

Öğrencilerin Örüntüleri Genelleme Süreçleri: 7. Sınıf Örneği^{1,2}

Students' Pattern Generalization Process: The 7th Grade Sample

Ercan ÖZDEMİR

Rize Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD,
Rize, Türkiye

Ramazan DİKİCİ

Mersin Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, Matematik Eğitimi ABD,
Mersin, Türkiye

M. Nuri KÜLTÜR

Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, OFMAE Bölümü,
Matematik Eğitimi ABD, Erzurum

İlk Kayıt Tarihi: 09.12.2013

Yayına Kabul Tarihi: 26.09.2014

Özet

Bu çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelleme süreçleri incelenmiştir. Çalışma dokuz öğrenci ile yürütülmüştür. Veri toplama aracı olarak 10 sorudan oluşan örüntü testi ve beş sorudan oluşan mülakat testi kullanılmıştır. Araştırma sonuçlarına göre öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için çoğunlukla yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kuraldan yapma, örüntülerin kurallarını bulmak için ise belirgin stratejiyi kullanmışlardır. Öğrenciler örüntülerin kurallarını bulmak için tahmin-kontrol, bütüne genişletme stratejilerini çok az kullanmışlar; görsel stratejileri ise hiç kullanmamışlardır. Verilen şekilleri veya şekillerin yapılarını dikkate almamışlar örüntülerin kurallarını bulmak için sadece sayısal ilişkilere odaklanmışlardır. Örüntülerin kuralını bulmada en yüksek başarı tekrarlı, en düşük başarı ise artarak genişleyen örüntü sorularında görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: genelleme, strateji, örüntü çeşitleri

Abstract

This study examines 7th grade students' pattern generalization process. The study was conducted with nine students. A pattern test composing of ten questions and an interview test composing of five questions were used as the data collection tool. According to research results, the students mostly used the recursive relationship strategy to find near distance terms; the rule-based strategy to find medium distance terms; and the explicit strategy to find the rule

1. Bu çalışmanın bir bölümü 23-25 Mayıs 2013 tarihinde düzenlenen 12. Matematik Sempozyumu'nda bildiri olarak sunulmuştur.

2. Bu çalışma birinci yazarın doktora tez çalışmasından üretilmiştir.

of the patterns. The students rarely used the guess-and-check and whole object strategies in order to find the rules of the patterns. They did not use the visual strategies at all. They did not consider the given figures or the structures of those figures. They focused on only numerical relationships in order to find the rules of the patterns. The highest success rate in finding the rule of the patterns was observed in repeated pattern questions whereas the lowest success rate was observed in quadratic growing pattern questions.

Keywords: *generalization, strategy, types of pattern*

1. Giriş

Matematik en yalın anlatımla bir örüntü ve ilişkiler bilimi olarak tanımlanabilir. Örüntüler, sayılar ya da şekiller içeren yapılar olabilir. Örüntü ve ilişkilerin birey tarafından araştırılıp keşfedilmesi ve matematikselleştirilmesi gerekmektedir. Çünkü bir problemi çözmek önemli olmakla birlikte bundan daha önemlisi problemi görmektir, keşfetmektir (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Örüntüler fikirler arasındaki boşluğu doldurmaktadır (Liljedahl, 2004). Örüntü bulma, tamamlama ve oluşturma etkinlikleri öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkiyi görmeyi öğrenmelerini sağlar. Bu sayede öğrenciler ilişkileri kurabilir, genellemeler ve tahminler yapabilirler. Örüntüleri anlama, öğrencilerin hem birer problem çözücü hem de soyut düşünürler olmalarına yardımcı olur (Olkun ve Toluk-Uçar, 2007). Örüntülerin yukarıda ifade edilenlerin yanı sıra öğrencilerin cebirsel düşünmelerinin gelişiminde de çok önemli bir rolü vardır. NCTM'ye (National Council of Teachers of Mathematics) göre (2000), bütün sınıf seviyelerinde “örüntüler, fonksiyonlar ve ilişkileri anlamak” cebir için sürekli bir konudur. Steele (2005), cebirsel düşünmenin temelinde örüntü arama ve genellenmenin yer aldığı ifade etmiştir. Zaskis ve Liljedahl (2002), matematikte özellikle de cebirde her şeyin örüntülerin bir genellemesi olduğundan örüntülerin matematiğin kalbi ve özü olduğunu savunmuşlardır. Hargreaves, Taylor ve Threlfall (1998), sayılar, geometri ve ölçülerle ilgili olan örüntülerin, öğrencilerin matematiksel kavramlar arasındaki ilişkileri anlamalarına yardımcı olduğunu ifade etmektedirler. Bu tür ilişkiler ise, daha sonraki aşamalarda öğrenilecek olan daha soyut düşünceler için temel oluşturan matematiksel düşünmeyi teşvik eder. Bir örüntüde nicelikler arasındaki ilişkileri bulmaya yönelik çalışmaların matematiksel ilişkiler ve fonksiyonlarla ilgili önemli bilgilerin ortaya çıkmasını sağladığı belirtilmektedir (Blair, 2001).

2005-2013 yılları arasında uygulanan matematik programı ile birlikte müfredat kapsamına alınan konulardan biri örüntülerdir. İlköğretim birinci sınıftan sekizinci sınıfa kadar her sınıf düzeyinde yer alan örüntüler, sayı ve şekillerin belli bir kurala göre düzenlenmesi olarak tanımlanabilir. Gerek sayılar gerekse şekiller arasındaki ilişkiyi inceleme akıl yürütme becerisinin gelişmesinde önemli rol oynar. İlköğretimin ilk beş sınıfta bu becerinin gelişmesi için basitten karmaşığa doğru örüntüler seçilmiştir (MEB, 2005a ve 2005b). Örüntüler tekrarlayan ve genişleyen örüntüler olmak üzere ikiye ayrılırlar. Tekrarlı örüntülerde, bir temel birim sürekli tekrarlanır. Mevsimler, trafik ışıkları örnek olarak gösterilebilir. Genişleyen örüntülerde ise düzenli bir büyüme veya küçülme vardır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2004). 2013-2014 eğitim öğretim yılından itibaren uygulanmaya konulan programda da örüntüler önemli bir yer tutmaktadır. 5. Sınıf programında “Kuralı verilen sayı ve şekil örüntülerinin istenen adımları oluşturulur”, 6.

sınıfta “Aritmetik dizilerin kuralını harfle ifade eder; kuralı harfle edilen dizinin istenilen terimini bulur”, 7. ve 8. sınıfta “Doğrusal ilişkiler ve örüntüler içeren matematiksel problemleri cebirsel denklemler kurarak çözer” kazanımları yer almaktadır. Örüntülerin basitten karmaşığa doğru işlenişinin de devam ettirildiği görülmektedir.

Farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin ve öğretmen adaylarının örüntüleri algılayışları ve genellemeleri ile ilgili çeşitli araştırmalar bulunmaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Becker ve Rivera, 2005; Bishop, 1997; Hargreaves ve arkadaşları, 1998; Healy ve Hoyles, 1999; Lannin, 2003 ve 2005; Lannin, Barker ve Townsend, 2006a ve 2006b; Ley, 2005; Markworth, 2010; Ndlovu, 2011; Sasman, Linchevski ve Olivier, 1999; Sorkin, 2011; Stacey, 1989; Swafford ve Langrall, 2000; Tanışlı, 2008; Tanışlı ve Köse, 2010 ve 2011; Yaman, 2010; Yeşildere ve Akkoç, 2010a ve 2010b; Zaskis ve Liljedahl, 2002). Bu araştırmalarda öğrencilerin veya öğretmen adaylarının örüntüleri genellemek için kullandıkları stratejilerin başlıcaları belirgin (explicit), bütüne genişletme (whole-object), yinelemeli (recursive), yığılmalı veya gruplamalı (chunking) stratejilerdir. Yinelemeli düşünce, dizideki değişiklikleri aşama-aşama ele alan zihni alışkanlıktır (Bezuska ve Kenney, 2008). Belirgin stratejiler ise bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki kovaryasyonel ilişkiyi ifade etmektedir. Belirgin stratejiler, yinelemeli stratejilere göre daha ileri seviyedeki fonksiyonel düşünmeyi göstermektedir. Yinelemeli ilişkilerde terim sırası neredeyse önemsizdir. Ancak fonksiyonel ilişkide terim sırası ayrı bir değişken olarak ele alınmaktadır (Markworth, 2010). Fonksiyonel stratejiler genellikle yinelemeli stratejilerden daha faydalı ve kullanışlıdır (Lannin, Barker, Townsend, 2006a).

Dörfler (1991), genellemenin hem bir nesnenin ve düşüncenin ifade edilişi hem de bir iletişim aracı olduğunu ifade etmiştir. Swafford ve Langrall (2000), genellemeyi özel bir durum için tanımlanan ortak özelliği genel bir duruma taşıma olarak ifade etmişlerdir. Cebirsel etkinliğin bir özelliği de verilen bir durumdan, olaydan bir örüntü bulmak ve bunu genellemeye çalışmaktır (Baki, 2008, 533-536). Aritmetik, cebir ve aritmetik ile cebir arasındaki geçiş süreci olan cebir öncesi öğrenme dönemlerinde öğrencilerin kazanması gereken önemli becerilerden biri genelleme yapmadır (Baki, 2008; Kaput, 1998; Linchevski, 1995). Değişken kavramının (Baş, Erbaş ve Çetinkaya, 2011; Lesley ve Freiman, 2004) ve fonksiyonel düşünmenin gelişmesinde örüntülerin önemli bir rolü vardır (Blanton ve Kaput, 2004; Kaput ve Blanton, 2001; Rivera ve Becker, 2009; Warren ve Cooper, 2006). İlköğretimin 6-8. sınıflarında öğrencilerin örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi temel beceri olarak ele alınmaktadır. Örüntülerin içerdiği ilişkileri keşfetmeleri ve bunları genellemeleri, öğrencilerin çevrelerindeki dünyayı daha iyi algılayabilme becerilerinin gelişmesine yardımcı olacaktır. Ayrıca örüntülerin farklı biçimlerde temsil edilmesi ve özellikle sembolik olarak ifade edilmesi, cebirin temel kavramlarının oluşmasına önemli katkılar sağlayacaktır (MEB, 2005a). Örüntüleri genellemenin cebir, değişken kavramı ve fonksiyonel düşünmenin gelişimindeki rolü dikkate alınarak bu çalışmada ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin örüntüleri kavrayabilme ve genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Araştırmanın problemleri ise aşağıdaki gibidir.

- Öğrencilerin örüntüleri yakın ve orta uzaklıktaki terimlere devam ettirme ile genelleme yapmada kullandıkları stratejiler nelerdir?
- Öğrencilerin tekrarlı, sabit artarak ve artarak genişleyen örüntü çeşitlerindeki başarıları arasındaki farklılıklar nelerdir?

2. Yöntem

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Durum çalışması bir olayı meydana getiren ayrıntıları tanımlamak ve görmek, bir olaya ilişkin olası açıklamaları geliştirmek ve bir olayı değerlendirmek amacıyla kullanılır (Gall, Borg ve Gall, 1996).

2.1. Çalışma Grubu

Örüntüleri genellemenin cebir, değişken kavramı ve fonksiyonel düşünmenin gelişimindeki rolü; ilköğretim programlarındaki önemi ve öğrencilerin örüntü içeren matematiksel problemleri cebirsel denklemler kurarak çözmeye 7. sınıfta başlamaları dikkate alınarak bu çalışma 7. sınıf öğrencileri ile yapılmıştır. Çalışma 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Mülakat yapılan 9 yedinci sınıf öğrencisi, 45 yedinci sınıf öğrencisi arasından seçilmiştir. 7. sınıf öğrencilerine güvenilirlik ve geçerliliği pilot çalışma ile tespit edilen örüntü testi uygulanmıştır. Öğrenciler bu testlerden aldıkları puanlara göre yüksek, orta ve düşük başarı düzeylerine ayrılmıştır. Her bir başarı düzeyinden 3'er öğrenci alınarak, çalışma 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Bu işlemlerle çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemine göre belirlenmiştir. Çalışmanın yürütüldüğü okul random olarak belirlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Ayrıca çalışmada öğrencilerin gerçek isimleri kullanılmamış, isimlerinin yerine kod isimler verilmiştir. Düşük başarı düzeyindeki öğrenciler 7V1, 7V2, 7V3; orta başarı düzeyindeki öğrenciler 7O1, 7O2, 7O3 ve yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler 7Y1, 7Y2, 7Y3 olarak kodlanmıştır.

2.2. Veri Toplama Araçları ve Verilerin Analizi

Bu çalışmanın veri toplama araçlarının geliştirilmesi ve verilerin analiz edilmesinde özellikle Ley (2005), Hargreaves, Taylor ve Threlfal, (1998), Healy ve Hoyles (1999), Lannin (2003 ve 2005), Lannin, Barker ve Townsend (2006a ve 2006b), Sasman, Linchevski ve Olivier (1999), Stacey (1989), Swafford ve Langrall (2000) ve Tanışlı (2008) çalışmalarından faydalanılmıştır. Keza 7. sınıf matematik dersi öğretim programından ve uzman görüşlerinden faydalanılmıştır.

Çalışmanın verileri 2011-2012 eğitim-öğretim yılı bahar döneminde toplanmıştır. Veri toplama sürecine örüntü testlerinin uygulanması ile başlamıştır. 7. sınıf öğrencilerine güvenilirlik ve geçerlilikleri pilot çalışma ile tespit edilen örüntü testi uygulanmıştır. Örüntü testinden 0-44 puan aralığında olan öğrenciler düşük, 45-69 puan aralığında olan öğrenciler orta ve 70-100 puan aralığında olan öğrenciler yüksek başarı düzeyinde kabul edilmiştir. Bu puan aralıkları araştırmacı, 2 matematik öğretmeni ve 3 öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Çalışma her bir başarı düzeyinden 3'er öğrenci alınarak 9 öğrenci ile yürütülmüştür. Daha sonra bu öğrencilerle klinik mülakatlar yapılmıştır. Goldin'e (1998) göre klinik mülakatlar araştırmalarda iki amaçla kullanılmaktadır. Birincisi, problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemlenme yapmak; ikincisi ise gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuçlar çıkarmak için kullanılmaktadır (Akt:Karataş ve Güven, 2003). Bunlardan dolayı bu çalışmada, öğrencilerin örüntü problemlerini

çözerken takip ettikleri adımları, düşünme süreçlerini tespit edebilmek için klinik mülakatlar tercih edilmiştir. Klinik mülakat soruları makalenin sonunda verilmiştir.

Bu çalışmada kullanılan veri toplama araçlarından birincisi Örüntüler Konusu Başarı Testi'dir. Mülakat yapılan öğrencileri tespit etmek amacıyla uygulanmıştır. Bu test 10 sorudan oluşmuştur. İkinci veri toplama aracı ise klinik mülakatlardır. Öğrencilerin örüntü problemlerini çözerken takip ettiği adımları, düşünme süreçlerini tespit edebilmek amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın merkezinde klinik mülakattan elde edilen veriler yer almaktadır.

Öğrencilerin kullandıkları stratejileri sınıflandırmak için kullanılan kavramsal çerçeve aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1. Öğrencilerin örüntüleri genelleme stratejilerini sınıflandırmak için kullanılan kavramsal çerçeve

Strateji	Açıklama
Çizme(Yazma)	Özellikle tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Öğrenciler istenen terimi bulmak için şekilleri çizerek veya tekrar eden terimi yazarak örüntüyü devam ettirmektedirler.
Sayma	Özellikle tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Öğrenciler istenen terimi bulmak için örüntünün terimlerini sayarak devam ettirmektedirler.
Çarpımdan Sayma	Tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Bu stratejide tekrar birimi belirlenir. Tekrar birimi soruda istenen en yakın terime kadar genişletilir. Daha sonra istenen terim ile çarpma işlemi sonucu elde edilen terim arasındaki farka göre sonuca ulaşılmaya çalışılır.
Bölümden Kalanı Sayma	Tekrarlı örüntü sorularında kullanılan bir çözüm stratejisidir. Bu stratejide tekrar birimi belirlenir. İstenen terim, tekrar birimine bölünür. Bölme işlemindeki kalana göre istenen terim bulunmaya çalışılır.
Yinelemeli İlişki	Terimler arası farka göre örüntü devam ettirilerek istenen terim elde edilmeye çalışılır.
Bütüne Genişletme	Girdi değerleri arasındaki oranın çıktı değerleri arasında da uygulanması temeline dayanır. Bu stratejide örüntünün kuralındaki sabit terim genellikle ihmal edildiği için yanlış cevaba ulaşılır. Bu çalışma kapsamında bu strateji yanlış bütüne genişletme ve doğru bütüne genişletme olmak üzere ikiye ayrılmıştır.
Tahmin-Kontrol	Bu stratejide problem durumundaki genel ilişkilerden ziyade, özel durumlarda bir kural bulmaya odaklanılmaktadır. Bir kural tahmin edilir ve girdi-çıktı değerlerine göre kuralın doğruluğu tespit edilmeye çalışılır. Bu çalışma kapsamında bu strateji sistemli tahmin-kontrol ve sistemli tahmin-kontrol olmak üzere ikiye ayrılmıştır.
Çarpım Tablosu Arama	Örüntüyü oluşturan bütün terimler için ortak bir çarpan tespit edilmeye çalışılır. Bu ortak çarpan kullanılarak örüntünün terimleri oluşturulmaya çalışılır.
Belirgin Strateji	Bu stratejide bağımlı değişken ile bağımsız değişken arasındaki bir ilişkinin hesaplanması temeline dayanır.

Öğrencilerin örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmak için yaptıkları işlemler ve açıklamalar Tablo 1 deki verilere göre sınıflandırılmıştır.

Verilerin analiz edilişi aşağıdaki örnek üzerinde açıklanmıştır.

Örnek örüntü sorusu:



1. adım

2. adım

3. adım

“Yukarıdaki noktalar belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirilmiştir. Bu örüntünün 9. adımına karşılık gelen şekildeki nokta sayısını bulunuz.”

Öğrencinin çözüm için yaptığı işlemler:

$$\begin{array}{r} 4 - 7 - 10 \\ \hline +3 \quad +3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} n \times 3 + 1 \\ 9 \quad \quad \quad 28 \end{array}$$

Öğrencinin klinik mülakat sırasında yaptığı açıklamalar:

... Birinci adımda 4, ikinci adımda 7 ve üçüncü adımda 10 nokta bulunmaktadır. Ardışık terimler arasındaki fark 3'dür. Kuralda $n \times 3$ olmalıdır. n yerine 1 yazdığımızda sonuç 4 olmalıdır... Dolayısıyla kural $n \times 3 + 1$ olur

Yukarıdaki verilerin analizi:

Öğrenci ardışık terimler arasındaki farka odaklanarak, adım sırası ve adım sırasına karşılık gelen sayıyı (veya adım sırasına karşılık gelen şekli) dikkate almamıştır. Burada yinelemeli ilişki stratejisi ile çözüme başlamıştır. Daha sonra adım sırası ve adım sırasına karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek örüntünün kuralını ve bu kuralı kullanarak da 9. adımdaki nokta sayısını bulmuştur. Öğrenci burada belirgin stratejiyi kullanmıştır. Sonuç olarak ise yinelemeli ilişki stratejisinden, belirgin stratejiye doğru geçiş yaparak örüntünün kuralını bulmuştur.”

2.3. Pilot Çalışma

Pilot çalışma ile örüntü ve mülakat testi sorularının geçerliliği ve güvenilirliği tespit edilmiştir. Pilot çalışma Türkiye'nin doğusunda bulunan bir ilde yer alan ve random olarak belirlenen dört ilköğretim okulundaki 7. sınıf öğrencileri ile yürütülmüştür. Pilot çalışmanın araştırma grubunu 108 öğrenci oluşturmuştur. Örüntü testinden 0-44 puan aralığında olan öğrenciler düşük, 45-69 puan aralığında olan öğrenciler orta ve 70-100 puan aralığında olan öğrenciler yüksek başarı düzeyinde olarak kabul edilmiştir. Bu puan aralıkları araştırmacı, 2 matematik öğretmeni ve 3 öğretim üyesinin görüşleri doğrultusunda belirlenmiştir. Mülakat testi sorularının uygulanmasında Lannin, Barker ve Townsend (2006a) araştırmasındaki yöntem izlenmiştir. Mülakat yapılacak öğrenciler de ölçüt örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Düşük başarı düzeyinden 1, orta başarı düzeyinden 2 ve yüksek başarı düzeyinden 1 öğrenci seçilerek bu öğrencilere mülakat testleri uygulanmıştır. Farklı başarı seviyelerinden öğrenci seçilmesi ise random olarak yapılmıştır.

2.4. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Bu çalışmada iç geçerliliği sağlamak için klinik mülakat, uzman incelemesi ve veri toplama araçlarında çeşitlenmeye başvurulmuştur. Aktarılabirliği sağlamak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemleri kullanılmıştır. Tutarlılığı sağlamak için betimsel bir yolla veriler sunulmuş, verilerin teyit edilmesi için farklı veri toplama araçları kullanılmış, verilerin analizinde üç farklı uzmanın görüşleri dikkate alınmış ve veri analizi önceden belirlenmiş bir kavramsal çerçeveye göre yapılmıştır. Teyit edilebilirliği arttırabilmek için veri kaynağı olan öğrenciler tanımlanmış, veri toplama araçları ve süreci ayrıntılı olarak açıklanmış, verilerin analizinde kullanılan kavramsal çerçeve tanımlanmıştır.

Yedinci sınıf örüntü ve mülakat testi sorularının geçerliliği için 3 öğretim üyesi ve lisansüstü eğitim yapan 3 matematik öğretmenin görüşleri yeterli kabul edilmiştir. Testin cevaplanması için öğrencilere 40 dakikalık süre verilmiştir. Bu testten alınabilecek puanlar 0 ile 100 arasında değişmektedir. Güvenirlik için cronbach alpha katsayısı hesaplanarak 0.81 bulunmuştur. Bu katsayı yüksek derecede güvenirliliği ifade etmektedir (Kalaycı, 2005).

3. Bulgular

3.1. Öğrencilerin Örüntülerin Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimlerini Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Öğrencilerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejilerle doğru ve yanlış cevaplara ulaşma durumları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler

Stratejiler	Yakın Uzaklıktaki Terimler		Orta Uzaklıktaki Terimler	
	Doğru	Yanlış	Doğru	Yanlış
Çizme	2(%4.4)	1(%2.2)	3(%6.8)	-
Sayma	1(%2.2)	-	1(%2.1)	-
Çarpımdan Sayma	3(%6.6)	-	3(%6.5)	-
Bölümden Kalanı Sayma	2(%4.4)	-	2(%4.3)	-
Yinelemeli İlişki	19(%42.2)	2(%4.4)	1(%2.1)	1(%2.1)
Bütüne Genişletme	-	-	-	5(%10.8)
Çarpım Tablosu Arama	-	1(%2.2)	3(%6.5)	2(%4.3)
Kural	10(%22.2)	1(%2.2)	16(%34.7)	2(%4.3)
Boş		3(%6.6)		7(%15.2)

Yedinci sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki stratejisini kullanmışlar ve en çok doğru cevaba da bu strateji ile ulaşmışlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmak için öğrencilerin en çok kullandıkları ve en çok doğru cevaba ulaştıkları strateji ise kuraldan yapmadır. Öğrenciler en çok yanlış cevaplara yakın uzaklıktaki terimleri bulmada yinelemeli ilişki, orta uzaklıkta-

ki terimleri bulmada kuraldan yapma stratejileri ile ulaşımlardır.

Tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için çizme stratejisini kullanan 7O2'nin çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

F, A, T, İ, H, F, A, T, İ, H, F, A, T, İ, H, F, A, T, İ, H, F, A, T, İ, H,
F, A, T, İ, H → 27. harf = T

Şekil 1: 7O2'nin tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre Ali ve Ayşe bu örüntüdeki 27. harfin ne olduğu hakkında tartışıyorlar. Ali A, Ayşe ise T olduğunu söylüyor. Hangisinin haklı olduğunu açıklayınız.

7O2: FATİH kelimesi tekrarlanarak devam etmiş. Bu şekilde devam ettirirsek yirmi yedinci harf ... A olur.

7O2 örüntünün tekrar birimini tespit ettikten sonra, tekrar birimini yazarak örüntüyü 30. terime kadar devam ettirmiştir. Sayma işleminde hata yaparak 27. terimi yanlış bulmuştur.

Tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için sayma stratejisini kullanan 7Y1'in çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

Bu örüntüde 27. harf A'dır ve Ali haklıdır.

Şekil 2: 7Y1'in tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: ... Hangisinin haklı olduğunu açıklayınız.

7Y1: FATİH kelimesi tekrarlanarak devam etmiş. Bu kelimenin harflerini yirmi yediye kadar sayarız. Yirmi yedinci harf ... A olur.

7Y1 yinelemeli ilişki temeline dayanan sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

Tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için çarpımdan sayma stratejisini kullanan 7O1'in çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 5 \\ \hline 25 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25 \\ + 2 \\ \hline 27 \end{array}$$

Şekil 3. 7O1'in tekrarlı örüntü sorusunda 27. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı:... Hangisinin haklı olduğunu açıklayınız.

701: FATİH kelimesi tekrarlanarak devam etmiş. Beş harf tekrarlandığı için 5 den hareketle 27 ye ulaşmalıyız. 5 ile 5 i çarpabiliriz. Sonucun 27 olması için 2 ilave ederiz. FATİH kelimesinin de ikinci harfi A dır. Dolayısıyla Ali haklıdır.

701 tekrar birimini tespit ettikten sonra, çarpımdan sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmıştır.

Tekrarlı örüntü sorusunda 38. terimi bulmak için bölümden kalanı sayma stratejisini kullanan 7V2'nin çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$\begin{array}{r} 38 \mid 5 \\ -35 \mid 7 \\ \hline 3 \end{array}$$

Şekil 4: 7V2'nin tekrarlı örüntü sorusunda 38. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: F, A, T, İ, H harfleri belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur... Buna göre 38. sıradaki harfi nasıl bulabiliriz?

7V2: 38'i, 5'e böleriz... Bölüm 7, kalan 3 olur. Üçüncü harf T olduğu için otuz sekizinci harf T olur.

7V2 tekrar birimini tespit ettikten sonra, bölümden kalanı sayma stratejisi ile doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda yinelemeli ilişki stratejisini kullanan 7Y1'in çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$1 = 2 \quad 3 \quad 4 \quad \dots \quad 7$$

$$3, 7, 11, 15, \dots, 27$$

Şekil 5: 7Y1'in sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda 7. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: ...Buna göre 7. demette kaç tane gül bulunur?

7Y1: Dördüncü demette 15 gül olur. Çünkü dörder artmış. Bu şekilde devam ederse ... yedinci terimde 27 gül bulunur.

7Y1 ardışık terimler arasındaki farkın sabit olduğunu tespit ettikten sonra, yinelemeli ilişki stratejisi ile 7. demetteki gül sayısını doğru bulmuştur.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda yanlış bütüne genişletme stratejisini kullanan 7V1'in çözümü ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34$$

↳ 9. terim

$$28 \cdot 2 = 56 - 3 = 53$$

↳ 17. terim

Şekil 6: 7V1'in sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda 17. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen örüntünün 17. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7V1: Dokuzuncu terim 28 dir. 28 ile 2 yi çarparsak on sekizinci terimi buluruz. On sekizinci terim 56 olur. 56 dan 3 çıkarırsak, on yedinci terimi 53 buluruz.

7V1 sabit artarak genişleyen sayı örüntüsünün yakın uzaklıktaki terimini yinelemeli ilişki stratejisi ile doğru, orta uzaklıktaki terimi ise yanlış bütüne genişletme stratejisi ile yanlış bulmuştur.

Artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda çarpım tablosu arama stratejisini kullanan 7V1'in yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

1. dakikada = 2	6. dakikada = 64
2. dakikada = 4	7. dakikada = 128
3. dakikada = 8	8. dakikada = 256
4. dakikada = 16	
5. dakikada = 32	
17. dakika = 17 tane 2 çarpılır	2. 2. 2. 2.

Şekil 7. 7V1'in artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda 17. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir. Sekizinci dakikada kaç bakteri oluşur?

7V1: ...sekizinci dakikada 256 bakteri oluşur.

Araştırmacı: 17. dakikada kaç bakteri oluşacağını nasıl bulabiliriz?

7V1: Sekizinci dakikadaki bakteri sayısını bulduğum gibi devam ettirebilirim.

Araştırmacı: Başka bir yoldan bulabilir misin?

7V1: İki katı olarak devam ediyor... İkinci katları olmuş... 4, 2 tane 2 nin çarpımıdır. Sekiz, 4 tane 2 nin çarpımıdır.

Araştırmacı: 4 tane 2 yi çarparsak sonuç kaç olur?

7V1: İki, iki, iki,...16 olur. Sekiz 3 tane 2 nin çarpımıdır. On altı, 4 tane 2 nin çarpımıdır. 2 sayıları birer artıyor. ... On yedinci dakikada da oluşan bakteri sayısını bulabilmek için **17** tane **2** yi çarpabiliriz.

7V1, yakın uzaklıktaki terimi yinelemeli ilişki stratejisi, orta uzaklıktaki terimi çarpım tablosu arama stratejisi ile doğru bulmuştur.

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda kuraldan yapma stratejisini kullanan 7Y3'ün yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$n \cdot (n+1) \quad 17 \cdot 18 =$$

Şekil 8. 7Y3'ün artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda 17. terimi bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: Bu örüntüye göre 17. şekilde kaç birim kare bulunur?

7Y3: Birinci adıma 2, ikinci adıma 6, üçüncü adıma 12, dördüncü adıma 20,... ve dokuzuncu adıma 90 karşılık gelmiş... Örüntünün kuralını bularak yaparım... Buradan örüntünün kuralı $n(n+1)$ olur. On yedinci terimi bulabilmek için n yerine 17 yazarım.

7Y3, artarak genişleyen şekil örüntüsünün orta uzaklıktaki terimini bulmak için öncelikle örüntünün kuralını bulmuştur. Daha sonra kuraldaki n yerine 17 yazarak doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

3.2. Öğrencilerin Örüntülerin Yakın Ve Orta Uzaklıktaki Terimlerini Doğru, Yanlış Ve Cevapsız Bırakma Durumları

Yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru, yanlış ve cevapsız bırakma durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Yedinci sınıf öğrencilerinin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri doğru cevaplandırma durumları

Öğrenciler	Yakın Uzaklıktaki Terimler						Orta Uzaklıktaki Terimler					
	1.	2.	3.	4.	5.	%	1.	2.	3.	4.	5.	%
7V1	D	D	D	D	D	100	D	Y	D	D	Y	60
7V2	D	D	D	D	D	100	D	B	B	B	D	40
7V3	D	B	B	Y	D	40	D	B	B	D	D	60
7O1	D	D	D	Y	D	80	D	D	D	Y	D	80
7O2	Y	D	D	D	D	80	D	D	D	D	D	100
7O3	D	D	D	D	D	100	D	Y	Y	B	Y	20
7Y1	D	D	D	Y	B	60	D	D	D	Y	B	60
7Y2	D	D	D	Y	D	80	D	D	D	Y	D	80
7Y3	D	D	D	D	D	100	D	Y	D	D	D	80
%	88.8	88.8	88.8	55.5	88.8		100	44.4	66.6	44.4	66.6	

Yedinci sınıf öğrencileri yakın uzaklıktaki terimleri bulmada oldukça başarılı olmuşlardır. Yakın uzaklıktaki terimleri bulmada öğrenciler en düşük başarıyı artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda (4. soru) göstermişlerdir. Yakın uzaklıktaki terimleri bulmada en düşük başarı yüzdesini 7V3, en yüksek başarı yüzdesini ise 7V1, 7V2, 7O3 ve 7Y3 elde etmişlerdir. Ayrıca yakın uzaklıktaki terimleri bulmada orta başarı seviyesindeki öğrenciler, düşük ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencilere göre daha başarılı olmuşlardır. Öğrencilerin orta uzaklıktaki terimleri bulmadaki başarı yüzdeleri, yakın uzaklıktaki terimleri bulmadaki başarı yüzdelerine göre azalmıştır. Öğrenciler orta uzaklıktaki terimleri bulmada tekrarlı örüntü sorusunda (1. soru), diğer örüntü sorularına göre daha başarılı olmuşlardır. Orta uzaklıktaki terimleri bulmada en düşük başarı yüzdesini 7O3, en yüksek başarı yüzdesini ise 7O2 elde etmiştir.

3.3. Öğrencilerin Örüntülerin Kurallarını Bulmak İçin Kullandıkları Stratejiler

Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejilerle doğru ve yanlış cevaplara ulaşma durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4. Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler

Stratejiler	Doğru	Yanlış
Yinelemeli İlişki	-	7(%15.2)
Sistemsiz Tahmin-Kontrol	-	1(%2.1)
Sistemli Tahmin-Kontrol	3(%6.5)	1(%2.1)
Belirgin	21(%45.6)	3(%6.5)
Cevapsız		10(%19.5)

Yedinci sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmak için ağırlıklı olarak belirgin stratejiyi kullanmışlar ve en çok doğru cevaba da bu strateji ile ulaşmışlardır. Öğrenciler en çok yanlış cevaba yinelemeli ilişki stratejisi ile ulaşmışlardır. Sistemsiz tahmin-kontrol ve yinelemeli ilişki stratejilerini kullanan öğrenciler yanlış cevaplara ulaşmışlardır.

Tekrarlı örüntü sorusunda, örüntünün kuralını bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanan 7O3'ün yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$2, 7, 12, 17, 22$$

$$20 + 3$$

Şekil 9. 7O3'ün tekrarlı örüntüdeki A harflerinin sıralarını veren kuralı bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: ...A harflerinin sıralarını veren formülü nasıl bulabiliriz?

7O3: ...

Araştırmacı: A harflerinin bulunduğu birkaç sırayı yazsak çözüm için bir fikir verebilir mi?

703: Yazalım. Birinci A harfi 2. sırada, ikinci A harfi 7. sırada, üçüncü A harfi 12. sırada, ..., beşinci A harfi 22. sırada yer almaktadır. Beşer artıyor. ... $2n + 3$ olur.

Araştırmacı: Kuralın $2n + 3$ olduğuna nasıl karar verdin?

703: Kuraldaki n yerine 2 yazarsak 7 oluyor.

Araştırmacı: Bu kural 2 den başka değerler için sağlanıyor mu?

703: 7 yazarsak 17 olur. Ama 12 olmalıydı. Kural yanlış oldu...

Araştırmacı: Başka bir yoldan kuralı bulabilir misin?

703: ...

703, A harflerinin sıralarını veren kuralı bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullanmıştır. A harflerinin adım sıraları ile sabit artarak genişleyen bir örüntü oluşturmuş ancak bu örüntünün kuralını bulmayı başaramamıştır.

Sabit artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda, örüntünün kuralını bulmak için sistemsiz tahmin-kontrol stratejisini kullanan 7V2'nin yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

3 7 11 15 19 23 (27) 31 35 39

Şekil 10. 7V2'nin sabit artarak genişleyen şekil örüntüsünün kuralını bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: 1. demette 3, 2. demette 7 ve 3. demette 11gül bulunmaktadır... Bu örüntünün kuralı nedir?

7V2: $n^2 + 2$ olsa...

Araştırmacı: Kuralı nasıl bulduğunu açıklar mısın?

7V2: 1 için 3 oluyor. 2 için 6 oluyor... Kural yanlış oldu.

Araştırmacı: Başka bir yoldan kuralı bulabilir misin?

7V2: ...

7V2 sabit artarak genişleyen örüntünün kuralını bulmak için öncelikle bir kural tah-

min etmiş, daha sonra terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıları ilişkilendirerek kuralın doğruluğunu tespit etmeğe çalışmıştır. Tahmin ettiği kuralın yanlış olduğunu tespit ettikten sonra kuralı bulmak için herhangi bir işlem yapmamıştır.

Artarak genişleyen şekil örüntüsü sorusunda, örüntünün kuralını bulmak için sistimli tahmin-kontrol stratejisini kullanan 7Y2'nin yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$\begin{array}{ccc}
 \text{1. Şekil} & \text{2. Şekil} & \text{3. Şekil} \quad \text{Genel Terim} \\
 2 = 1 \cdot 2 & 6 = 2 \cdot 3 & 12 = 3 \cdot 4 \quad n \cdot (n + 1)
 \end{array}$$

Şekil 11. 7Y2'nin artarak genişleyen şekil örüntüsünün kuralını bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: ...Buna göre 9. şekli oluşturmak için kaç kareye ihtiyaç vardır?

7Y2: Genel terimi bulacağız. Birinci için $2n$ oluyor ama ...ikinci terim için sağlanmıyor. İkinci için $2n + 2$ oluyor ama bu da üçüncü terim için sağlanmıyor. 8 olsaydı olurdu ama 12...

Araştırmacı: Farklı bir yoldan yapabilir miyiz?

7Y2: ... 2 yi $1 \cdot 2$ şeklinde düşünebiliriz...

Araştırmacı: Bu şekilde düşünecek olursak diğer terimler nasıl olur?

7Y2: 6 yi $2 \cdot 3$ şeklinde ve 12 yi $3 \cdot 4$ şeklinde düşünürüz. ...

Araştırmacı: Buna göre dokuzuncu şekilde kaç tane birim kare bulunur.

7Y2: Önce genel terimini de bulalım da sonra diğerleri kolay olur. Birincide 1, ikincide 2 ve üçüncüde 3 var ...o zaman n . terimde n olur. n çarpı olacak... $n \cdot n$ mi?

Araştırmacı: İkinci çarpanlara bakacak olursak n mi oluyor?

7Y2: Birincide 2 , ikincide 3 var. $n + 1$ olur. Genel terimde $n \cdot (n + 1)$ olur...

7Y2 artarak genişleyen şekil örüntüsünün kuralını bulmak için, terim sıraları ile terim sıralarına karşılık gelen sayıları ilişkilendirme çalışmış ve dördüncü tahmininde doğru cevaba ulaşmayı başarmıştır.

Sabit artarak genişleyen sayı örüntüsü sorusunda, örüntünün kuralını bulmak için belirgin stratejiyi kullanan 7Y3'ün yaptığı işlemler ve bu öğrenci ile yapılan mülakat aşağıda verilmiştir.

$$4, 7, 10, \dots \quad 3n+1$$

Şekil 12. 7Y3'ün sabit artarak genişleyen sayı örüntüsünün kuralını bulmak için yaptığı işlemler

Araştırmacı: İlk üç terimi 4, 7, 10 şeklinde verilen bir örüntünün 9. terimine karşılık gelen sayıyı nasıl bulabiliriz?

7Y3: Örüntünün kuralını bulurum. Üçer arttığı için $3n$ olacak... Ancak bu sağlamıyor. 1 yazdığımızda 4 olması için kurala $+1$ de yazmalıyız. Dolayısıyla kural $3n + 1$ olur...

7Y3 terimler arası farktan $3n$, terim sırası ile terim sırasına karşılık gelen sayıyı ilişkilendirerek $3n+1$ ifadesine ulaşmıştır.

3.4. Öğrencilerin Örüntülerin Kurallarını Doğru, Yanlış Ve Cevapsız Bırakma Durumları

Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını cevaplandırma durumları aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 5. Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntülerin kurallarını doğru cevaplandırma durumları

	7V1	7V2	7V3	7O1	7O2	7O3	7Y1	7Y2	7Y3	%
1.	D	Y	Y	D	D	Y	D	D	D	66.6
2.	Y	B	B	D	D	B	D	D	D	55.5
3.	D	Y	B	D	D	B	D	D	D	66.6
4.	B	B	Y	Y	D	B	Y	Y	D	22.2
5.	Y	D	D	B	D	Y	B	D	D	55.5
%	40	20	20	60	100	0	60	80	100	

Örüntülerin kurallarını bulmada yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler, diğer başarı düzeyindeki öğrencilere göre daha başarılı olmuşlardır. 7O3 hiçbir örüntünün kuralını doğru bulamazken, 7O2 ve 7Y3 kuralların tamamını doğru bulmuşlardır. Öğrenciler en yüksek başarı yüzdesini (% 66.6) tekrarlı örüntü sorusunda, en düşük başarı yüzdelerini (%38.8) ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.

3.5. Öğrencilerin Örüntü Çeşitleri Ve Başarı Düzeylerine Göre Doğru Cevaplara Ulaşma Durumları

Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntü çeşitlerine göre, örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmadaki doğru cevaplara ulaşma yüzdeleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 6. Yedinci sınıf öğrencilerinin örüntü çeşitlerine göre doğru cevaplara ulaşma durumları

Örüntü Çeşitleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Tekrarlı Örüntü	% 88.8	%100	% 66.6
Sabit Artarak Genişleyen Örüntü	% 88.8	% 55.5	% 61
Artarak Genişleyen Örüntü	% 72.1	% 55.5	% 38.8

(Bu tablodaki veriler, tablo 3 ve tablo 5'den yararlanılarak oluşturulmuştur.)

Öğrenciler en yüksek başarı yüzdelerini tekrarlı, en düşük başarı yüzdelerini ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Öğrenciler örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini doğru bulmada, örüntülerin orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmaya göre daha başarılı olmuşlardır.

Yedinci sınıf öğrencilerinin başarı düzeylerine göre, örüntülerin yakın ve orta uzaklıktaki terimleri ile kurallarını bulmadaki doğru cevaplara ulaşma yüzdeleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 7. Yedinci sınıf öğrencilerinin başarı düzeylerine göre doğru cevaplara ulaşma durumları

Başarı Düzeyleri	Yakın Uz. Terimler	Orta Uz. Terimler	Kurallar
Düşük Başarı Düzeyindekiler	% 80	% 53.3	% 26.6
Orta Başarı Düzeyindekiler	% 82.2	% 66.6	% 53.3
Yüksek Başarı Düzeyindekiler	% 80	% 73.3	% 80
Tüm Öğrenciler	% 84.4	% 64.4	% 53.3

(Bu tablodaki veriler, tablo 3 ve tablo 5'den yararlanılarak oluşturulmuştur.)

Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler örüntülerin orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulmada diğer başarı düzeyindeki öğrencilere göre daha başarılı olmuşlardır. Düşük ve orta başarı düzeyindeki öğrenciler en yüksek başarı yüzdelerini örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini, en düşük başarı yüzdelerini örüntülerin kurallarını bulmada göstermişlerdir. Yüksek başarı düzeyindeki öğrenciler ise en düşük başarı yüzdelerini örüntülerin orta uzaklıktaki terimlerini bulmada elde etmişlerdir.

4. Tartışma ve Sonuçlar

Tablo 2'den öğrencilerin örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini bulmak için yinelemeli ilişki stratejisini kullandıkları görülmektedir. Öğrencilerin ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki stratejisini kullanması şaşırtıcı değildir. Çünkü hem genç çocuklar hem de yetişkinler yinelemeli strateji kullanma eğilimindedirler (Bezuska ve Kenney, 2008; Orton, Orton ve Roper, 2005).

7. sınıf öğrencilerinin yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için kullandıkları stratejiler ile örüntülerin kurallarını bulmak için kullandıkları stratejiler değişiklik göstermiştir. Öğrenciler yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için ağırlıklı olarak kullandıkları yinelemeli ilişki stratejisini kullanırken, örüntülerin kurallarını bulurken belirgin stratejileri kullanmışlardır. Bu sonuç Ross (2011) çalışmasının sonucu ile paralellik göstermek-

tedir. Ross (2011) yakın terimleri bulmada, uzak terimleri bulmaya göre öğrenci yaklaşımları değişmektedir. Bu değişim yinelemeli stratejilerin azalması ve belirgin stratejilerin artması şeklindedir. Örüntüler konusu ile ilgili yapılmış olan çalışmalarda da bu şekildeki bir değişimin olması gerektiği savunulmaktadır. Ley (2005), Markworth (2010), Orton ve Orton (2005) ve Stacey'e (1989) göre, yakın uzaklıktaki terimleri bulmak için etkili olan yinelemeli ilişki stratejisi, uzak terimleri bulmak için yerini belirgin stratejiye bırakmalıdır.

Örüntülerin kurallarını bulmada 7. sınıfların orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrencileri yinelemeli ve belirgin stratejileri etkili bir şekilde kullanırken, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler bunu başaramamışlardır. Bu sonuç Ndlovu (2011) çalışmasının sonucu ile benzerlik göstermektedir.

Örüntülerin kurallarını bulmak için sistemli tahmin-kontrol stratejisini kullanan öğrencilerden üçü doğru cevaba ulaşırken biri doğru cevaba ulaşamamıştır. Sistemli tahmin-kontrol stratejisini bir öğrenci kullanmış ve yanlış cevaba ulaşmıştır. Öğrencilerin doğru cevaba ulaşamamalarının sebepleri arasında işlem hataları, sadece birinci terim için kuralı kontrol etme, bütün şartları göz önüne almama ve sistemli olarak tahminde bulunma gösterilebilir. Tahmin-kontrol stratejisi problem çözmede çok kullanılmaktadır. Bu yaklaşım problem çözmede iyi bir sayısal araçtır ama bütün şartlar göz önüne alınmazsa yanlış sonuçlar verir (Rivera ve Becker, 2005). Tahmin-kontrol, oran ayarlama ve bütüne genişletme stratejileri genelden çok özeli vurgulamaktadır. Bundan dolayı öğrenciler geometrik taslakları kullanmayabilir ve dikkatini problem içeriğinden uzaklaştırabilirler (Lannin, 2005).

Örüntülerin kurallarını bulmak için görsel stratejilerden herhangi birini kullanan öğrenciye rastlanmamıştır. Bu çalışmada öğrenciler soru çözümlerinde görsel ilişkilerden ziyade, sayısal ilişkilere odaklanmışlardır. Bu sonuç Lan Ma (2007) ve Stacey (1989) çalışmalarının sonuçları ile uyumludur. Görsel stratejilerde öğrenciler sadece sayısal değerlere değil, şeklin yapısına da odaklanmaktadır. Bu sayede alternatif çözüm yolları üretebilmektedirler. Çünkü görsel stratejiler örüntünün görülmesi, fonksiyonel ilişkinin keşfedilmesi, sayısal stratejilerle oluşturulması zor olan çeşitli formüllerin üretilmesi ve savunulmasında önemli bir role sahiptir (Tanışlı ve Köse, 2011). Öğrencilerin özellikle görsel olarak verilen örüntü sorularında şekillerin yapılarını dikkate almaları tavsiye edilmektedir (Becker ve Rivera, 2006; Tanışlı ve Köse, 2011). Ancak öğrenciler şekillerin yapısını dikkate almayı sadece şekillerdeki nesne sayılarını dikkate alarak, şekil örüntülerini sayı örüntülerine çevirmişlerdir (Becker ve Rivera, 2006; Lan Ma, 2007; Orton ve Orton, 2005; Stacey, 1989). Elde ettikleri sayı örüntülerini kullanarak da işlem yapmışlardır. Literatürde de benzer sonuçlarla karşılaşmaktayız. Öğrenciler şekillerin yapılarını dikkate almadan ve modellerden hiç yararlanmadan örüntülerin sayısal yönüne odaklanma eğilimindedirler (Becker ve Rivera 2005; Rivera ve Becker, 2007; Kutluk, 2011; Ndlovu, 2011; Noss et. al., 1997; Orton, Orton ve Rooper, 2005; Stacey, 1989).

7. sınıf öğrencileri örüntülerin kurallarını bulmak için yinelemeli ve belirgin stratejileri ağırlıklı olarak kullanmışlardır. Bu sonuç Markworth (2010) çalışmasının "öğrenciler ağırlıklı olarak yinelemeli ve belirgin stratejileri kullanmaktadırlar. Bütüne genişletme ve yığılmalı stratejileri ise nadiren kullanmaktadırlar" sonucu ile benzerlik göstermektedir. Öğrenciler örüntüleri genelleme sorularında yinelemeli ilişkilere odak-

lanarak çözüme başlamışlardır. Bu sonuç Sharon (2010) çalışmasının “öğretmen adayları örüntüleri genelleme süreçlerine yinelemeli yaklaşımlarla başlamaktadırlar” sonucu ile benzerlik göstermektedir. Yinelemeli ilişki stratejisi ile çözüme başlayan öğrenciler özellikle tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularını genellemede yinelemeli ilişki stratejisinden, belirgin stratejiye başarılı bir geçiş yapabilmişlerdir. Bu sayede öğrenciler tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada oldukça başarılı olmuşlardır. Örüntüler konusu ile ilgili yapılmış çalışmalarda da öğrencilerin genelleme yaparken belirgin stratejileri kullanmaları tavsiye edilmektedir (Ley, 2005; Markworth, 2010; Orton ve Orton, 2005; Stacey, 1989; Tanışlı, 2008).

Çizme, sayma, çarpımın üzerine sayma, bölümden kalanı sayma stratejilerini kullanan 7. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimleri bulmada genellikle doğru cevaplara ulaşmışlardır. Öğrenciler bu stratejileri sadece tekrarlı örüntü sorularında kullanmışlardır. Bu durumu Tanışlı (2008) “tekrarlı örüntülerin yapısal olarak diğer örüntü çeşitlerinden farklı olması, öğrencilerin kullandıkları stratejilerde de farklılığa yol açmıştır” şeklinde açıklamaktadır. Bu çalışmada ulaşılan sonuç da Tanışlı'nın (2008), görüşünü desteklemektedir.

7. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranlarını tekrarlı, en düşük başarı oranlarını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir. Bu sonuç Yaman (2010) çalışmasının “öğrencilerin en yüksek puan ortalamalarını tekrarlayan örüntü tipindeki sorularda, en düşük puan ortalamalarını ise karesel genişleyen örüntü tipindeki sorularda yakalamışlardır” sonucu ile uyumludur. Öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntü sorularında artarak genişleyen örüntü sorularına göre daha çok başarılı olmasında, öğrencilerin tekrarlı ve sabit artarak genişleyen örüntülere daha çok aşina olmalarının önemli bir etkisi vardır. Bu durum öğrencilerin daha çok karşılaştıkları örüntü çeşitlerinde daha başarılı olmasını sağlamıştır. Akkan ve Çakıroğlu, (2012), Feifei (2005), Lannin (2005), Orton ve Orton (2005) da çalışmalarında benzer sonuçlara ulaşmışlardır.

7. sınıf öğrencilerinin sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kuralını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 13’de verilmiştir.

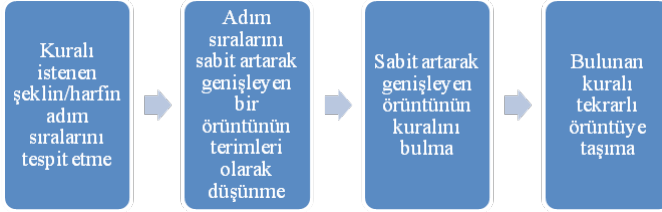


Şekil 13. 7. Sınıf Öğrencilerinin Sabit Artarak Genişleyen Örüntülerin Kurallarını Oluşturma Aşamaları

7. sınıf öğrencileri sabit artarak genişleyen herhangi bir örüntünün kuralını bulmak için, öncelikle verilen örüntünün ardışık terimleri arasındaki farka odaklanmışlardır. Terimler arasındaki farkın sabit olduğunu tespit ettikleri zaman, bu sabit farkın a sayısı olduğunu belirtmişlerdir. Bu işlemle kuralı $an \pm b$ olan örüntüdeki a değerini ardışık terimler arasındaki fark olarak ele almışlardır. Yani yinelemeli düşünce ile a sayısını

doğru tespit etmişlerdir. Daha sonra kuraldaki $\pm b$ sayısını, herhangi bir terim için girdi-çıkı ilişkisi kurarak bulmuşlardır. Öğrenciler ağırlıklı olarak bu yöntemle sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmuşlardır.

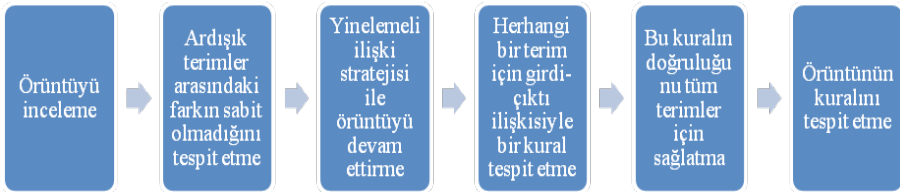
7. sınıf öğrencilerinin tekrarlı örüntü sorularının kurallarını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 14’de verilmiştir.



Şekil 14. 7. Sınıf Öğrencilerinin Tekrarlı Örüntü Sorusunda Herhangi Bir Elemanın Adım Sıralarını Veren Kuralı Oluşturma Aşamaları

7. sınıf öğrencileri tekrarlı örüntü içinde yer alan herhangi bir elemanın adım sıralarını veren kuralı bulmak için yukarıdaki şekilde işlemleri yapmışlardır. Öğrenciler kuralını bulmak istedikleri elemanın adım sıralarını tespit etmişlerdir. Bu adım sıralarını, sabit artarak genişleyen bir örüntünün terimleri olarak ele almışlardır. Şekil 14’de verilen aşamaları gerçekleştirerek bu sayı örüntüsünün kuralını bulmuşlardır. Öğrenciler sayı örüntüsünün kuralının aynı zamanda tekrarlı örüntüdeki ilgili elemanın kaçınıcı adımlarda yer aldığı veren kural olduğunu belirterek doğru cevaplara ulaşmışlardır. Şekil 14’deki üçüncü adım Şekil 13’deki adımların tamamını içermektedir. Çünkü sabit artarak genişleyen örüntülerin kuralları bulunurken Şekil 13’deki adımların gerçekleştirilmelidir.

7. sınıf öğrencilerinin artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmak için yaptıkları işlemler Şekil 15’de verilmiştir.



Şekil 15. 7. Sınıf Öğrencilerinin Artarak Genişleyen Örüntülerin Kurallarını Oluşturma Aşamaları

Artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını doğru bulan 7. sınıf öğrencileri ağırlıklı olarak Şekil 15’de verilen adımları takip etmişlerdir. Öğrencilerin artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada yinelemeli ilişki stratejisi önemli bir yer

tutmuştur. Şekil 15'deki üçüncü adımdan sonra yinelemeli ilişki stratejisini devam ettiren öğrenciler doğru cevaplara ulaşamazken, üçüncü adımdan sonra girdi-çıkı ilişkisine odaklanan öğrenciler genellikle doğru cevaplara ulaşmışlardır. Doğru cevaplara ulaşan öğrencilerin sayısı oldukça azdır. Çünkü öğrenciler en düşük başarı yüzdelerini artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada elde etmişlerdir.

Araştırmada ulaşılan sonuçlar maddeler halinde aşağıda özetlenmiştir.

1. Öğrenciler örüntülerin yakın uzaklıktaki terimlerini bulmak için ağırlıklı olarak yinelemeli ilişki, orta uzaklıktaki terimlerini ve kurallarını bulurken belirgin stratejileri kullanmışlardır.

2. Örüntülerin kurallarını bulmada orta ve yüksek başarı seviyesindeki öğrenciler yinelemeli ve belirgin stratejileri etkili bir şekilde kullanırken, düşük başarı seviyesindeki öğrenciler bunu başaramamışlardır.

3. Örüntülerin kurallarını bulmak için görsel stratejilerden herhangi birini kullanan öğrenciye rastlanmamıştır.

4. 7. sınıf öğrencileri yakın ve orta uzaklıktaki terimler ile örüntülerin kurallarını bulmada en yüksek başarı oranlarını tekrarlı, en düşük başarı oranlarını ise artarak genişleyen örüntü sorularında elde etmişlerdir.

5. Öğrenciler örüntüleri genelleme sorularında yinelemeli ilişkilere odaklanarak çözüme başlamışlardır.

6. Öğrenciler özellikle sabit artarak genişleyen örüntü sorularının kurallarını bulmada yinelemeli ilişki stratejisinden belirgin stratejiye başarılı bir şekilde geçiş yapmışlardır.

Çalışmada elde edilen sonuçlar ışığında aşağıdaki önerilerde bulunulmuştur.

Bu çalışmada öğrencilerin özellikle artarak genişleyen örüntü problemlerini yakın ve sonlu bir adıma devam ettirmede güçlük çektikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerin artarak genişleyen örüntü sorularındaki başarılarını yükseltmek için, doğru cevaplara ulaşabilecekleri stratejileri etkin bir şekilde kullanmaları sağlanmalıdır.

Öğrenciler örüntü problemlerinin sadece sayısal yönlerine odaklanarak sayısal stratejileri kullanmışlar, görsel stratejileri hiç kullanmamışlardır. Öğretmenler, öğrencilerin sadece sayılara odaklanmasını engellemeye çalışmalı, öğrencilerin şekillerin yapılarına da odaklanmalarını ve görsel stratejileri kullanmalarını teşvik etmelidirler.

Öğrencilere farklı stratejileri nasıl kullanabileceklerini çok iyi öğretilmelidir. Her bir strateji için kritik olan durumlar iyi bir şekilde analiz edilmelidir. Örüntü problemlerinde bir sorunun farklı stratejilerle çözülebileceği fikri öğrencilere kazandırılmalıdır. Bu sayede öğrencilerin farklı stratejileri etkili bir şekilde kullanmaları sağlanabilir.

Gelecekte yapılabilecek çalışmalara yönelik bazı öneriler aşağıda verilmiştir.

1. Öğrencilerin görsel stratejileri kullanma becerilerini geliştirme yöntemleri araştırılabilir.

2. Örüntü genelleme süreçlerinde kullanılan stratejiler görsel, sayısal ve hem görsel hem sayısal olmak üzere üçe ayrılmaktadır. Bu stratejileri kullanan öğrencilerin örüntüleri genelleme süreçleri ve başarılarının birbirleri ile karşılaştırılmasına yönelik araştırmalar yapılabilir.

3. Öğrencilerin örüntü genelleme süreçlerindeki güçlüklerinin giderilmesine yönelik araştırmalar yapılabilir.

5. Kaynaklar

- Akkan Y., ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120
- Baki, A.(2008). Kuramdan Uygulamaya Matematik Eğitimi. Ankara: Harf Eğitim Yayıncılığı.
- Baş, S., Erbaş, K. A., ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55
- Becker, J.R., and Rivera, F. (2005). Generalization an Strategies of Beginning High School Algebra Students. In Chick, H.L. ve Vincent, J.L.(Eds). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 4, pp. 121-128
- Becker, J.R., and Rivera, F. (2006). Sixth Graders' Figural and Numerical Strategies for Generalizing Patterns in Algebra. In Alatorre, S., Cortina, J.L., M. Mendez, A.(Eds). *Proceedings of the 28th Annual Meeting of The North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 95-101, Merida, Mexico
- Bezuska, S. J. and Kenney, M. J. (2008). The Three R's: Recursive Thinking, Recursion, and Recursive Formulas. In C. E. Greenes and R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and Algebraic Thinking in School Mathematics: Seventieth Yearbook*, pp. 81 - 97. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Bishop, W. J. (1997). Middle school students' understanding of mathematical patterns and their symbolic representation. Doctor of Philosophy, Department of Mathematics Illinois State University
- Blair, S.L. (2001). The Importance of Basic Facts in Mathematics. *Dissertation Abstracts International*, 62(08), 2705A. (UMI No:3022967)
- Blanton, M. L., and Kaput, J. J. (2004). Elementary Grades Students' Capacity for Functional Thinking. In M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Eds.). *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Bergen, Norway.
- Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. in A.J. Bishop(Ed.), *Mathematical Knowledge: Its Growth through Teaching*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 63–85.
- Feifei, Y. (2005). Diognastic assesment of urban middle school learning of pre-algebra patterns. Doctoral Dissertation, Ohio State University, USA
- Gall, M., Borg, W. and Gall, J.P.(1996). *Educational Research an Introduction*. USA: Longman Publisher
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. and Threlfall, J. (1998). Children's Strategies with Number Patterns. *Educational Studies*, 24(3), 315-331
- Healy, L. and Hoyles, C. (1999). Visual and Symbolic Reasoning in Mathematics: Making Connections with Computers?. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(1), 59-84

- Kalaycı, Ş. (2005). SPSS Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistik Teknikleri. Ankara: Asil Yayın Dağıtım
- Kaput, J. (1998). Transforming Algebra from an Engine of Inequity to an Engine of Mathematical Power by “Algebrafying” the K-12 Curriculum. In NCTM, The Nature and role of Algebra in the K-14 Curriculum. Washington, DC: National Academy Press
- Kaput, J., and Blanton, M. (2001). Algebrafying the Elementary Mathematics Experience. In H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, and J. Vincent (Eds.), The Twelfth ICMI Study, on the Future of the Teaching and Learning of Algebra: 1. (pp. 344–352). Melbourne, Australia: University of Melbourne.
- Karataş, İ. ve Güven, B. (2003). Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli. İlköğretim Online, 2(2), 2-9
- Kutluk, B. (2011). İlköğretim matematik öğretmenlerinin örüntü kavramına ilişkin öğrenci güçlükleri bilgilerinin incelenmesi. Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir
- Lan-Ma, H. (2007). The Potential of Patterning Activities to Generalizations. In Woo, J.H., Lew, H.C., Park, K.S., and Seo, D.Y. (Eds). Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 3, pp. 225-232, Seoul: PME
- Lannin, J.K. (2003). Developing Algebraic Reasoning Through Generalization. Mathematics Teaching in the Middle School, 8(7), 342-348
- Lannin, J.K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning through Patterning Activities, Mathematical Thinking and Learning, 7(3), 231-258
- Lannin, J.K., Barker, D.D. and Townsend, B.E. (2006a). Recursive and Explicit Rules: How can We Build Student Algebraic Understanding?. Journal of Mathematical Behavior, 25, 299-317
- Lannin, J.K., Barker, D. and Townsend, B. (2006b). Algebraic Generalization Strategies: Factors Influencing Student Strategy Selection. Mathematics Education Research Journal, 18(3), 3-28
- Lesley, L. and Freiman, V. (2004). Tracking Primary Students’ Understanding of Patterns. In M. J. Hoines ve A. B. Fuglestad (Eds.). Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2, 415–422. Bergen, Norway.
- Ley, F. A. (2005). A Cross-Sectional Investigation of Elementary School Students’ Ability to Work with Linear Generalizing Patterns: The Impact of Format and Age on Accuracy and Strategy Choice. Master of Arts Department of Human Development and Applied Psychology University of Toronto
- Liljedahl, P. (2004). Repeating Pattern or Number Pattern: The Distinction is Blurred. Focus on Learning Problems in Mathematics, 26(3), 24–42.
- Linchevski, L., 1995. Algebra with Numbers and Arithmetic with Letters: A Definition of Pre-algebra, The Journal of Mathematical Behaviour, 14, 113-120.
- Markworth, A. K. (2010). Growing and Growing: Promoting Functional Thinking with Geometric Growing Pattern. Doctor of Philosophy, University of North Carolina at Chapel Hill
- Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005a). İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Milli Eğitim Bakanlığı, (MEB), (2005b). İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Klavuzu 6-8. Sınıflar. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı
- National Council of Teachers of Mathematics.(2000). Principles and Standards for School Mathematics, NCTM, Reston, VA.
- Ndlovu, C. W. (2011). Learners’ mathematical reasoning when generalizing from number patterns in the general education and training phase, wired.wits.ac.za adresinden alınmıştır.
- Noss, R., Healy, L., and Hoyles, C. (1997). The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic. Educational Studies in Mathematics, 33(2), 203-233.
- Olkun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2004). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi. Ankara:Anı

- Yayıncılık (3. Baskı)
- Okun, S. ve Toluk Uçar, Z. (2006). Temel Matematik II, Ankara: Tekeğaç Eylül Yayıncılık.
- Okun, S. ve Toluk-Uçar, Z. (2007). İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi, Ankara: Maya Akademi Yayıncılık (Genişletilmiş 3. Baskı),
- Orton, A. and Orton, J. (2005). Pattern and the Approach to Algebra. In A. Orton (ed.), Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics (Chapter 7, pp.104-120) London: Cassell
- Orton, J., Orton, A. and Roper, T (2005). Pictorial and Practical Contexts and the Perception of Pattern. In A. Orton (ed.), Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics (Chapter 8, pp.121-136) London: Cassell
- Rivera, F. and Becker, J.R. (2007). Abduction-Induction (generalization) Processes of Preservice Elementary Majors on Patterns in Algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 26(2), 140-155
- Rivera, F. D., and Becker, J. R. (2009). Algebraic Reasoning through Patterns. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 15(4), 213-221.
- Ross, M. K. (2011). Fifth graders' representations and reasoning on constant growth function problems: Connections between problem representations, student work and ability to generalize, Degree of Doctor of Philosophy, the University of Arizona
- Sasman, C. M., Linchevski, L. and Olivier, A. (1999). The Influence of Different Representations on Children's Generalization Thinking Processes. In J. Kupier (Ed), Proceedings of the 7th Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education (pp. 406-415). Harare, Zimbabwe
- Sharon, V.V. (2010). Pre-service elementary teachers' understanding of pattern and function. the Degree of Doctor of Philosophy, Oklahoma State University
- Sorkin, E.J. (2011). Young children's abilities to make generalizations about functional relations using cube tower. The Degree of Doctor Philosophy, Columbia University
- Stacey, K. (1989). Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems, *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147-164
- Steele, D. (2005). Using Writing to Access Students' Schemata Knowledge for Algebraic Thinking. *School Science and Mathematics*, 103(3), 142-154
- Swafford, O. J., and Langrall, W. C. (2000). Grade 6 Students' Preinstructional Use of Equations to Describe and Represent Problem Situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89-112
- Tanışlı, D. (2008). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin örüntülere ilişkin anlama ve kavrama biçimlerinin belirlenmesi. Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü İlköğretim Ana Bilim Dalı Sınıf Öğretmenliği Doktora Tezi, Eskişehir
- Tanışlı, D. ve Köse, Y.N. (2010). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Örüntüleri Genellemeleri: Görsel Stratejilerin Etkisi: 9. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu (s. 220-225), Elazığ
- Tanışlı, D. ve Köse, Y.N. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel Ve Sayısal İpuçlarının Etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198
- Warren, E. A., and Cooper, T. J. (2006). Using Repeating Patterns to Explore Functional Thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11(1), 9-14.
- Yaman, H (2010). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel örüntülerdeki ilişkileri algılayışları üzerine bir inceleme. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü İlköğretim Anabilim Dalı, Doktora Tezi, Ankara
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010a). Matematik Öğretmen Adaylarının Sayı Örüntülerine İlişkin Pedagojik Alan Bilgilerinin Konuya Özel Stratejiler Bağlamında İncelenmesi. On Dokuz Mayıs

- Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 29(1), 125-149
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2010b). Algebraic Generalization Strategies of Number Patterns Used by Pre-Service Elementary Mathematics Teachers. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 2, 1142-1147
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2008). Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri. Ankara: Seçkin Yayınları
- Zaskis, R. and Liljedahl, P. (2002). Generalization of Patterns: The Tension between Algebraic Thinking and Algebraic Notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402

EXTENDED ABSTRACT

In its simplest sense, mathematics can be defined as a science of patterns and relationships. Patterns can be structures that contain numbers or figures. Patterns and relationships need to be researched, discovered and mathematized by individuals. That is because while solving a problem is important, what is more important is to see and discover that problem (Olkun and Toluk-Uçar, 2006). Patterns fill the space among the ideas (Liljedahl, 2004). The activities of finding, completing and forming patterns enable students to see and learn the relationship among the mathematical concepts. By doing so, students can draw the relationships and make generalizations and guesses. Understanding the patterns assists students in being not only problem solvers but also abstract thinkers (Olkun and Toluk-Uçar, 2007). Aside from what has been mentioned above, patterns also play a very significant role in the development of students' algebraic thinking. According to NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000), "understanding patterns, functions and relationships" is a continuous subject for algebra in all class levels. Steele (2005) stated that pattern search and generalization constitute the foundation of algebraic thinking. Zaskis and Liljedahl (2002) asserted that patterns are the heart and core of mathematics since everything in mathematics, particularly in algebra, is a generalization of patterns. Considering the role of pattern generalization in the development of algebra, concept of variable and function of thinking, the aim of this study is to examine the 7th grade students' process of comprehending and generalizing the patterns. Research problems are as follows:

1. *What are the strategies used by the students in the process of extending the patterns to near and medium-distance terms and making of generalization?*
2. *What are the differences among the students' success rates in repeating, linear and quadratic growing types of pattern?*

Case study design, which is among the qualitative research methods, was used in the study. Case study is used to define and see the details that make up a situation, to develop potential explanations regarding a situation and to evaluate a situation (Gall, Borg and Gall, 1996). This study was conducted with nine 7th grade students. Furthermore, their real names of the students were not used in the study. Code names were used instead of their real names. Students with low success rate were coded as 7V1, 7V2, 7V3; students with medium success rate were coded as 7O1, 7O2, 7O3; and students with high success rate were coded as 7Y1, 7Y2, 7Y3.

Clinical interviews, expert reviews and data collection tools were diversified in order to establish internal validity in this study. Detailed descriptions and purposive sampling methods were used in order to maintain transferability. The data were presented in a descriptive way in order to maintain consistency. Different data collection tools were used in order to verify the data. Three different expert opinions were taken into consideration in analyzing the data. Data analysis was

conducted in accordance with a previously determined conceptual framework. For the purpose of increasing verifiability, the researcher's position and the students constituting the data source were defined; data collection tools and process were explained in detail; and the conceptual framework that was used in data analysis was defined.

For the validity of the 7th grade pattern and interview test results, the opinions of three academicians and three graduate mathematics teachers were considered adequate. A duration of 40 minutes was given to students to answer the test. The scores that can be achieved in this test range from 0 to 100. In order to maintain reliability, Cronbach's Alpha coefficient was calculated and found to be 0.81. This coefficient signifies a high level of reliability (Kalaycı, 2005).

Seventh grade students mainly used recursive relationship strategy to find near terms and obtained the highest number of correct answers through this strategy. Rule-based strategy is the most used strategy in finding medium-distance terms by the students, and students obtained the highest number of correct answers through this strategy. Students obtained the highest number of incorrect answers through the recursive relationship strategy in finding near terms. They obtained the highest number of incorrect answers through the rule-based strategy in finding medium-distance terms. Seventh grade students mainly used the explicit strategy to find the rules of the patterns and obtained the highest number of correct answers through this strategy. The students obtained the highest number of incorrect answers through the recursive relationship strategy. The students, who used unsystematic guess-and-check and recursive relationship strategies, obtained incorrect answers.

The strategies used by the seventh grade students in finding near terms varied from the strategies used by them in finding the rules of the patterns. While the students mostly used the recursive relationship strategy in finding near terms, they used the explicit strategies in finding the rules of the patterns. This result shows similarity with the result of the study of Ross (2011). In the study of Ross (2011), students' approaches in finding near terms varied from their approaches in finding far-distance terms. This change is in the form of decreasing recursive strategies and increasing explicit strategies. It is asserted that such form of change should exist in the studies conducted on the subject of patterns, too. According to Ley (2005), Markworth (2010), Orton and Orton (2005) and Stacey (1989), the recursive relationship strategy, which is effective in finding near terms, must yield to the explicit strategy to find far terms.

While three of the students who used systemized guess-and-check strategy in finding the rules of the patterns obtained the correct answer, one of them was not able to reach the correct answer. One student used unsystematic guess-and-check strategy and obtained an incorrect answer: Operation errors, checking the rule for only the first term, failure to consider all conditions and making unsystematic guesses can be shown among the reasons for students' failure to reach the correct answer. Guess-and-check strategy is frequently used in problem solving. This approach is a good numerical tool in problem solving but it gives incorrect results when not all conditions are taken into account (Rivera and Becker, 2005). Guess-and-check, ratio adjustment and whole object strategies emphasize the particular rather than the general. Thus, students may not use geometric structure and remove their attention from the problem content (Lannin, 2005).

As for finding near and medium-distance terms and the rules of the patterns, the seventh grade students obtained the highest success rates in repeating pattern questions whereas they achieved the lowest success rates in quadratic pattern questions. This result is consistent with the following result of the study of Yaman (2010): "the students obtained the highest score averages in repeating pattern questions whereas they obtained the lowest score averages in quadratically growing pattern questions."

Klinik Mülakat Soruları

1. FATİHFATİHFATİH

A, F, H, İ, T harfleri belli kurala göre sıralanarak bir örüntü oluşturulmuştur. Buna göre;

a) Ali ve Ayşe bu örüntüdeki 27. harfin ne olduğu hakkında tartışıyor Ali 27. harfin A, Ayşe ise T olduğunu söylüyor. Sizce hangisi haklı? Açıklayınız.

b) Örüntüdeki 38. harfi bulunuz.

c) Yukarıdaki örüntüde kaçınıcı sıradaki harflerin A olduğunu veren bir formül kurunuz.

2. Bir çiçekçi elindeki gülleri aşağıdaki gibi belli bir kurala göre demetliyor.



1. demet

2. demet

3. demet

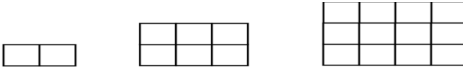
Buna göre;

a) 7. demette kaç tane gül bulunur?

b) 18. demette kaç tane gül bulunur?

c) Örüntünün kuralını bulunuz.

3.



1. Şekil

2. Şekil

3. Şekil

Küçük karelerden oluşan şekiller belli bir kurala göre sıralanarak bir örüntü meydana getirmişlerdir. Buna göre;

a) 9. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

b) 17. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

c) n. şekli oluşturmak için kaç küçük kareye ihtiyaç vardır?

4. **4, 7, 10** şeklinde devam eden örüntünün 9, 17 ve n. terimlerine karşılık gelen değerleri bulunuz.

5. Bir bakteri bir dakikada ikiye bölünmektedir. 8, 17 ve n. dakikalarda kaç bakteri oluşacağını hesaplayınız.