

**VAR, ARIMA, ÜSTSEL DÜZLEME, KARMA ve İLAVE-FAKTÖR
YÖNTEMLERİNİN ÖZEL TÜKETİM HARCAMALARINA AİT EX POST
ÖNGÖRÜ BAŞARILARININ KARŞILAŞTIRILMASI***

Faik Bilgili**

ÖZET

Bu çalışmada, VAR, ARIMA, Üstsel Düzleme (ES), Karma ve İlave Faktör yöntemlerinin ex post öngörü başarıları karşılaştırılmaktadır. Karşılaştırmada, 1987:1-1999:4 dönemini içeren Türkiye ekonomisine ait özel tüketim harcamaları kullanılarak bu serinin 2000:1-2000:4 dönemi öngörülmektedir. VAR analizi için ayrıca aynı dönemleri içeren GSYİH değerleri istihdam edilmektedir. Her iki serinin de önce mevsimsellik ve durağanlık analizleri yapılmaktadır. Toplamsal ayrışım metodu ile mevsimsel düzeltilmiş serilere ulaşılmaktadır. Her iki düzeltilmiş serinin de I(1) olduğu anlaşılmaktadır. Takip eden bölümlerde ilgili yöntemlere ait öngörü modelleri oluşturulmaktadır. Öngörü değerleri OMH, OMYH, OKH, KOKH ve Theil U kriterlerine göre karşılaştırılmaktadır. Modeller içerisinde nispi olarak en iyi sonuçların VAR-(ES) karma modeline ait olduğu sonucu elde edilmektedir.

Anahtar Kelimeler: VAR, ARIMA, ES, karma öngörü yöntemi, ilave-faktör öngörü yöntemi, öngörü başarı kriterleri.

1. Giriş

Bu çalışmada Türkiye ekonomisine ait özel tüketim harcamalarının (tüketim) çeşitli yöntemlerle ex post öngörü (kestirim) değerlerinin başarıları karşılaştırılmaktadır.

Çalışmada, önce, vektör otoregresyon (VAR), otoregresif bütünleşik hareketli ortalamalar (ARIMA) ve üstsel düzleme (ES) yöntemleri yer almaktadır. VAR analizinde, tüketim (TUK) ve gelir (GSYİH) değişkenleri kullanılmaktadır. Otokorelasyon (AC) ve kısmi otokorelasyon (PAC) fonksiyonları yardımı ile ARIMA için öngörü modeli oluşturulmaktadır. VAR için, sırasıyla, **i-** olabilirlik oran (LR) testi, **ii-** Sims test, **iii-** Akaike Bilgi kriteri (AIC) ve **iv-** Schwarz kriteri (SC) ile en uygun gecikme sayısına sahip model elde edilmektedir. ES yöntemi için, hataların kareleri toplamı (HKT) ve Schwarz kriterine göre seçilen en iyi üstsel düzleme modeli kullanılmaktadır.

* Bu çalışma, Çukurova Üniversitesi, İ.İ.B.F., V. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu'nda 22 Eylül 2001'de sunulmuştur.

**Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, İ.İ.B.F., İktisat Bölümü, 38039 Kayseri.

Faik Bilgili

Oluşturulan bu modeller tüketime ait ex post öngörülerinin elde edilmesinde kullanılmaktadır.

Çalışmanın takip eden aşamalarında, VAR, ARIMA ve ES yöntemlerinin çeşitli ikili karmaları ile ağırlıklı ortalamalar kullanılarak yeni öngörü değerleri bulunmaktadır. Daha sonra, VAR, ARIMA ve ES ile elde edilen öngörü değerleri, ilave-faktör (add-factor) ve ortalama ilave-faktör yöntemleri ile düzeltilmektedir. Bu düzeltme faktörleri ile yine tüketime ait yeni ex post öngörü değerleri elde edilmektedir.

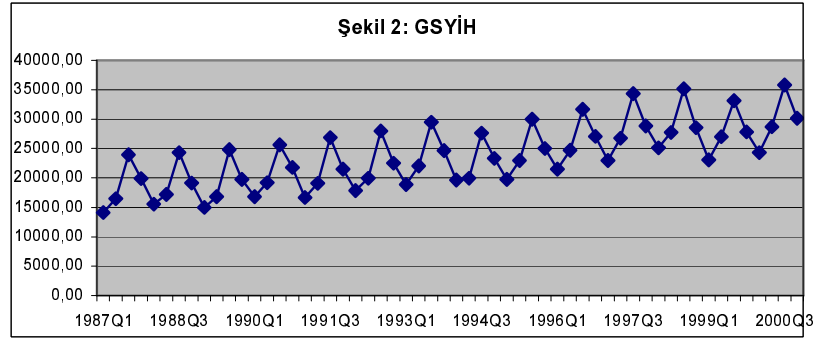
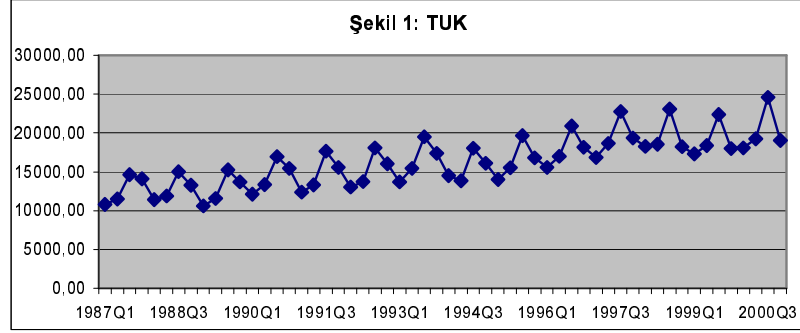
Çalışmanın son bölümünde ise, elde edilen öngörü değerlerinin doğrulukları çeşitli kriterlere göre karşılaştırılmaktadır. Bu kriterler sırası ile, i- ortalama mutlak hata (OMH), ii- ortalama mutlak yüzde hata (OMYH), iii- ortalama kare hata (OKH), iv- kök ortalama kare hata (KOKH) ve v- Theil U istatistiklerinden oluşmaktadır.

Böylece bu kriterler kullanılarak, önce VAR, ARIMA ve ES yöntemlerinin öngörü başarıları karşılaştırılmakta ve daha sonra bu zaman serilerinin öngörü başarıları ile, karma ve ilave-faktör yöntemlerinin öngörü başarıları değerlendirilmektedir.

2. Verilerin Mevsimsellik ve Durağanlık Analizleri

Bu çalışmada temel olarak farklı öngörü modelleri kullanılarak özel tüketim harcamalarına (TUK) ait ex post öngörü değerleri elde edilecektir. VAR ile elde edilecek olan öngörü değerleri için sisteme dahil edilecek olan diğer değişken gayri safi yurt içi hasıla (GSYİH) olacaktır. TUK ve GSYİH'ye ait veri TCMB'nin Elektronik veri dağıtım sisteminden (EVDS) temin edilmiştir. EVDS'ye www.tcmb.gov.tr adresinden ulaşılabilir. Seriler üçer aylık olup 1987:1-2000:4 dönemini kapsamaktadır. 1987 yılı sabit fiyatları ile alınan TUK ve GSYİH'nin, EVDS'deki kodları sırası ile TP.UR.G01 ve TP.UR.G23 dür. Çalışmada, 2000:1-2000:4 dönemine ait ex post öngörü değerlerinin elde edilmesinde 1987:1-1999:4 gözlemleri kullanılmaktadır. Bu amaçla önce 1987:1-1999:4 dönemini kapsayan bu serilere ait mevsimsellik ve durağanlık analizleri yapılacaktır. Şekil 1 ve 2'den görüldüğü gibi, TUK ve GSYİH mevsimsel hareketlere sahiptirler. Her iki seri de, 1., 2. ve 3. üç ay giderek artan değerler almakta, 4. üç ayda ise 3. üç aylık değer altına düşmektedirler. Takip eden yılın 1. üç ayında ise bir önceki yıla ait 4. üç aylık değere göre oldukça düşük değer almakta ve yine 2. ve 3. üç ayda artan değer almakta ve yine 4. üç ayda nispi bir düşüş yaşamaktadırlar.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması



Bu sebeple öngörü analizlerine geçmeden önce ilgili serilerin mevsimsel hareketlerden arındırılması gerekmektedir. Diğer bir deyişle bu serilerin mevsimsel düzeltilmiş (seasonally adjusted) serilere dönüştürülmesi gerekmektedir. Şekillerden dikkat edilirse, bu düzenli mevsimsel dalgalanmaların büyüklüğü, zamana bağlı olarak değişmemektedir. O halde toplamsal ayrışım (additive decomposition) yöntemi ile önce her bir seriye ait mevsimsel kısım (seasonal component) elde edilerek ve sonra bu kısım ilgili seriden çıkartılarak mevsimsel düzeltilmiş seriye ulaşılabilir. Denklem (1) ile gösterilen Y zaman serisini göz önüne alırsak,

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + e_t \quad (1)$$

T_t , S_t , C_t ve e_t sırası ile, Y serisine ait trend, mevsimlik değişimler (seasonal variations), konjonktürel değişimler (cyclical variations) ve serideki tanımlanamayan değişimleri içermektedir. Toplamsal ayrışım metodu ile mevsimsel hareketlerden ayrıştırılan seriyi elde etmek için şu aşamalar takip edilebilir. I. Merkezi hareketli ortalamalar (MHO) elde edilir. 1. hareketli ortalamayı (HO) bulmak için, 1. gözlemden 4. gözleme aritmetik ortalama

alınır. 2. HO'yı bulmak için, 2. gözlemden 5. gözleme aritmetik ortalama alınır... 1. merkezi hareketli ortalamayı (MHO) elde etmek için, 1. ve 2. HO'nun ortalaması alınır. 2. MHO'yı bulmak için, 2. ve 3. HO'nun ortalaması alınır... Bu MHO'lar Y serisine ait $T_i + C_i$ kısımlarını verecektir. **II.** MHO serisi Y serisinden çıkartılarak Y 'ye ait $S_i + e_i$ kısımlar elde edilir. **III.** Y serisinin üç aylık gözlemlerden oluştuğunu varsayarsak, $S_i + e_i$ serisindeki, 1. üç aylık gözlemlere karşılık gelen değerlerin ortalaması alınır. Daha sonra aynı ortalamalar 2., 3. ve 4. üç aylık gözlemler için alınır. Elde edilen bu ortalamalar 1., 2, 3. ve 4. üç aya karşılık gelen mevsimsel hareketlerin tahmin değerleridir. Diğer bir anlamda (c) aşaması ile $S_i + e_i$ serisinden e_i kısmı çıkartılmaktadır. **IV.** Bir önceki aşamada elde edilen tahmin değerlerinin toplamı sıfır olmalıdır. Aksi takdirde bu değerlerin normalleştirilmesi gerekir. Bunun için, S_i 'nin tahmin değerlerinin aritmetik ortalaması alınır. Her bir S_i tahmin değerinden bu ortalama çıkartılarak nihai mevsimsel tahmin değerleri bulunur. e) Y_i serisinden bu tahmin edilmiş olan S_i serisi çıkartıldığında mevsimsel düzeltilmiş seri elde edilir.

Hareketli ortalamadan fark alma (difference from moving average) olarak da bilinen toplam ayrışım metodu ile TUK serisinin 1., 2., 3. ve 4. üç aya ait mevsimsel hareketlerin tahmin değerleri 1987 fiyatları ile sırası ile -1909.966, -1068.871, 2699.599 ve 279.2375 milyar TL'dir. Aynı şekilde GSYİH'nin mevsimsel tahmin değerleri sırası ile -4047.435, -1669.963, 5451.254 ve 266.1443 milyar TL'dir. Bu şekilde elde edilen TUK ve GSYİH'ye ait düzeltilmiş seriler TUKS ve GSYİHS olsun. TUKS ve GSYİHS serileri zamanla beraber bir büyüme trendi içinde olduklarından bu serilerin doğal logaritmaları alınmaktadır (LNT, LNG). ARIMA modeli için serinin durağanlık şartı aranmaktadır. Aynı şekilde ES modellerinin geçerli olabilmesi için öngörü hatalarının rassal olması, bu hatalarda trend ve mevsimsel hataların gözlenmemesi gerekmektedir. Bu sebeple takip eden aşamada LNT için birim kök testleri yapılmaktadır. VAR analizinde, LNT ve LNG arasında koentegrasyon ilişkisi varsa bu seriler kendi seviyelerinde kullanılacaktır. Tablo 5 Engle-Granger yöntemi ile yapılan koentegrasyon test sonucunu vermektedir.

Tablo 1'de LNT'ye ait durağanlık test sonuçları görülmektedir. Her bir denkleme yapılan birer gecikme ilavesiyle kalıntı terimler (e_i) beyaz gürültü (white noise) bulunmuşlardır. Diğer bir deyişle, 50 kullanılabilen gözlem sayısına göre, 13 gecikme ile e_i 'ye ait korelogramdan elde edilen Q değerleri (4. sütun) e_i 'nin ardışık olarak bağımsız olduğunu ifade etmektedir.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

Tablo 1: LNT'ye ait birim kök test sonuçları	DF/ADF değerleri	5% kritik değer*	e_t için Q istat.**	P(Q)
$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$	1.366	-1.947	18.143	0.152
$\Delta X_t = a + \alpha X_{t-1} + e_t$	-1.266	-2.920	17.279	0.187
$\Delta X_t = a + bt + \alpha X_{t-1} + e_t$	-2.833	-3.500	18.482	0.140

*MacKinnon kritik değerleri, **Tablo $\chi^2_{(0.05, sd=13)}$ değeri = 22.362

Tablo 2: DLNT'ye ait birim kök test sonuçları	DF/ADF değerleri	%1kritik değer*	e_t için Q istat.**	P(Q)
$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$	-8.710	-2.609	18.835	0.128
$\Delta X_t = a + \alpha X_{t-1} + e_t$	-8.896	-3.565	18.159	0.152
$\Delta X_t = a + bt + \alpha X_{t-1} + e_t$	-8.832	-4.149	18.179	0.151

*MacKinnon kritik değerleri, **Tablo $\chi^2_{(0.05, sd=13)}$ değeri = 22.362

Buna karşın, ADF test istatistik değerleri, MacKinnon kritik değerleri ile karşılaştırıldığında LNT'nin durağan olmadığı sonucuna ulaşılmaktadır. Tablo 2 ise birinci dereceden farkı alınmış olan LNT'nin (DLNT) durağanlık test sonuçlarını vermektedir. Denklemlere yapılan ilave gecikme sayısı 0'dır. Tablo değerleri DLNT'nin %1 anlamlılık seviyesinde durağan olduğunu belirtmektedir. Tablo 3, LNG'nin durağan olmadığını ve Tablo 4, DLNG'nin %1 seviyede durağan olduğunu göstermektedir.

Tablo 5, LNT'nin LNG üzerine yapılan regresyonundan elde edilen kalıntı teriminin (e_t) durağan olmadığını göstermektedir. Q istatistiği sonuçlarına göre, denklem (a)'ya yapılan üç ilave gecikme sonrası, v_t 'nin ardışık olarak bağımsız olduğu ortaya çıkmaktadır. Koentegrasyon ilişkisinin olmadığı Johansen yöntemi ile de doğrulanmaktadır. Olabilirlik oranı %5 seviyesinde bir koentegrasyon ilişkisini ret etmektedir.

Faik Bilgili

Tablo 3: LNG'ye ait birim kök test sonuçları	DF/ADF değerleri	5%kritik değer*	e_t için Q istat.**	P(Q)
$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$	1.804	-1.947	9.345	0.746
$\Delta X_t = a + \alpha X_{t-1} + e_t$	-1.107	-2.919	8.875	0.782
$\Delta X_t = a + bt + \alpha X_{t-1} + e_t$	-2.972	-3.498	7.603	0.868
*MacKinnon kritik değerleri, **Tablo $\chi^2_{(0.05, sd=13)}$ değeri = 22.362				

Tablo4: DLNG'ye ait birim kök test sonuçları	DF/ADF değerleri	%1kritik değer*	e_t için Q istat.**	P(Q)
$\Delta X_t = \alpha X_{t-1} + e_t$	-7.350	-2.609	8.040	0.841
$\Delta X_t = a + \alpha X_{t-1} + e_t$	-7.821	-3.565	7.038	0.900
$\Delta X_t = a + bt + \alpha X_{t-1} + e_t$	-7.784	-4.149	7.038	0.900
*MacKinnon kritik değerleri, **Tablo $\chi^2_{(0.05, sd=13)}$ değeri = 22.362				

Tablo 5: Koentegrasyon testi	DF/ADF değerleri	%5kritik değer*	v_t için Q istat.**	P(Q)
$\Delta e_t = \alpha e_{t-1} + v_t$	-1.781	-2.947	17.780	0.125
*MacKinnon kritik değerleri, **Tablo $\chi^2_{(0.05, sd=12)}$ değeri = 21.0261				

Tablo 1'den Tablo 5'e elde edilen sonuçlara göre ARIMA, ES ve VAR analizlerinde DLNT ve DLNG serileri kullanılacaktır. Dolayısıyla DLNT için elde edilen öngörüler, mevsimsel etkilerden arındırılmış reel özel tüketim harcamalarındaki büyüme hızına ait olacaktır.

3. VAR ile Tahmin

Vektör otoregresyon (VAR) sistemi içerisinde yer alan değişkenler içseldir. Denklem (2)'de gösterildiği gibi, sistemdeki her değişken kendi

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

gecikme değerlerinin ve diğer değişkenlere ait gecikme değerlerinin doğrusal bir fonksiyonudur.

$$\mathbf{X}_t = \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_1\mathbf{X}_{t-1} + \mathbf{C}_2\mathbf{X}_{t-2} + \dots + \mathbf{C}_p\mathbf{X}_{t-p} + \mathbf{e}_t \quad (2)$$

\mathbf{X}_t = Sisteme dahil edilen değişkenleri kapsayan vektör ($n \times 1$),

\mathbf{C}_0 = sabit terimleri kapsayan vektör ($n \times 1$),

\mathbf{C}_i = parametreleri kapsayan matris ($n \times p$),

\mathbf{e}_t = hata terimlerini kapsayan vektör ($n \times 1$).

Sistemdeki içsel değişken ya da denklem sayısı (n) ile, gecikme sayısı ise (p) ile gösterilmektedir. Dolayısıyla modelde $n+pn^2$ kadar parametre tahmin edilmektedir. \mathbf{X}_t matrisindeki tüm değişkenler içsel değişkenlerdir ve denkleğin sağ tarafındaki değişkenler daha önce belirlenmiş değişkenlerdir. Hata terimleri kendi aralarında bir korelasyona sahip iken, gecikmelere ait hata terimleri ile ve \mathbf{X}_{t-1} ile bir korelasyona sahip değildir.

Sistem içerisindeki bütün denklemler aynı gecikme sayısına eşittir. VAR analizinde önce içsel değişkenlere ait en uygun gecikme sayısının belirlenmesi gerekmektedir. Gecikme sayısı çok düşük olduğunda model yanlış tanımlanabilmekte, çok yüksek olduğunda ise modele ait serbestlik derecesi azalmaktadır. En uygun gecikme sayısının bulunabilmesi amacı ile olabilirlik oran (Likelihood Rasyo; LR) testi, Sims testi, Akaike Bilgi kriteri (AIC) ve Schwarz kriterine (SC) başvurulabilir.

$$LR = (T) \left(\log \left| \sum_r \right| - \log \left| \sum_u \right| \right) \quad (3)$$

$$Sims = (T - C) \left(\log \left| \sum_r \right| - \log \left| \sum_u \right| \right) \quad (4)$$

$$AIC = \log \left| \sum \right| + (T^{-1})2N \quad (5)$$

$$SC = \log \left| \sum \right| + (T^{-1})N \log(T) \quad (6)$$

Burada, T , kullanılabilen gözlem sayısını, C , her bir denklemdeki tahmin edilen parametrelerin sayısını, $\log \left| \sum_n \right|$, \sum_n 'in determinasyonunun doğal logaritmasını ve \sum_r , sınırlandırılmış modelin varyans/kovaryans matrisini, \sum_u , sınırlandırılmamış modelin varyans/kovaryans matrisini, $\left| \sum \right|$, hata terimlerine ait varyans/kovaryans matrisinin determinasyonunu ve

N ise bütün denklemlerdeki tahmin edilen parametrelerin toplam sayısını vermektedir (Enders, 1995:313-315; Doan, 1992:8-7; EViews, 1995).

Tablo 6, 1.sütun, değişkenlere ait alternatif üç aylık gecikme sayılarını vermektedir. 3 yıllık dönemin, sistemdeki uzun dönem dinamiğini yakalamak için yeterli olduğu düşüncesinden hareketle (Enders, 1995: 314), 12 üç aylıktan 1 üç aylığa kadar en uygun gecikme sayısının ne olduğu ele alınan kriterlerle belirlenmeye çalışılmaktadır. 5. ve 7. sütunlarda LR ve Sims istatistiklerine ait değerler parantez içerisinde anlamlılık değerleri ile beraber verilmektedir. 4. sütun ilk satırda, 11 üç aylık gecikme uzunluğunun 12 üç aylık gecikmeye göre en uygun olduğunu ileri süren hipotez ($H_0:L=11$) test edilmektedir. Sütun 5'te yer alan $\chi^2_{(sd=4)}=3.079$ değeri ile bu hipotez %5 seviyesinde ret edilememektedir. Daha sonra sıfır hipotez, 10 gecikme uzunluğunun 11 gecikmeye göre en uygun olduğunu ileri sürmektedir ($H_0:L=10$) . $\chi^2_{(sd=4)}=4.557$ değeri ile bu hipotez de ret edilememektedir. Nihayet 3, 2 ve 1 gecikme uzunluklarının 4 gecikmeye göre en uygun olduğunu ileri süren sıfır hipotezler %1 anlamlılık seviyelerinde ret edilebilmektedirler. 4 gecikme uzunluğunun en uygun olduğu 7. sütunda yer alan Sims testine ait χ^2 istatistikleri ile de doğrulanmaktadır. 3. sütunda yer alan SC değerleri arasında, 4 gecikmeye ait olan SC değerleri arasında en düşük değere sahiptir. AIC ise sırası ile 12, 11 ve 5 gecikmelerde nispi olarak en düşük değerleri almaktadır. Sonuç olarak VAR sistemi için, LR, Sims ve SC kriterlerine göre, 4 gecikme sayısı uygun bulunmaktadır. Bölüm 8'de, 4 gecikmeye sahip VAR ile elde edilen öngörülerin doğruluk dereceleri verilecektir.

Tablo 6: VAR için En Uygun Gecikme Uzunluğu Testleri

L	AIC	SC	Hipotez	LR	Hipotez	Sims
1	-14.036	-13.921	$H_0:L=11,$	3.079	$H_0:L=11,$	3.451
			$H_1:L=12$	(0.544)	$H_1:L=12$	(0.485)
2	-14.187	-13.994	$H_0:L=10,$	4.457	$H_0:L=10,$	4.303
			$H_1:L=11$	(0.335)	$H_1:L=12$	(0.366)
3	-14.617	-14.344	$H_0:L=9,$	3.911	$H_0:L=9,$	4.865
			$H_1:L=10$	(0.418)	$H_1:L=10$	(0.301)

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

Tablo 6'nın devamı

4	-14.876	-14.522	H ₀ :L=8, H ₁ :L=9	3.013 (0.555)	H ₀ :L=8, H ₁ :L=9	2.095 (0.718)
5	-14.885	-14.448	H ₀ :L=7, H ₁ :L=8	3.236 (0.518)	H ₀ :L=7, H ₁ :L=8	2.857 (0.582)
6	-14.803	-14.282	H ₀ :L=6, H ₁ :L=7	1.885 (0.756)	H ₀ :L=6, H ₁ :L=7	2.048 (0.726)
7	-14.768	-14.159	H ₀ :L=5, H ₁ :L=6	1.952 (0.744)	H ₀ :L=5, H ₁ :L=6	0.597 (0.963)
8	-14.765	-14.068	H ₀ :L=4, H ₁ :L=5	4.726 (0.316)	H ₀ :L=4, H ₁ :L=5	3.741 (0.442)
9	-14.738	-13.952	H ₀ :L=3, H ₁ :L=4	13.542 (0.008) ^a	H ₀ :L=3, H ₁ :L=4	13.681 (0.008) ^a
10	-14.850	-13.972	H ₀ :L=2, H ₁ :L=4	31.399 (0.000) ^b	H ₀ :L=2, H ₁ :L=4	34.733 (0.000) ^b
11	-14.963	-13.992	H ₀ :L=1, H ₁ :L=4	33.677 (0.000) ^c	H ₀ :L=1, H ₁ :L=4	45.229 (0.000) ^c
12	-15.061	-13.995	a(sd=4), b(sd=8) ve c(sd=12), hepsi %1 seviyesinde anlamlı çıkmaktadır.			

4. ARIMA ile Tahmin

Genel olarak, otoregresif (ardışık bağımlı) bütünleşik hareketli ortalama (ARIMA: autoregressive integrated moving average) modeli denklem (7) ile gösterilebilir.

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t + \theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad (7)$$

Bu model ARIMA (p, d, q) olarak bilinir. p , otoregresif sürecin derecesini, d , y 'nin durağan hale getirilmesi için fark alma derecesini, ve, q , hareketli ortalama sürecinin derecesini belirtmektedir. Eğer seri kendi seviyesinde durağan ise ARIMA ($p, 0, q$) veya ARMA (p, q) halini alır. ARIMA modelleri durağan serilerin tahmininde (estimate) ve öngörümünde (forecast) yoğun olarak kullanılmaktadır. Bir seriye ait gelecek değerlerin öngörüsünde bulunmadan önce belirlenme, tahmin ve tanılayıcı kontrol aşamalarının takip edilmesi gereklidir.

Faik Bilgisi

Belirlenme aşamasında önce seriye ait durağanlık ve mevsimsellik analizi uygulanır. Seriyeye ait otokorelasyon fonksiyonu (ACF) ve kısmi otokorelasyon fonksiyonuna (PACF) bakılarak serinin durağan olup olmadığı incelenebilir. ACF'deki çok yavaş bir düşüş serinin durağan olmadığını ifade eder (Montgomery *vd.*, 1990:255-271). Durağanlık testi için, ACF ve PACF yanında, Dicky-Fuller (DF), genişletilmiş (augmented) DF veya Phillips-Perron testlerine de başvurulabilir. Eğer, seride mevsimsellik var ise uygun MA ya da AR derecelerinden faydalanılabilir. Örneğin üç aylık seride mevsimsellik var ise, 4. gecikmedeki hareketli ortalama katsayısı [MA(4)] veya otoregresif katsayısı [AR(4)] bu mevsimselliği yakalayabilir. Mevsimsel farkı alınan seri durağan değilse bu mevsimsel farkı alınmış serinin farkı alınarak seri durağan hale getirilir (Enders, 1995:115-117).

Daha sonra, yine belirlenme aşamasında durağan serinin ACF ve PACF'nin biçimlerine bakarak, p ve q dereceleri belirlenebilir. ACF üstsel azalıyor ve PACF'de p gecikmelerine ait önemli çıkıntı(lar) görülüyorsa, model AR(p) olacaktır. ACF'de q gecikmelerine ait önemli çıkıntı(lar) var ise ve PACF üstsel azalıyor model MA(q) olacaktır. Hem ACF hem de PACF üstsel olarak azalıyor, model ARMA(p, q) olarak belirlenecektir. Üstsel azalma, fonksiyonun yaklaşık olarak sıfır olmayan değerlerle üstsel, geometrik ya da sinüsel olarak azalışını ifade eder (Montgomery *vd.*, 1990:261). Pratikte ACF ve PACF gecikme sayısı, seriye ait kullanılabilir gözlemin $1/3$, veya $1/4$ 'ü olarak alınır. %95 güven aralığının $(\pm 1.96 (1/\sqrt{n}))$ dışında kalan veya mutlak değer içerisinde iki standart hatadan büyük olan ACF katsayıları (r_k) ve PACF katsayıları (r_{kk}) p ve q derecelerini belirleyecektir. Belirlenen bu ilk model, daha sonra *tahmin* aşamasında doğrusal ya da doğrusal olmayan yöntemlerle tahmin edilir ve p ve q 'ya ait tahmin değerleri elde edilir.

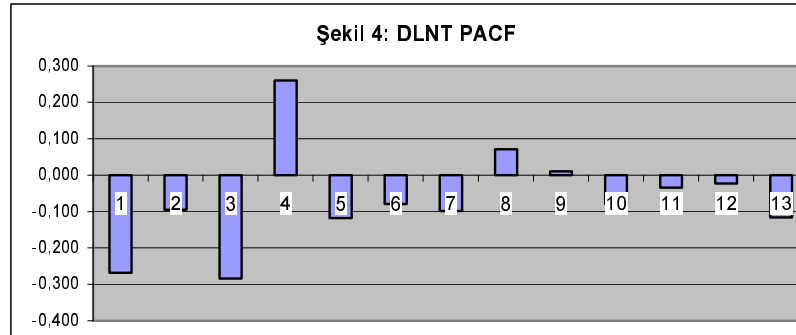
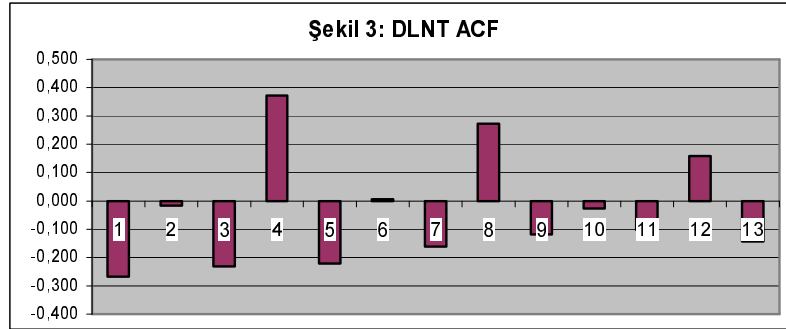
Tanısal kontrol aşamasında, modele ait kalıntıların (e_t) beyaz gürültü olup olmadığı, AR(p) ve MA(q) katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığı kontrol edilir. Bu aşamada ayrıca ufak standart hataya sahip ve basit (parsimonious) olan model, varsa diğer alternatifleri arasından tercih edilerek nihai model halini alacaktır (Enders, 1995:96; Gaynor ve Kirkpatrick, 1994:426-431).

Teorik olarak bu aşamalar gözden geçirildikten sonra DLNT serisine ait ACF ve PACF grafikleri incelenebilir. DLNT serisine ait %95 güven aralığı ± 0.2744 tür. Tablo 6'da görüldüğü gibi 4. gecikmeye ait ACF ve 3. gecikmeye ait PACF katsayıları bu aralığın dışındadırlar, yani sıfırdan farklıdırlar.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

Tablo 6: DLNT'ye ait ACF ve PACF

gecikme	ACF	PACF	gecikme	ACF	PACF
1	-0,268	-0,268	8	0,273	0,071
2	-0,016	-0,095	9	-0,118	0,011
3	-0,231	-0,284	10	-0,027	-0,079
4	0,373	0,260	11	-0,103	-0,035
5	-0,221	-0,118	12	0,159	-0,023
6	0,006	-0,079	13	-0,144	-0,116
7	-0,161	-0,098			



Şekil 4 ve 5, teorik üstsel azalma biçimine çok benzemese de, her ikisi de üstsel-salınım (exponential-oscillation) azalma biçimine yakındırlar. O halde LNT için ilk model ARIMA(3,1,4) olarak sembolleştirilebilir. Tablo 7, bu ilk

Faik Bilgili

modele ve diğer alternatif modellere ait tahmin değerlerini vermektedir. Tabloda sabit terim, $AR(p)$ ve $MA(q)$ parametrelerinin tahmin değerleri ve parantez içerisinde bu tahmin değerlerine ait t istatistiklerinin olasılık değerleri verilmektedir.

Tablo 7 incelendiğinde, ilk modele ait sabit terimin (m) ve $AR(3)$ katsayısının (ϕ_3) istatistiksel olarak anlamsız olduğu, $MA(4)$ katsayısının (θ_4) ise %10 anlamlılık seviyesinde sıfırdan farklı olduğu görülmektedir. 6. sütunda yer alan modelin tahminin standart hatası (s.e.e.), AIC ve SC kriterleri açısından nispi olarak en iyi değerlere sahip olmasına karşın, bu modelde yer alan $AR(3)$ katsayısının sıfırdan farklı olmadığı ve $MA(4)$ katsayısının %10 seviyesinde sıfırdan farklı olduğu görülmektedir. 5. sütunda belirtilen $MA(4)$ katsayısı %5 anlamlılık seviyesinde sıfırdan farklı çıkmakta ve modele ait Q istatistiği ise modelden elde edilen kalıntıların birbirlerine bağımlı olmadıklarını yani tesadüfi olduklarını göstermektedir. O halde DLNT'nin gelecek değerlerinin öngörüsünde $ARIMA(0,0,4)$ modeli kullanılacaktır. Öngörü başarı sonuçları Bölüm 8 'de ele alınacaktır.

Tablo 7: Tahminler						
	1	2	3	4	5	6
	AR(3)	AR(3)		AR(3)		AR(3)
	MA(4)		MA(4)		MA(4)	MA(4)
\hat{m}	0.005 (0.408)	0.005 (0.249)	0.007 (0.406)	-----	-----	-----
$\hat{\phi}_3$	-0.203 (0.143)	-0.257 (0.062)	-----	-0.229 (0.091)	-----	-0.184 (0.177)
$\hat{\theta}_4$	0.252 (0.099)	-----	0.295 (0.039)	-----	0.297 (0.036)	0.266 (0.077)
s.e.e	0.0427	0.0439	0.0464	0.0441	0.0463	0.0425
AIC	-2.373	-2.337	-2.167	-2.350	-2.192	-2.400
SC	-2.256	-2.259	-2.091	-2.311	-2.154	-2.322
N/4	12	12	13	12	13	12
Q	8.112 (0.776)	14.423 (0.210)	12.877 (0.457)	14.751 (0.255)	12.817 (0.461)	8.192 (0.769)

5. Üstsel Düzleme Yöntemi

Üstsel düzleme (ES) yönteminde, Y_t serisinin bütün gecikme değerlerine geometrik olarak azalan ağırlıklar verilir. ES ile Y_{t+} değerinin öngörüsü, Y_t serisinin bu gecikme değerlerinin ağırlıklı ortalamasına eşit olacaktır. Basit ES modeli denklem (8) ile gösterilebilir.

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \bar{y}_{t-1}, \quad (8)$$

\bar{y}_t , t zamanına ait düzlenmiş ortalamayı (smoothed average), y_t , t zamanında gerçekleşen gözlemi, \bar{y}_{t-1} , t-1 zamanına ait düzlenmiş ortalamayı ve α , düzleştiren sabit değeri (smoothing constant) vermektedir ($0 \leq \alpha \leq 1$). Böylece,

$$\bar{y}_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha) \bar{y}_{t-2} \quad (9)$$

$$\bar{y}_{t-2} = \alpha y_{t-2} + (1 - \alpha) \bar{y}_{t-3} \quad (10)$$

$$\dots$$

$$\bar{y}_{t-m} = \alpha y_{t-m} + (1 - \alpha) \bar{y}_{t-m-1} \quad (11)$$

olacaktır. Denklem (9), (10) ve (11)'i denklem (8) içerisine yerleştirirsek, bütün gecikmelerin (hareketli ortalamaların) ağırlıklı ortalamasından \bar{y}_t elde edilecektir.

$$\begin{aligned} \bar{y}_t = & \alpha y_t + \alpha(1 - \alpha)y_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{t-2} \\ & + \dots + \alpha(1 - \alpha)^m y_{t-m} + \alpha(1 - \alpha)^{t-m-1} \bar{y}_{t-m-1} \end{aligned} \quad (12)$$

Böylece düzleştirilen ilk denklem $\bar{y}_2 = \alpha y_2 + (1 - \alpha) \bar{y}_1$ olacaktır. \bar{y}_1 mevcut olmadığından, $\bar{y}_1 = y_1$ olarak alınacaktır. Denklem (12)'de görüldüğü gibi, ağırlıklar üstsel (ya da geometrik) olarak azaldığından, denklem (12) aynı zamanda üstsel dağılımlı (exponential distributed) veya üstsel düzleme (ES) adını almaktadır. ES modeli aynı zamanda birinci dereceden üstsel düzleme modeli olarak da bilinir (Daniel ve Terrell, 1995:781-783).

Bu basit (ES) modeli ile öngörü denklem (13) ile elde edilebilecektir.

$$F_{t+1} = \alpha y_t + (1 - \alpha) F_t \quad (13)$$

F_{t+1} , (t+1) zamanına ait öngörüyü, F_t , (t) zamanına ait öngörüyü ifade etmektedir. Basit ES kullanıldığında, F_{t+1} ve F_t sırasıyla \bar{y}_t , \bar{y}_{t-1} 'e eşit olacaktır. İlk (t) zamanına ait öngörü $F_t = y_t$ olacaktır (Anderson vd.,

1996:709). Başlangıç öngörü değerinin elde edilmesinde takip edilecek diğer bir yol ise y_t 'nin (birkaç) geçmiş değerlerinin ortalamasını almaktır (Daniel ve Terrell, 1995:819; Montgomery *vd.*, 1990:87). Böylece (t+2) ve (t+3) zamanlarına ait öngörüler

$$F_{t+2} = \alpha y_{t+1} + (1-\alpha)F_{t+1} = \alpha y_{t+1} + (1-\alpha)y_t \quad (14)$$

$$F_{t+3} = \alpha y_{t+2} + (1-\alpha)F_{t+2} = \alpha y_{t+2} + \alpha(1-\alpha)y_{t+1} + (1-\alpha)^2 y_t \quad (15)$$

olacaktır. Denklem (15)'den görüldüğü gibi, F_{t+3} , y_t 'nin ilk üç gözleminin ağırlıklı ortalamasına eşit olacaktır. Bu ağırlıkların toplamı 1'e eşittir. Basit ES modeline trend ve mevsimsel kısımları ilave edebiliriz. Çarpımsal mevsimsel model denklem (16) ile gösterilebilir.

$$y_t = (A + Bt)S_t + e_t \quad (16)$$

A , sürekli kısmı (permanent component) veya mevsimsellikten arındırılmış ortalamayı (deseasonalized average), B , eğim ya da doğrusal trend kısmı, S_t çarpımsal mevsimsel faktörü ve e_t rassal hata kısmı vermektedir. Çarpımsal modelde, mevsimsel faktörün büyüklüğü seri ile birlikte artmaktadır. İlgili seriye ait mevcut son gözlemin t dönemine ait olduğunu varsayalım. Bir sonraki dönemin ve gelecekteki k döneminin öngörülerini denklem (17) ve (18) ile verilmektedir.

$$F_{t+1} = (a_t + b_t)s_{t-L+1}, \quad (17)$$

$$F_{t+k} = (a_t + b_t k)s_{t-L+k} \quad (18)$$

L , mevsimsel dönem sayısını vermektedir. Örneğin aylık data için $L=12$ dir. Denklem (18)'deki a , b ve s terimleri A , B ve S 'nin tahmin edicileridir. Yeni bilgi (gözlem) mevcut oldukça, a , b ve s terimleri, denklem (19), (20) ve (21) ile gösterildiği gibi, yeni değerlerini alırlar. Denklem (19) mevsimsellikten arındırılmış ortalamayı (trend değerini), denklem (20), ortalama birim trend değerini, denklem (21) mevsimsel faktör(lerin) değerini vermektedir

$$a_t = \alpha \frac{y_t}{S_{t-L}} + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad (19)$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1-\beta)b_{t-1} \quad (20)$$

$$S_t = \sigma \frac{y_t}{a_t} + (1-\sigma)S_{t-L} \quad (21)$$

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

α , β ve σ düzleştiren katsayılardır (Daniel ve Terrell, 1995:823-824; Montgomery *vd.*, 1990:137-145). Denklem (16) çarpımsal Holt-Winters ya da çarpımsal Winters yöntemi olarak bilinir.

Mevsimsel büyüklüklerin seri ile büyümediği model, toplamsal Winters modeli olarak bilinir. Bu model denklem (22)..(27) ile gösterilebilir (Montgomery *vd.*, 1990:145-150; Gaynor ve Kirkpatrick, 1994:372-375).

$$y_t = A + Bt + S_t + e_t, \quad (22)$$

$$F_{t+k} = a_t + b_t k + s_{t-L+k} \quad (23)$$

$$a_t = \alpha (y_t - s_{t-L}) + (1 - \alpha)(a_{t-1} + b_{t-1}) \quad (24)$$

$$b_t = \beta(a_t - a_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1} \quad (25)$$

$$S_t = \sigma (y_t - a_t) + (1 - \sigma)S_{t-L} \quad (26)$$

Yukarıda basit ES, toplamsal Holt-Winters ve Çarpımsal Holt Winters yöntemleri ele alındı. Bu üç modelin yanı sıra, çift ES ve üçlü ES yöntemlerinden de bahsedilmesi gerekir. Basit ES modelinde elde ettiğimiz *ex post* öngörü değerleri birbirinin aynıdır. Fakat eğer seride denklem (27)'de belirtildiği gibi bir trend mevcutsa bu öngörüler doğru olmayacaktır. Bu durumda kullanılacak yöntem çift ES yöntemi olacaktır. Bu yöntemde, *a* ve *b* değerleri yenilerek öngörü analizine dahil edilmektedir. *a*, yenilenen sabit değeri, *b*, ise yenilenen eğim değerini göstermektedir.

$$\hat{y} = a + b_1(t) \quad (27)$$

$$a_t = 2\bar{y}_t - \bar{y}_t^{(2)} \quad (28)$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1 - \alpha} (\bar{y}_t - \bar{y}_t^{(2)}) \quad (29)$$

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)\bar{y}_{t-1} \quad (30)$$

$$\bar{y}_t^{(2)} = \alpha y_t + (1 - \alpha)\bar{y}_{t-1}^{(2)} \quad (31)$$

\bar{y}_t ve $\bar{y}_t^{(2)}$ sırasıyla tek (basit) ve çift üstsel düzlenmiş seriyi ifade etmektedir. Böylece çift ES yönteminde, ilk aşamada seri önce üstsel olarak düzlenir. Birinci aşamada elde edilen düzlenmiş değerler kullanılarak seri ikinci kez üstsel olarak düzlenir. Tek ES modelinde elde edilen aynı öngörüler yerine,

çift ES'de öngörü değerleri trend ile birlikte değişmektedir. Eğer seri doğrusal yerine eğrisel olan uzun dönemli bir trende sahipse üçlü ES yöntemi uygulanacaktır. Üçlü ES yönteminde, kuartatik denklem (32) ve bu denkleme ait yenilenmiş öngörü (33) takip edilerek a ve b değerleri zamanla yenilenmektedir ve üç aşamalı düzleme işleminden sonra yeni düzlenmiş seriye ($\bar{y}_t^{(3)}$) ulaşılmaktadır.

$$\hat{y} = a + b_1(t) + b_2(t^2) \quad (32)$$

$$\hat{y}_{t+1} = a + b_1(t) + (1/2)b_2(t^2) \quad (33)$$

$$a_t = 3\bar{y}_t - 3\bar{y}_t^{(2)} + \bar{y}_t^{(3)} \quad (34)$$

$$b_{1t} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} [(6-5\alpha)\bar{y}_t - 2(5-4\alpha)\bar{y}_t^{(2)} + (4-3\alpha)\bar{y}_t^{(3)}] \quad (35)$$

$$b_{2t} = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} (\bar{y}_t - 2\bar{y}_t^{(2)} + \bar{y}_t^{(3)}) \quad (36)$$

$$\bar{y}_t = \alpha y_t + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1} \quad (37)$$

$$\bar{y}_t^{(2)} = \alpha y_t + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1}^{(2)} \quad (38)$$

$$\bar{y}_t^{(3)} = \alpha y_t^{(2)} + (1-\alpha)\bar{y}_{t-1}^{(3)} \quad (39)$$

Tablo 8'de seçilebilecek olası 9 ES modeli görülmektedir. RATS 4.2 programı bu 9 modeli ayrı ayrı değerlendirip her birine ait tahmin hata kareleri toplamını (HKT) ve Schwarz kriter sonuçlarını vermekte ve içlerinden en düşük HKT ve Schwarz değerlerine sahip olan modeli seçmektedir. DLNT bazı negatif değerlere sahip olduğu için ES yöntemi ancak 1., 2., 4. ve 5. modeller arasından seçim yaparak, trendin olmadığı toplamsal mevsimsel modeli en iyi model olarak seçmiştir.

Tablo 8: ES Modelleri

Model	Trend	Mevsimsel	Model	Trend	Mevsimsel
1	Yok	Yok	6	Doğrusal	Çarpımsal
2	Yok	Toplamsal	7	Üstsel	Yok
3	Yok	Çarpımsal	8	Üstsel	Toplamsal
4	Doğrusal	Yok	9	Üstsel	Çarpımsal
5	Doğrusal	Toplamsal			

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

İlgili sonuçlar Tablo 9'da görülmektedir. Halihazırda mevsimsel düzeltilmiş bir seri olan DLNT'de tekrar mevsimsel etkinin bulunması bir soru işareti taşıyabilir. Ancak ES seçim yönteminde mevsimsel hareketleri olduğu bulunan bir serinin ikinci kez ES seçimi yapıldığında yine mevsimsel etkiler bulunabilmektedir. Fakat ikinci kez yapılan ES analizinde mevsimsel etkilerin büyüklüğünün oldukça düştüğü görülebilmektedir.

Tablo 9: ES Model Seçimi

Model	Trend	Mevsimsel	HKT	Schwarz
1	Yok	Yok	0.1272783501	-101.1984961
2	Yok	Toplamsal	0.0970693899	-111.0851377
4	Doğrusal	Yok	0.1274770199	-97.1871263
5	Doğrusal	Toplamsal	0.0981780110	-106.5741466
Sonuçlanan Model Seçimi				
Trend = Yok			alpha = -0.091176	
Mevsimsel = Toplamsal			sigma = 0.516552	

6. Karma Öngörü Yöntemi

F^a ve F^b , Y serisine ait öngörülerini veren iki ayrı model (ya da yöntem) olsun. Bu iki modelin karması (F^c), tek tek F^a ve F^b 'den daha iyi sonuç verebilir. Diğer bir deyişle, F^c 'ye ait öngörü hatası, F^a ve F^b 'ye ait öngörü hatalarından düşük çıkabilir. Karma yöntemde, bireysel öngörü modellerin doğrusal bir kombinasyonu alınır. Bu doğrusal ilişkide her iki modele bir ağırlık verilerek F^a ve F^b 'nin ağırlıklı ortalaması alınır. Karma yöntemde genellikle bu mantık izlenirken, uygulamalarda yöntem içerisinde bazı alternatif yaklaşımlar ortaya çıkmıştır. Örneğin F^a ve F^b ağırlıkların toplamı bire eşittir. Ağırlıkların toplamının bire eşit olması esasen bir sınırlandırma getirmektedir. Granger ve Ramanathan (1984) böyle bir sınırlandırmayı getirmeden çeşitli öngörü yöntemlerinin karma sonuçlarını elde etmektedir. Granger ve Ramanathan, ekonometrik, ARIMA ve uzman görüşlerinden olan üç ayrı bireysel öngörülerinin karma modellerini ele almaktadırlar. Takip edilen bu karma modeller sırasıyla; 1) sınırlandırılmamış ve sabit terim içermeyen model, 2) ağırlıkları toplamı bire eşit olan ve sabit terim içermeyen, 3) sınırlandırılmamış ve sabit terim içeren modeldir. Çalışmalarının sonucunda 3. karma model en iyi sonucu vermektedir. Karma yöntemde ortaya çıkan bir başka alternatif, çeşitli öngörü yöntemlerinin ağırlıklı ortalaması yerine basit aritmetik ortalamasının alınmasıdır. Makridakis vd., (1982), ele aldığı 6 ayrı öngörü yönteminin basit ortalamasını aldığı anda, ağırlıklı ortalamaya göre daha iyi sonuç elde etmişlerdir. Makridakis ve Winkler (1983), bir çok sayıda mikro ve makro zaman serilerinin

14 ayrı yöntem ile öngörülerinin basit ortalamalarını almakta ve ortalamaya dahil olan yöntemlerin sayısı arttıkça daha iyi öngörü elde edilebileceği sonucuna ulaşmaktadırlar. İki den fazla yöntemin karmasının alınabileceği ve uygulanabilecek çeşitli alternatiflerinin olabileceği gerçeği ile birlikte, bu çalışmada Bates ve Granger'in (1969) ele aldığı ağırlıkları toplamı bire eşit olan doğrusal kombinasyon yöntemi izlenecektir. Ele alınan karma yöntemin bireysel VAR, ARIMA ve ES yöntemlerine göre öngörü başarı sonuçları karşılaştırılacaktır. Verilen ağırlıklar k_1 ve k_2 olsun. Eğer her iki ağırlık uygun olarak seçilirse F^c , F^a ve F^b 'ye göre daha üstün öngöründe bulunabilecektir. Eğer her iki bireysel yöntem sapmasız (unbiased) ise, $k_2 = 1 - k_1$ olacaktır. O halde karma model denklem (40) ile gösterilebilir.

$$F^c = kF^a + (1-k)F^b \quad (40)$$

F^c 'nin öngörü hatası,

$$e_t^c = Y_t - F_t^c = Y_t - kF_t^a - (1-k)F_t^b \quad (41)$$

$$e_t^c = k(Y_t - F_t^a) + (1-k)(Y_t - F_t^b) \quad (42)$$

$$e_t^c = k(e_t^a) + (1-k)(e_t^b) \quad (43)$$

olacaktır. Karma yöntemin öngörü hatası olan e_t^c 'ye ait olan varyans [$\text{var}(e_t^c)$] denklem (44) ile gösterilmektedir.

$$\text{var}(e_t^c) = \frac{\sum (e_t^c)^2}{n} \quad (44)$$

$$\sum (e_t^c)^2 = \frac{1}{n} \sum [k^2 (e_t^a)^2 + (1-k)^2 (e_t^b)^2 + 2k(1-k)e_t^a e_t^b] \quad (45)$$

Buradaki amaç en düşük $\text{var}(e_t^c)$ değerini elde etmektir. Bu sebeple $\text{var}(e_t^c)$ 'yi en düşük yapan k değerini bulmak için, $\text{var}(e_t^c)$ 'nin k 'ya göre birinci dereceden türevini alıp sıfıra eşitlememiz gerekmektedir. Denkliğin her iki tarafında da olduğundan, $1/n$ ifadesini iptal ederek türevi alırsak (Özmutur, 1989:331-332),

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum (e_t^c)^2}{\partial k} &= 2k \sum (e_t^a)^2 + 2(1-k)(-k) \sum (e_t^b)^2 \\ &+ (1-2k) \sum e_t^a e_t^b = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \sum (e_i^c)^2}{\partial k} = k \sum (e_i^a)^2 - (1-k) \sum (e_i^b)^2 + (1-2k) \sum (e_i^b)^2 + (1-2k) \sum e_i^a e_i^b = 0$$

$$\frac{\partial \sum (e_i^c)^2}{\partial k} = k \left[\sum (e_i^a)^2 + \sum (e_i^b)^2 - 2 \sum e_i^a e_i^b \right] - \sum (e_i^b)^2 + \sum e_i^a e_i^b = 0 \quad (46)$$

olacaktır. Denklem (46) k için çözüldüğünde,

$$k = \frac{\sum (e_i^b)^2 - \sum e_i^a e_i^b}{\sum (e_i^a)^2 + \sum (e_i^b)^2 - \sum e_i^a e_i^b},$$

$$k = \frac{\text{var}(e_i^b) - \text{kov}(e_i^a e_i^b)}{\text{var}(e_i^a) + \text{var}(e_i^b) - 2\text{kov}(e_i^a e_i^b)} \quad (47)$$

olacaktır. Eğer öngörü hataları birbirinden bağımsızsa [$\text{kov}(e_i^a e_i^b) = 0$],

$$k = \frac{\text{var}(e_i^b)}{\text{var}(e_i^a) + \text{var}(e_i^b)} \quad (48)$$

olacaktır. Denklem (47)'yi yeniden ifade edersek,

$$k = \frac{\sigma_b^2 - \rho \sigma_a \sigma_b}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\rho \sigma_a \sigma_b} \quad (49)$$

olacaktır ve tekrar etmek gerekirse, σ_a^2 ve σ_b^2 sırası ile F^a ve F^b 'nin öngörü hata varyanslarını ve ρ , F^a ve F^b 'nin korelasyon katsayısını vermektedir. Denklem (47) ya da (49)'a göre F^c 'nin varyansını en düşük kılan değer denklem (50)'de verilmektedir.

$$\min \text{var}(e_i^c) = \frac{\sigma_a^2 \sigma_b^2 (1 - \rho^2)}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 - 2\rho \sigma_a \sigma_b} \quad (50)$$

Faik Bilgisi

Korelasyon katsayısının alacağı değere göre, denklem (50)'nin alacağı değer değişecektir (Montgomery, 1990:188-191).

1- $\rho = \sigma_a^2 / \sigma_b^2$ ise, $\min \text{var}(e_i^c) = \sigma_a^2$,

2- $\rho = 0$ ise, $\min \text{var}(e_i^c) = \frac{a_a^2 \sigma_b^2}{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}$

3- $\rho \rightarrow -1$ iken, $\min \text{var}(e_i^c) = 0$,

4- $\rho \rightarrow +1$ iken, $\min \text{var}(e_i^c) = 0$ [eğer, $\sigma_a^2 \neq \sigma_b^2$ ise].

Bölüm 8'de, VAR, ARIMA ve ES yöntemlerinden ikişerli yöntemlerden elde edilen karma öngörü sonuçları verilecektir.

7. İlave Faktör Yöntemi

İlave faktörler, bir modele ait denklem ya da denklemlere sıfırdan farklı hata teriminin ilavesini ifade etmektedir. Bu ilavelerle modelin tahmini iyileştirilerek daha iyi öngörü sonuçlarının alınması sağlanabilir (Doan, 1992:9-7).

Y serisine ait gerçek gözlemlerin $Y_1 \rightarrow Y_N$ dönemini kapsadığını varsayalım. Y 'ye ait ex post öngörü değerlerinin elde edilmesinde, bu seriye ait $Y_1 \rightarrow Y_n$ dönemi veri olarak kullanılmakta, ilgili modeli tahmin edilmekte ve tahmin ediciler kullanılarak $Y_{n+1} \rightarrow Y_N$ dönemine ait öngörülere ($\hat{Y}_{n+1} \rightarrow \hat{Y}_N$) ulaşılmaktadır. Öngörü hatası $e_i = (Y_{n+1} \rightarrow Y_N) - (\hat{Y}_{n+1} \rightarrow \hat{Y}_N)$ olacaktır. İlave faktör yöntemi (AF), öngörülerde ortaya çıkan olası hataları tahmin hatalarında arayarak, öngörü sonuçlarını düzeltmeye giden bir yöntemdir. AF yönteminde iki yol izlenebilir. 1) Dönem sonu AF ve 2) Ortalama dönem AF. Eğer \hat{Y}_n 'in Y_n 'i aşırı ya da eksik tahmin ettiği gözlemleniyorsa 1. yol takip edilebilir. Bu durumda $\hat{Y}_n - Y_n = e$ değeri bir düzeltme faktörü (ilave faktör) olarak her bir ex post öngörü değerine eklenir. Elde edilen yeni ex post öngörüler düzeltilmiş öngörüler olacaktır. $\hat{Y}_n - Y_n = e_n = AF_1$ 'den hareketle,

$$\hat{Y}_{n+1} = \hat{Y}_{n+1} + AF_1 \quad (51)$$

$$\dots$$
$$\hat{Y}_N = \hat{Y}_N + AF_1 \quad (52)$$

olacaktır. \hat{Y} serisi düzeltilmiş öngörü değerlerini verecektir. Eğer $Y_1 \rightarrow Y_n$ dönemine ait tahminde son birkaç döneme (m) ait tahmin değerinin aşırı ya da eksik tahmin edildiği gözlemleniyorsa 2. yol takip edilebilir. Bu durumda gözlemlenen hata terimlerinin ortalaması alınarak her bir ex post öngörü değerine eklenir (Gaynor, 1994:572-575).

$$\bar{e} = \frac{\sum e_i}{m} = AF_2 \quad (53)$$

$$\hat{Y}_{n+1} = \hat{Y}_{n+1} + AF_2 \quad (54)$$

$$\dots$$

$$\hat{Y}_N = \hat{Y}_N + AF_2 \quad (55)$$

olacaktır. Böylece \hat{Y} serisi 2. yol ile düzeltilmiş öngörü değerlerini verecektir.

8. Modellerin Öngörü Doğruluklarının Ölçümü

Bu bölümde serilere ait değerlerin öngörülerinde kullanılan VAR, ARIMA, ES, Karma ve İlave Faktör modellerinin nispi başarıları incelenecektir. Bu sebeple önce literatürde kullanılan kriter istatistikler tanıtılacak ve bu istatistiklerin sonuçları ile ilgili modeller karşılaştırılacaktır.

8.1 Başarıların Ölçümünde Kullanılan Kriterler

Ortalama Mutlak Hata

$$OMH = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|$$

$$OMH = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |e_t| \quad (56)$$

\hat{Y} = Y değişkenine ait öngörü değerleri.

Y = Y değişkenine ait gerçek değerleri.

e_t = Öngörü hatası.

n = Öngörülen dönem sayısı.

Ortalama Mutlak Yüzde Hata

$$OMYH = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|e_t|}{Y_t} \quad (57)$$

Ortalama Kare Hata

$$OKH = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_t^2 \quad (58)$$

Kök Ortalama Kare Hata

$$\text{KOKH} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (59)$$

Theil U İstatistik

$$U = \frac{\text{KOKH}}{\text{KOKHM}} \quad (60)$$

Ele alınan bütün istatistiklerde arzu edilen sonuç, en ufak değere sahip, OMH, OMYH, OKH, KOKH ve U istatistiklerine sahip tahmin modelini oluşturmaktır. Ancak hangi istatistiğin kullanılması gerektiği konusunda belirli bazı kriterler takip edilmektedir. Hata değerlerinin büyüklükleri benzer ise OKH takip edilebilir. Ancak örneğin öngörü sonrası bir ya da birden fazla ortalamanın üzerinde büyük hata(lar) elde edilmiş ise, OKH istatistiği hataların karelerini aldığı için fazla uygun olmayabilir. Bu istatistiğin yerine bu durumda, örneğin, OMH kullanılabilir. Hata değerlerinin birim değerleri farklılık gösteriyorsa, örneğin, bir öngörü modeli gerçek değerleri kullanıyor iken bir başka öngörü modeli doğal logaritması alınmış değerleri kullanıyorsa, yararlanılabilecek istatistik OMYH'dir. OMYH farklı birim değerlere sahip modellerin karşılaştırılmasında ortaya çıkabilecek dezavantajları elimine etmektedir (Gaynor, 1994:13-16). U istatistiği, öngörü modeline ait KOKH'nın, mekanik modele ait KOKH (KOKHM) oranını alır. Mekanik öngörü modeli bir serinin gelecek değerinin bir önceki geçmiş değerine eşit olacağını varsayar. Lindberg (1982), uluslararası veri kullandığı çalışmasında, U istatistiğinin 0.55 ve altında bir değer almasının öngörü modelinin çok iyi olduğu anlamına geldiğini ifade etmektedir. Literatürde yukarıda ele alınan istatistiklerin dışında başka istatistiklerin de kullanıldığı görülmektedir. Örneğin, Uygur (1987:27) *korelasyon ve regresyon katsayıları*, Özmucur (1989:33) *Theil m istatistiği*, Daniel ve Terrell (1995:838-839) *izleme sinyalleri* gibi farklı kriterleri de göz önüne almaktadır. Hangi istatistiklerin hangi önde gelen çalışmalarda kullanıldığı konusunda Mahmoud (1984) geniş bir literatür çalışması yapmaktadır.

8.2 Öngörü Başarılarının Karşılaştırılması

Tablo 10, VAR, ARMA ve ES modellerinin öngörü başarılarını ele alınan kriterlerle karşılaştırmaktadır. Ele alınan kriterlerinin hepsi VAR modelinin ARIMA ve ES modellerine göre daha iyi öngöründe bulunduğunu göstermektedir. Nispi olarak en kötü sonuçlar ise ES modeline aittir.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

Tablo 10: Öngörü Başarıları

	VAR	ARIMA	ES
OMH	0.0374	0.0757	0.0935
OMYH	0.3582	0.3947	0.9354
OKH	0.0019	0.0075	0.0098
KOKH	0.0440	0.0866	0.0992
U	0.2740	0.5397	0.6177

Tablo 11a: Karma Öngörü Ağırlıkları

Kov = 0 varsayımı

	VAR/ARIMA	VAR/ES	ARIMA/ES
k	0.795113	0.835609	0.567065
$1-k$	0.204887	0.164391	0.432995

Tablo 11b: Karma Öngörü Başarıları

Kov = 0 varsayımı

	VAR/ARIMA	VAR/ES	ARIMA/ES
OMH	0.0453	0.0466	0.0834
OMYH	0.3637	0.4531	0.6288
OKH	0.0027	0.0027	0.0084
KOKH	0.0516	0.0517	0.0917
U	0.3651	0.3661	0.6491

Tablo 12a: Karma Öngörü Ağırlıkları

Kov \neq 0 varsayımı

	VAR/ARIMA	VAR/ES	ARIMA/ES
k	1.598635	1.485419	1.393355
$1-k$	-0.598635	-0.485419	-0.393355

Tablo 12b: Karma Öngörü Başarıları

Kov \neq 0 varsayımı

	VAR/ARIMA	VAR/ES	ARIMA/ES
OMH	0.0287	0.0254	0.0694
OMYH	0.4635	0.2139	0.2167
OKH	0.0010	0.0010	0.0068
KOKH	0.0324	0.0321	0.0827
U	0.2293	0.2275	0.5854

Tablo 13: Dönem Sonu İlave Faktör Öngörü Başarıları

	VAR	ARIMA	ES
OMH	0.0532	0.1116	0.1077
OMYH	1.0432	1.9469	1.5501
OKH	0.0029	0.0146	0.0125
KOKH	0.0537	0.1207	0.1116
U	0.3798	0.8549	0.7900

Tablo 14: Ortalama İlave Faktör Öngörü Başarıları

	VAR	ARIMA	ES
OMH	0.0357	0.0745	0.0977
OMYH	0.2837	0.3438	1.1173
OKH	0.0020	0.0074	0.0104
KOKH	0.0442	0.0863	0.1022
U	0.3129	0.6111	0.7234

VAR modelinin ARIMA modelinden daha iyi öngöründe bulunduğu, Türkiye ekonomisine ait enflasyon oranı, döviz kuru ve faiz oranı dataları ile de doğrulanmaktadır (Bilgili, 2001). Buradaki özel tüketim harcamaların ele alındığı çalışmada da elde edilen izlenimlerin yine VAR modelinin ARIMA modelinden (ve ES modelinden) daha iyi öngörü sonuçlarına sahip olduğudur. Ancak bu noktada, VAR modelinin ARIMA ve ES modellerinden nispi olarak iyi olduğu sonucu, ARIMA ve ES modellerinin öngörü amacıyla kullanılmaması gerektiği sonucunu beraberinde getirmez ya da getirmeyebilir. Nitekim, ARIMA ve ES modelleri kullanılarak, Türkiye Ekonomisi'nin 2000 yılı ikinci yarısına ait aylık faiz oranları ve üretim endeksi öngörülme çalışılmış, ve sonuçta öngörü ile gerçekleşen data karşılaştırıldığında, ARIMA ve ES modellerinin her iki değişkene ait trendleri doğru öngörebildiği ortaya çıkmıştır (Bilgili, 2000: 85-99). Bu detaylardan sonra, bu çalışmanın bulgularına Tablo 11a'dan devam edebiliriz.

Tablo 11a ve 12a'da modellerin karma öngörü ağırlıkları verilmektedir. Tablo 11a ilgili model çiftlerinin öngörü hataları arasında kovaryansın sıfır olduğunu, Tablo 12a ise kovaryansın sıfır olmadığını varsaymaktadır. Tablo 11b, Tablo 11a'daki ağırlıklara göre sonuçları karşılaştırırken, Tablo 12b, Tablo 12a'daki ilk sütun VAR/ARIMA karma yöntem verilerine göre sonuçları karşılaştırmaktadır. Tablo 11b sonuçlarını, Tablo 10 sonuçları ile karşılaştırsak, VAR/ARIMA, VAR modeline ait başarıdan kötü, ancak ARIMA başarısından daha iyidir. VAR/ES karma modelinin sonuçlarını veren ikinci sütundaki veriler yine VAR'dan kötü, ES'den iyi çıkmaktadır. ARIMA/ES karmasının ARIMA modelden daha kötü ve, U istatistiği hariç, ES modelinden daha iyi olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 12b ile Tablo 10'u karşılaştırsak, ilk sütun, VAR/ARIMA karma modelinin, OMHY kriteri hariç, VAR ve ARIMA modellerinden daha iyi sonuç verdiğini göstermektedir. İkinci sütun, VAR/ES karmasının VAR ve ES modellerinden daha iyi olduğu sonucunu vermektedir. ARIMA/ES karması, ARIMA'ya ait U istatistiği hariç, her iki modelden de daha başarılıdır. Nispi olarak en iyi karma öngörü sonucu ise VAR/ES modeline aittir.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

Tablo 13, VAR, ARIMA ve ES'ye ait öngörülerin dönem sonu ilave faktör yöntemi ile düzeltildikten sonraki başarı durumlarını yine nispi olarak karşılaştırmaktadır. Tablo 14 ise yine VAR, ARIMA ve ES'ye ait öngörülerin ortalama ilave faktör yöntemi ile düzeltildikten sonraki başarı istatistiklerini vermektedir. Her iki tablo sonuçlarına göre de, VAR, ARIMA ve ES modellerinin DLNT serisine ait 2000:1-2000.4 dönemi öngörülerinin ilave faktör yöntemleri ile iyileşmediği anlaşılmaktadır.

Özet ve Sonuç

Bu çalışmada temel olarak VAR, ARIMA, ES, karma ve ilave faktör yöntemlerinin DLNT serisine ait 2000:1 – 2000:4 dönemi için öngörü başarıları karşılaştırılmaktadır. DLNT serisi, mevsimsel düzeltilmiş reel özel tüketim harcamalarındaki büyüme oranını temsil etmektedir. İlgili öngörü analizleri için, DLNT serisine ait 1987:2-1999:4 dönemini kapsayan üçer aylık veri kullanılmıştır. Çalışmanın temel amacı ilgili modellerin Türkiye Ekonomisi'ne ait önemli bir makro serisinin öngörüsünde hangi sonuçları verdiklerinin incelenmesidir. Aynı modellerin bir başka seri ve/veya bir başka dönem için farklı sonuçlar verebileceği olasılığını da göz ardı etmemek gerekir. Bu çalışmanın sonuçları ile aynı zamanda, beklentileri içeren tüketim modellerinin sınanacağı bir başka çalışma için zemin oluşturulmaya çalışılmaktadır.

Çalışmada elde edilen sonuçlara göre, OMH, OMHY, OKH, KOKH ve U kriterleri açısından, bireysel modellerin karşılaştırılmasında, VAR modeli, ARIMA ve ES modellerine göre daha iyi öngörüde bulunmaktadır. ES yöntemi ise diğer iki modele göre daha kötü öngörü sonuçlarına sahiptir. Öngörü hataları arasındaki kovaryansın sıfır olmaması durumunda, bireysel modellerden ağırlıklı ortalamaya göre elde edilen karma öngörü modelinin, genel olarak bireysel modellerden daha iyi sonuçlar verdiği anlaşılmaktadır. Nispi olarak en iyi sonuçların VAR ve ES karma modeline ait olduğu görülmektedir. İlave faktör yöntemlerinin ise, bireysel modellere ait öngörülerinde bir iyileştirme yapmadığı elde edilen sonuçlar arasındadır.

ABSTRACT

The aim of this study is to compare the accuracies in ex post forecast of the VAR, ARIMA, ES, Combining and Add-factor methods. In this comparison, the ex post forecasts of 2000:1-2000:4 are obtained by using the data of the Turkish private consumption for the period of 1987:1-1999:4. Beside private consumption, for the VAR method, the Turkish GDP data is employed for the same periods. Later, the seasonality and stationarity analyses are run for these two series. The series are seasonally adjusted by the additive decomposition method and found as $I(1)$. In the following steps, the ex post forecast models of these methods are established. Forecast outputs are evaluated

by the criteria of MAE, MAPE, MSE, RMSE and Theil U. In conclusion of this analysis, the combining model of VAR-ES is found the best among others.

KAYNAKÇA

- ANDERSON, R., D. *vd.*, (1996), *Statistics for Business and Economics*, 6th Edition, West Publishing Company, New York.
- BATES, J., ve C. W. J. Granger (1969), "The Combinations of Forecasts," *Operational Research Quarterly*, Vol. 20, 451-468.
- BİLGİLİ, Faik (2001), "ARIMA ve VAR Modellerinin Tahmin Başarılarının Karşılaştırılması", *Erciyes Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi*, Sayı 17: 37-53.
- BİLGİLİ, Faik (2000), "Forecasting Macro Targets of the Turkish Economy for the Year 2000: An Application of Box-Jenkins and Exponential Smoothing Methods", *Dokuz Eylül Üniversitesi, İ.İ.B.F. Dergisi*, Cilt 15, Sayı 2: 85-99.
- DANİEL, Wayne W. ve Terrell, James C. (1995), *Business Statistics for Management and Economics*, Seventh Edition, Houghton Mifflin Company, Boston.
- DOAN, A. Thomas (1992) *RATS User's Manual*, Version 4.0, 2nd Printing, Estima, Evanston IL.
- ENDERS, Walter (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- GAYNOR, E. Patricia and Ricky C. Kirkpatrick (1994), *Time Series Modeling and Forecasting in Business and Economics*, McGraw Hill Inc., New York, International Editions.
- GRANGER, R., ve R. Ramanathan (1984), "Improved Methods of Combining Forecasts," *Journal of Forecasting*, Vol. 3, 197-204.
- LİNDBERG, B. (1982), "International Comparison of Growth in Demand for a New Durable Consumer Product," *Journal of Marketing Research*, 19, 364-371.
- MAHMOUD, E. (1984), "Accuracy in Forecasting: a Survey," *Journal of Forecasting*, Vol.3, 139-159.
- MAKRİKADİS, S. *vd.*, (1982), "The Accuracy of Extrapolation (Time Series) Methods: Results of a Forecasting Competition," *Journal of Forecasting*, Vol. 1, 111-153.
- MAKRİKADİS, S., ve R. Winkler (1983), "Averages of Forecasts: Some Empirical Results," *Management Science*, Vol 29, No. 9., 987-996.

Öngörü Yöntemlerinin Başarı Karşılaştırması

MONTGOMERY, D. vd., (1990), *Forecasting and Time Series Analysis*, Second Edition, McGraw-Hill International Editions, New York.

ÖZMUCUR, S. (1990), *Geleceği Tahmin Yöntemleri*, İSO Araştırma Dairesi, No: 1990/2, İstanbul.

TCMB, EVDS (2001), <http://www.tcmb.gov.tr>, 5 Ocak.

UYGUR, Ercan (1987) *SESRTCIC Econometric Model of The Turkish Economy*, SESRTCIC, Ankara, Turkey.