

PROJE PLANLAMASINDA CEZA VE SÜRE KISALTMA MALİYETLERİNİN ENKÜÇÜKLENMESİ

C. Cengiz ÇELİKOĞLU^(*)

ÖZET

Bir proje ile ilgili anlaşma yapılırken projenin belirli bir sürede tamamlanması ve bu sürenin aşımı durumunda gecikme süresine bağlı olarak bir ceza ödenmesi koşul olarak konabilir. Belirlenen süre projenin normal tamamlanma süresinin altında ise süre koşuluna uymak için bazı faaliyetleri daha kısa zamanda tamamlamak ve dolayısıyla bazı ek maliyetlere katlanmak gerekebilir. Böyle bir proje için yapılacak süre-maliyet analizinde en önemli nokta “projeyi normalden kısa sürede bitirmek için gerekli ek maliyetler ve ceza ödemeleri toplamını enküçükleyen proje süresi ve faaliyet planı”dır. Bu çalışmada, proje kısaltma maliyetleri ve ceza ödemeleri zamana bağlı bir fonksiyonla ifade edilerek optimal proje süresi analitik olarak bulunmuştur.

Anahtar Kelimeler: Proje planlaması, Süre-maliyet analizi, Ceza maliyetleri, Süre kısaltma maliyetleri

1. Giriş

Birbirlerine göre öncelik sıraları belirlenmiş bir dizi faaliyetler bütününe proje adı verilmekte ve projenin tamamlanması bu faaliyetlerin gerçekleştirilmesiyle ortaya çıkmaktadır. Bir binanın inşaatı, bir fabrikadaki tüm teçhizatın temini ve yerleştirilerek çalışır duruma getirilmesi, belirli bir konudaki bir araştırma-geliştirme çalışması, yeni bir ürünün pazara sunulması proje örnekleri olarak sıralanabilir.

Bir projenin yürütülmesinden sorumlu taraf genellikle bu projenin tamamlanma süresi hakkında bir taahhütte bulunur ve projenin taahhüt edilen sürede bitirilmemesi durumunda bir ceza ödemeyi kabul eder. Dolayısıyla, bir proje teklifi hazırlanırken her faaliyetin normal olarak ne kadar zamanda tamamlanabileceği ve maliyetleri belirlenir. Ayrıca, bu faaliyetlerin normalden daha kısa zamanda tamamlanması için fazla mesai, dışarıdan makine ve/veya işçi kiralama gibi yollarla ulaşılabilecek en kısa süreler ve bunun getireceği ek maliyetler de bilinmelidir. Bundan sonra,

i) Normal faaliyet süreleri çerçevesinde en kısa proje tamamlama süresi ve iş akışının belirlenmesi (sıfır ek maliyet)

ii) Projenin taahhüt edilen sürede bitirilmesi için minimum ek maliyetli iş akışının belirlenmesi (sıfır ceza)

^(*) Yrd.Doç.Dr., Dokuz Eylül Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü
Kaynaklar Kampüsü, Buca-İZMİR

şeklindeki adımlardan oluşan süre-maliyet analizi yapılması gerekir. Analizin ikinci aşamasında bulunan projenin taahhüt edilen sürede bitirilmesine ilişkin plan optimal gibi görünmektedir. Ancak, gerçekten optimal olan iş akışının belirlenmesi için proje kısaltma maliyetleri ile ceza ödemeleri toplamının minimum olması amaçlanmalıdır. Bu çalışmada, konu teorik olarak incelenmiş ve bir örnek proje üzerinde doğrusal programlama modeli ile elde edilen çözümler tartışılmıştır.

2. Optimal Proje Tamamlanma Süresi

Bir projedeki faaliyetlerle ilgili normal tamamlama süreleri belirlendikten sonra, bu projenin normal koşullarda en kısa ne kadar zamanda tamamlana-bileceği kritik yol yöntemi ile bulunur. Bu yolla hesaplanan süre T_{nor} ile gösterilsin. Bu projedeki faaliyetlerin her biri için sıkıştırılabilir süreler belirlendikten sonra bulunan projenin en kısa tamamlanma süresi ise T_{min} ile gösterilsin. Faaliyetlerin kısaltılma sürelerine ilişkin maliyetler belirlendiğinde, bu maliyetlerin kısaltma süresiyle doğru orantılı olduğu varsayımıyla her $T \in [T_{min}, T_{nor}]$ için minimum ek maliyetli iş planını saptamak mümkündür.

Projeyi T sürede tamamlamak için gerekli minimum ek maliyet $z(T)$ olsun. Doğal olarak bu ek maliyet T_{nor} için minimumdur ve sıfırdır: $z(T_{nor}) = 0$

Proje süresi kısaltıldıkça ek maliyet artar. Proje süresi T_{min} ile alttan sınırlı olduğu için ek maliyet de $z(T_{min})$ ile üstten sınırlıdır: $\max z(T) = z(T_{min})$

Ayrıca ek maliyet değerleri faaliyetlerin kısaltma maliyetlerinin süreyle doğru orantılı olduğu varsayımıyla hesaplandığı için $z(T)$ fonksiyonu Şekil 1'de görüldüğü gibi parçalı doğrusal ve dışbükey bir fonksiyondur. $i = 1, 2, \dots, k$ (k pozitif tamsayı) ve $n_i, m_i \in \mathbb{R}^+$ iken $z(T)$ fonksiyonu toplam k parçadan oluşuyorsa $m_1 > m_2 > \dots > m_k$ ve $T_{min} < T_1 < T_2 < \dots < T_{k-1} < T_{nor}$ olmak üzere, bu fonksiyon

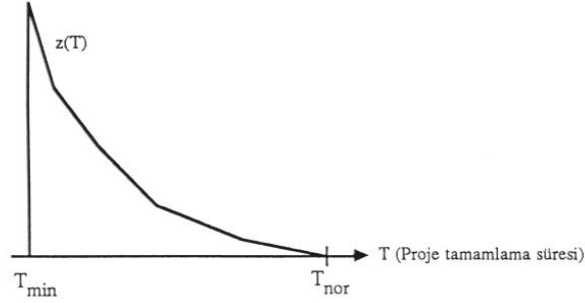
$$z(T) = \begin{cases} -m_1 T + n_1 & T_{min} \leq T \leq T_1 \\ -m_2 T + n_2 & T_1 \leq T \leq T_2 \\ \vdots & \\ -m_k T + n_k & T_{k-1} \leq T \leq T_{nor} \end{cases}$$

ile ifade edilir. Projenin tamamlanması için taahhüt edilen süre T_0 ve geciken her birim süre için ödenecek ceza c olsun. Bu durumda, projeyi T sürede tamamlamaya ilişkin ceza

$$p(T) = \begin{cases} 0 & T \leq T_0 \\ c(T - T_0) & T \geq T_1 \end{cases}$$

şeklinde $p(T)$ fonksiyonuyla ifade edilir.

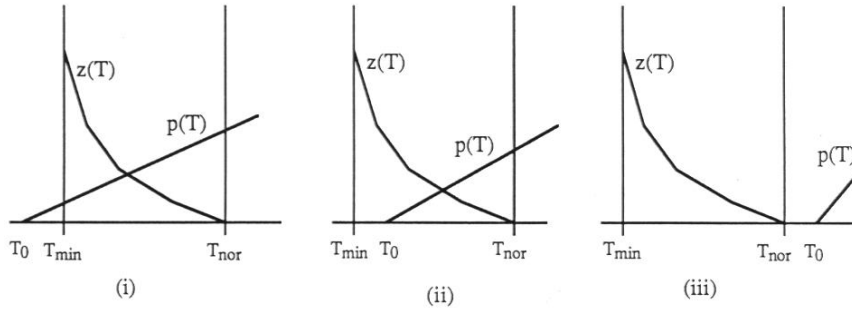
Proje Planlamasında Maliyetler



Şekil 1. Proje Tamamlanma Süresine Bağlı Ek Maliyet Fonksiyonu

Proje tamamlama süresine ilişkin maliyetler toplamı $z(T)+p(T)$ şeklindedir ve bu toplamı minimum yapan süre (T_{opt}) araştırılmaktadır. $z(T)+p(T)$ tanım aralığındaki her noktada türevi alınabilir bir fonksiyon olmadığı için, T_{opt} 'un elde edilmesinde karşılaşılabilecek değişik koşullar önem taşımaktadır.

Doğal olarak T_{opt} her şeyden önce taahhüt edilen süre T_0 'a bağlıdır. Bu sürenin T_{min} 'den küçük olması, T_{min} ile T_{nor} arasında olması ve T_{nor} 'dan büyük olması durumları Şekil 2'de sırasıyla gösterilmiş ve aşağıda ayrıntılarıyla incelenmiştir.



Şekil 2. Proje Tamamlanma Süresine Bağlı Ek Maliyet ve Ceza Fonksiyonları

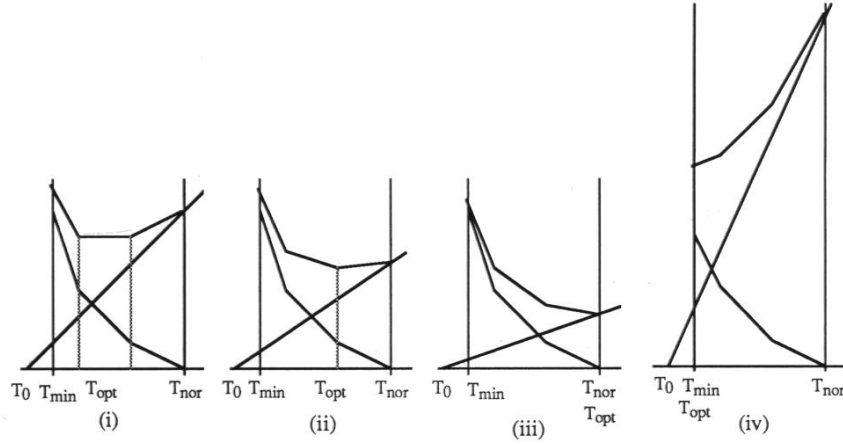
(i) $T_0 < T_{min}$ Durumu:

Şekil 2(i)'de gösterilen bu durum, projeyi taahhüt edilen sürede tamamlamanın mümkün olmadığı, proje en kısa sürede (T_{min} 'de) tamamlansa

bile taahhüt süresinin aşılmış olacağı ve ceza ödeneceği durumdur. Bu durumda optimal proje tamamlanma süresinin belirlenmesi için

$$T_{opt} = \begin{cases} T \in [T_{i-1}, T_i] & \text{eğer } m_i = c \quad i \in \{1, 2, \dots, k\} \\ T_i & \text{eğer } m_i > c > m_{i+1} \quad i \in \{1, 2, \dots, k-1\} \\ T_{nor} & \text{eğer } c < m_k \\ T_{min} & \text{eğer } c > m_1 \end{cases}$$

tanımlaması yeterlidir. Bu tanımda ifade edilen dört koşulun grafik gösterimi Şekil 3'te sırasıyla sunulmuştur.



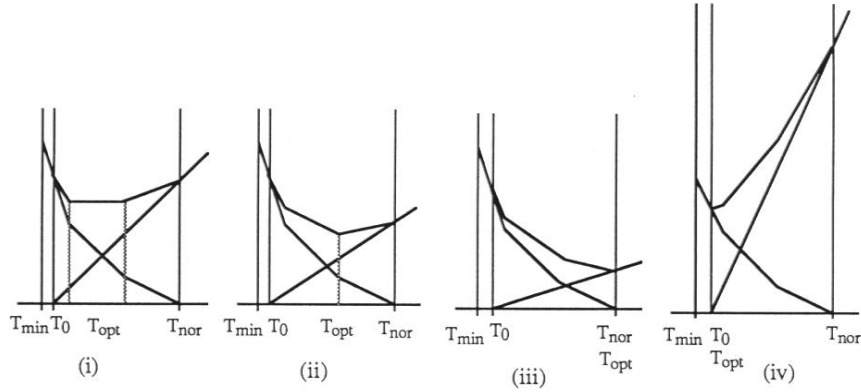
Şekil 3: $T_0 < T_{min}$ Durumunda T_{opt}

(ii) $T_{min} \leq T_0 < T_{nor}$ Durumu:

Şekil 2(ii)'de gösterilen bu durumda ek bir maliyetle projenin taahhüt edilen sürede tamamlanması mümkündür. Daha fazla ek maliyetle projenin taahhüt edilenden de kısa sürede bitirilmesi mümkün olabilir; fakat böyle bir yol maliyetin gereksiz olarak artırılmasına neden olacağından hiçbir zaman tercih edilmez. Dolayısıyla, $T_{min} \leq T_0 < T_{nor}$ durumunda T_{opt} için $[T_0, T_{nor}]$ aralığı dikkate alınmalıdır. $T_{min} \leq T_{j-1} \leq T_0 < T_j < T_{nor}$ ise T_{opt} için

$$T_{opt} = \begin{cases} T \in [T_{i-1}, T_i] & \text{eğer } m_i = c \quad i \in \{j, j+1, \dots, k\} \\ T_i & \text{eğer } m_i > c > m_{i-1} \quad i \in \{1, 2, \dots, k-1\} \\ T_{nor} & \text{eğer } c < m_k \\ T_0 & \text{eğer } c > m_1 \end{cases}$$

ifadesi kullanılabilir. Bu ifadedeki her koşul Şekil 4'te sırasıyla gösterilmiştir.



Şekil 4: $T_{min} \leq T_0 < T_{nor}$ Durumunda T_{opt}

(iii) $T_0 \geq T_{nor}$ Durumu:

Projenin hiçbir ek çalışma yapmadan normal sürelerde tamamlanmasıyla taahhüdün yerine getirilebileceğini ifade eden bu durum Şekil 2(ii)'de görülmektedir. Şekil üzerinde de açıkça belli olduğu gibi proje tamamlama süresi $[T_{nor}, T_0]$ aralığında olduğu sürece hiçbir ek maliyet ya da ceza yoktur; kısaca, toplam sıfırdır. Dolayısıyla, her $T \in [T_{nor}, T_0]$ için T_{opt} denir.

Yukarıda şekiller üzerinde kolaylıkla belirlenen T_{opt} değerleri için uygulamada bir doğrusal programlama modelinden yararlanarak çalışmak mümkündür. Bunu göstermek için aşağıda bir örnek problem tanıtılmış ve değişik durumlar bu örnek üzerinde tartışılmıştır.

3. Örnek Proje ve Modeli

A, B, \dots, J olarak adlandırılan on faaliyetten oluşan bir proje için faaliyet süreleri ve birbirlerine göre öncelik ilişkileri, normal ve en kısa tamamlanma süreleri, süreyi kısaltmak için gerekli ek maliyetler Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Örnek Projeye İlişkin Bilgiler

Faaliyet	Öncül Faaliyet	Normal Süre	En Kısa Süre	Kısaltılabilir Süre	Toplam Kısaltma Maliyeti	Birim Süre Kısaltma Maliyeti
A	-	30	22	8	200	25

B	A	25	20	5	175	35
C	A	17	12	5	275	55
D	B	16	13	3	150	50
E	B	15	11	4	80	20
F	C	24	20	4	160	40
G	C	35	28	7	210	30
H	D	22	17	5	125	25
I	E,F	27	20	7	315	45
J	G,H,I	22	16	6	300	50

Projedeki bütün faaliyetler için kısaltma süresiyle bunun getirdiği ek maliyetin doğru orantılı olduğu varsayılmaktadır. Dolayısıyla projenin planlanması için bir doğrusal programlama modelinden yararlanmak mümkündür. Tablo 1'deki bilgilere dayanarak modelin karar değişkenleri, i olay sayısı iken, şöyle tanımlanır:

$$x_i : i \text{ noktasına en geç ulaşma zamanı } i=1,2,\dots,8$$

$$y_j : j \text{ faaliyetinin kısaltılma süresi } j=A,B,\dots,J$$

Projenin koşulları, biri faaliyetlerin tamamlanma süreleri ve birbirlerine göre öncelik ilişkilerini, diğeri faaliyetlerin kısaltılma sürelerini belirleyen iki grup kısıt ile ifade edilir. Birinci grupta yer alan kısıtlar, şebeke diyagramına bağlı olarak herhangi bir faaliyetin başlama noktasıyla bitiş noktasının en geç meydana gelme zamanları arasındaki farkın en az o faaliyetin kısaltılmış tamamlanma süresi kadar olması gerektiğini belirtir. A,B,\dots,J faaliyetleri için bu kısıtlar sırasıyla (1),(2),..., (10) ifadeleriyle Tablo 2'de görülmektedir. İkinci grupta yer alan kısıtlar, her faaliyetin Tablo 1'de verilen kısaltılabilir süre ile sınırlı olduğunu gösterir ve Tablo 2'de (11),(12),..., (20) ifadeleriyle belirlenir.

Bu modelde projenin tamamlanma süresi x_8 ile belirlenmektedir. Projenin taahhüt süresine göre ne kadar erken ya da geç biteceğini belirlemek için

d^+ : Proje tamamlama süresinin taahhüt edilene göre uzaması durumunda gecikme süresi

d^- : Projenin taahhüt edilenden önce bitirilmesi durumunda erken bitirme süresi

olarak iki karar değişkeni daha tanımlamak gerekir. Bu değişkenlerin yer aldığı kısıt

$$x_8 = T_0 + d^+ - d^-$$

biçimindedir (Tablo 2'de (21) nolu ifade) ve bunun sonucu olarak projenin taahhüt süresine göre gecikmesine ilişkin ceza d^+ değişkenine bağlı olarak cd^+ ile hesaplanır.

Proje Planlamasında Maliyetler

Proje süresini normale göre kısaltmanın getireceği ek maliyetleri göstermek için z adlı bir karar değişkeni tanımlanırsa, modelin son kısıtı

$$z = 25y_A + 35y_B + 55y_C + 50y_D + 20y_E + 40y_F + 30y_G + 25y_H + 45y_I + 50y_J$$

ile ifade edilir.

Bu durumda amaç fonksiyonu

$$\min E = z + cd^+$$

şeklindedir. T_0 ve c parametrelerinin aldığı değerlere göre projenin optimal tamamlanma süresi değişir.

Tablo 2: Örnek Projeye İlişkin Kısıtlar

$x_2 - x_1 + y_A \geq 30$ (1)	$y_A \leq 8$ (11)
$x_3 - x_2 + y_B \geq 25$ (2)	$y_B \leq 5$ (12)
$x_4 - x_2 + y_C \geq 17$ (3)	$y_C \leq 5$ (13)
$x_5 - x_3 + y_D \geq 16$ (4)	$y_D \leq 3$ (14)
$x_6 - x_3 + y_E \geq 15$ (5)	$y_E \leq 4$ (15)
$x_6 - x_4 + y_F \geq 24$ (6)	$y_F \leq 4$ (16)
$x_7 - x_4 + y_G \geq 35$ (7)	$y_G \leq 7$ (17)
$x_7 - x_5 + y_H \geq 22$ (8)	$y_H \leq 5$ (18)
$x_7 - x_6 + y_I \geq 27$ (9)	$y_I \leq 7$ (19)
$x_8 - x_7 + y_J \geq 22$ (10)	$y_J \leq 6$ (20)
$x_8 - d^+ + d^- = T_0$ (21)	
$25y_A + 35y_B + 55y_C + 50y_D + 20y_E + 40y_F + 30y_G + 25y_H + 45y_I + 50y_J - z = 0$ (22)	

4. Örnek Projenin Çözümü

Ek maliyet fonksiyonu T_{min} ile T_{nor} arasında tanımlıdır ve örnek problemde $T_{min} = 90$, $T_{nor} = 120$ olarak bulunmuştur. $T \in [T_{min}, T_{nor}]$ olmak üzere ek maliyet $z(T)$ fonksiyonu araştırıldığında, $T \in [90, 120]$ için

$$z(T) = \begin{cases} 125(91 - T) + 1535 & 90 \leq T < 91 \\ 100(93 - T) + 1335 & 91 \leq T < 93 \\ 90(95 - T) + 1155 & 93 \leq T < 95 \\ 75(98 - T) + 930 & 95 \leq T < 98 \\ 70(101 - T) + 720 & 98 \leq T < 101 \\ 50(107 - T) + 420 & 101 \leq T < 107 \\ 45(111 - T) + 240 & 107 \leq T < 111 \\ 40(112 - T) + 200 & 111 \leq T < 112 \\ 25(120 - T) & 112 \leq T < 120 \end{cases}$$

şeklinde elde edilmiştir. Bu nedenle 2. Bölümde incelenen durumlara örnek olmak üzere çözümler taahhüt süresi açısından $T_0 = 80$, $T_0 = 100$, $T_0 = 140$ olarak üç ayrı grupta ve birim ceza açısından $c=15$, $c=40$, $c=50$, $c=80$, $c=150$ olarak beş ayrı grupta toplanarak Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3: Örnek Projenin Çözümleri

Min E	$T_0 = 80$	$T_0 = 100$	$T_0 = 140$
$c = 15$	$x_8=120$ $z=0$ $d^+=40$	$x_8=120$ $z=0$ $d^+=20$	$x_8=140$ $z=0$
$c = 40$	$x_8=112$ $z=200$ $d^+=32$	$x_8=112$ $z=200$ $d^+=12$	$x_8=140$ $z=0$
$c = 50$	$x_8=107$ $z=420$ $d^+=27$	$x_8=107$ $z=420$ $d^+=7$	$x_8=140$ $z=0$
$c = 80$	$x_8=95$ $z=1155$ $d^+=15$	$x_8=100$ $z=790$ $d^+=0$	$x_8=140$ $z=0$
$c = 150$	$x_8=90$ $z=1660$ $d^+=10$	$x_8=100$ $z=790$ $d^+=0$	$x_8=140$ $z=0$

Bu çözümlerle Bölüm 2'de (3) ve (4) ifadelerine dayanarak bulunan çözümlerin birbiriyle aynı olduğu görülmektedir.

5. Sonuç

Bir projenin belirli bir sürede bitirilememesi durumunda gecikme süresine bağlı olarak ceza ödenmesi gerekebilir. Böyle bir proje için yapılacak süre-maliyet analizinde en önemli nokta, "projeyi normalden kısa sürede bitirmek için gerekli ek maliyetler ve ceza ödemeleri toplamını minimum yapan optimal proje süresi ve faaliyet planı"dır. Projeyi normalden kısa zamanda tamamlamanın getireceği ek maliyetler ve ceza ödemeleri zamana bağlı olarak ifade edildiğinde optimal proje süresini bulmak mümkündür. Buna karşın, ek maliyet fonksiyonunu ayrıntılı olarak belirlemeye gerek kalmadan aynı optimal süre, bir doğrusal programlama modelinin çözümünü de elde edilmektedir.

ABSTRACT

When making a contract about a project, there can be a condition of finishing the project in a certain time and if this time is passed, paying a penalty. If the duration agreed on is shorter than the normal finishing duration, in order to meet the time condition, some activities may have to be finished in a shorter time; hence some extra costs may have to be paid. The most important point when making a time-cost analysis for such a project is “the optimal project duration and activity plan that makes the extra costs to finish the project before the normal time and the penalty payments minimum”. In this study, by expressing these extra costs and penalty payments with respect to time, optimal project duration is determined analytically.

KAYNAKÇA

- COOK, T.M. ve RUSSEL,R.A. (1981), *Introduction to Management Science*, 2.Baskı, Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- HALAÇ, O. (1995), *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)*, 4.Baskı, Alfa Bassım Yayım Dağıtım, İstanbul.
- ÖZTÜRK, A. (1997), *Yöneylem Araştırması*, Genişletilmiş 5. Baskı, Uludağ Üniversitesi Yay., Bursa.
- RARDIN, R.L.(1998), *Optimization in Operations Research*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- TAHA, H.A.(1997), *Operations Research: An Introduction*, Prentice-Hall Inc., New Jersey.
- WINTON, W.L. (1194), *Operations Research: Applications and Algorithms*, Duxbury Press, California.