunu doğru bir biçimde belirlemiştir. Buna göre öğrenci cevaplarında “Değişken: x, y Terim: $5x, 2y, -4$ Katsayı: $5, 2, -4$ Sabit terim: -4 .” şeklinde açıklamalar tespit edilmiştir.

Kısmen doğru örnek: Bu gruptaki öğrenciler sadece bir veya birkaç kavrama yönelik doğru tespitte bulunmuştur. Örneğin; A-1 kodlu öğrenci değişkeni belirlemede sadece bir değişkeni yazabilmiş, B-10 kodlu öğrenci terimleri hatalı yazmış ve F-33 kodlu öğrenci katsayıları hatalı yazmıştır. B-12 kodlu öğrenci hem terim hem de katsayıları hatalı olarak belirlemiştir. D-25 kodlu öğrenci ise katsayı ve sabit terimi hatalı belirlemiştir.

Yanlış örnek: Bu grupta sadece bir öğrenci olup E-31 kodlu öğrenci “ $5x$ değişken, $2y$ terim, 4 katsayı” ifadesi ile yanlış örneklendirmede bulunmuştur.

2. soruda oluşan temalara yönelik örnek ifadeler

İkinci soruda öğrencilere beş farklı denklem veya özdeşlik olan matematiksel ifade verilip bu ifadelerden hangilerinin denklem, hangilerinin özdeşlik olduğunu bulmaları ve neden bu yönde bir tercihte bulduklarını açıklamaları istenmiştir.

Soru ve açıklama kısmen doğru: Bu grupta yer alan öğrenciler ikinci soruda verilen ifadelerden denklem veya özdeşlik olanları kısmen doğru belirlemiş ve bu yöndeki tercihlerini kısmen doğru açıklamıştır. Örneğin A-5 kodlu öğrenci sadece özdeşlik olan ifadeleri doğru bir biçimde belirleyerek nedenleriyle beraber açıklamıştır. A-8 kodlu öğrenci sadece denklem olan ifadeleri nedenleriyle beraber doğru bir biçimde açıklamıştır. B-12 kodlu öğrenci ise sadece bir denklem ifadesi hariç diğer ifadeleri doğru bir biçimde belirlemiş, fakat nedenlerini yeterince açıklayamamıştır.

Soru ve açıklama doğru: Bu grupta yer alan öğrenciler soru ve açıklamayı doğru bir biçimde yapmıştır. Buna göre A-3 kodlu öğrenci kavramları doğru belirleyerek denklem için x değerini bulmak gerektiğini, özdeşlik için de iki tarafın birbirine eşit olduğunu belirtmiştir. A-6 kodlu öğrenci arkadaşına benzer bir biçimde tüm kavramları doğru belirlemiş ve neden bu şekilde belirlediğini doğru bir biçimde açıklamıştır. B-13 kodlu öğrenci ise özdeşliğin eşittirin sol tarafının sağ tarafındakinin açılmış hali

olduğunu yani iki tarafın aynı olduğunu, denklemde x 'i veya a 'yı bulmaya yönelik ve iki tarafın birbirine eşit olmadığını belirterek ifadeleri doğru bir biçimde belirlemiştir.

Soru doğru, açıklama kısmen doğru: Bu grupta yer alan öğrenciler denklem veya özdeşlik kavramlarını doğru belirlemelerine rağmen açıklamalarını kısmen doğru yapmıştır. Örneğin A-2 kodlu öğrenci ikinci soruda denklem ve özdeşlik kavramlarını uygun olarak yerleştirmiş, fakat açıklamayı tam olarak yapamamıştır. Özellikle özdeşlik olarak belirlediği ifadelerde x 'in bütün tam sayı değerlerinde uygun olduğunu belirleyerek diğer sayı kümelerini ihmal etmiştir. B-9 kodlu öğrenci kavramları doğru bir biçimde yazmasına rağmen sadece bir özdeşlik ifadesinin seçim nedenini belirterek diğer ifadeleri açıklamada yetersiz kalmıştır. C-14 kodlu öğrenci ise sadece özdeşliklerin eşitliklerini açıklayabilmiş, denklemlere yönelik yeterli açıklamayı yapamamıştır.

Soru kısmen doğru, açıklama yok: Bu grupta yer alan öğrencilerin soruyu kısmen doğru yapmalarına rağmen herhangi bir açıklamada bulunmadığı belirlenmiştir. Bu doğrultuda D-25 kodlu öğrenci verilen 5 ifadeden 2 denklem ve 2 özdeşlik ifadesini doğru bir biçimde belirlemesine rağmen neden bu şekilde yaptığını açıklayamamıştır. E-29 kodlu öğrenci verilen 5 ifadeden 3 ifadeyi doğru belirlemiş, fakat nedenlerini yazamamıştır. Ayrıca E-29 kodlu öğrencinin diğer formdaki cevabı yeniden değerlendirildiğinde denklemi açıklayamayıp kavram imajını sadece örneklendirdiği, özdeşlik kavram imajına yönelik ise hatırlamadığını belirttiği görülmektedir. Bu nedenle öğrencinin kavram imajına yönelik tutarlı olmayan ve yetersiz cevaplarının olduğu söylenebilir. Bu durumda öğrencinin zihninde kavram tanımları tam olarak yapılandırılmadığı için uygulama sorularında da bilinçli bir biçimde seçim ve açıklamada bulunmadığı tespit edilmiştir. F-32 kodlu öğrenci ise 5 ifadeden sadece 2 ifadeyi doğru bir biçimde belirlemiş, ama açıklama yapamamıştır. E-29 kodlu öğrenci gibi F-32 kodlu öğrencinin de kavram imajı yeniden detaylı incelendiğinde bu kavramlara yönelik herhangi bir tanımlamanın veya örneklendirmenin yapılmadığı görülmektedir. Bu kapsamda F-32 kodlu öğrenci kavram tanımlarını hatırlayamadığını, denklem ve özdeşlik arasındaki ilişki için de tekrar yapmadığı için başarılı olamadığını belirtmiştir.

Soru doğru, açıklama yok: Bu grupta yer alan öğrencilerin soruyu doğru yapmalarına rağmen herhangi bir açıklamada bulunmadığı tespit edilmiştir. Örneğin C-17 kodlu öğrenci verilen ifadelerde kavramları doğru yazmış, ama herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. Bu durum öğrencinin kavram imajına yönelik seçimlerini nasıl yaptığını yönelik ipucu sunmamaktadır. D-24 kodlu öğrenci de C-17 kodlu öğrenci gibi seçimine yönelik herhangi bir açıklamada bulunmamıştır. D-27 kodlu öğrenci ise özdeşlik için katsayıyı parantez içine zihinden dağıttığını belirten okları koymasına rağmen açıklamada bulunmamıştır.

Soru yanlış, açıklama yetersiz: Bu grupta yer alan öğrenciler soruyu yanlış bir biçimde yaparak yetersiz açıklamada bulunmuştur. Örneğin E-31 kodlu öğrenci verilen ifadelerde kavramları yazamamış, açıklamalar için de rutin işlemlerle yetersiz açıklamada bulunmuştur. F-35 kodlu öğrenci tüm ifadeleri yanlış olarak belirlemiş ve açıklamada yetersiz kalmıştır. Bu nedenle F-35 kodlu öğrencinin kavram imajlarında herhangi bir açıklama bulunmadığı, bu hücrenin boş olabileceği söylenebilir. F-36 kodlu öğrencide de benzer durum söz konusudur, kavram imajında yeterli açıklama olmadığından uygulama soruları da hatalı yapılmıştır. Ayrıca bu konuların anlatımının yapıldığı sürede dersler bazen online, bazen yüz yüze; kursta ise tamamen yüz yüze yapıldığından öğrenci derse katılmadığında sorun yaşandığı gözlenmiştir.

Sonuç ve Tartışma

Çalışmada 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajları, bu kavramlar arasındaki ilişkilere yönelik açıklamaları ve uygulama sorularına verdikleri yanıtların kavram imajlarıyla tutarlılığı incelenmiştir. Bu doğrultuda öğrencilere iki form verilerek öncelikle cebirsel ifade, denklem ve özdeşlik kavramlarını tanımlamaları ve tanımlarını açıklamaları istenmiştir. Kavramlar arası ilişkilerin nasıl kurulduğunu görebilmek için de denklem ve özdeşlik kavramları arasındaki benzerlik ve farklılıkların neler olduğu sorulmuştur. Böylece öğrencilerin kavram imajları belirlenerek uygulama sorularına verdikleri yanıtlar ile tutarlılıkları kontrol edilmiştir. Bu doğrultuda öğrencilerin düşüncelerinin, kavramlara yönelik imajlarının birbirinden ne kadar farklı olabildiği, öğrencilerin bireysel özelliklerine göre zengin veya eksik açıklamalar yaptıkları ve farklı ilişkiler oluşturdukları tespit edilmiştir. Bulgular kapsamında aşağıda yer alan sonuçlar elde edilmiştir.

Veri analizi sonucunda öğrencilerin cebirsel ifadelerle yönelik kavram imajlarının çeşitlilik gösterdiği görülmektedir. Bu durum öğrencilerin matematiksel anlamayı gerçekleştirdiğinde, öğrendiği bilgiyi kendilerine göre farklı şekillerde temsil edebilmeleri (Schwartz ve Yerushalmy, 1992) ile açıklanabilir. Bu doğrultuda öğrencilerin büyük bir bölümü cebirsel ifadeleri “bilinmeyenli ifade” olarak tanımlamış, öğrencilerin bir bölümü de cebirsel ifadeleri “bilinmeyenli işlem, bilinmeyenli problem, değişkenli ifade, bilinmeyen sayı ve sayısal ifade” olarak tanımlamıştır. Özellikle öğrencilerin bu kavram imajlarına yönelik açıklamaları yeterince yapamadığı, eksik ve hatalı bilgilere sahip oldukları gözlenmiştir. Tekin Sitrava'nın (2017a) öğretmen adaylarıyla yaptığı çalışmada, öğretmen adayları cebirsel ifadeyi içinde bilinmeyen bulunan ifadeler, matematiksel olarak ifade edilebilen tüm ifadeler ile matematiksel işlemler, aritmetik ve örüntülerin genellenmesi olarak tanımlamışlardır. Bu yönüyle araştırma sonuçlarından elde edilen öğrencilerin bazı kavram imajlarının öğretmen adaylarının kavram imajları ile benzer nitelikte olduğu söylenebilir. Çalışmadaki öğrencilerden sadece iki öğrencinin ifadesinin kavram tanımına oldukça yakın kavram imajı sergilediği tespit edilmiştir. Rösken ve Rolka'nın (2007) araştırma sonuçlarına göre kavram tanımları öğrenci öğrenmesinde oldukça önemli olup kazandırılması amaçlanan bilgi ile kazanımı gerçekleşen bilginin birbirinden sapması, öğrenciler için zorluklara neden olmaktadır. Mevcut çalışmada öğrencilerin bir bölümü cebirsel ifadeleri hatırlayamadığını belirterek tanımları yapamamışlar veya soruyu direkt boş bırakmışlardır. Esasında öğrencilerin cebir alanında başarılı olabilmeleri için özellikle eşitlik ve değişkenleri içeren sembollerle gösterimlerin kavramsal olarak anlaşılması gereklidir (Van de Walle, Karp & Bay-Williams, 2012). Öğrencilerin değişkenlere anlam yükleyememeleri (Şimşek ve Soylu, 2018) ve cebirsel ifadeler konusunda özellikle işlemsel boyuta odaklanması (Birgin ve Demirören, 2020) mevcut çalışmada öğrenci kavram imajlarının kavramsal düzeyde eksikler yaşanmasına neden olmuş olabilir.

Çalışmada elde edilen diğer bir sonuç öğrencilerin denklemlere yönelik farklı kavram imajlarına sahip olduğudur. Buna göre öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajlarının en fazla “eşitlik” olarak ifade edildiği, sonra da bilinmeyen olarak fakat farklı ifadelerle “bilinmeyeni bulma, bilinmeyenli ifade, bilinmeyenli işlem, değişkeni bulma, bilinmeyen sayı ve bilinmeyenli soru” şeklinde olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın bu sonucu Attorps'un (2003) matematik öğretmenlerinin denklemlere yönelik imajlarının formal tanımdan farklılaştığı bulgusu ile paralellik göstermektedir. Tekin Sitrava'nın (2017a) çalışmasında da çalışma grubu matematik öğretmen adayları olmasına rağmen denklem tanımının çoğunlukla eşitlik olarak yapılması, mevcut çalışmanın bu yöndeki sonucu ile paralellik göstermektedir. Mevcut çalışmada öğrencilerin denklemlere yönelik kavram imajlarının genelde “eşitlik” olarak belirlenmesine rağmen az sayıda da olsa bazı öğrencilerin zihninde kavramın “eşitsizlik” olarak yer alması oldukça ilginçtir. Öğrencilerin denklemlere yönelik zihinlerinde belirlediği diğer kavram imajları ise “denkleme örneği yazma, tek değer için sonuç bulma ve sayılarla oluşturma” şeklinde belirlenmiştir. Ayrıca birkaç öğrencinin kavram imajı hücrenin boş olduğu veya denklem kavramını açıklayamadıkları için cevap veremedikleri tespit edilmiştir. Şimşek ve Soylu'nun (2018) çalışma sonuçlarına göre de öğrenciler cebirsel ifadelerde işlem yapma, soruya uygun cebirsel ifadeyi yazma, denklem kurma ve verilen denklemi çözme gibi konularda sıkıntı yaşamaktadır. Bu nedenle öğrencilerin kavramlara yönelik imajlarının konu öncesi ve sonrası kontrol edilerek kavram tanımıyla uyumlu hale getirilmeye çalışılmalıdır. Kavram tanımıyla çatışan bir kavram imajına güvenmek öğrencinin kavram tanımını içselleştirmesine engel olacağından öğretmenin olası çatışmalar konusunda bilinçli ve farkında olması, öğrencilerine tartışma imkânı verip onların yaşadıkları bilişsel uyumsuzlukla başa çıkmalarına yardımcı olabilir (Jalkh, 2020).

Çalışmada öğrencilerin özdeşliklere yönelik farklı kavram imajlarına sahip olduğu sonucu elde edilmiştir. Öğrencilerin özdeşliklere yönelik kavram imajlarının çoğunlukla “eşit ifadeler” temasında yer aldığı, diğer kavram imajlarının ise “sonucun aynı olması, örnek verme, başka sayılarla bölünmeyen ifade ve değişkenin uygunluğu” temalarında yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca özdeşlik kavramını hatırlayamayan veya açıklayamayan öğrenciler ile soruyu boş bırakan öğrencilerin tüm öğrencilerin neredeyse üçte birini oluşturduğu tespit edilmiştir. Bu durum öğrencilerin kavramlara yönelik kendi fikirlerini geliştiremeyip kavramlar arası ilişkileri kuramazlarsa kavramların açıklamalarını kolayca unutmaları (Rösken ve Rolka, 2007) ile gerekçelendirilebilir. Özellikle cebir gibi soyut konuların öğretiminde farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilerin farkında olunup öğrencilere uygun öğretim yöntemlerinin kullanılması oldukça önemlidir (Toh, 2009).

Çalışmada elde edilen diğer bir sonuca göre öğrencilerin denklem ve özdeşlik ilişkisini belirlemede zorlandıkları, soruyu çoğunlukla boş bıraktıkları, hatırlayamayıp açıklayamadıkları veya bu kavramlar

arasında ilişkinin olduğunu yazıp bunu belirtmedikleri görülmüştür. Bu kapsamda ulaşılan bu sonuç literatürde yer alan bazı çalışmalardaki farklı örneklem gruplarının cebir kavramları arası ilişkileri anlamada yeterli olmadıkları bulgusunu (Dane ve Başkurt, 2012; Dede, Bayazit ve Soybaş, 2010; Tekin Sitrava, 2017b) destekler niteliktedir. Mevcut çalışmada öğrencilerin denklem ve özdeşlik kavramları arasında benzer gördükleri ifadelerinin “bilinmeyenin olması, eşitlik ve değişkenin olması” temalarında yer aldığı belirlenmiştir. Ayrıca bir öğrenci denklem ve özdeşlik kavramları arasında herhangi bir benzerliğin olmadığını ifade etmiştir. Öğrenciler sınıf düzeyi açısından cebirsel ifade ve denklem kavramlarıyla daha önceki yıllarda karşılaşmış olmalarına rağmen özdeşlik kavramı ile ilk kez 8. sınıf düzeyinde karşılaşmıştır ve kavram öğrenimi açısından diğer kavramlarla ilişki kurabilmeleri oldukça önemlidir. Yeni bir kavramı öğrenmek ise kapsamlı bir kavram imajı oluşturmayı gerektirir, fakat matematiksel bir kavramın önemli yönlerinin yeterince temsil edilmediğine dikkat edilmelidir (Rösken ve Rolka, 2007).

Çalışmada öğrencilerin yarısına yakın bir bölümünün denklem ve özdeşlik kavramlarının farklılıklarına yönelik kısmen doğru ifadelerde bulunduğu, çok az bir bölümünün bu ilişkiyi doğru olarak açıklayabildiği tespit edilmiştir. Öğrencilerin bir bölümünün soruyu boş bıraktığı veya hatırlayamayıp açıklayamadığı, sadece bir öğrencinin ise bu iki kavram arasında farklılığın olduğunu ifade etmesine rağmen bu farklılığı belirtmediği belirlenmiştir. Öğrencilerin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik kavram imajlarının nasıl olduğu belirlendikten sonra uygulama soruları ile bu kavram imajlarını nasıl sergiledikleri tespit edilmeye çalışılmıştır. Bu doğrultuda elde edilen sonuçlara göre öğrencilerin iki farklı soruda çok fazla yanlış yapmadığı, fakat soruyu tamamen doğru yapmada ve açıklamada yetersiz oldukları görülmüştür. Buna göre öğrencilerin büyük bir bölümü 1. soruyu doğru ve kısmen doğru yapabilmiş; 2. soruyu ise soru veya açıklama doğru veya kısmen doğru şeklinde yapmıştır. Bu kapsamda öğrencilerin örneklerdeki uygulamalarda kavram imajlarına yönelik açıklamalarda buldukları belirlenmiştir. Vinner’ın (1983) belirttiği gibi uygulama sorularında öğrencilerin kavram tanımından çok kavram imajlarına başvurdukları sonucuna ulaşılmıştır. Kavram imajı net olup kavram tanımı yeterince güçlü olmayan öğrenciler kendi seviyelerindeki problemlerin çoğunu çözebilirler bile, kavram tanımına odaklanan görevleri tamamlamaları gerektiğinde daha ileri seviyelerde zorluklarla karşılaşacağından (Jalkh, 2020) kavram imajlarının kavram tanımına yakınlaştırılması için öğrenme deneyimlerinin bireysel farklılıklara hitap edecek şekilde çeşitlendirilmesi gerekmektedir.

Sonuç olarak çalışma grubundaki öğrencilerin cebirsel ifade, denklem ve özdeşliklere yönelik birçok kavram imajına sahip olduğu, zihinlerindeki imajlar doğrultusunda uygulama sorularına yanıtlar verdiği ve açıklamalarında kavram bilgilerine yönelik eksik ve hatalı ifadelerin yer aldığı tespit edilmiştir. Öğrencilerin açıklamalarından yola çıkılarak kavram öğretiminde eksik noktalar belirlenerek muhtemel hata kaynakları giderilebilir. Özellikle öğrencilerin temel cebir kavramlarında edindikleri deneyimlerin diğer öğrenim seviyelerine de yansıtacağı düşünüldüğünde kavramsal öğrenmenin gerçekleşmesi için kavramlar arası ilişkilerin öğrencilere fırsatlar verilerek tartışılması gerekmektedir. Çalışma kullanılan veri toplama araçları ile sınırlıdır. Bu nedenle farklı çalışmalarda öğrencilerin kavramlara yönelik açıklamalarının yanı sıra kavram imajlarına yönelik çizim yapmaları sağlanabilir ve farklı kavram imajlarına sahip öğrenci grupları ile görüşmeler yapılarak kavram imajlarının nasıl oluştuğu tespit edilebilir. Ayrıca çalışma sadece ortaokul düzeyinde 8. sınıf öğrencilerine yönelik ve temel cebir kavramları odağında gerçekleştirildiğinden farklı çalışmalarda çalışma grubu çeşitlendirilerek öğrencilerin bu kavramlara yönelik kavram imajlarının gelişimi ve değişimi incelenebilir. Özellikle öğrenciler için temel matematik içerikleri soyut ve teorik olduğunda öğrenmede zorluklarla karşılaşılacağından (Caridade, 2019) konuların öğretiminde somut materyallerin kullanımı ve günlük hayat problemlerinin seçimi tavsiye edilebilir.

Kaynakça

- Akkoç, H. (2008). Pre-service mathematics teachers’ concept images of radian. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 39(7), 857-878.
- Attorps, I. (2003). Teachers’ images of the ‘equation’ concept. *European Research in Mathematics Education*, 3, 1-8.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. *In Approaches to algebra* (pp. 115-136). Springer, Dordrecht.

- Birgin, O., & Demirören, K. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin basit görsel ve cebirsel ifadeler konusundaki hata ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Uluslararası Sosyal ve Eğitim Bilimleri Dergisi* 7(14), 233-247.
- Bolea, P., Bosch, M., & Gascon, J. (2004). Why is modelling not included in the teaching of algebra at secondary school? *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 14, 125-133.
- Bozkurt, A., Çırak Kurt, S. ve Tezcan, Ş. (2020). Türkiye ve Singapur ortaokul matematik öğretim programlarının cebir öğrenme alanı bağlamında karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 48, 152-173. doi: 10.9779/pauefd.540142
- Caridade, C. M. R. (2019). Applications (ideas) in linear algebra with digital image processing. Can we do, teach, motivate and evaluate? *Journal of Information Systems Engineering & Management*, 4(4), 1-10.
- Chevallard, Y. (1990). On mathematics education and culture: Critical afterthoughts. *Educational Studies in Mathematics*, 21(1), 3-27.
- Dane, A., & Başkurt, H. (2012). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin özdeşlik ve denklem kavramlarını algılama düzeyleri ve öğrenme güçlükleri. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 5(8), 397-413.
- Dede, Y., & Argün, Y. (2003). Cebir, öğrencilere niçin zor gelmektedir? *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 180-185.
- Dede, Y., Bayazit, İ., & Soybaş, D. (2010). Öğretmen adaylarının denklem, fonksiyon ve polinom kavramlarını anlamaları. *Kastamonu Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 18(1), 67-88.
- Erbaş, A. K. ve Ersoy, Y. (2002). *Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin eşitliklerin çözümündeki başarıları ve olası kavram yanlışları*. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi Bildiri Özetleri Kitabı (s. 988). Ankara: ODTÜ.
- Erdoğan, G. (2017). Lise matematik öğretmenlerinin noktada türev ve türev fonksiyonu hakkındaki kavram imajları (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Necmettin Erbakan Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Konya.
- Fajriah, F., Suryadi, D., & Fatimah, S. (2019) *Concept image of junior high school students about algebra on system of linear equations in two variables*. 1st International Seminar STEMEIF (Science, Technology, Engineering and Mathematics Learning International Forum) "Strengthening the STEM Education and Digital Skills". Purwokerto 25 April. Indonesia.
- Hajizah, M. N., Wijayanti, D. A., & Darhim, D. (2021). *Realistic mathematics education on teaching functions to develop algebraic thinking skills*. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1869, No. 1, p. 012130). IOP Publishing. Vancouver 28 November. Canada.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1–28). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Jalkh, J. M. (2020). The interrelationships among concept image, identification and situation of complex numbers for grade 12 Lebanese students (Doctoral dissertation). American University of Beirut.
- Kaput, J. J. (1995). *A research base supporting long term algebra reform?* In D. T. Owens, M. K. Reed, & G. M. Millsaps (Eds.), *Proceedings of the 17th Annual Meeting of PME-NA* (Vol. 1, pp. 71-94). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Karakuş, F. (2018). Sınıf öğretmeni adaylarının silindirik ve koniye yönelik kavram imajlarının incelenmesi. *İlköğretim Online*, 17(2), 1033-1050.
- Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390–419). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? *The Mathematics Educator*, 8(1), 139-151.
- Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., & Stephens, A. C. (2005). Middle school students' understanding of core algebraic concepts: Equivalence & variable. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 68-76.
- Lawrance, A. (2007). Teaching and learning algebra word problems. (Unpublished master's thesis). Massey University, Palmerston North.

- MacGregor, M., & Stacey, K. (1994). *Progress in learning algebra: Temporary and persistent difficulties*. In Challenges in mathematics education: Constraints on construction (Proceedings of the 17th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol 2, pp. 403-410). Lismore, NSW: MERGA.
- Macit, E., & Nacar, S. (2019). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin rasyonel sayı ve kesir kavram imajları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(11), 50-62.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445>.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Öner, A., & Ertekin, E. (2015). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının periyot kavramıyla ilgili kavram imajları. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(2), 333-353.
- Patton, M. Q. (2002). *Variety in qualitative inquiry: Theoretical orientations*. C. D. Loughton, V. Novak, D. E. Axelsen, K. Journey, & K. Peterson (Eds.), *Qualitative research & evaluation methods* (pp. 132-133). London: Thousand Oaks.
- Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Schwartz, J., & Yerushalmy, M. (1992). *Getting students to function in and with algebra*. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (MAA Notes, Vol. 25, pp. 261-289). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Siagian, M. D., Suryadi, D. Nurlaelah, E., Tamur, M., & Sulastri, R. (2020). *Investigating students' concept image in understanding variables*. *Journal of Physics: Conference Series*. (Vol. 1882, No. 1, p. 012058). IOP Publishing. 20 October Indonesia.
- Sirajuddin, S. S., Sa'dijah, C., & Parta, I. N. (2020). Multi-representation raised by prospective mathematics teachers in expressing algebra. *Journal for the Education of Gifted Young Scientists*, 8(2), 857-870.
- Şimşek, B., & Soylu, Y. (2018). Ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin cebirsel ifadeler konusunda yaptıkları hataların nedenlerinin incelenmesi. *Journal of International Social Research*, 11(59), 830-848.
- Tabach, M., & Friedlander, A. (2008). Understanding equivalence of symbolic expressions in a spreadsheet-based environment. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13(1), 27-46.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169.
- Tangül, K., Kabael, T., Barak, B., & Özdaş, A. (2015). Öğrencilerin limit kavramına yönelik kavram imajları ve kavram tanımları. *Anadolu Journal of Educational Sciences International*, 5(1), 88-114.
- Tekin Sitrava, R. (2017a). Matematik öğretmeni adaylarının cebirsel ifadelere ve denklemlere ilişkin kavram imajları. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 6(2), 249-268.
- Tekin Sitrava, R. (2017b). Middle grade students' concept images of algebraic concepts. *Journal of Education and Learning*, 6(3), 299-304.
- Türnüklü, E., & Ergin, A. S. (2016). 8. sınıf öğrencilerinin cisimleri görsel tanıma ve tanımlamaları: Cisim imgeleri. *İlköğretim Online*, 15(1), 40-52.
- Toh, T. L. (2009). Use of cartoons and comics to teach algebra in mathematics classrooms. *Mathematics of Prime Importance: MAV Yearbook*, 1, 230-239.
- Ubuz, B. (2017). Dörtgenler arasındaki ilişkiler: 7. sınıf öğrencilerinin kavram imajları. *Yaşadıkça Eğitim Dergisi*, 31(1), 55-68.
- Ulusoy, F. (2021). Prospective early childhood and elementary school mathematics teachers' concept images and concept definitions of triangles. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 19(5), 1057-1078.
- Williams, S. (1997). *Algebra: what students can learn*. The nature and algebra in the K-14 curriculum. Proceedings of a National Symposium. May 27-28. Washington DC.
- Williams, S. & Molina, D. (1998). *Algebra: What all students can learn. The nature and algebra in the K-14 curriculum*. Proceedings of a National Symposium. National Council of Teachers of

- Mathematics, Mathematical Sciences Education Board, & National Research Council (U.S.). Washington, DC: National Academies Press.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *Elementary and secondary school mathematics: Teaching with developmental approach* (S. Durmuş, Trans.). Ankara: Nobel Academic Publishing.
- Viirman, O., Attorps, I., & Tossavainen, T. (2010). Different views—some Swedish mathematics students' concept images of the function concept. *Nordic studies in Mathematics education*, 15(4), 5-24.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Yavuz, İ., & Hangül, T. (2016). Mühendislik öğrencilerinin kavram imajları üzerine bir çalışma: Fonksiyon nedir? *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 6(2), 231-254.
- Zhang, J. (2017). *Analysis of typical problems and methods in Higher Algebra*. International Conference on Advanced Education, Psychology and Sports Science (AEPSS 2017), 388-392.

Extended Abstract

Introduction

Algebra and algebraic thinking are one of the basic components of learning mathematics. Especially algebra has assumed the role of a theoretically common bridge and language between many fields of mathematics such as geometry, probability, statistics and other branches of science (Dane & Başkurt, 2012; Kaput, 1995). Algebra, which can find application in daily life, is essentially a tool for problem solving and thinking as a mathematical language (Bednarz & Janvier, 1996; Dede & Argün, 2003; Van De Walle, Karp & Bay-Williams, 2012).

Examining how the basic concepts are structured in the minds of the students during the transition from arithmetic to algebra can be a guide to prevent errors and misconceptions. Since the concepts of algebraic expression, identity and equation form the basis of teaching other concepts of mathematics such as relation, function and derivative, it is important to investigate how students form these concepts in their minds. For this reason, the aim of the current study is to examine the concept images of 8th grade students for algebraic expressions, equations and identities. In this direction, the students' concept images, explanations and the consistency of their answers to the application questions with the concept images were investigated.

Methodology

The current study was designed in line with case study; one of the qualitative research methods. The main purpose of the case study is to try to understand the situation within a context (Merriam, 2009). The participants of the study include 36 students who attend 8th grade school courses in a public school in Sakarya. Participants were selected by the sampling method, one of the purposive sampling methods. The data obtained from the Concept Information Form (CIF) with the Application Form (AF) and were analyzed according to the content analysis method.

Findings and Discussion

According to the findings of the study, it was seen that the concept images of the students for the concepts of algebraic expression, equation and identity varied. This situation can be explained by the fact that when students realize mathematical understanding, they can represent the knowledge they learned in different ways (Schwartz & Yerushalmy, 1992). In this direction, most of the students defined algebraic expressions as "expressions with unknowns", and some of the students defined algebraic expressions as "operation with unknown, problem with unknown, expression with variable, unknown number and numerical expression". It was observed that the students could not adequately explain these concept images and they had incomplete and incorrect information.

Another finding of the study it was determined that students' concept images for equations were mostly expressed as "equality", then as unknown but with different expressions. It was determined that students' concept images about identities were mostly included in the theme of "equal expressions", while other concept images were included in the themes of "same result, giving examples, expression that cannot be divided by other numbers, and conformity of the variable." Students forget the explanations of the concepts easily if they cannot develop their own ideas about the concepts and establish relations between the concepts (Rösken & Rolka, 2007).

It was seen that the students had difficulties in determining the relationship between equation and identity. At the same time, it was determined that the students answered the application questions in line with their concept images, but they could not adequately explain the relations between the concepts. Especially, as Vinner (1983) stated, it was concluded that students used concept images rather than concept definitions in practice questions. It is necessary to diversify their learning experiences to address individual differences in order to bring concept images closer to the concept definition.

* Bu çalışma için Sakarya Uygulamalı Bilimler Üniversitesi'nden etik kurul izni alınmıştır. Etik Kurul İzni/Evrak Tarih ve Sayısı: 02.08.2021-E.18156.