

ENDÜSTRİ MESLEK LİSESİ ÖĞRENCİLERİNİN FONKSİYON KAVRAMINI ANLAMA DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ¹

Vesife HATISARU, Ayhan Kürşat ERBAŞ

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Ankara.

İlk Kayıt Tarihi: 26.04.2012

Yayına Kabul Tarihi: 05.11.2012

Özet

Bu çalışmanın amacı endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama düzeylerini belirlemek ve nümerik (liste yöntemi), geometrik (grafik) ve sembolik (denklem) temsillerle verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirlemede ne kadar başarı olduklarını incelemektir. Çalışmanın katılımcılarını 130 onuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Veriler iki bölümden oluşan bir test ve seçilen 10 öğrenciyle yapılan görüşmeler aracılığıyla derlenmiştir. Testin birinci kısmı küme eşlemesiyle tanımlanmış bir fonksiyon ve bu fonksiyonla ilgili sorular; ikinci kısmı ise bazıları fonksiyon olan bazıları ise fonksiyon olmayan denklem, liste ve grafik temsilleriyle verilmiş bağıntılar içermektedir. Verilerin analizi için içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları endüstri meslek lisesi öğrencilerinin çoğunlukla fonksiyonu “işlev/özellik” olarak tanımladıklarını; liste yöntemi, grafik veya denklem şeklinde verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar vermede fonksiyonun matematiksel tanımını işlevsel kullanmadıklarını; fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini bulma konusunda güçlüklerinin olduğunu göstermektedir.

Anahtar kelimeler: Fonksiyon Kavramı, Endüstri Meslek Lisesi, Matematik Eğitimi, Öğrenci Güçlükleri

INVESTIGATING INDUSTRIAL VOCATIONAL HIGH SCHOOL STUDENTS' UNDERSTANDING OF THE FUNCTION CONCEPT

Abstract

The present study aimed to investigate students' understanding of the function concept and their ability to classify relations as functions and non-functions. The participants of the study were 130 tenth grade industrial vocational high school students. The data were collected

1. Bu çalışma 1-3 Ekim 2009 tarihlerinde Ege Üniversitesi'nde gerçekleştirilen “18. Eğitim Bilimleri Kurultayı”nda sözlü bildiri olarak sunulmuştur. A.K.E./TÜBA-GEBİP/2012-11. Ayhan Kürşat ERBAŞ, Türkiye Bilimler Akademisi Genç Bilim İnsanlarını Ödüllendirme Programı (TUBA-GEBİP) tarafından desteklenmektedir.

through a two-part test and semi-structured interviews with ten students. While the first part of the test consisted of a set correspondence relation and some questions related to this relation, the second part consisted of relations given in algebraic expressions, graphs, and set of ordered pairs. The data were analyzed by using content analysis. The results suggest that students mostly defined function as "feature". Many of the students were unable to apply definition of a function to classify relations into functions and non-functions. In addition, they had difficulties with defining domain, range, and image sets of functions, and forming (pre-image, image) pairs.

Key words: Function Concept, Vocational High School, Mathematics Education, Student Difficulties

1. Giriş

Fonksiyon kavramı cebir, analiz ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin birçok alanıyla ilişkili olup farklı matematik konuları arasında bütünlüğü sağlamaktadır (Ponte, 1992; Yerushalmy & Schwarz, 1993). Birçok matematikçiye göre fonksiyon kavramı matematiğin en önemli kavramlarından biridir (O'Callaghan, 1998). Bu nedenle öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarını sağlamak, matematik öğretim programlarının temel amaçlarından biri olmalıdır (Eisenberg, 1992; Harel & Dubinsky, 1992; National Council of Teachers of Mathematics, [NCTM] 1989, 2000). Ancak yapılan birçok çalışma lise seviyesinden üniversite seviyesine birçok öğrencinin fonksiyonlar konusunda ciddi zorlukları olduğunu ortaya koymaktadır (Clement, 2001; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Markovits, Eylon, & Bruckheimer, 1986, 1988; Vinner, 1983; Tall & Bakar, 1991; Vinner & Dreyfus, 1989).

Fonksiyon kavramı tarihsel gelişimi boyunca farklı parametreler kullanılarak tanımlanmıştır (Kleiner, 1989). Bu tanımlardan en çok küme eşlemesi temelinde Bourbaki (1939) tarafından yapılan "A ve B gibi boş olmayan iki küme arasındaki, A'nın her elemanını, B'nin yalnız bir elemanına eşleyen bağıntı" tanımı günümüz fonksiyon anlayışını ve öğretimini etkilemiştir. Birçok ülkede olduğu gibi ülkemiz Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda (Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı [TTKB], 2011) da fonksiyonun küme eşlemesi tanımı benimsenmiş; programa paralel olarak hazırlanan 9. sınıf matematik ders kitabında (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2012) fonksiyon kavramı, bu temelde, hayali bir durum içeren bir etkinlik aracılığıyla yapılandırılmış ve etkinlik sonunda "A $\neq \emptyset$ ve B $\neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinin her elemanını B kümesinin bir ve yalnız bir elemanına eşleyen f bağıntısına A dan B ye bir fonksiyondur denir." (s. 75) şeklinde tanımlanmıştır. Etkinlikte lokantada müşteri olarak bulunan dört kişiyi yiyecekleri yemeklere eşleyen bir bağıntı tanımlanmaktadır. Bu bağıntının birinci koşulu herkesin yemek yiyeceği, ikinci koşulu ise bir kişinin birden fazla yemek yemeyeceğidir. Öğrencilerden, bağıntıya göre kişileri yedikleri yemek ile sıralı ikili olarak yazmaları ve "Bir kişi birden fazla yemek yemiştir mi?", "Yemek yemeyen kişi var mı?" sorularını yanıtlamaları istenmektedir. Ayrıca öğrencilere verilen koşullara uymayan (bir kişinin birden fazla yemek yediği veya yemek yemeyen bir kişinin olduğu) bağıntılar verilmekte ve bu bağıntıların fonksiyon olup

olmadığını tartışmaları istenmektedir. Fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümeleri etkinliğe bağlı olarak açıklanmaktadır. Görüldüğü gibi bu etkinlikte fonksiyonla ilgili temel kavramlar, sonlu bir kümede ve hayali bir durum yaratılarak tanıtılmıştır. Bu, sonsuz kümelerde çalışılması gereken ileriki aşamalarda öğrencilerin kafasında bir karışıklık meydana getirebilecek; ayrıca Yavuz ve Baştürk'ün (2011) de belirttiği gibi daha sonraki analiz kavramlarına yeterince ve gerektiği gibi hazır olmamalarına yol açabilecektir. Fonksiyon kavramını yapılandırırken gerçek verilerin kullanıldığı ve fonksiyonel ilişkilerin incelendiği durumlar yerine hayali bir durumun kullanılması ise fonksiyon kavramının işlevinin ortaya çıkarılmasına ve öğrenciler tarafından daha iyi içselleştirilmesine hizmet etmeyebilecektir (Yavuz ve Baştürk, 2011).

Diğer bir konu fonksiyonun farklı temsilleriyle ilgilidir. Fonksiyonun farklı temsillerinin bilinmesi fonksiyon kavramının içselleştirilmesi için önemlidir (Bayazıt, 2010). Oysa 9. sınıf matematik ders kitabında (MEB, 2012) çoğunlukla cebirsel temsilin ön plana çıkarıldığı, fonksiyonun farklı temsillerinin (örn. grafiksel, sözel, değişim tablosu) yeterince vurgulanmadığı göze çarpmaktadır. Kitapta ayrıca fonksiyon kavramıyla ilgili verilmesi gereken tanım, teorem ve açıklamaların ayrı alt başlıklar altında sunulmak yerine etkinlik veya çözümlü örneklerin sonunda dip not olarak verildiği görülmektedir (Yavuz ve Baştürk, 2011). Fonksiyon kavramını 9. sınıfta bu yapılandırma ile edinilen öğrencilerin fonksiyon kavramını anlama düzeyleri yeterince bilinmemektedir. Bu çalışmada, endüstri meslek lisesi öğrencilerin fonksiyon kavramını anlama düzeyleri ve kendilerine liste yöntemi, grafik ve denklem temsilleriyle verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirlemede ne kadar başarı olduklarını incelemek amaçlanmıştır. Farklı okul türü öğrencileri arasından endüstri meslek lisesi öğrencilerinin seçilmesinde, birinci araştırmacının endüstri meslek lisesinde öğretmenlik yapmış olması ve meslek lisesi öğrencilerinin matematik öğrenme konusundaki güçlüklerini yakından gözlemlemiş olması etkili olmuştur.

Endüstri meslek liseleri, öğrencileri hayata, iş alanlarına ve yükseköğretime hazırlayan programların uygulandığı okullardır. Bu okullarda öğrencilere: metal teknolojisi, elektrik ve elektronik teknolojileri, bilişim teknolojileri, ahşap teknolojileri, otomotiv gibi öğrencilerin devam ettiği meslek alanlarıyla ilgili mesleki derslerle birlikte matematik, Türk dili ve edebiyatı, biyoloji gibi sözel ve sayısal dersler verilmektedir. Adı geçen meslek alanlarında gençlerin ilgi ve yetenekleri doğrultusunda öğrenim görmelerini sağlayacak bir görev üstlenen (MEB, 1991) bu okullarda yapılan eğitim, öğrencilerin sözel ve sayısal dersleri ihtiyaçlarını karşılamaktan uzak kalmıştır (Binici ve Arı, 2004; Şahin ve Fındık, 2008; Yörük, Dikici ve Uysal, 2002). Matematik dersi bahsedilen sayısal derslerden biridir ve meslek lisesi öğrencilerinin mesleğe daha iyi hazırlanmaları, çalışma hayatı başarılarının yükselmesi ve çağdaş teknolojinin istediği nitelikte yetişmeleri için oldukça önemli sayılmaktadır (MEB, 2005). Ancak matematik “insan tarafından zihinsel olarak yaratılan bir sistem” olduğundan soyuttur (Baykul, 1999; s.3) ve birçok öğrenci için öğrenilmesi zordur. Yapılan çalışmalar matematik öğrenmenin endüstri meslek lisesi öğrencileri için daha zor

olduğunu ortaya koymaktadır. Öyle ki genel ve özel liseler, fen ve Anadolu liseleri, ticaret, endüstri, teknik, kız meslek ve sağlık meslek gibi farklı okul türlerindeki öğrencilerin matematik başarılarının karşılaştırıldığı çalışmalarda, endüstri meslek lisesi öğrencilerinin matematik başarılarının diğer okul türlerindeki öğrencilerinkinden çok daha düşük olduğu görülmektedir. (Alacacı ve Erbaş, 2010; Berberoğlu ve Kalender, 2005; Köse, 1996). Bütün okul türlerindeki öğrencilerin eşit öğrenme koşullarından yararlanması ve okullar arasındaki öğrenme farklılıklarının mümkün olduğunca azaltılması için bu sebeple çalışmalar yapılması gerekmektedir (Berberoğlu ve Kalender, 2005). Öte yandan meslek liselerinde matematik öğretimi ve öğrenimi konusunda hem dünyada hem de Türkiye’de yeterince araştırma bulunmamaktadır (FitzSimons, 2002). Öğrencilerin, birçok matematikçiye göre matematiğin en önemli kavramlarından biri olan (O’Callaghan, 1998) ve cebir, analiz ve diferansiyel denklemler gibi matematiğin birçok alanıyla ilişkili olup farklı matematik konuları arasında bütünlüğü sağlayan (Ponte, 1992; Yerushalmy & Schwarz, 1993) fonksiyon kavramını, anlama düzeylerini incelemek ve konuyla ilgili varsa güçlükleri belirlemek bu sebeple önemli sayılmaktadır.

Öğrencilerin Fonksiyon Kavramı Algıları

Alan yazını incelendiğinde, öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarının farklı kuramsal çatılar yoluyla incelendiği görülmektedir. Örneğin, Vinner (1983) “kavram görüntüsü” (*concept image*) ve “kavram tanımı” (*concept definition*) kavramlarını kullanarak bilişsel süreçler için bir model oluşturmuştur. Vinner’a göre kavram tanımı, kavramla ilgili matematikçiler tarafından kabul gören ifadelerdir. Kavram imajı ise bir matematiksel düşünceye ilişkin kişinin hafızasına kodlamış olduğu zihinsel yapılarıdır. Vinner bu modelle 145 lise öğrencisinin fonksiyonla ilgili kavram görüntülerini incelemiştir. Matematik programında öğrencilere fonksiyon tanımı, tanım kümesindeki her elemanın değer kümesindeki yalnız bir elemana eşlenebileceği iki küme arasındaki eşleme olarak açıklanmış; ayrıca bu tanıma göre fonksiyon olmayan durumlar tanıtılmıştır. Vinner, öğrencilerinin fonksiyonla ilgili kavram görüntülerinin bu tanımla ne kadar örtüştüğünü incelemiştir. Çalışmada bunun için 5 sorudan oluşan bir anket yapılandırılmıştır. Ankette fonksiyon tanımına uyan ve uymayan sözel ve grafiksel gösterimler bulunmaktadır. Öğrencilerden bu gösterimlerin fonksiyon belirtip belirtmediğini nedenleriyle birlikte açıklamaları istenmiştir. Çalışmanın bulguları öğrencilerin fonksiyonla ilgili; bir fonksiyonun düzgün bir grafiği olması gerektiği, her fonksiyonun bire-bir olduğu ve cebirsel olarak ifade edilmeyen gösterimleri fonksiyon kabul etmeme gibi kavram görüntülerinin olduğunu ortaya koymuştur. Ankette ayrıca öğrencilere “Sizce, fonksiyon nedir?” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri yanıtlar 4 kategoride toplanmıştır ancak çalışmada öğrencilerin fonksiyon kavramı tanımlamaları nitelikli bulunmamıştır:

Kategori 1: Öğrencilerin ders kitaplarındaki fonksiyonun küme teorisi tanımını tekrar ettikleri ifadeler (eksik veya tam anlaşılabilir olsa bile).

Kategori 2: Fonksiyon bir eşleşme kuralıdır.

Kategori 3: Fonksiyon; cebirsel bir ifade, bir formül, bir denklem veya bir eşitliktir.

Kategori 4: Fonksiyonun grafik, “ $y = f(x)$ ” sembolü ve iki küme elemanlarının birbirine oklarla eşlendiği şematik ifadeler olarak gösterildiği durumlar

Vinner’ın (1983) kavram tanımı ve kavram görüntüsü modelini kullanarak Vinner ve Dreyfus (1989) tarafından 271 üniversite öğrencisi ve 36 lise öğretmeninin fonksiyon kavram görüntülerinin incelendiği bir çalışmada, üniversite öğrencilerinin fonksiyon grafiğinin sürekli ve düzgün olması gerektiği, her fonksiyonun bire-bir olduğu ve fonksiyonun tanım kümesindeki her noktada aynı kuralla tanımlanması gerektiği gibi kavram görüntülerinin olduğu ortaya çıkmıştır. Bu çerçevede katılımcıların fonksiyon tanımlamaları Vinner’ın (1983) kategorileri geliştirilerek 6 kategori altında toplanmıştır:

I. Eşleme (*correspondence*): Fonksiyon iki küme arasında birinci kümenin elemanlarını ikinci kümenin yalnız bir elemanına eşleyen herhangi bir eşlemedir.

II. Bağımlılık İlişkisi (*dependence relation*): Fonksiyon, iki değişken arasındaki bağımlılıktır (y değişkeni x değişkenine bağlıdır).

III. Kural (*rule*): Fonksiyon bir kuraldır.

IV. İşlem (*operation*): Fonksiyon bir işlemdir.

V. Formül (*formula*): Fonksiyon formül, cebirsel bir denklem veya eşitliktir.

VI. Temsil (*representation*): Fonksiyon denklem veya grafikte tanımlanır.

Öte yandan, Tall ve Bakar (1991) günlük hayattaki kavramlara olduğu gibi öğrencilerin fonksiyon kavramına da bazı prototipler geliştirdikleri hipoteziyle öğrencilerin fonksiyon kavramı algılarını incelemişlerdir. Çalışmada, 107 öğrenciye fonksiyon olan ve fonksiyon olmayan grafik ve denklemler sunulmuş ve fonksiyon olanları işaretleyerek birkaç cümleyle nedenini açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin %69’u $y = 4$ bağıntısının fonksiyon olmadığını; %64’ü ise $x^2 + y^2 = 1$ bağıntısının fonksiyon olduğunu düşünmüştür. Çalışmada öğrencilere ayrıca onlar için fonksiyonun ne anlama geldiği sorulmuştur. Tall ve Bakar’a göre öğrencilerin hiçbiri tatmin edici bir fonksiyon tanımı yapmamış; bunun yerine “*Fonksiyon, sonucu bulmak için yapılan hesaplamalardır.*”, “*Sayıların yerine yazıldığı kurallardır.*” veya “*Grafik üzerinde bir eğri veya doğrunun çizildiği noktalar.*” gibi açıklamalar yapmışlardır.

Clement (2001) sözel ifade, grafik ve denklem temsilleriyle ifade edilen bağıntılardan oluşan bir test aracılığıyla, öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarını ve fonksiyonla ilgili kavram görüntülerinin fonksiyonun matematiksel tanımıyla ne kadar uyduğunu incelemiştir. Testte öğrencilere hangi bağıntıların fonksiyon olduğu sorulmuş ayrıca öğrencilerden fonksiyonu kendi cümleleriyle tanımlamaları istenmiş-

tır. Çalışmada 35 öğrenciden sadece 4'ü fonksiyonu, tanım kümesindeki her elemanı değer kümesindeki yalnız bir elemana eşleyen bağıntı, tanımına benzer tanımlamıştır. Bununla birlikte öğrencilerin çoğu fonksiyonu verilen sayıları başka sayılara dönüştüren bir makine veya düşey doğru testini geçen grafikler şeklinde tanımlamıştır. Clement, öğrencilerin fonksiyonu böyle anlamalarının fonksiyonların bazı özelliklerini anlamada öğrencilere yardımcı olabileceğini; ancak fonksiyonu sadece bu şekilde anlamalarının denklem olarak verilmiş bazı özel fonksiyonlarla karşılaştıklarında öğrencileri sınırlandırabileceğini dile getirmiştir. Örneğin düşey doğru testini fonksiyon olma ölçütü olarak kabul eden öğrenciler grafiğini çizemedikleri denklemleri fonksiyon olarak kabul etmeyeceklerdir. Clement'e göre bu sebeple öğretmenler, öğrencilerin fonksiyon kavramı anlamalarının düzeyini tespit etmeli; derslerde fonksiyon kavramının anlamına ve tanımına daha fazla yer vermeli; öğretimlerini fonksiyonun tipik örnekleriyle sınırlamamalı, tipik olmayan örnekler de kullanmalı; fonksiyon olan ve olmayan durumları tartışarak öğrencilerin fonksiyon tanımını işlevsel kullanabilmelerini sağlamalıdır.

Akkoç (2006), 11. sınıf öğrencilerinin fonksiyon tanımını, fonksiyonun Venn şeması, sıralı ikililer, grafik ve denklem gibi farklı gösterimlerinde nasıl kullandıklarını incelemiştir. Çalışmada öğrencilerin fonksiyonun Venn şeması ve sıralı ikililer temsilinde, grafik ve denklem temsiline kıyasla daha başarılı oldukları görülmüştür. Akkoç matematik programında küme eşlemesi tanımına paralel olarak fonksiyonun Venn şeması ve sıralı ikililer temsillerine daha fazla yer verildiğini aktarmış; ancak bu temsillerin öğrencilerin kavram görüntülerini sınırlandırdığını dile getirmiştir. Akkoç'a göre öğrencilerin fonksiyonla ilgili kavram görüntülerini zenginleştirmek için teknolojiyen yararlanılabilir. Örneğin grafik çizen bilgisayar yazılımları ve grafik hesap makineleri fonksiyonun farklı temsillerine hızlı şekilde ulaşmada öğretmen ve öğrencilere yardımcı olacaktır.

Bu çalışmada, yukarıdaki araştırmalar temel alınarak endüstri meslek lisesi öğrencilerin fonksiyon kavramını anlama düzeyleri ve kendilerine liste yöntemi, grafik ve denklem temsilleriyle verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirlemede ne kadar başarılı oldukları incelenmektedir.

2. Yöntem

Çalışma iki aşamalı olarak yürütülmüş nitel bir çalışmadır. Çalışmanın katılımcılarını Ankara'da bir devlet endüstri meslek lisesinin bilgisayar (n=40), elektrik (n=60) ve elektronik (n=30) alanında öğrenim gören toplam 130 onuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Çalışmanın birinci aşamasında öğrencilere iki bölümden oluşan bir test (*Fonksiyon Kavramı Testi* ve *Hangisi Fonksiyondur Testi*) sunulmuştur. Fonksiyon Kavramı Testi (bk. Ek A) 9. sınıf matematik ders kitabında (MEB, 2012) fonksiyon kavramını yapılandırmak üzere sunulmuş etkinlikten uyarlanmıştır. Testte küme eşlemesiyle tanımlanmış bir fonksiyon ve bu fonksiyonla ilgili sorular bulunmaktadır.

Hangisi Fonksiyondur Testi (bk. Ek B) kaynak taraması yöntemiyle hazırlanmıştır. Testte, bazıları fonksiyon olan bazıları ise fonksiyon olmayan denklem, liste yöntemi ve grafik temsilleriyle verilmiş bağıntılar bulunmaktadır. Öğrencilerden her bir bağıntının fonksiyon olup olmadığına karar vermeleri ve nedenlerini açıklamaları; ayrıca fonksiyonu kendi cümleleriyle tanımlamaları istenmiştir. Öğrenciler önce fonksiyon kavramı testini daha sonra hangisi fonksiyondur testini cevaplamışlardır. Uygulama öğrencilerin kendi matematik derslerinde matematik öğretmenleri tarafından yapılmış ve toplam bir ders saati sürmüştür.

Testten elde edilen verilerin ön analizleri öğrencilerin fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümesini yazma ve verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar verme konusunda hatalar yaptıklarını göstermiştir. Çalışmanın ikinci aşamasında bu hataları derinlemesine incelemek amacıyla *görüşme formu yaklaşımı* (Yıldırım ve Şimşek, 2011) kullanılarak, testteki sorulara cevapları ortalama düzeyde olan 10 öğrenciyle görüşmeler yapılmış ve öğrencilere: “Burada kişileri mi yemeklere; yemekleri mi kişilere eşlememiz gerekiyor?”, “Bu durumda sıralı ikilileri nasıl oluşturmanız gerekir?”, “(Eğer (Yaşar, kebab) şeklinde yazmışsa...) bunu (kebab, Yaşar) şeklinde yazarsak olur mu?”, “Buradaki fonksiyonun tanım ve değer kümesi ne olabilir?” “Sence bu bağıntı bir fonksiyon mudur?”, “Fonksiyon olduğuna nasıl karar verdin?” gibi sorular yönlendirilmiştir. Her bir öğrenciyle yapılan görüşme yaklaşık 50 dakika sürmüştür ve ses kaydına alınmıştır. Çalışmada kullanılan testin ve görüşme formunun araştırmacıdan kaynaklanması muhtemel sınırlılıkları *uzman incelemesi* (Yıldırım ve Şimşek, 2011) yoluyla sınanmıştır.

Verilerin analizi için nitel araştırmalarda sıklıkla kullanılan ve Yıldırım ve Şimşek’e (2011) göre, toplanan verilerin derinlemesine analiz edilmesini gerektiren; ayrıca önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak tanıyan *içerik analizi* yöntemi kullanılmıştır. Bunun için öncelikle öğrencilerin testteki sorulara yanıtları ayrı ayrı incelenmiş ve kodlanmıştır. Öğrencilerin cevaplarında öne çıkan ana temalar belirlenmiş ve ilgili kodlar bu ana temalar altında toplanmıştır. Her öğrenci için ayrı olarak oluşturulan temalar birbirine oldukça benzer olduğundan daha sonra birleştirilmiştir. Görüşmelerde alınan notlar ise derlenmiş, ses kayıtları erişim kolaylığı açısından yazıya aktarılmış ve buradan elde edilen veriler testten elde edilen verileri tamamlayıcı unsurlar olarak kullanılmıştır.

3. Bulgular ve Yorum

Öğrencilerin fonksiyon tanımlamalarına ait bulgular, “Fonksiyon Kavramı”; verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar vermede fonksiyon tanımını kullanmalarına ait bulgular, “Fonksiyonun Farklı Temsilleri” ve çalışmada ortaya çıkan öğrenci hataları ve yanılgıları, “Fonksiyonlarla İlgili Öğrenci Güçlükleri” başlıkları altında aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin Fonksiyon Tanımları

“Hangisi Fonksiyondur” testinde öğrencilerden fonksiyonu kendi cümleleriyle tanımlamaları istenmiştir (bk. Ek B: Soru 6). Bu çerçevede tüm öğrencilerin (N = 130) fonksiyon tanımları, doğruluğu veya geçerliliği hakkında değerlendirme yapılmadan dört kategoride toplanmıştır. Birinci kategoride “*Fonksiyon sayıların kurala göre değişiklik göstermesidir.*”, “*Verilen bir değeri başka bir değere çevirmeye denir.*” ve “*Bir kümenin her elemanını bir başka kümenin elemanları ile eşleyen küme fonksiyon denir.*” gibi fonksiyon kavramının anlamına yönelik tanımlamalar (n = 25); ikinci kategoride “*f(x) = ... (cebirsal ifadeler)*” gibi tanımlamalar (n = 17); üçüncü kategoride “*Matematikte bir konudur.*”, “*Olasılıktır.*” veya “*Fonksiyon bir aletin veya bir aracın yapabildiklerine denir.*” gibi fonksiyon kavramıyla ilgili matematiksel tanım içermeyen ifadeler (n = 65) yer almıştır. Dördüncü kategori ise boş yanıtları (n = 23) ifade etmektedir. Bu kategoriler altında öğrencilerin fonksiyon tanımlamalarında iki tema ön plana çıkmaktadır:

(a) Fonksiyon eşleştirme demektir. Öğrencilerin bazıları (n = 25) fonksiyonu, bir elemanı diğer bir elemana eşleyen bir bağıntı olarak düşünmüşlerdir. Örneğin bir öğrenci, “*Fonksiyon, tanımlara ve sayılara göre çıkan sonuçları o sayılarla eşleştirme ye denir.*” şeklinde bir tanım yazmıştır. Başka bir öğrenci ise görüşmede fonksiyonu şöyle açıklamıştır:

Fonksiyon kümelerden meydana gelir. Fonksiyon tanım ve değer kümelerinden oluşur. Eşleştirme demektir. Yani A kümesindeki sayılar her biriyle eşleşecek. Fazla sayıyla eşleşmeyecek. Yani fonksiyon 2 kümeyle sayıların eşleştirilmesidir, ama kurala göre...

(b) Fonksiyon işlevdir. Çalışmaya katılan öğrencilerin yarısı (n = 65) fonksiyonu işlev olarak tanımlamıştır. Örneğin, bir öğrenci fonksiyonu “*Bir aletin veya bir aracın yapabildiklerine fonksiyon denir.*” şeklinde, başka bir öğrenci fonksiyonu “*Fonksiyon denince özellik aklıma geliyor. Mesela bir otomobilin özellikleri denince fonksiyonları aklıma geliyor.*” sözleriyle, diğer bir öğrenci ise fonksiyonu “*Fonksiyon değişiklik demektir. Mesela bazı telefonun seçeneklerinde fonksiyon menüsü var. O menüye girerek ekran rengini temasını veya görüntüsünü değiştirebiliriz.*” şeklinde açıklamıştır.

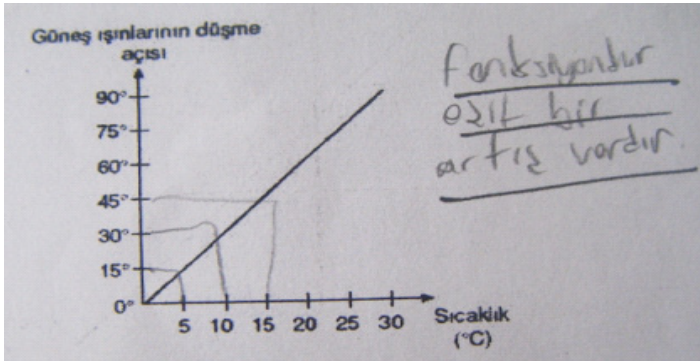
Fonksiyonun Farklı Temsilleri

Çalışmada öğrencilere bazı bağıntılar sunulmuş, bunların hangisinin fonksiyon olduğunu belirlemeleri ve nedenlerini açıklamaları istenmiştir. Denklem, grafik ve liste yöntemiyle verilen bu bağıntıların fonksiyon olup olmadığına yönelik elde edilen bulgular ayrı başlıklar altında toplanmıştır:

Denklem. “Hangisi fonksiyondur” testinde öğrencilere denklem şeklinde iki bağıntı sunulmuştur (bk. Ek B: Soru 1 ve Soru 2). Bu bağıntıların her ikisi de fonksiyondur; çünkü her iki bağıntıda da tanım kümesindeki elemanların görüntüsü tektir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu (n = 112) $y = 5$ için “Fonksiyon değildir.” seçeneğini

işaretlemiştir. Öğrencilerden 30'u herhangi bir açıklama yapmamış, diğerleri ise “x olmadığı için fonksiyon değil.” gibi açıklamalar yapmışlardır. Öğrencilerin tamamı $x=3y-4$ eşitliği için “Fonksiyondur.” seçeneğini işaretlemiştir. Öğrenciler çoğunlukla “x ve y olduğu için fonksiyondur.” veya “Eşitlik vardır, fonksiyondur.” açıklamalarında bulunmuşlardır.

Grafik. “Hangisi fonksiyondur” testinde öğrencilere iki bağıntı grafiği sunulmuştur (bk. Ek B: Soru 3 ve Soru 4). Soru 3'teki bağıntı grafiği bir fonksiyondur. Çünkü tanım kümesindeki her elemanın görüntüsü tektir. Ancak Soru 4'teki bağıntı grafiği bir fonksiyon değildir; çünkü tanım kümesindeki bazı elemanların görüntüsü birden fazladır. Çalışmada öğrencilerin büyük çoğunluğu her iki bağıntı grafiği için de “Fonksiyondur.” seçeneğini işaretlemiştir. Öğrenciler Soru 3'teki bağıntı grafiğinin fonksiyon olmasının sebebini çoğunlukla grafikteki doğrusal artışa bağlamışlardır (bk. Şekil 1). Soru 4'teki grafik için ise genellikle “Bilmiyorum ama fonksiyondur.” veya “Fikrim yok ama fonksiyondur.” gibi açıklamalar yapmışlardır. Çalışmada sadece 5 öğrenci Soru 4'teki grafiğin fonksiyon olmadığını belirtmiş ve nedenini düşey doğru testiyle açıklamıştır. Görüşmelerde öğrencilerin herhangi bir bağıntı grafiğinin fonksiyon olup olmadığına nasıl karar verdikleri irdelenmiştir. Öğrencilerin, grafiğin fonksiyon olup olmadığına grafikteki artışın doğrusal olup olmadığına göre karar verdikleri ortaya çıkmıştır.



Şekil 1. “Hangisi Fonksiyondur” testi soru 3 için örnek öğrenci cevabı

Liste Yöntemi. “Hangisi fonksiyondur” testinde öğrencilere liste yöntemiyle bir bağıntı sunulmuştur (bk. Ek B: Soru 5). Liste yöntemiyle verilen bu bağıntı fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki bir elemanın görüntüsü birden fazladır. Aynı zamanda tanım kümesinden bir elemanın görüntüsü yoktur. Çalışmada 13 öğrenci soruyu cevaplamamıştır. Cevaplayanların çoğu ($n = 78$) “Fonksiyondur” seçeneğini işaretleyerek bu bağıntının fonksiyon olduğunu düşünmüşlerdir. Bazı öğrenciler bu durumu “Tüm rakamlar kullanılmıştır. Açıkta kalan yoktur.” şeklinde açıklamıştır. Soruyu cevaplayan öğrencilerin bazıları ise ($n = 39$) “Fonksiyon değildir.” seçeneğini

işaretleyerek verilen bağıntının bir fonksiyon olmadığını düşünmüşlerdir. Öğrencilerin 26'sı buna neden olarak tanım kümesindeki "2" elemanının değer kümesinden iki elemanla eşlenmiş olduğunu göstermişlerdir. Ancak bu öğrenciler açıklamalarında tanım kümesinde açıkta kalan "3" elemanından bahsetmemişlerdir. Çalışmada sadece 13 öğrenci bağıntının fonksiyon olmamasının sebebini fonksiyonun tanımıyla doğru bir şekilde gerekçelendirmiştir.

Görüşme yapılan öğrencilerin bazıları (n=4) kendilerine liste yöntemiyle verilen bağıntıdaki sıralı ikililerin (tanım kümesi elemanı, değer kümesi elemanı) kuralına göre yazıldığını göz ardı ederek tanım kümesindeki elemanlarının birbirinin görüntüsü olabileceğini düşünmüştür.

Fonksiyonlarla İlgili Öğrenci Güçlükleri

Fonksiyonun tanım ve değer kümesini bulma. "Fonksiyon kavramı" testinde öğrencilerden, A lokantaya giden kişilerin kümesi, B de lokantadaki yemeklerin kümesi olmak üzere; $A \rightarrow B$, f fonksiyonu için uygun boşluklara tanım kümesi ve değer kümesi ifadelerini yazmaları istenmiştir (bk. Ek A: Soru 2). Öğrencilerin (N = 130) cevapları üç kategoride toplanmıştır:

Kategori I: Lokantaya giden kişilerin kümesine "tanım kümesi", lokantadaki yemeklerin kümesine "değer kümesi" denir (n = 68).

Kategori II: Lokantaya giden kişilerin kümesine "tanım kümesi", lokantaya giden kişilerin yedikleri yemeklerin kümesine "değer kümesi" denir (n = 42).

Kategori III: Lokantaya giden kişilerin kümesine "değer kümesi", lokantadaki yemeklerin kümesine "tanım kümesi" denir (n = 20).

Buna göre çalışmada çok sayıda öğrencinin (n = 62) A kümesinden B kümesine tanımlanan bir fonksiyonun tanım ve değer kümesini bulmada hatalar yaptığı gözlenmiştir. Bu sebeple, görüşmelerde öğrencilerin fonksiyonun tanım ve değer kümesine nasıl karar verdikleri konusu irdelenmiştir. Aşağıda bir kısmının aktarıldığı görüşme notlarından anlaşılacağı gibi çalışmada bazı öğrenciler fonksiyonun değer kümesini tanım kümesindeki elemanların eşlendiği elemanlar kümesi olarak kabul etmektedirler.

Araştırmacı: Peki, burada tanım kümesi için ne dersin? Hangisi tanım kümesidir?

Öğrenci: {Okan, Yaşar, Soner, Hakan}

Araştırmacı: Değer kümesi?

Öğrenci: {Kebap, Ispanak, Dolma} yani yedikleri yemekler.

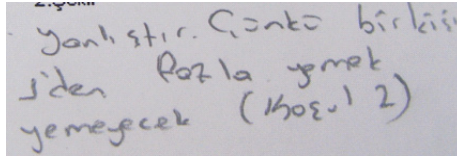
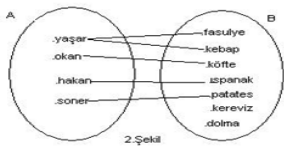
Araştırmacı: Değer kümesini neye göre belirledin?

Öğrenci: Lokantaya giden kişiler bu yemekleri yemiş bundan dolayı.

Görüşmelerde başka bir öğrenci tanım ve değer kümesini nasıl bulduğunu şöyle

açıklamıştır: “Bir lokantada yemeklerin değeri olacağı için değer kümesi yemeklerin kümesidir. Kişiler ise tanım kümesidir. Zaten tanım tanımlamak demektir.” Öğrencinin bu açıklaması I. Kategorideki bazı öğrencilerin de fonksiyonun tanım ve değer kümesini sözcüklerin kelime anlamına yoğunlaşarak bulmuş olabileceğini göstermektedir.

Fonksiyonun görüntü kümesini bulma. “Fonksiyon kavramı” testinde şema yöntemiyle bazı bağıntılar tanımlanmış, öğrencilere bu bağıntılardan hangisinin verilen koşulları sağladığı sorulmuştur (bk. Ek A: Soru 3) ve koşulları sağlayanların tanım, değer ve görüntü kümelerini yazmaları istenmiştir (bk. Ek A: Soru 4). Öğrencilerin tamamına yakını (n = 118) bağıntıdaki iki koşulu dikkate alarak fonksiyon olmayan durumları fark etmiş ve verilenler arasından sadece “4. Şekil”deki bağıntının fonksiyon olduğuna karar vermişlerdir (bk. Şekil 2).



Şekil 2. “Fonksiyon kavramı” testi soru 3 için örnek öğrenci cevabı

Bu bağıntıda lokantaya giden kişilerin yedikleri yemeklerin kümesi, fonksiyonun görüntü kümesidir. Ancak çalışmada öğrencilerin neredeyse yarısı (n = 64) görüntü kümesine kişilerin yemedikleri yemekleri yazmışlardır. Bu durum görüşmelerde irdelendiğinde bazı öğrencilerin fonksiyonun görüntü kümesini, tanım kümesinden herhangi bir elemanla eşlenmeyen elemanların oluşturduğu küme, olarak düşündükleri ortaya çıkmıştır:

Araştırmacı: Sence görüntü kümesine hangi elemanlar yazılır?

Öğrenci: Görüntü kümesine yedikleri yemeklerden geriye kalanlar yani {Fasulye, Patates, Kereviz, Dolma} yazılır.

Araştırmacı: Peki, bu elemanları neye göre belirledin?

Öğrenci: Bu yemekler fazla yani artan yemeklerden dolayı

Çalışmada sadece 12 öğrenci şema yöntemiyle verilen fonksiyonun hem tanım hem değer hem de görüntü kümesini doğru biçimde yazmış; diğerleri fonksiyonun görüntü kümesini yazmamıştır.

Sıralı ikililer oluşturma. “Fonksiyon kavramı” testinde öğrencilerden, kişileri yediği yemekle sıralı ikili olarak yazmaları istenmiştir (bk. Ek A: Soru 1). Öğrencilerin yarıya yakını (n = 52) bu soruyu boş bırakmıştır. Diğer öğrenciler ise sıralı ikilileri doğru şekilde oluşturmuşlardır. Ancak çalışmada “Hangisi Fonksiyondur” testinde liste yöntemiyle verilen bağıntıya (bk. Ek B: Soru 5) çoğu öğrencinin “Fonksiyondur” şeklinde cevap vermesi bazı öğrencilerin sıralı ikilileri rastgele oluşturmuş olabileceğini düşündürmüştür. Bu durum birebir görüşmelerde irdelenmiş ve öğrencilerin açık-

lamalarından bazı öğrencilere göre sıralı ikilileri oluştururken hangi elemanın başa yazılacağına fark etmediği ortaya çıkmıştır.

Araştırmacı: Bunları sıralı ikili olarak yazar mısın?

Öğrenci: (Okan, Kereviz; Soner, Köfte vb. şeklinde yazar)

Araştırmacı: (Okan, Kereviz) şeklinde yazdın. (Kereviz, Okan) şeklinde yazsak olmaz mıydı?

Öğrenci: A... Yanlış yazdım. [*düzeltilmek ister.*]

...

Araştırmacı: İstenen sıralı ikilileri (Yaşar, Köfte)... olarak yazmışsın. Bunu (Köfte, Yaşar) olarak yazsak olur mu? Sana göre aralarında bir fark var mı?

Öğrenci: Yazabiliriz. Bir fark olmaz.

4. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, endüstri meslek lisesi öğrencilerinin fonksiyon kavramını anlama düzeyleri ve liste yöntemi, grafik ve denklem temsilleriyle verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığını belirlemede ne kadar başarı oldukları incelenmiştir. Çalışmanın bulguları öğrencilerin fonksiyon kavramı anlamalarının sınırlı olduğunu ve fonksiyon kavramını çoğunlukla “işlev” olarak tanımladıklarını göstermektedir. Öğrenciler için fonksiyonun ne anlama geldiğiyle ilgili çalışmalarda (Clement, 2001; Tall & Bakar, 1991; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989) benzer şekilde öğrencilerin fonksiyon kavramı bilgilerinin sınırlı olduğu ve fonksiyonu cebirsel bir ifade, bir formül, bir denklem, bir eşitlik veya verilen sayıları başka sayılara dönüştüren bir makine/kural olarak tanımladıkları görülmüştür; ancak bu çalışmada diğer çalışmalardan farklı olarak öğrencilerin fonksiyonun matematiksel anlamı yerine çoğunlukla kelime anlamına yoğunlaştıkları ortaya çıkmıştır. Fonksiyonun tanımını yeterince içselleştirememiş olan öğrenciler, dolayısıyla kendilerine liste yöntemi, grafik ve denklem şeklinde verilen bağıntıların fonksiyon olup olmadığına karar vermede fonksiyon tanımını işlevsel olarak kullanamamışlardır. Bundan dolayı tanım kümesindeki bazı elemanların görüntüsünün birden fazla olduğu bağıntıları fonksiyon kabul ederken $y = 5$ bağıntısını, Bayazıt’a (2010) göre, ortamda x görmedikleri için fonksiyon kabul etmemişlerdir. Çalışmada bunun yanı sıra öğrencilerin fonksiyonun tanım, değer ve görüntü kümelerini bulma ve sıralı ikililer konusunda zorlandıkları saptanmıştır. Öğrencilerin bu tür zorluklar yaşadıkları başka çalışmalarda da ortaya çıkmıştır (Hatisaru ve Çetinkaya, 2011; Tall & Bakar, 1991; Yıldırım, 2003).

Çalışmanın bulguları ışığında şu önerilerde bulunulabilir: (i) öğretim programı ve öğretim programına paralel hazırlanan ders kitaplarında fonksiyon tanımının daha fazla irdelenmesi ve fonksiyonun tanımsal özelliklerini düşündürecek örneklerle daha fazla yer verilmesi; (ii) öğretim programı ve programa paralel hazırlanan ders kitap-

larında Venn şeması ve liste yöntemiyle verilen bağıntıların yanı sıra grafik, cebirsel ifadeler, değişim tablosu ve sözel ifade temsillerinin de kullanılması ve bu temsiller arasındaki ilişkilerin kuvvetlendirilmesi, (iii) öğretim programında ve kitaplarda literatürün işaret ettiği ve sık rastlanan öğrenci hataları ve güçlüklerine yer verilmesi, (iv) öğretmenlerin matematik derslerinde kavramların anlamına ve tanımına daha fazla zaman ayırmaları, (v) öğretmenlerin derslerinde fonksiyonların farklı temsilleri arasındaki ilişkileri/geçişleri kuvvetlendirecek uygulamalar yapmaları ve (vi) öğretmenlerin derslerini fonksiyonlar konusunda literatürün ortaya koyduğu öğrenci güçlüklerini dikkate alarak ve öğrencilerin bu güçlüklerini aşmaya yönelik planlamaları.

5. Kaynakça

- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *H. Ü. Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 1–10.
- Alacaci, C., & Erbas, A. K. (2010). Unpacking the inequality among Turkish schools: Finding from PISA 2006. *International Journal of Educational Development*, 30(2), 182-192.
- Bayazıt, İ. (2010). Fonksiyonlar konusunun öğreniminde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri. M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler). *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* (s. 91-116). Ankara: Pegem Akademi.
- Baykul, Y. (1999). *İlköğretimde matematik öğretimi: İlköğretimde etkili öğretim ve öğrenme öğretmen el kitabı*, Modül 6, Ankara: Milli Eğitim Yayınları.
- Berberoğlu, G. ve Kalender, İ. (2005). Öğrenci başarısının yıllara, okul türlerine, bölgelere göre incelenmesi: ÖSS ve PISA analizi. *Eğitim Bilimleri ve Uygulama*, 4(7), 21–35.
- Binici, H. ve Arı, N. (2004). Mesleki ve teknik eğitimde arayışlar. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(3), 383-396.
- Clement, L. (2001). What do students really know about functions? *The Mathematics Teacher*, 94(9), 745-748.
- Eisenburg, T. (1992). On the development of a sense for functions. In G. Harel, & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (Vol. 25, pp. 153-174). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- FitzSimons, G. (2002). *What counts as mathematics? Technologies of power in adult and vocational education*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Harel, G., & Dubinsky, E. (Eds.). (1992). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Hatisaru, V. ve Çetinkaya, B. (2011). Endüstri meslek lisesi öğrencilerinin doğrusal ve sabit fonksiyon ile bunların grafiksel gösterimine ilişkin algıları. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11(1), 67-89.
- Kleiner, I. (1989). Evolution of the function concepts: A brief survey. *The College Mathematics Journal*, 20(4), 282-300.
- Köse, M. R. (1996). Üniversiteye giriş ve liselerimiz. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 51–60.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O., & Stein, M. K. (1990). Functions, graphs and graphing: Tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research*, 60, 1-64.

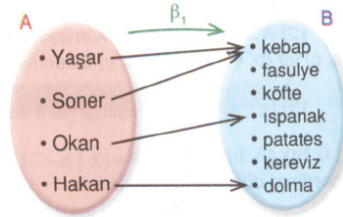
- Markovits, Z., Eylon, B., & Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6(2), 18-24.
- Markovits, Z., Eylon, B., & Bruckheimer, M. (1988). Difficulties students have with the function concept. In Coxford, A. (Eds). *The ideas of algebra, K-12: 1988 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)* (pp. 43-60). Reston, VA: NCTM.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (1991). Türkiye’de mesleki teknik eğitimde gelişmeler. İstanbul.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005). *Matematik ve meslek matematiği dersi öğretim programı*. Milli Eğitim Bakanlığı Çıracılık ve Yaygın Eğitim Genel Müdürlüğü, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2012). *Ortaöğretim matematik 9. sınıf ders kitabı*. Devlet Kitapları: İstanbul.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *NCTM principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- O’Callaghan, B. (1998). Computer-Intensive algebra and students’ conceptual knowledge of functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 21-40.
- Ponte, J. P. (1992). The history of the function and some educational implications. *The Mathematics Educator*, 3(2), 3-8.
- Şahin, İ. ve Fındık, T. (2008). Türkiye’de mesleki ve teknik eğitim: Mevcut durum, sorunlar ve çözüm önerileri. *Türkiye Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 3, 65-86.
- Tall, D., & Bakar, M., (1991). Students’ mental prototypes for functions and graphs. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. I, pp. 104-111). Assisi, Italy.
- Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2011). *Ortaöğretim matematik (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) dersi öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: Milli Eğitim Bakanlığı.
- Vinner, S. (1983). Concept definition concept image and the notion of function. *International Journal for Mathematics Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305.
- Vinner, S., & Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(4), 356-366.
- Yavuz, İ. ve Baştürk, Ş. (2011). Ders kitaplarında fonksiyon kavramı: Türkiye ve Fransa örneği. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 19(1), 199-220.
- Yerushalmy, M., & Schwartz, J. L. (1993). Seizing the opportunity to make algebra mathematically and pedagogically interesting. In T. Romberg, E. Fennema, & T. Carpenter (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of function* (pp. 41-68). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Yıldırım, A. F. (2003). *Lise-1 öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki kavram yanlışlarının belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi.
- Yörük, S. Dikici, A. ve Uysal, A. (2002). Bilgi toplumu ve Türkiye’de mesleki eğitim. *Fırat Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 24(3), 229-312.

Ek A: “Fonksiyon Kavramı” Testi

Yaşar, Soner, Okan ve Hakan bir lokantada yemek yiyeceklerdir. Bu kişileri yiyecekleri yemeklere eşleyen bir bağıntı aşağıda verilmiştir:

Koşul 1: Herkes yemek yiyecek.

Koşul 2: Bir kişi birden fazla yemek yemeyecek.



1. Verilen bağıntı (β_1) için; (a) Kişileri, yediği yemekle sıralı ikili olarak yazınız, (b) Lokantaya giden kişilerin kümesini yazınız, (c) Lokantadaki yemeklerin kümesini yazınız ve (d) Lokantaya giden kişilerin yedikleri yemeklerin kümesini yazınız.

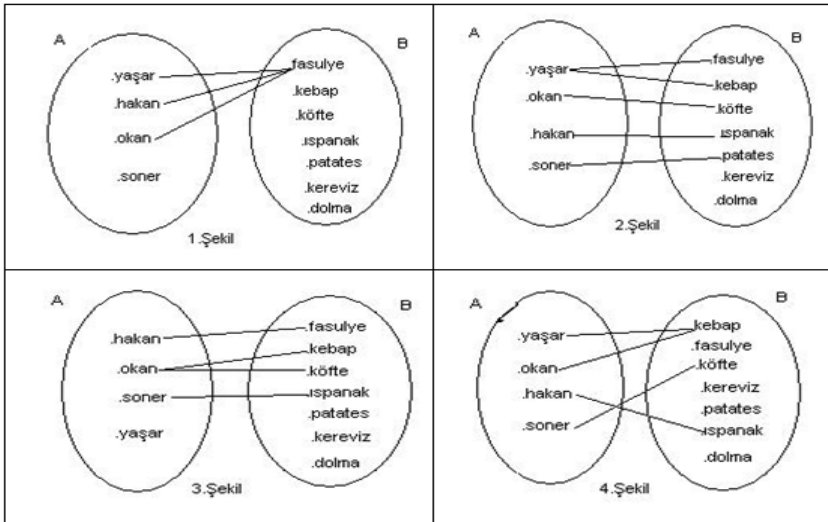
2. Aşağıdaki boşluklara “Tanım kümesi”, “Değer kümesi” ve “Görüntü kümesi” ifadelerinden uygun olanları yazınız.

Lokantadaki yemeklerin kümesine kümesi denir.

Lokantaya giden kişilerin kümesine kümesi denir.

Lokantaya giden kişilerin yedikleri yemeklerin kümesine kümesi denir.

3. Aşağıda verilen bağıntıların istenen koşulları sağlayıp sağlamadığını nedenleriyle birlikte açıklayınız.



4. 3. soruda verilen bağıntılardan her iki koşulu da sağlayan/sağlayanlar için aşağıda verilen kümeleri yazınız.

Tanım kümesi:

Değer kümesi:

Görüntü kümesi:

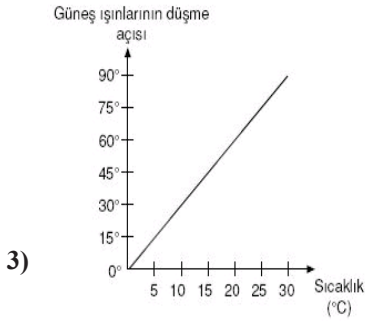
Ek B: “Hangisi Fonksiyondur” Testi

$$y=5$$

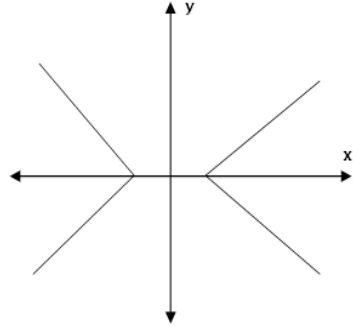
- 1) a) Fonksiyondur. Çünkü...
b) Fonksiyon değildir. Çünkü...

$$x=3y-4$$

- 2) a) a) Fonksiyondur. Çünkü...
b) b) Fonksiyon değildir. Çünkü...



- a) Fonksiyondur. Çünkü...
b) Fonksiyon değildir. Çünkü...



- a) Fonksiyondur. Çünkü...
b) Fonksiyon değildir. Çünkü...

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, f : A \rightarrow R$$

$$f = \{(1, 1), (2, 1), (2, 2), (4, 3)\}$$

- 5) a) Fonksiyondur. Çünkü ...
b) Fonksiyon değildir. Çünkü ...

- 6) Sizce fonksiyon nedir? Birkaç cümleyle tanımlayınız.

EXTENDED ABSTRACT

The concept of function is one of the most important concept in mathematics and plays a central role in school algebra in many ways. Thus, students' understanding of function has been considered as one of the main goals of school mathematics curricula (e.g., see Eisenberg, 1992; Harel & Dubinsky, 1992; National Council of Teachers of Mathematics, 1989, 2000; O'Callaghan, 1998; Ponte, 1990; Yerushalmy & Schwarz, 1993). Yet, various researches on student understanding of functions indicate that students' knowledge regarding functions tends to be weak. Many students rely on a limited conception of functions and possess misconceptions. For example, they have difficulties working with different representations of functions and fail to recognize unfamiliar functions as functions (see Clement, 2001; Leinhardt, Zaslavsky, & Stein, 1990; Markovits, Eylon, & Bruckheimer, 1986, 1988; Tall & Bakar, 1991; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989).

In Turkey, the concept of function is first introduced in 9th grade. Students' first encounter with this concept (and thus formal mathematical terminology) in the textbook prepared by the Ministry of National Education (Ministry of National Education [MoNE], 2012) is mediated by an activity describing a problem situation regarding four friends go to a restaurant to have lunch provided that (i) all people must eat and (ii) a person can eat only one meal. The problem situation includes two sets: the names of the four friends and the names of the seven meals in the restaurant as elements of the sets. Then, a set correspondence relation is presented and students are asked: (a) to write each person and the meal he eats as an ordered pair, (b) if there is anyone who does not eat any meal, (c) if there is anyone who eats more than one meal (d) if there is any meal in the restaurant which nobody eats. At the end of the activity, students are provided with the definition of function as a correspondence between the elements of two sets in which each element of the first set (i.e., the domain) has one and only one correspondent in the second set (i.e., the range). As seen in this activity, the basic terms about functions are created and introduced by finite sets by creating an imaginary situation. As also stated by Yavuz and Baştürk (2011) this might create a confusion in students' minds while working on further stages on infinite sets and cause them to become insufficient in the further analytical terms. Furthermore, regarding the different representations of functions in the textbook, mostly the algebraic representations are highlighted and other possible representations of functions are not stressed enough. How well the students who were introduced to the function concept through such a formal approach would conceptualize the concept of function and how well they would use/apply/relate the definition to different representations of functions are worth studying. Thus, the present study aimed to investigate students' understanding of the function concept and their ability to classify relations into functions and non-functions.

As having been a teacher in an industrial vocational high school, the first researcher has firsthand observations regarding the difficulties that the students in the vocational high schools go through while learning mathematics, particularly the concept of function, as a fundamental construct for higher mathematics. Moreover, students in industrial vocational high schools are usually considered and have been found to be less successful in mathematics compared to those in other type of secondary schools such as general high schools and Anatolian high schools (Alacacı & Erbaş, 2010; Berberoğlu & Kalender, 2005; Köse, 1996). Therefore, it is important to investigate their understanding of one of the most important concepts in mathematics, the function concept, to understand and thus find/compare better ways to introduce the concept of function for students at the lower end of academic performance. Thus, the participants of the study were 130 tenth grade students attending to an industrial vocational high school in Ankara.

All students participated in the first phase of the study, in which they were administered a two-part test. While the first part of the test consisted of a set correspondence relation and some questions related to this relation, the second part consisted of relations in the form of algebraic expressions, graphs, and set of ordered pairs. The test was administered to students by their mathematics teachers during the mathematics classes and it took about forty minutes to complete by the students. Ten of the students participated in the second phase, in which they were interviewed in depth. As the analysis of the first-phase data revealed that the students made significant mistakes in defining domain, range, and image sets of a function as well as deciding whether the given relations are functions or not, the students were asked questions such as, “Do you have to correspond people with food or food with people?”, “In that case how should you form the pairs?”, “(if they have stated it as (the person, the meal)) Can we write it as (the meal, the person)?”, “What could be domain and range set of this function?” “Do you think that this relationship is a function?”, “How did you decide that it is a function?”. Each interview took about 50 minutes and was audio-recorded.

The results indicated that most of the students defined function as a “feature”. Also, many students could not apply the definition of function to classify relations into functions and non-functions. Research studies on students’ understanding of functions (e.g. see Clement, 2001; Tall & Bakar, 1991; Vinner, 1983; Vinner & Dreyfus, 1989) have showed that students have a limited understanding of the function concept. They view functions as an algebraic term, a formula, an equation, an equality or they have defined it as a machine/rule that turns the given numbers into different numbers. Unlike these studies, however, this study revealed that the students concentrated more on the word meaning of “function” instead of the mathematical meaning. Furthermore, they had difficulties with defining domain, range, and image set of functions, and forming (pre-image, image) pairs.