

Trapez Kesitli Geniş Başlıklı Savak Akımının $k-\varepsilon$ Tabanlı Türbülans Modelleri ile Sayısal Modellenmesi

N. Göksu SOYDAN^{*1}, M. Sami AKÖZ¹, Oğuz ŞİMŞEK¹ ve Veysel GÜMÜŞ¹
¹Çukurova Üniversitesi, Müh. Mim. Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana

Özet

Bu çalışmada, laboratuvarında modellenen trapez kesitli geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın su yüzü profili, farklı akım koşulları için deneysel olarak ölçülmüştür. Aynı deney koşullarındaki açık kanal akımı için temel denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı yardımıyla sayısal olarak hesaplanmıştır. Sayısal hesaplamalarda, Standart $k-\varepsilon$, Renormalization group $k-\varepsilon$ ve Realizable $k-\varepsilon$ türbülans modelleri kullanılmış ve su yüzü profilleri VOF ile belirlenmiştir. Sayısal olarak elde edilen akım profilleri, deneysel olarak ölçülen değerlerle karşılaştırılmıştır. Sayısal ve deneysel bulguların karşılaştırılmasından, bu çalışmada kullanılan türbülans modellerinin, akım profillerinin tahmininde oldukça başarılı oldukları görülmekle birlikte, Standart $k-\varepsilon$ modelinin, niceliksel karşılaştırmada esas alınan ortalama karesel hata değerlerine göre, az da olsa, daha başarılı olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Trapez kesitli geniş başlıklı savak, VOF, Sayısal model, Su yüzü profili, Türbülans modeli

Numerical Modeling of Flow Over a Trapezoidal Broad Crested Weir with $k-\varepsilon$ Based Turbulence Models

Abstract

In this study, the free surface profile of flow over a trapezoidal-broad crested weir is measured in a laboratory channel for two different flow cases. Basic equations of the present problem are solved numerically by ANSYS-Fluent package program based on finite volume method. Standard $k-\varepsilon$, Renormalization Group $k-\varepsilon$ and Realizable $k-\varepsilon$ turbulence models are used in the numerical modeling and the flow profile is computed using VOF method. The numerical results for the free surface of flow are compared with the experimental data. Based on the comparisons of numerical and experimental results, all of the turbulent closure models are successful in predicting the free surface profile. However, the Standard $k-\varepsilon$ model is determined quantitatively to be a little bit more successful than the other models used in this study.

Keywords: Trapezoidal broad crested weir, VOF, Numerical solution, Free surface profile, Turbulence model

* Yazışmaların yapılacağı yazar: N. Göksu SOYDAN, Ç.Ü. Mühendislik Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Adana. soydang@cu.edu.tr

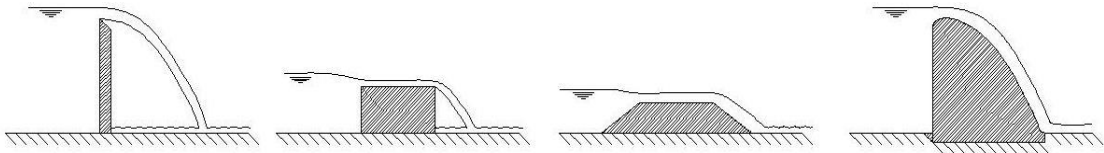
1. GİRİŞ

Savakların birçok farklı türünün tanımı basit ve benzerdir. Buna rağmen uygulamaları ve hidrolik davranışları birbirlerinden farklıdır. Savaklar genelde kanal akımına dik doğrultuda ve kanal en kesitini kapatacak şekilde yerleştirilirler ve suyun debisinin ölçülmesi, su derinliğinin düzenlenmesi ve taşkın kontrolü gibi farklı amaçlara hizmet etmek amacıyla inşa edilirler (Şekil 1).

Açık kanal akımlarının ölçülmesi için kullanılan geniş başlıklı savakların dikdörtgen, trapez ve üçgen gibi farklı en kesitlere sahip tipleri mevcuttur. Bu yapıların, kritik derinlik esasına dayalı akım ölçümlerinde, doğruluk ve güvenli ölçümler sunmasının yanında, diğer savaklara kıyasla, daha düşük yük kayıpları doğurması, tasarım ve inşaat açısından daha geniş bir esnekliğe sahip olması, uygulamalarda tercih sebebi olmaktadır.

Geniş başlıklı savak yapıları ile etkileşim halinde olan akımların analizleri, fiziksel model deneyleri ile yapılabilmektedir. Bunun için birçok laboratuvar modelleri yapılmış ve bunlar üzerindeki deneysel koşullar incelenerek akım karakteristikleri incelenmeye çalışılmıştır. Ancak model çalışmalarında, ölçek etkilerinden kaynaklanan bazı kaçınılmaz hataların, sonuçlar üzerinde etkisi olduğu da bilinmektedir. Öte yandan, suyun hareketini idare eden denklemlerin, viskozite ve türbülans ifadeleri içermesi bu tür problemlerin çözümünü güçleştirmektedir. Günümüzde, yapı-akım etkileşimi problemlerinin çözümleri için Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics-CFD) yöntemlerinin yaygın olarak kullanılmaya başlanması, hesaplamalarda önemli gelişmelere ve açık kanal akımlarının analizinde ise ekonomik, hızlı ve kolay çözümlere imkan sağlamıştır.

Geniş başlıklı savaklarla etkileşim halindeki açık kanal akımlarının analizi ile ilgili birçok deneysel ve teorik çalışma yapılmıştır. Faltas ve ark [1] trapez engel üzerinden geçen kritik altı ve kritik üstü düzenli akımı teorik olarak incelemişlerdir. Farklı iki debi için yaptıkları çalışmada, değişik taban şekilleri ve farklı Froude sayılarının akım üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Sarker ve Rhodes [2] dikdörtgen geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın su yüzü profilini, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yöntemi kullanarak hesaplamışlardır. Su yüzünün hesabında VOF metodunu kullanmışlardır. Elde ettikleri sayısal bulguların deneysel ölçümlerle uyumlu olduğunu görmüşlerdir. Kırkgöz ve ark. [3] dikdörtgen ve üçgen kesite sahip geniş başlıklı savak üzerinden geçen açık kanal akımını deneysel ve sayısal olarak modellemişlerdir. Temel denklemlerin sayısal çözümünde, standart $k-\varepsilon$ ve $k-\omega$ türbülans modelleri kullanılmış ve sayısal hesaplamalar sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS-Flotran paket programı ile yapılmıştır. Su yüzü profillerinin belirlenmesinde VOF metodunu kullanmışlardır. Sayısal olarak elde edilen hız değerlerini, parçacık görüntülemeli hız ölçme (PIV) tekniği ile ölçülen deneysel hız değerleri ile karşılaştırmışlar, $k-\omega$ türbülans modelinin $k-\varepsilon$ türbülans modeline göre daha başarılı sonuçlar verdiğini görmüşlerdir. Öner ve ark. [4] açık kanal içerisine yerleştirdikleri dikdörtgen geniş başlıklı bir savak üzerinden geçen iki-boyutlu açık kanal akımını teorik ve deneysel olarak irdelemişlerdir. Hız alanını deneysel olarak PIV hız ölçme tekniği ile ölçmüşlerdir. ANSYS-Flotran paket programı kullanarak yaptıkları sayısal çözümlerde, türbülans viskozitesinin hesabı için üç farklı türbülans modeli kullanmışlardır: Standart $k-\varepsilon$, standart $k-\omega$ ve Shear Stress Transport. Sayısal olarak elde edilen akım hızlarını ve su yüzü profillerini deneysel ölçümlerle karşılaştırmışlardır ve standart



Şekil 1. Savak çeşitleri (a) keskin kenarlı ince savak, (b) geniş başlıklı dikdörtgen savak, (c) trapez-geniş başlıklı savak, (d) ogee savağı.

$k-\omega$ türbülans modeli kullanılarak elde edilen bulguların, deneysel bulgularla son derece uyumlu olduğunu tespit etmişlerdir. Wang ve ark. [5] trapez dolgu savağın üzerinden geçen akımın özelliklerini deneysel olarak incelemişlerdir. Hız alanın ölçülmesinde PIV tekniğini kullanmışlardır. Farklı akım koşulları için Froude sayısı ve kuyruksuyu derinliğinin su yüzü profili, hız alanı ve debi katsayısı üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Şimşek ve ark. [6] eğrisel geniş başlıklı savak ile etkileşim halinde bulunan açık kanal akımının sayısal ve deneysel olarak modellenmişlerdir. Deneysel modellemede hız alanını Laser Doppler Anemometresi (LDA) ile ölçmüşlerdir. Sonlu hacimler yöntemine dayalı Ansys-Fluent paket programı yardımıyla Standart $k-\varepsilon$, Realizable $k-\varepsilon$ ve Renormalization-group $k-\varepsilon$ türbülans modellerini kullanarak elde ettikleri sayısal bulguları deneysel bulgularla karşılaştırmışlar ve Renormalization-group $k-\varepsilon$ türbülans modeli ile elde edilen sonuçların deneysel ölçümlere daha yakın olduğu sonucuna varmışlardır. Bal ve ark. [7] geniş başlıklı savak üzerinden geçen akımın özelliklerini deneysel ve sayısal olarak incelemişlerdir. Sayısal çözümler, Standart $k-\varepsilon$, Realizable $k-\varepsilon$, Renormalization-group $k-\varepsilon$, Modified $k-\varepsilon$, Shear Stress Transport ve Reynold Stress modellerini kullanılarak ANSYS-Fluent paket programı ile elde edilmiştir. Akımın hız alanını deneysel olarak LDA ile belirlemişlerdir. Sayısal su yüzü ve hız profillerini deneysel ölçümlerle karşılaştırmışlar, Shear Stress Transport türbülans modelinin, diğer türbülans modellerine göre daha başarılı olduğunu tespit etmişlerdir. Kırkgöz ve ark. [8] kapak kontrollü yarım silindirik şeklindeki savak üzerinden geçen akımı sayısal ve deneysel olarak modellemişlerdir. Farklı türbülans modellerinin kullanıldığı sayısal hesaplamalarda Standart $k-\varepsilon$ modelinin, Realizable $k-\varepsilon$ ve Renormalization-group $k-\varepsilon$ modellerine kıyasla su yüzünün belirlenmesinde deneysel ölçümlere daha yakın sonuçlar verdiğini belirlemişlerdir.

Bu çalışmada, trapez kesitli geniş başlıklı savak ile etkileşim halinde bulunan açık kanal akımının hareketini idare eden denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent paket programı

yardımıyla sayısal olarak çözülmüştür. Üç farklı $k-\varepsilon$ tabanlı türbülans modeli, Standart $k-\varepsilon$ (SKE), Realizable $k-\varepsilon$ (RKE) ve Renormalization-group $k-\varepsilon$ (RNG)'nin kullanıldığı sayısal modellemede, su yüzü profili VOF yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Sayısal olarak elde edilen su yüzü profilleri, deneysel ölçümlerden elde edilen profillerle karşılaştırılmıştır.

2. DENEYLER

Deneysel, İnşaat Mühendisliği hidrolik laboratuvarında bulunan, uzunluğu 8 m, genişliği 0.3 m ve yüksekliği 0.3 m olan hidrolik bakımdan cilalı bir kanalda, akımın debisi $Q_1=0.0076 \text{ m}^3/\text{s}$ (Durum 1) ve $Q_2=0.0142 \text{ m}^3/\text{s}$ (Durum 2) olacak şekilde, iki farklı akım koşulu için gerçekleştirilmiştir (Şekil 2). Deney modeli olarak, şekildeki gibi kanala yerleştirilmiş, uzunluğu $L=1$ m olan trapez kesitli geniş başlıklı pürüzsüz savak kullanılmıştır. Trapez savağın kret uzunluğu $b=0.30$ m, yüksekliği $h=0.075$ m, memba ve mansap yüzlerinin eğimi ise $1/m=1/5$ dir. Memba akımında Durum 1 için Froude sayısı $Fr_1 (=V_1/(gh_1)^{1/2})=0.172$ ve Reynolds sayısı $Re_1 (=4V_1R_1/\nu)=47600$, Durum 2 için ise Froude sayısı $Fr_2 (=V_2/(gh_2)^{1/2})=0.237$ ve Reynolds sayısı $Re_2 (=4V_2R_2/\nu)=80680$ 'dir (V kesit ortalama hızı, R hidrolik yarıçap ve ν kinematik viskozitedir).

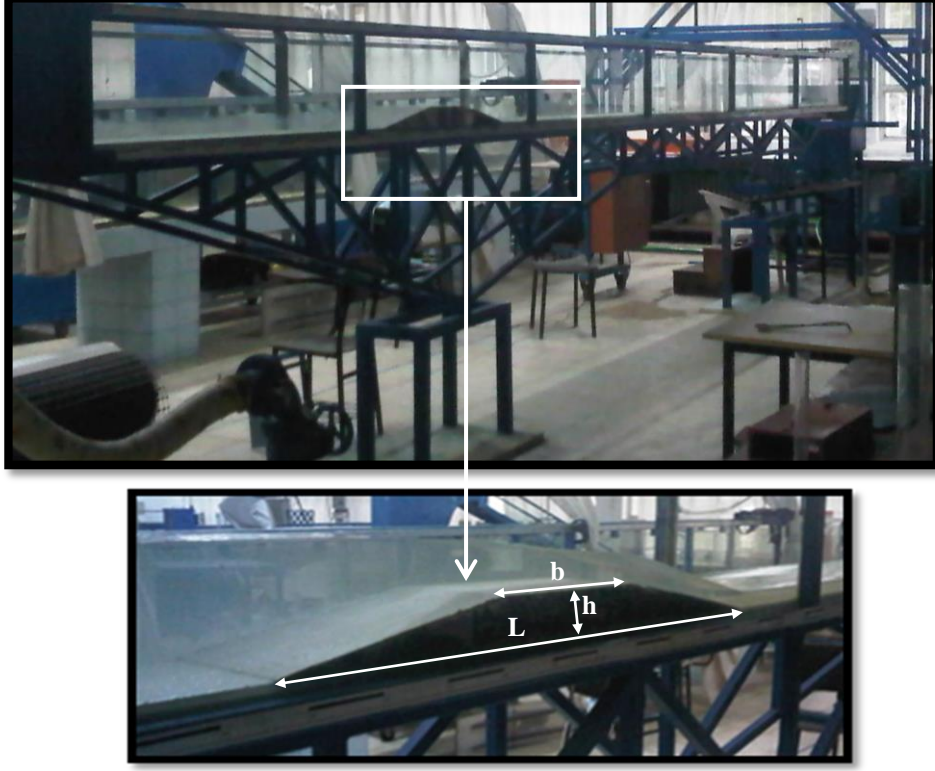
3. TEMEL DENKLEMLER VE SAYISAL ÇÖZÜM

3.1. Temel Denklemler

İncelenen geniş başlıklı savak ile etkileşim halindeki akım düzenli, iki-boyutlu, sıkışmayan, türbülanslı, serbest yüzeyli bir akımdır. Akımı idare eden temel denklemler, kütle korunumu ve momentumun korunumu (Reynolds-ortalama Navier-Stokes denklemleri), aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = \rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2)$$



Şekil 2. Deney düzeneği

(1) ve (2) denklemlerinde u_i , x_i doğrultusundaki hız bileşeni g_i yer çekimi ivmesi, p basınç, μ dinamik viskozite, ρ akışkan yoğunluğu ve τ_{ij} türbülans (Reynolds) gerilmeleridir.

3-boyutlu akım alanında yukarıdaki 4 denklem 10 adet bilinmeyen içermektedir (üç hız bileşeni \bar{u}_i , basınç \bar{p} ve altı bağımsız Reynolds gerilmesi, $-\rho\overline{u'_i u'_j}$). Böylece bilinmeyenler açısından denklem sisteminin kapatılabilmesi için türbülans gerilmelerinin tanımlanmasına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu sorun, yukarıdaki zamansal-ortalama denklemlerin sayısal hesaplama sürecinde, denklemlerde yer alan türbülans gerilmelerinin türbülans kapatma modelleri kullanılarak çözülmesini gerektirmektedir. Türbülans viskozitesinin doğrusal tanımlamasını esas alan Boussinesq yaklaşımına göre (2) denklemindeki türbülans kayma gerilmesi bünye denklemi ile, sıkışmayan akımlar için, aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\tau_{ij} = -\rho\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (3)$$

burada u'_i ve u'_j yatay ve düşey türbülans hız sapıncıları, μ_t türbülans viskozitesi, k ($=\overline{u'_i u'_i}/2$) türbülans kinetik enerjisi ve δ_{ij} Kronecker deltasıdır.

3.2. Türbülans Modelleri

Denklem (3)'de görülen μ_t türbülans viskozitesinin hesaplanmasında bir çok türbülans modeli geliştirilmiştir. Bu çalışmada, μ_t 'nin hesabı için aşağıda verilen $k-\varepsilon$ tabanlı türbülans kapatma modelleri kullanılmıştır:

- Standart $k-\varepsilon$ (SKE) [9],
- Renormalization Group $k-\varepsilon$ (RNG) [10],
- Realizable $k-\varepsilon$ (RKE) [11]

3.2.1. SKE Türbülans Modeli

Bu model ile türbülans viskozitesi μ_t , türbülans kinetik enerjisi, k , ve onun kayıp oranına, ε , bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4)$$

C_μ boyutsuz model sabitidir. (4) denklemindeki k ve ε değerlerinin bulunması için iki adet kısmi diferansiyel transport denkleminin çözülmesi gerekmektedir:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

SKE model sabitleri, $C_\mu=0.09$, $\sigma_k=1.0$, $\sigma_\varepsilon=1.3$, $C_{1\varepsilon}=1.44$, $C_{2\varepsilon}=1.92$ değerlerini almaktadır [9].

3.2.2. RNG Türbülans Modeli

Bu modelde k -denklemini SKE ile aynı olup ε -denklemini ilave kaynak terimi içermektedir.

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon}^* \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (7)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$C_\mu = 0.0845, \quad \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0.7194, \\ C_{1\varepsilon}^* = C_{1\varepsilon} - \frac{\eta(1-\eta/\eta_0)}{1+\beta\eta^3}, \quad C_{2\varepsilon} = 1.68,$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.42, \quad \eta = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2} \frac{k}{\varepsilon},$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} + \bar{u}_{j,i}), \quad \eta_0 = 4.377, \quad \beta = 0.012 \\ (\text{Deneyssel})$$

S_{ij} şekil değiştirme hızı tansörüdür. Görüldüğü gibi (7) denklemini akışkan şekil değiştirmesine bağlı η parametresini içermektedir. Bu ilave parametre sayesinde RNG modelinin ivmelenen, şiddetli eğriliğe maruz, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımlar ve durma noktasının

mevcut olduğu akımlarda SKE modeline göre daha gerçekçi sonuçlar verdiği iddia edilmiştir [10].

3.2.3. RKE Türbülans Modeli

Akım alanındaki yüksek şekil değiştirme hızlarının ve sınır tabakası ayrılmasının mevcut olduğu karmaşık akım durumlarında SKE türbülans modeli üzerinde, performans artırıcı olarak RKE modeli adı altında şu iyileştirmeler yapılmıştır: (a) türbülans viskozitesi, μ_t , ifadesinde, sabit yerine değişken C_μ terimi kullanılarak SKE modelindeki katı yüzeye dik şekil değiştirme bileşenlerinin değeri küçültülmüş, ve (b) ε transport denkleminde yerel şekil değiştirme hızını esas alan farklı bir kaynak terimi kullanılmıştır.

Shih ve ark. (1995) C_μ^* için aşağıdaki formülü vermişlerdir:

$$C_\mu^* = \frac{1}{A_o + A_s \frac{U^* k}{\varepsilon}} \quad (8)$$

Burada, $A_o = 4$, $A_s = \sqrt{6} \cos \phi$,

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3},$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}},$$

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k^*, \quad \Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k^*,$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\bar{u}_{i,j} - \bar{u}_{j,i})$$

$\bar{\Omega}_{ij}$, ω_k^* açısal hızı ile dönen eksen takımına göre ölçülen ortalama rotasyon hızı tansörüdür. ε -denklemini aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} \quad (9)$$

Model sabitleri aşağıdaki gibi önerilmiştir:

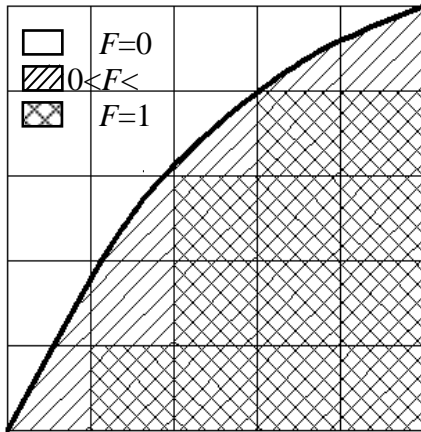
$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon},$$

$$S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}, \quad C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

RKE modeli de RNG modeli gibi, ivmelenen, eğrisel, sınır tabakasının ayrıldığı, ikincil akımların var olduğu akımlarda SKE modeline göre daha başarılı olduğu ifade edilmiştir [11].

3.3. Akışkan Hacimler Yöntemi (VOF)

Bu çalışmada su-hava ara kesitinin hesabında akışkan hacimleri yöntemi (Volume of Fluid, VOF) metodu kullanılmıştır [12]. VOF yöntemi hücrelerin boş, kısmen ya da tam suyla dolu olduğunu belirlemede kullanılmaktadır. Hacimsel doluluk oranını temsilen bir akışkan hacmi (F) tanımlanır. $F=1$ için ağ elemanı tam dolu, $F=0$ için boş (hava ile dolu) ve $0 < F < 1$ için ağ elemanı kısmen dolu olmaktadır (Şekil 3).



Şekil 3. Ağ elemanlarının doluluk oranı

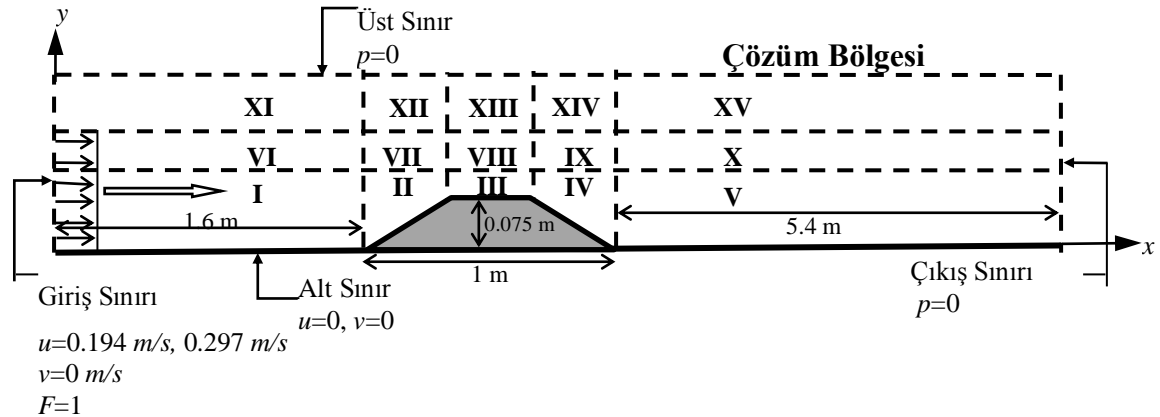
Akışkan Hacimleri Modeli ile serbest su yüzünün hesaplanmasında “Geo-Reconstruct” yaklaşımı kullanılmıştır [13]. Bu yaklaşıma göre, öncelikle, kısmen dolu her bir hücrenin, doluluk oranı ve onun türevleri ile ilgili bilgilere dayanarak, hava-su doğrusal ara yüzünün hücre ağırlık merkezine göre yeri belirlenir. Bir sonraki adımda, hesaplanmış doğrusal ara yüzün yeri ve eleman yüzeylerinde hesaplanmış normal ve teğetsel hız bilgileri kullanılarak her bir eleman yüzeyinden taşınan akışkan miktarları hesaplanır. Son olarak, bir önceki adımda hesaplanan akışkan miktarları göz önüne alınarak, süreklilik denklemi ile her bir hücrenin hacimsel doluluk oranı hesaplanır.

3.4. Sınır Şartları

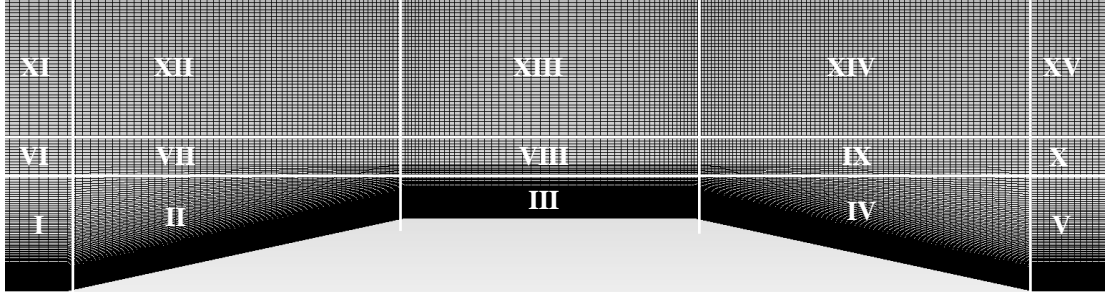
Şekil 4, trapez geniş başlıklı savak üzerinden geçen açık kanal akımının sayısal modeli için kullanılan çözüm bölgesi ve sınır şartlarını göstermektedir. Şekil 4’te verilen çözüm bölgesinin üst sınırı ve çıkış bölgesi sınır şartı $p=0$, kanal tabanında ve savak alt tabanında sıfır hız sınır şartı, yani $u=0, v=0$ olarak tanımlanmıştır. Giriş sınır şartı olarak düşey hız bileşeni $v=0$ olarak tanımlanırken yatay hız bileşeni Durum 1 ve Durum 2 için sırasıyla $u=0.194 \text{ m/s}$, 0.297 m/s olarak alınmıştır.

3.5. Hesaplama Ağının Tasarımı

Hesaplama ağının tasarımı için çözüm bölgesi, Şekil 5’de görüldüğü gibi 15 alt bölgeye ayrılmıştır.



Şekil 4. Sayısal çözüm bölgesi ve sınır şartları



Şekil 5. Sayısal modelin hesaplama ağı

ve ağ yapısının çözüm üzerindeki etkisinin incelenmesinde kullanılan ayrıklaştırma hatasının tespiti için üç farklı hesaplama ağı oluşturulmuştur. Oluşturulan ağ yapısının her bir alt bölgesindeki eleman sayısı yaklaşık olarak %50 ve %75 oranında artırılmak suretiyle dörtgen elemanlardan oluşan 3 farklı yoğunluğa sahip hesaplama ağı kullanılmıştır. Farklı yoğunluktaki hesaplama ağları için bölgesel eleman sayıları Tablo 1’de verilmiştir. Her iki akım durumu için yapılan sayısal hesaplamalarda Ağ 3 tasarımı kullanılmıştır.

3.6. GCI (Grid Convergence Index-Ağ Yakınsama İndeksi)

Sayısal bulguların, uygulanan ayrıklaştırma aralıklarına bağımlı doğruluk derecesini, yani, sayısal çözümde seçilen hesaplama ağı yoğunluğunun bulgular üzerindeki hata nispetini belirlemek için ASME (American Society of Mechanical Engineering) tarafından önerilen bir Ağ Yakınsama İndeksi (Grid Convergence Index-GCI) [14,15] yaklaşımı kullanılmıştır.

Bu yöntemin esası, farklı yoğunluktaki ağlardan elde edilen sayısal çözümleri karşılaştıran genelleştirilmiş *Richardson Ekstrapolasyonuna* dayanmaktadır ve sayısal çözümlerin kabul edilebilir değerlere yakınsamasında hesaplama belirsizliğinin tahmini için *kaba*, *orta* ve *ince* olmak üzere üç farklı yoğunluktaki hesaplama ağı kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, ağ yapısına bağlı sayısal hesaplama hatalarının istenen bir sınırın altında kalıp kalmadığını tahkik etmek üzere, yöntemin anahtar değişkeni olarak seçilen akım hızları için GCI değerleri belirlenmiştir. Buna göre, üç farklı yoğunluktaki ağlardan elde edilen bulguların karşılaştırılmasında, *Richardson hata tahmin yaklaşımı* kullanılarak ince-ağ bulguları için yakınsama indeksi aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$GCI_{23}^{incc} = \frac{F_s |E_{23}|}{r_{23}^p - 1} \quad (10)$$

Tablo 1. Yoğunlukları farklı olan ağ yapılarının bölgelere göre eleman sayıları

Bölge	Ağ 1	Ağ 2	Ağ 3	Bölge	Ağ 1	Ağ 2	Ağ 3
I	50x60	75x90	100x120	IX	35x5	55x8	70x10
II	30x60	45x90	60x120	X	200x5	300x8	400x10
III	25x60	40x90	50x120	XI	50x20	75x30	100x40
IV	35x60	55x90	70x120	XII	30x20	45x30	60x40
V	200x60	300x90	400x120	XIII	25x20	40x30	50x40
VI	50x5	75x8	100x10	XIV	35x20	55x30	70x40
VII	30x5	45x8	60x10	XV	200x20	300x30	400x40
VIII	25x5	40x8	50x10				

Burada, üçlü-ağ sistemi için önerilen güvenlik faktörü $F_s=1.25$ (>1 olmalıdır), orta ve ince ağlar arasındaki yaklaşık rölaf hata $E_{23}=(u_3-u_2)/u_3$, u_2 ve u_3 sırasıyla d_2 ve d_3 aralık boyutlarına sahip orta ve ince ağ yapısıyla hesaplanan hızlar ve P yerel hassasiyet mertebesidir. Üçlü-ağ çözümlerinde P aşağıdaki denklemin çözümünden elde edilir:

$$P = \frac{1}{\ln r_{23}} \ln \frac{(r_{23}^P - 1)e_{12}}{(r_{12}^P - 1)e_{23}} \quad (11)$$

Burada $e_{12}=u_1-u_2$, $e_{23}=u_2-u_3$, ve $r_{12}=d_1/d_2$ ve $r_{23}=d_2/d_3$ sırasıyla kaba-orta ve orta-ince ağlar arasındaki ağ inceltme faktörleri olup r_{12} ve $r_{23} \geq 1.1$ olması önerilmektedir. Burada kullanılan üçlü-ağın boyutları $d_1 > d_2 > d_3$ şeklindedir.

Sayısal çözüm bölgesindeki ağ yapısının yeterli sıklıkta olup olmadığını araştırmak, bir başka ifadeyle ağ yapısından bağımsızlaştırılmış sayısal çözümler elde etmek amacıyla $x=1$ ve $x=2.15$ m'de hesaplanan akım hızları kullanılarak GCI analizi yapılmıştır. Tablo 2'de, RNG türbülans modelinden elde edilen sayısal hız değerleri kullanılarak hesap edilen GCI değerleri sunulmuştur.

Tablo 2'deki bulgulardan da görüldüğü gibi, akım hızı değerleri kullanılarak Ağ 3 için hesaplanan maksimum sayısal ayrıklaştırma hatası her iki kesit için sırasıyla % 1.60 ve % 1.03 olmaktadır. Böylece, Ağ 3 ile hesaplanan akım hızlarındaki hataların kabul edilebilir değerlere yakınsadığı görülmüş (% 2'den küçük) ve hesaplama hassasiyetinin ağ yoğunluğundan bağımsızlaştığı kanaatine varılmıştır.

Tablo 2. $x=1.0$ ve 2.15 m kesitlerindeki hız profili için GCI uygulaması ($Q=0.0142$ m³/s)

Nokta (x,y)	(1, 0.020) m	(2.15, 0.020) m
(x,y) noktalarındaki akım hızındaki yerel hatanın tahmini için örnek hesaplar		
r_{12}, r_{23}	1.4782, 1.3292	1.6266, 1.2428
u_1, u_2, u_3	0.2737, 0.2739, 0.2717	0.8109, 0.8141, 0.8141
P	-8.6004	7.9390
GCI_{23}^{ince}	% -1.11	% 0.18
$x=1.0$ ve 2.15 m kesitlerinden hesaplanan hız profili için ayrıklaştırma hatasının tahmini		
Hız profilinde nokta sayısı	15	15
$P_{min}, P_{mak}, P_{ort}$	-18.38, 10.55, -5.02	2.68, 8.58, 4.79
$makGCI_{23}^{ince}$	% 1.60 (± 0.0038 m/s)	% 1.03 (± 0.0055 m/s)

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

4.1. Deneysel ve Hesaplanan Su Yüzü Profilleri

$k-\varepsilon$ tabanlı türbülans modellerinin doğrulanması bağlamında VOF yöntemi ile hesaplanan su yüzü profilleri ile deneysel profillerin niceliksel karşılaştırılmasında Ortalama Kareysel Hata (OKH) ölçütü olarak kullanılmıştır:

$$OKH = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y_d - y_h)^2 \quad (12)$$

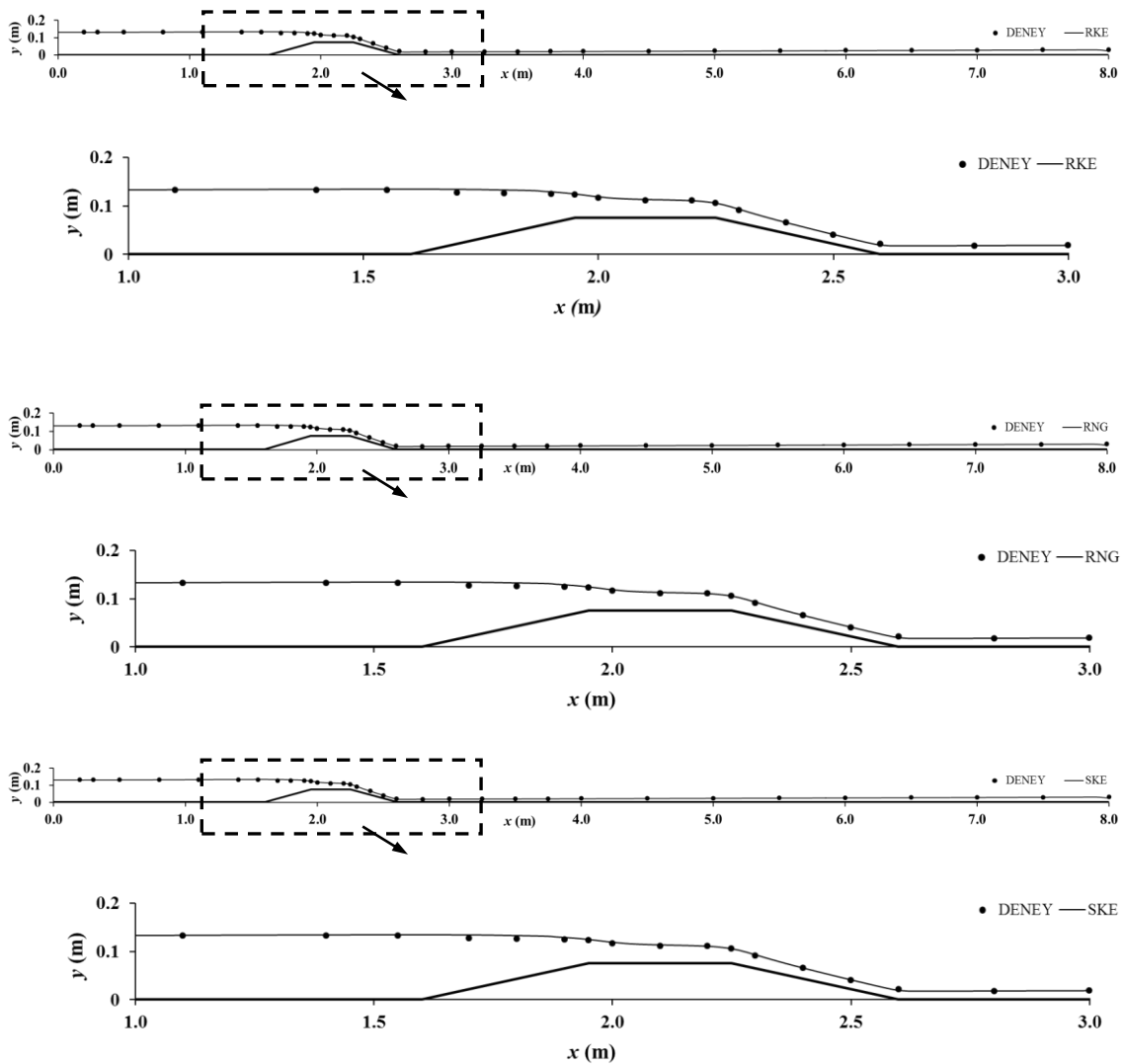
Burada, y_d ve y_h sırasıyla deneysel ve hesaplanan su derinliğini, N profil karşılaştırmasında kullanılan nokta sayısını göstermektedir.

Tablo 3'te, bu çalışmada kullanılan türbülans modelleriyle hesaplanan su yüzü profilleri için OKH değerleri verilmiştir. Tablodaki değerlerden, tüm çözüm bölgesindeki su yüzü profilinin hesaplanmasında kullanılan türbülans modellerinin tamamının oldukça başarılı ve yakın sonuçlar verdiği görülmekle birlikte, SKE modelinin, kısmen de olsa daha başarılı olduğu söylenebilir.

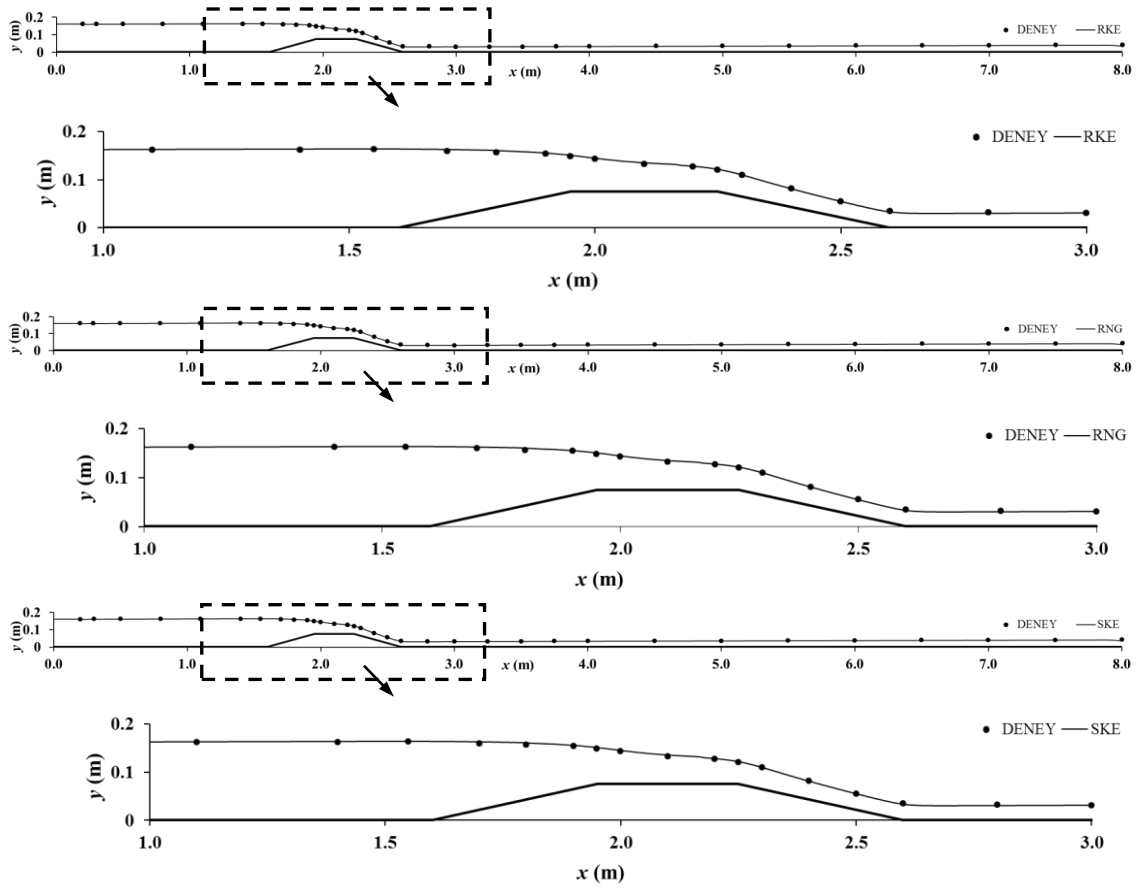
Tablo 3. Türbülans modelleri ile hesaplanan su yüzü profilleri için OKH değerleri

OKH (mm ²)	SKE	RNG	RKE
Durum 1	2.320	2.358	2.350
Durum 2	1.884	2.384	2.387

Şekil 6 ve Şekil 7’de, üç türbülans modeline ait hesaplanan su yüzü profillerinin deneysel ölçümlerle grafiksel olarak karşılaştırılması sunulmuştur. Şekillerden, hem Durum 1 hem de Durum 2 için, SKE, RNG ve RKE türbülans kapatma modelleri kullanılarak elde edilen su yüzü profillerinin, deneysel profiller ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.



Şekil 6. Deneysel ve sayısal su yüzü profilleri (Durum 1)



Şekil 7. Deneysel ve sayısal su yüzü profilleri (Durum 2)

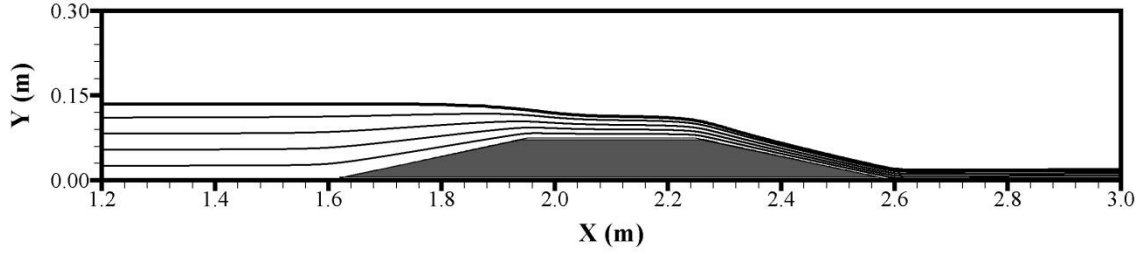
4.2. Hesaplanan Akım Çizgileri

Şekil 8 ve Şekil 9’da, OKH değerlerine göre biraz daha başarılı olan SKE türbülans modelinden elde edilen akım çizgilerinin topolojisi, Durum 1 ve Durum 2 için verilmiştir. Her iki durum için de benzer akım yapısı gözlenmektedir.

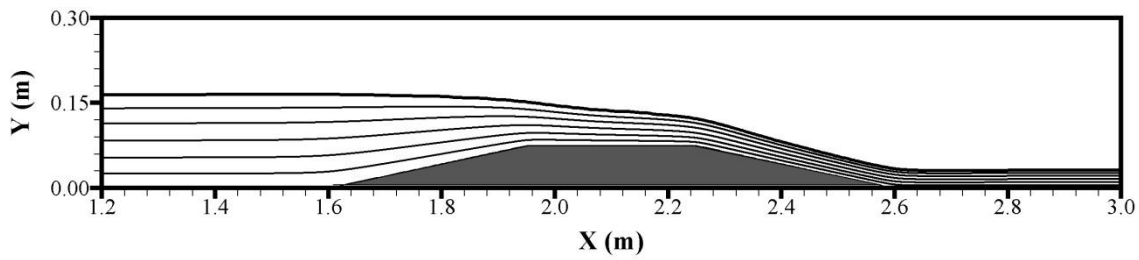
Akım topolojinden de görüldüğü gibi, savak membası ve kretinde, sınır tabakası ayrılması oluşmamaktadır. Bu durum, trapez kesitli geniş başlıklı savakların, farklı en kesitlere sahip diğer geniş başlıklı savaklardan olan farklılığını yansıtmaktadır [7].

5. SONUÇ

Trapez kesitli geniş başlıklı savak içeren açık kanal akımını idare eden denklemler, sonlu hacimler yöntemine dayalı ANSYS-Fluent ile sayısal olarak çözülmüştür. SKE, RNG ve RKE türbülans modelleri kullanılarak yapılan sayısal hesaplamalarda serbest su yüzünün profili, VOF yöntemi ile belirlenmiştir. Sayısal modellemede kullanılan ağ yapısının, hesaplar üzerindeki etkisini incelemek üzere bir Ağ Yakınsama İndeksi (GCI) kullanılmış ve ağ yoğunluğuna bağlı hesaplama hatasının % 2’nin altında kaldığı görülmüştür.



Şekil 8. Hesaplana akım çizgileri (Durum 1)



Şekil 9. Hesaplanan akım çizgileri (Durum 2)

Sayısal ve deneysel su yüzü profillerinin karşılaştırılmasından, bu çalışmada kullanılan $k-\varepsilon$ tabanlı üç türbülans modelinin, akım profillerinin tahmin edilmesinde başarılı bir şekilde kullanılabileceği görülmüştür. Ayrıca, sayısal ve deneysel bulguların niceliksel karşılaştırılmasında esas alınan ortalama karesel hata (OKH) değerlerine göre, SKE modelinin, az da olsa, daha başarılı olduğunu söylemek mümkündür.

6. TEŞEKKÜR

Bu çalışma MMF2012YL19 nolu proje ile Çukurova Üniversitesi, Araştırma Projeleri Birimi tarafından desteklenmiştir, teşekkür ederiz.

7. KAYNAKLAR

1. Faltas, M.S., Hana, S.N., Abd-El-Malek, M.B. (1989).“ Linearized Solution of a Free Surface Flow Over a Trapezoidal Obstacle”, Acta Mechanica, 78:219-233.
2. Sarker, M. A., Rhodes, D. ,G. (2004). “Calculation of free-surface profile over a rectangular broad – crested weir”, Flow measurement and Instrumentation, 15 , 215–219.
3. Kırkgöz, M.S., Aköz, M.S., Öner, A.A. (2008). “Experimental and theoretical analyses of 2D flows upstream of broad-crested weirs”, Canadian Journal of Civil Engineering, 35(9): 975–986.
4. Öner A.,A., Kırkgöz, M., S., Aköz, M., S. (2007). “Geniş Başlıklı Savak Akımının Deneysel ve Sayısal Yöntemle İncelenmesi”, III. Ulusal Su Mühendisliği Sempozyumu, 3-12, İzmir.
5. Wang, X. K., Hao, Z. Y., Tan, S. K. (2010). “Hydrodynamics of Trapezoidal Embankment Weirs”, Journal of Hydrodynamics, 22(5):386-390.
6. Şimşek, O., Aköz, M. S., Gümüş, V. (2011). “Eğrisel Geniş Başlıklı Savak Üzerinde Geçen Açık Kanal Akımının Deneysel ve Teorik Analizi”, Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 26(2), ss. 47-55.
7. Bal, H., Kırkgöz, M. S., Gümüş, V. (2011). “Geniş Başlıklı Savak Akımının Deneysel ve Sayısal Modellenmesi”, Çukurova Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi, 26(2), ss. 33-45
8. Kırkgöz, M.S., Gümüş, V., Soydan, N.G., Şimşek, O., Aköz, M.S. (2012). “Experimental and Numerical Modeling of Flow over a Gate-Controlled Semi-Cylinder Weir”, 10th

- International Congress on Advances in Civil Engineering, 17-19 October, Ankara, 0184:1-10.
9. Launder B. E., Spalding D. B. (1972). "Lectures in Mathematical Models of Turbulence. Academic Press", London, England.
 10. Yakhot, V., Orszag, S.A., Thangam, S., Gatski, T.B., Speziale, C.G. (1992). "Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique", Physics of Fluids A, 4(7), 1510-1520.
 11. Shih T.H., Liou W.W., Shabbir A., Yang Z., Zhu J, (1995). "A New k-ε Eddy-Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows - Model Development and Validation", Computers Fluids, 24(3).227-238.
 12. Hirt, C. W., Nichols, B. D., (1981). "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", J. Comput. Phys., 39, pp., 201-225.
 13. Ansys Inc. (2012). Release 14.0. www.ansys.com.
 14. Roache, P.J., (1998). "Verification of codes and calculations", AIAA Journal, 36(5), 696-702.
 15. Çelik, İ.B., Ghia, U., Roache, P.J., Freitas, C.J., Coleman, H., Raad, P.E., (2008). "Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications", ASME Journal of Fluids Engineering, 130(1), 1-4.