



Research Article / Araştırma Makalesi

**THEORETICAL AND EXPERIMENTAL DEFORMATION ANALYSIS OF  
CRANE BEAMS SUBJECTED TO MOVING LOAD**

**C. Oktay AZELOĞLU, Ahmet Gökhan HASAN\*, Seyhan ÖZEN, Özgen Ümit  
ÇOLAK ÇAKIR, Ahmet SAĞIRLI**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Yıldız-İSTANBUL*

Received/Geliş: 16.07.2015 Revised/Düzelme: 19.10.2015 Accepted/Kabul: 06.11.2015

**ABSTRACT**

In this study, the dynamic behavior of crane beams subjected to moving load is inspected. Moving loads on their system cause significant dynamic effects. This problem called as the moving load problem affects a wide range of applications in engineering. One of the application areas is cranes. By increasing of worldwide production and consumption of goods, so much faster loading and transport is required. This fact has created a need increasing running speed of the cranes. Therefore, in the design of the crane, the dynamic effects arise from the moving loads should be known accurately. Therefore, in this study, the moving load problem is dealt with as part of the crane beams. The objective of study is to detect dynamic effects arise from the moving load and to contribute to the development of numerical approaches for solving this problem in the literature. For this purpose, theoretical and experimental study is performed in two sections. In the first section, the moving load problem in beams is solved by creating a theoretical model as part of the finite element method. In the second section, an experimental setup is created and the dynamic behavior of a crane beam subjected to moving loads is investigated experimentally. Then, comparing the theoretical model and the results obtained from experiments, the effectiveness of the developed theoretical models is discussed. The results of the study indicate that the numerical model developed for crane beams is usable and efficient.

**Keywords:** Moving load problem, crane beams, finite element method, numerical model, experimental deformation analysis.

**HAREKETLİ YÜK ALTINDA ÇALIŞAN KREN KİRİŞLERİNİN TEORİK VE DENEYSEL DEFORMASYON  
ANALİZİ**

**ÖZ**

Bu çalışmada, hareketli yüke maruz bir kren kirişinin dinamik davranışları incelenmiştir. Hareketli yükler buldukları sistemlerde önemli dinamik etkilere neden olmaktadır. Hareketli yük problemi olarak adlandırılan bu problem mühendislikte çok geniş bir uygulama alanını etkilemektedir. Bu uygulama alanlarından biri de krenlerdir. Dünya çapında üretim ve tüketimin artması mamullerin çok daha hızlı şekilde yüklenmesini ve taşınmasını zorunlu kılmış, bu da krenlerin çalışma hızlarının artırılması ihtiyacını doğurmuştur. Bu nedenle, krenlerin tasarımında hareketli yükten kaynaklanan dinamik etkilerin çok iyi bilinmesi ve doğru tespit edilebilmesi oldukça önem arz etmektedir. Bu nedenle bu çalışmada hareketli yük problemi kren kirişleri çerçevesinde ele alınmıştır. Çalışmanın amacı, kren kirişlerinde hareketli yükün oluşturduğu dinamik etkileri tespit etmek ve literatürde bu problemin çözümü için sunulan nümerik yaklaşımların geliştirilmesine katkı sağlamaktır. Bu amaçla çalışmada teorik ve deneysel olmak üzere iki aşama gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada, kirişlerde hareketli yük problemi, sonlu elemanlar yöntemi çerçevesinde teorik bir model oluşturularak çözülmüştür. İkinci aşamasında ise, bir deney düzeneği oluşturulmuş ve hareketli yüke maruz bir kren kirişinin dinamik davranışları deneysel olarak belirlenmiştir. Ardından, teorik model ile ve deneyden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak geliştirilen teorik modelin etkinliği tartışılmıştır. Çalışmanın sonuçları, geliştirilen nümerik modelin kren kirişleri için etkili şekilde kullanılabileceğini göstermiştir.

**Anahtar Sözcükler:** Hareketli yük problemi, kren kirişleri, sonlu elemanlar yöntemi, nümerik model, deneysel deformasyon analizi.

\* Corresponding Author/Sorumlu Yazar: e-mail/e-ileti: gokhanh@yildiz.edu.tr, tel: (212) 383 27 91

## 1. GİRİŞ

Hareketli yükler buldukları sistemlerde önemli dinamik etkilere neden olurlar. Hareketli yük problemi olarak adlandırılan bu problem, mühendislikte geniş bir uygulama sahasını etkilemektedir. Hareketli yüke maruz tüm sistemlerde hareketli yükten kaynaklanan dinamik etkilerin iyi bilinmesi ve doğru tespit edilebilmesi, bu sistemlerin tasarımı açısından çok önemlidir. Hareketli yük altında çalışan önemli mühendislik yapılarından biri de krenlerdir. Günümüzde krenlerin çalışma hızları arttığından, hareketli yük probleminin krenlerde de ele alınması gereği doğmuştur. Zira kren kazaları incelendiğinde problemlerin genellikle hareketli yükün oluşturduğu dinamik etkilerden kaynaklandığı görülmektedir. Dolayısıyla, krenlerin tasarımında hareketli yükten kaynaklanan dinamik etkilerin analizi oldukça önemlidir.

Hareketli yük dinamik problemi 19. Yüzyılın ortalarına dek tanımlanmamıştı. 1847 yılında İngiltere Chester 'daki Dee nehri üzerindeki Stephenson köprüsünün çökmesinin, hareketli yük konusunun araştırılmasını tetiklediği düşünülmektedir [1]. Fryba'nın bu konudaki çalışması, birçok hareketli yük problemini ve analitik çözümünü tanımlamıştır [2]. Analitik çözüme uygun olması için yapısal bileşenler, sürekli elastik ortam olarak düşünülmüş; çubuk, kiriş, plak ve kabuk olarak ele alınmıştır. Karmaşık yapılar için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır. Park vd. [4], modellediği köprülü kren üzerinde frekansları ve sistem cevaplarını çalışmıştır. Ogunam vd. [5], köprülü kren dinamiğinin üç boyutlu olarak incelenmesi üzerine yoğunlaşmıştır. Fung ve Yau [6], yatay düzlemde dönen ve hareketli yük taşıyan konsol kirişin hareket denklemlerini Stanisc yaklaşımı [3] kullanarak türetmiştir. Yang vd. [7] çalışmalarını taşıyan yükün salınım yapan bir sarkaç gibi modellenerek hareket denklemlerinin türetilmesi için genişletmişlerdir. Wu vd. [8] köprülü krenlerin dinamik davranışını hesaplamak için sonlu elemanlar ve analitik yöntemin birleşimi olarak farklı bir model ortaya koymuş, ayrıca deneyler yapmışlardır.

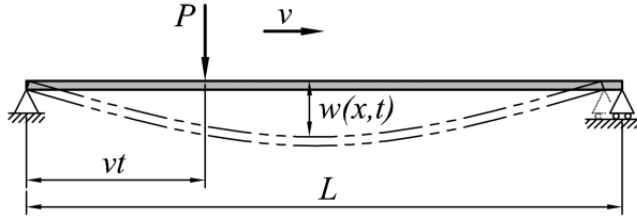
Bu çalışmada hareketli yük problemi kren kirişleri çerçevesinde ele alınmıştır. Çalışmanın amacı, kren kirişlerinde hareketli yükün oluşturduğu dinamik etkileri tespit etmek ve literatürde bu problemin çözümü için sunulan nümerik yaklaşımların geliştirilmesine katkı sağlamaktır. Bu amaçla çalışmada teorik ve deneysel olmak üzere iki aşama gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada, kirişlerde hareketli yük problemi, sonlu elemanlar yöntemi çerçevesinde teorik bir model oluşturularak çözülmüştür. İkinci aşamada ise, bir deney düzeneği oluşturulmuş ve hareketli yüke maruz bir kren kirişinin dinamik davranışları deneysel olarak belirlenmiştir. Ardından, teorik model ile ve deneyden elde edilen sonuçlar karşılaştırılarak geliştirilen teorik modelin etkinliği tartışılmıştır.

## 2. TEORİK ÇALIŞMA

Bu bölümde, öncelikle kirişlerde hareketli yük probleminin sonlu elemanlar yöntemiyle çözümü ile ilgili teorik altyapı verilmiş, ardından problemin çözümü kren kirişlerine uygulanmıştır. Verilen teorik altyapı kullanılarak problemin çözümü bir algoritma geliştirilmiş ve geliştirilen algoritma ANSYS programı kullanılarak çözdürülerek sonuçlar grafikler halinde verilmiştir.

### 2.1. Sonlu elemanlar yönteminin hareketli yüke maruz kirişlere uygulanması

Şekil 1'de ele alınan problemin şematik hali verilmiştir. Burada, P kirişe etki eden yük,  $v$  yükün hareket hızı,  $v.t$  yükün koordinatı, L kiriş boyu ve  $w(x,t)$  kirişin zamana bağlı düşey yer değiştirmesidir.



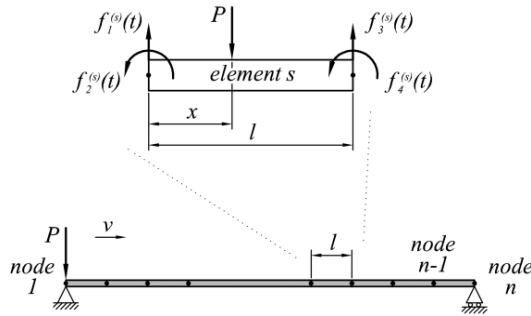
Şekil 1. Sistemin şematik gösterimi.

### 2.1.1. Düğüm kuvvetlerinin belirlenmesi

Çok serbestlik dereceli bir sistemin hareket denklemi aşağıdaki gibi temsil edilebilir [9].

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C]\{\dot{q}(t)\} + [K]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

Burada [M] kütle, [C] sönüm, [K] rijitlik matrisleridir.  $\{\ddot{q}(t)\}$ ,  $\{\dot{q}(t)\}$ ,  $\{q(t)\}$  sırasıyla bütün sistemin ivmelenme, hız ve yer değiştirme vektörleridir.  $\{F(t)\}$  ise dış kuvvet vektörüdür. Şekil 2'de üzerinde x mesafesinde P kuvveti bulunan l uzunluğundaki çubuk tipi bir sonlu elemanın serbest cisim diyagramı görülmektedir. Elemanın uç noktalarında düğüm kuvvetleri (kesme kuvveti ve moment) bulunmaktadır.



Şekil 2. P kuvvetinin etkisindeki s elemanında kuvvetler.

Bir kiriş bir P kuvvetine maruz kaldığında kuvvetin uygulandığı elemanın düğümleri hariç bütün düğüm kuvvetleri sıfırdır[10],[11].

$$\{F(t)\} = \{000...F_1^S(t)F_2^S(t)F_3^S(t)F_4^S(t)...000\} \quad (2)$$

Burada,  $F_i^S(t)$ ,  $(i=1-4)$ , düğüm kuvvetleridir.

$$\{F^S(t)\} = \left[ F_1^S(t) F_2^S(t) F_3^S(t) F_4^S(t) \right]^T = P \{N\} \quad (3)$$

$$\{N\} = [N_1 N_2 N_3 N_4]^T \quad (4)$$

$N_i$ ,  $(i=1-4)$ , şekil fonksiyonları aşağıdaki gibidir [10],[11].

$$N_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (5)$$

$$N_2 = (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad (6)$$

$$N_3 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (7)$$

$$N_4 = (-\xi^2 + \xi^3)l \quad (8)$$

Şekil 2'den görüleceği üzere  $l$  eleman uzunluğu ve  $x$ , eleman üzerinde  $P$  kuvvetinin uygulandığı noktanın sol uca olan mesafesidir.

Hareketli yükü sisteme uygulamak için kuvvetler ve momentler zamanın fonksiyonu olarak bütün sistemin sonlu elemanlar modelindeki düğüm noktalarına uygulanır. Şekil 2'de görüldüğü gibi  $P$  kuvveti  $n$  düğümlü ve  $n-1$  elemanlı kiriş üzerinde  $v$  hızı ile  $1$ nci düğümden  $n$ .düğüme doğru ilerlemektedir.

$\Delta t$  zaman aralığında  $j$  adet zaman adımı ele alındığında toplam zaman  $t_{max}$  aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$t_{max} = j\Delta t \quad (9)$$

Her zaman adımında kirişin her düğümlüne ait kuvvet ve moment bilgilerini içeren kuvvet ve moment vektörleri (10) ve (11) eşitlikleri ile ifade edilir.

$$[F]_{j+1}^i = [F_{t=0}^i, F_{t=\Delta t}^i, F_{t=2\Delta t}^i, \dots, F_{t=j\Delta t}^i]_{j+1}^i \quad (10)$$

$$[M]_{j+1}^i = [M_{t=0}^i, M_{t=\Delta t}^i, M_{t=2\Delta t}^i, \dots, M_{t=j\Delta t}^i]_{j+1}^i \quad (11)$$

Burada,  $i$  düğüm numarasını temsil etmektedir. Şekil 2'de görüldüğü üzere  $t=0$  anında  $P$  kuvveti  $l$ . düğümün üzerindedir.

$$F_{t=0}^1 = P, F_{t=0}^n = 0 \quad (i = 2' den n'e) \quad (12)$$

$$M_{t=0}^i = 0 \quad (i = 1' den n'e) \quad (13)$$

Herhangi bir  $t = r\Delta t$  ( $r=1$  den  $j$ 'ye kadar) anında kirişin sol ucuna göre kuvvetin pozisyonu aşağıda verilmiştir.

$$x_p(t) = vr\Delta t \quad (14)$$

Herhangi bir  $t$  anında uygulanan kuvvet ise şu şekilde bulunur.

$$s = \left( \frac{x_p(t)}{l} \right) + 1 \quad (15)$$

$s$  elemanın  $s=1$  den  $s=n-1$  e kadar, iki düğümü  $s$  ve  $s+1$  dir. Böylece  $P$  kuvveti  $s$ . elemanın ( $s=1$  den  $s=n-1$  e) kadar, herhangi bir  $t=r\Delta t$  ( $r=1$  den  $j$  kadar ) anında üzerinde iken aşağıdaki düğüm kuvveti ve momenti bağlantıları oluşturulur.

$$F_{t=r\Delta t}^s = PN_1 \quad (16)$$

$$F_{t=r\Delta t}^{s+1} = PN_3 \quad (17)$$

$$F_{t=r\Delta t}^i = 0 \quad (s \text{ ve } s+1 \text{ hariç } i=1 \text{ den } n \text{ e kadar}) \quad (18)$$

$$M_{t=r\Delta t}^s = PN_2 \quad (19)$$

$$M_{t=r\Delta t}^{s+1} = PN_4 \quad (20)$$

$$M_{t-r\Delta t}^i = 0 \quad (s \text{ ve } s+1 \text{ hariç } i=1 \text{ den } n \text{ e kadar}) \quad (21)$$

Denklem (9), lokal x yerine  $x_p(t)$  açısından yazılabilir:

$$\xi = \frac{x_p(t) - (s-1)l}{l} \quad (22)$$

$\xi$  ( $\xi = x/l$ ) tamsayı olduğunda beklendiği gibi tek bir düğüm kuvveti vardır. Çünkü  $\xi$  tamsayı olduğunda P kuvveti bir düğümle çakışmaktadır. Bu şekilde hareketli bir kuvvete maruz kirişin her düğümü için zamana bağlı kuvvet ve moment fonksiyonları belirlenmiş olur.

### 2.1.2. Nümerik integrasyon metodu ile dinamik analiz

Bu kısımda, nümerik integrasyon ile dinamik analiz ele alınmıştır[12]. Yapısal sistemlerin dinamik davranışını belirlemede kullanılan en genel yaklaşım dinamik denge eşitliklerinin doğrudan integrasyonu metodunun kullanılmasıdır. Bu yöntem dinamik denge eşitliğinin zamanın sıfır olduğu an için belirlendikten sonra zaman içindeki ayrı noktalar için de sağlanması girişimini içermektedir. Metotların çoğu eşit zaman aralıklarını kullanır.  $\Delta t$ ,  $2\Delta t$ ,  $3\Delta t$ ... $N\Delta t$ . Bütün metotlar genelde ya kesin ya da kesin olmayan metotlar olarak sınıflandırılabilir.

Kesin metotlar her zaman adımında lineer eşitliklerin çözümünü gerektirmez. Genellikle bu metotlar diferansiyel eşitlikleri "t" zamanında, "t+ $\Delta t$ " zamanındaki çözümü tahmin etmek için kullanılır. Pek çok katı elemanlı gerçek sistemlerde stabil bir çözüm için çok küçük zaman adımı gereklidir. Bu yüzden kesin metotlar zaman adımının büyüklüğü açısından şartlı olarak stabildir.

Kesin olmayan metotlar "t- $\Delta t$ " zamanındaki çözüm bulunduktan sonra "t" zamanı için diferansiyel eşitlikleri sağlamaya çalışırlar. Bu metotlar her zaman adımı için lineer eşitliklerin çözümünü gerektirir. Bununla birlikte büyük zaman adımları kullanılabilir. Bu metotlar şartlı veya şartsız olarak stabil olabilir [12].

### 2.1.3. Newmark doğrudan integrasyon metodu

Newmark [13] dinamik problemlerin çözümü için 1959'da bir grup integrasyon metodu sundu. Bu zamandan beri Newmark metodu pek çok pratik mühendislik yapılarının dinamik analizine uygulanmıştır. Bu metot bazı araştırmacılar tarafından geliştirilip modifiye edilmiş ve geliştirilmiştir. Newmark doğrudan integrasyon metodu sonlu elemanlar yöntemiyle birlikte kullanılmakta olup metot hakkında temel bilgiler aşağıda açıklanacaktır. Metodun uygulanmasında başlangıç hesaplamaları ve her bir zaman adımı hesaplamaları olarak iki aşama mevcuttur. Çizelge 1'de bu aşamalar verilmiştir.

Sistemin hareket denklemi (1)'de verildiği üzere aşağıdaki gibi kısaca yazılabilir.

$$M \ddot{q}_t + C \dot{q}_t + K q_t = F_t \quad (23)$$

Taylor serileri kullanılarak aşağıdaki bağıntılar elde edilir [9].

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6} \dddot{q}_{t-\Delta t} + \dots \quad (24)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \dddot{q}_{t-\Delta t} + \dots \quad (25)$$

Newmark bu serileri aşağıdaki gibi kesmiştir.

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^3 \ddot{\ddot{q}} \quad (26)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{\ddot{q}} \quad (27)$$

Eğer zaman adımı içinde ivmelenmenin lineer olduğu kabul edilirse aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$\ddot{\ddot{q}} = \frac{(\ddot{q}_t - \ddot{q}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \quad (28)$$

Sonuçta ise, Newmark eşitlikleri aşağıdaki standart formda elde edilir.

$$q_t = q_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{q}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{q}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{q}_t \quad (29)$$

$$\dot{q}_t = \dot{q}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{q}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t \ddot{q}_t \quad (30)$$

Newmark, (23), (29) ve (30) eşitliklerini iteratif olarak her zaman adımı için yapısal sistemin her yer değiştirme serbestlik derecesi için kullanır.  $\ddot{q}_t$  terimi denklem (1)'den, eşitliğin kütleyle bölünmesiyle elde edilir.

Wilson[12], (29) ve (30) eşitliklerini rijitlik, kütle, oransal sönümleme ilave ederek matris formatında elde etmiştir. Böylece (29) ve (30) eşitlikleri aşağıdaki formda yeniden yazılabilir.

$$\ddot{q}_t = b_1(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t} \quad (31)$$

$$\dot{q}_t = b_4(q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t} \quad (32)$$

Burada,  $b_1, \dots, b_6$ , Çizelge 1'de verilmiştir.

(31) ve (32) eşitlikleri (23)'de yerine konursa, sistemin dinamik eşitliği t anında bilinmeyen  $q_t$  düğüm yer değiştirmeleri açısından aşağıdaki gibi yazılır.

$$(b_1 M + b_4 C + K) q_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}) + C(b_4 q_{t-\Delta t} + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}) \quad (33)$$

## 2.2. Sonlu elemanlar yönteminin hareketli yüke maruz kirişe uygulanması

Bu bölümde, önceki bölümlerde verilen teorik altyapı kullanılarak problemin çözümü için bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritma ANSYS programı kullanılarak çözdürülmüştür [11]. Uygulamada daha sonra deney sonuçlarıyla karşılaştırılabilmesi açısından alüminyum esaslı gerçek bir kren kirişinin 1/20 ölçekli modeli ele alınmıştır. Uygulamada kullanılan kirişe ait temel değerler Çizelge 2'de verilmiştir. Prototip model ile ölçekli modelin büyüklükleri arasındaki ölçeklendirme oranları ise Bölüm 3'de verilmiştir.

**Çizelge 1.** Newmark doğrudan integrasyon metodunun özeti.

- 
1. Başlangıç hesaplamaları
    - a. Statik rijitlik, kütle ve sönüm matrislerini oluştur (K,M ve C)
    - b. İntegrasyon parametreleri  $\beta$  ve  $\gamma$ ' y1 belirle
    - c. İntegrasyon sabitlerini hesapla
- 

$$b_1 = \frac{1}{\beta\Delta t^2}, b_2 = \frac{1}{\beta\Delta t}, b_3 = \beta - \frac{1}{2}, b_4 = \gamma\Delta t b_1$$

$$b_5 = 1 + \gamma\Delta t b_2, b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma)$$


---

- d. Efektif rijitlik matrisini oluştur.
 
$$\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$$
  - e. Efektif rijitlik matrisini üçgenleştir.  $\bar{K} = LDL^T$
  - f. Başlangıç şartlarını belirle  $q_0, \dot{q}_0, \ddot{q}_0$
- 

2. Her zaman adımı için  $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t...$ 
    - a. Efektif yük vektörünü hesapla
 
$$\bar{F}_t = F_t + M(b_1 q_{t-\Delta t} - b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t})$$

$$+ C(b_4 q_{t-\Delta t} - b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t})$$
    - b. T zamanı için düğüm yer değiştirme vektörünü hesapla
 
$$LDL^T q_t = \bar{F}_t$$
    - c. T zamanı için düğüm hızlarını ve ivmelerini hesapla
 
$$\dot{q}_t = b_4 (q_t - q_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{q}_{t-\Delta t}$$

$$\ddot{q}_t = b_1 (q_t - q_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{q}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{q}_{t-\Delta t}$$
    - d.  $t = t + \Delta t$  için 2.a adımına git
- 

**Çizelge 2.** Uygulamada kullanılan kirişe ait temel değerler

Uzunluk, $L$	2120 mm
Kesit alanı, $A$	400 mm <sup>2</sup>
Atalet momenti, $I$	3334 mm <sup>4</sup>
Elastisite modülü, $E$	70000 N/mm <sup>2</sup>
Yoğunluk, $\rho$	0.27 gr/cm <sup>3</sup>
Poisson oranı, $\nu$	0.334

Uygulamada, bir kren kirişinin çalışması göz önüne alınmış ve hareketli yükün kirişin dinamik davranışına olan etkisini araştırmak için çeşitli senaryolar uygulanmıştır. FEM modelinde kiriş üzerine 25 N'luk tekil bir kuvvet uygulanmıştır. Senaryolarda yük sırasıyla  $v=0.25, 0.5, 0.75$  ve  $1$  m/s hızlarla hareket ettirilmiştir. Analizlerde zaman adımı 1000 olarak belirlenmiştir. Senaryolarda yük  $x=0.15$  m'de harekete başlamış ve  $x=1.97$  m'de durdurulmuştur. Her zaman adımında elde edilen veriler ( $t/1000$ ) kaydedilmiş ve kirişin sonlu elemanlar modelinde her düğüm noktasında oluşan yer değiştirmeler hesaplanarak farklı hızlar için kirişin sehim – yer değiştirme grafikleri elde edilmiştir. FEM analizlerinde kiriş 53 adet eşit uzunlukta sonlu elemana bölünmüş, dolayısıyla kiriş üzerinde 54 düğüm noktası ele alınmıştır. Şekil 4'de 53 eleman için kirişin sonlu elemanlar modeli verilmiştir.

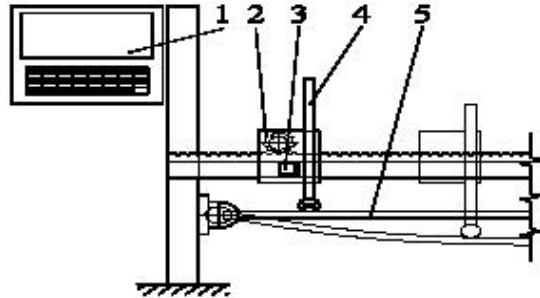
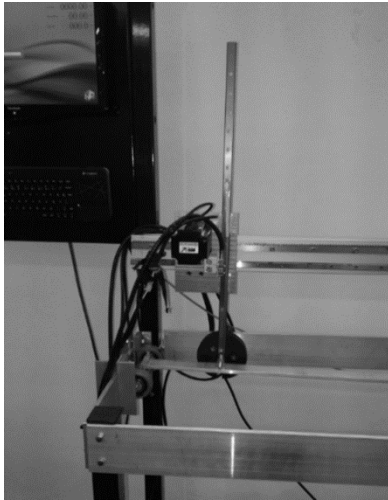


Şekil 3. Kirişin Sonlu Elemanlar Modeli

### 3. DENEYSSEL ÇALIŞMA

Bu bölümde, çalışmanın ikinci aşamasını oluşturan deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiştir. Bu amaçla, öncelikle deney düzeneği hakkında bilgi verilmiş, ardından çeşitli senaryolara göre deneyler gerçekleştirilmiştir.

Çalışma için tasarlanan deney düzeneğinin resmi Şekil 4'te verilmiştir. Şekilde görülen deney düzeneği, bilgisayarla (Şekil4-1) kontrol edilmekte ve 0-1 m/s aralığında istenilen hızlarla hareket sistemdeki servomotor (Şekil4-2) tarafından hassas olarak gerçekleştirilmektedir. Servomotordan alınan dönme hareketi, sistemde yer alan kremayer-dişli mekanizması ile öteleme hareketine dönüştürülmekte ve yükün hareketi gerçekleştirilmektedir. Deney düzeneği 0-50 N aralığındaki yükleri hareket ettirebilme kapasitesine sahiptir. Senaryolara göre belirlenen yük sistem üzerinde ilgili kısma (Şekil4-4) yerleştirilmekte ve belirlenen hızla hareket ettirilmektedir. Hareketin başlamasıyla sistemde yer alan lineer enkoder (Şekil4-3) kirişin (Şekil4-5) her noktasındaki çökme miktarını hassas olarak bilgisayara kaydetmekte ve böylece kirişe ait çökme-uzunluk grafiği elde edilmektedir. Deney düzeneğinde dört farklı hız için ölçümler 10 tekrar olarak alınmış toplamda 40 deney gerçekleştirilmiştir. Deneylerde, gerçek bir kren kirişinin 1/20 ölçekli modeli kullanılmıştır. Uygulamada kullanılan kirişe ait temel değerler Bölüm 2'de Çizelge 2'de sunulmuştur. Prototip model ile ölçekli modelin büyüklükleri arasındaki ölçeklendirme oranları ise Çizelge 3'de verilmiştir. Seçilen ölçeklendirme oranı, krenin elastik davranışlarını gözlemleyerek titreşimlerini analiz edebilmek için uygundur.



Şekil 4. Deney düzeneği ve şematik gösterimi (1-Kontrol Paneli ve Data Logger, 2-Servo Motorlu Sürücü ünite, 3-Linear Enkoder, 4- Linear Yataklı Yüklem Çubuğu, 5-Kiriş)



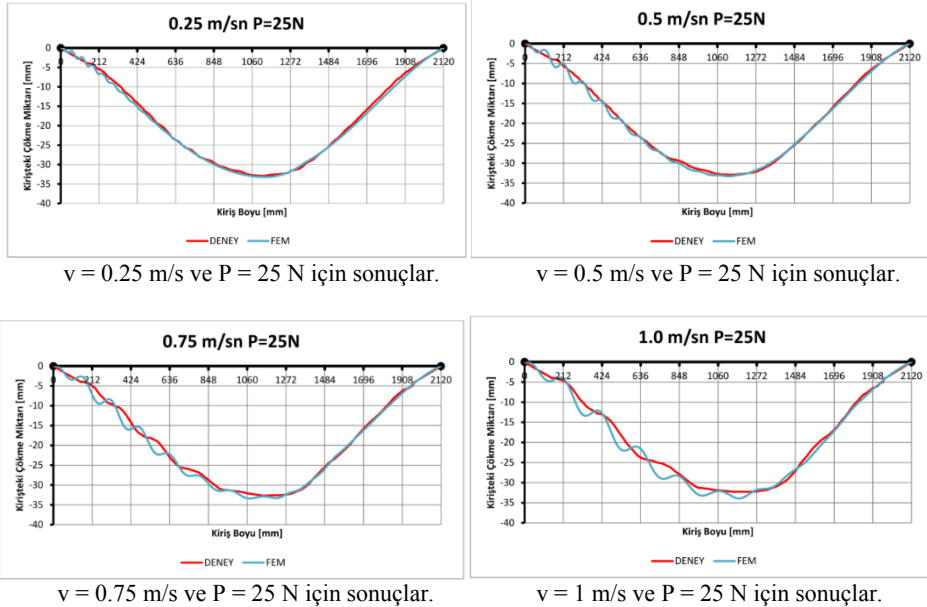
**Çizelge 3.** Prototip model ile ölçekli modelin büyüklükleri arasındaki ölçeklendirme oranları

Büyükük	Birim	Sembol	Prototip kren	Model kren
Uzunluk	m	$\lambda_l$	1	1/20
Elastisite modülü	N/m <sup>2</sup>	$\lambda_E$	1	1/3
İvme	m/s <sup>2</sup>	$\lambda_a$	1	1
Kütle	kg	$\lambda_m$	1	1/20 <sup>3</sup>
Zaman	s	$\lambda_t$	1	1/20 <sup>1/2</sup>

Deneyel çalışmalarda daha sonra teorik sonuçlarla karşılaştırılabilmesi açısından FEM modeli için belirlenmiş olan senaryoların aynısı uygulanmıştır. Dolayısıyla, kiriş üzerine 25 N'luk tekil bir kuvvet uygulanmış ve uygulamalar yük  $x=0.15$  m'den  $x=1.97$  m'ye kadar hareket ettirilerek gerçekleştirilmiştir. Senaryolarda yük sırasıyla  $v=0.25, 0.5, 0.75$  ve  $1$  m/s hızlarla hareket ettirilmiştir.

#### 4. TEORİK VE DENEYSEL SONUÇLARIN KARŞILAŞTIRILMASI

Bu bölümde, Bölüm 2'de geliştirilen FEM modeline ait sonuçlar ile Bölüm 3'de gerçekleştirilen deneylere ait sonuçlar verilmiş ve birbiriyle karşılaştırılmıştır. Belirlenen senaryolara göre elde edilen sonuçlar Şekil 5'te verilmiştir. Grafiklerden elde edilen değerler ayrıca Çizelge 4'de sayısal olarak karşılaştırılmıştır. Çizelge 4'te  $w_{max}$  maksimum sehim değerini,  $x_{max}$  ise kirişte maksimum sehimin oluştuğu yeri göstermektedir.

**Şekil 5.** Teorik ve deneysel sonuçlar

**Çizelge 4.** Teorik ve deneysel sonuçların karşılaştırılması

	$v=0.25$ m/s $P=25$ N		$v=0.50$ m/s $P=25$ N		$v=0.75$ m/s $P=25$ N		$v=1.00$ m/s $P=25$ N	
	$w_{max}$ (mm)	$x_{max}$ (m)	$w_{max}$ (mm)	$x_{max}$ (m)	$w_{max}$ (mm)	$x_{max}$ (m)	$w_{max}$ (mm)	$x_{max}$ (m)
FEM	33.17	1.127	33.26	1.080	33.29	1.120	33.9	1.090
Deney	32.9	1.120	32.9	1.128	32.67	1.156	32.3	1.150
Bağıl Hata (%)	0.81	0.62	1.08	4.44	1.86	3.21	4.72	5.5

Sonuçlar incelendiğinde, kirişteki dinamik davranışın hareketli yükün hızına bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Hıza bağlı olarak maksimum sehim değeri ( $w_{max}$ ) ve maksimum sehimin olduğu yer ( $x_{max}$ ) statik hesaplarda öngörülen durumlardan farklı değerler almaktadır. Geliştirilen FEM modeli ile deney sonuçları karşılaştırıldığında ise, senaryolarda ele alınan hız aralığı için teorik ve deneysel sonuçlar arasındaki bağıl hata oranının, maksimum sehim değeri ( $w_{max}$ ) için %0.81-4.72 arasında değiştiği, maksimum sehimin olduğu yer ( $x_{max}$ ) için %0.62-5.5 arasında değiştiği görülmektedir. Bu durum FEM modelinden elde edilen sonuçların kren kirişlerinin dinamik davranışını başarılı şekilde ortaya koyduğunu göstermektedir.

## 5. SONUÇLAR

Bu çalışmada, hareketli yüke maruz bir kren kirişinin dinamik davranışları incelenmiştir. Hareketli yük problemi pek çok mühendislik uygulamasında önemli bir problem olarak karşımıza çıkmakta ve sistemde önemli dinamik etkilere neden olmaktadır. Bu uygulama alanlarından biri de krenlerdir. Günümüzde krenlerin çalışma hızları giderek artmakta ve bu durum krenlerin tasarımında hareketli yükten kaynaklanan dinamik etkilerin net olarak tespit edilebilmesi gereğini ortaya koymaktadır. Bu durum, bu problemin çözümü için sunulan nümerik yaklaşımların geliştirilmesine katkı sağlamak konusunda yazarları motive etmiştir. Bu amaçla çalışmada teorik ve deneysel olmak üzere iki aşama gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada, kren kirişlerinde hareketli yük problemini incelemek için bir FEM modeli geliştirilmiş, ikinci aşamada ise geliştirilen modelin etkinliğini tespit edebilmek için bir deney düzeneği oluşturularak testler gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın sonuçları incelendiğinde, kirişteki dinamik davranışın hareketli yükün hızına bağlı olarak değiştiği görülmektedir. Hıza bağlı olarak maksimum sehim değerinin ve maksimum sehimin olduğu yerin statik hesaplarda öngörülen durumdan farklı değerler almaktadır. Dolayısıyla çalışma, öncelikle krenlerde sadece kirişin orta noktasındaki sehimin kontrol edildiği statik hesapların yetersiz olacağını göstermektedir. Bu nedenle krenlerde çalışma hızları arttıkça sadece statik analizlerin değil, dinamik analizlerin de yapılması uygun olacaktır. Geliştirilen FEM modeli ile deney sonuçları karşılaştırıldığında ise, senaryolarda ele alınan hız aralığı için teorik ve deneysel sonuçlar arasındaki bağıl hata oranının uygun sınırlarda kaldığı görülmektedir. Dolayısıyla, FEM modelinden elde edilen sonuçların kren kirişlerinin dinamik davranışını başarılı şekilde ortaya koyduğunu ve bu konuda yapılacak dinamik analizler için geliştirilen modelin kullanılabileceğini söylemek uygun olacaktır. Yazarlar ileride bu çalışmanın sonuçlarından hareketle gerilme değerlerinin analiz edilmesi ve sistem için emniyetli çalışma koşullarının ve emniyet katsayılarının belirlenmesi üzerinde çalışmalara devam edeceklerdir.

## Acknowledgments / Teşekkür

Bu çalışma 2012-06-01-KAP03 numaralı BAP projesi olarak YTÜ-BAP Koordinatörlüğü tarafından desteklenmiştir.

## REFERENCES / KAYNAKLAR

- [1] S.P. Timoshenko, *History of Strength of Materials: With a Brief Account of the History of Theory of Elasticity and Theory of Structures*, McGraw-Hill, New York, 1953.
- [2] L. Fryba, *Vibration of Solids and Structures under Moving Loads*, Noordhoff, Groningen, 1972.
- [3] M.M. Stanisic, On a new theory of the dynamic behaviour of the structures carrying moving masses, *Ingenieur-Archiv* 55 (1985) 176–185.
- [4] S. Park, W.K. Chung, Y. Youm, J.W. Lee, Natural frequencies and open-loop responses of an elastic beam fixed on a moving cart and carrying an intermediate lumped mass, *Journal of Sound and Vibration* 230 (2000) 591–615.
- [5] D.C.D. Oguamanam, J.S. Hansen, G.R. Heppler, Dynamics of a three-dimensional overhead crane system, *Journal of Sound and Vibration* 242 (2001) 411–426.
- [6] E.H.K. Fung, D.T.W. Yau, Vibration frequencies of a rotating flexible arm carrying a moving mass, *Journal of Sound and Vibration* 241 (2001) 857–878.
- [7] W. Yang, Z. Zhang, R. Shen, Modeling of system dynamics of a slewing flexible beam with moving payload pendulum, *Mechanics Research Communications* 34 (2007) 260–266.
- [8] J.J. Wu, A.R. Whittaker, M.P. Cartmell, Dynamic responses of structures to moving bodies using combined finite element and analytical methods, *International Journal of Mechanical Sciences* 43 (2001) 2555–2579.
- [9] Wu, J.J., Whittaker, A.R., Cartmell, M.P. (2000). The use of finite element techniques for calculating the dynamic response of structures to moving loads. *Computers and Structures*, vol. 78, p. 789-799.
- [10] Trethewey, Y.H., Trethewey, M.W. (1990). Finite element analysis of elastic beams subjected to moving dynamic loads. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 136, no. 2, p. 323-342.
- [11] Clough R.W., Penzien J. (1993). *Dynamics of structures*. New York: McGraw-Hill, 1029 p. (In English). ISBN 978-0-415-62086-4.
- [12] Wilson, E.L. (2002). *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, California: Computers and Structures Inc., 423p. (In English). ISBN 0-923907-00-9.
- [13] Newmark, N.M. (1959). A Method of Computation for Structural Dynamics. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 85 No. EM3.