

TERS REGRESYON YÖNTEMİ VE TEKSTİL SEKTÖRÜNDE BİR UYGULAMA

Ali Kemal ŞEHİRLİOĞLU (*)

ÖZET

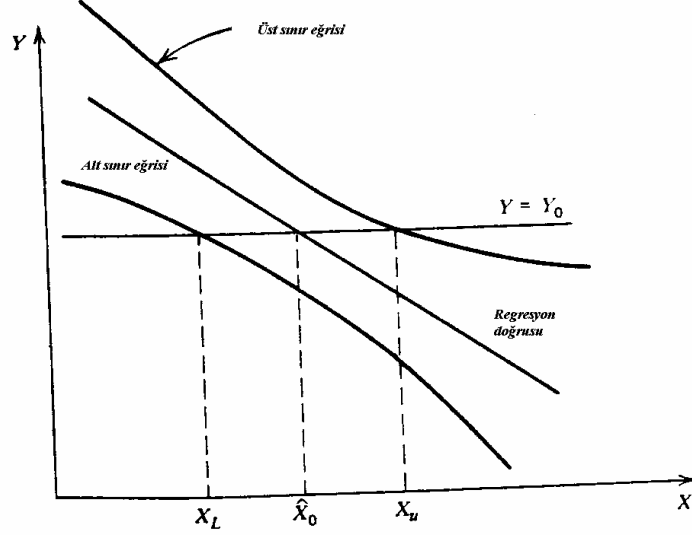
Tekstil sektöründe ham kumaşın, boyama işleminden sonra mühterinin istediği gramajda elde edilmesi problem olmaktadır. Bu çalışmada boyalı gramajı etkileyen faktörler belirlenip ters regresyon yöntemi ile probleme çözüm getirilmeye çalışılmıştır. Böylece istenilen boyalı gramajı verecek ham kumaş değeri belirlenip ham kumaşın üretimi sırasında belirli bir hedef değere göre üretim yapılmasına olanak sağlanmıştır.

1. TERS REGRESYON YÖNTEMİ

Mevcut $(X_i; Y_i)$ veri seti için $\hat{Y} = b_0 + b_1 X$ doğru uyumunun yapıldığı kabul edilsin. Y 'nin belirlenmiş bir Y_0 değeri için, karşılıklı olan X değerinin kestirilmiş değeri \hat{X}_0 'ın ve bu nokta etrafında X 'in güven aralığının elde edilmesi ile ilgilenildiğinde ortaya çıkan problem ters (inverse) regresyon problemi olarak adlandırılır.

Bu tip problemlerde eldeki veri setinin özelliklerine göre çözümü elde etmenin bir kaç alternatif yolu mevcuttur. İlk olarak Y_0 değerinin hedeflenen gerçek bir ortalama değer olduğu kabul edilsin. Başka bir deyişle tek bir gözlem ya da q adet gözlemin ortalaması değildir, (Draper, N.R. ve Smith, H. 1981). Uyumu yapılan doğru ve X değeri için gerçek ortalama değer Y 'nin $\%(1-\alpha)100$ güven aralığı pekil 1'de gösterilmiştir. $Y = Y_0$ noktasından X eksenine paralel bir doğru çizilmiştir. Bu doğrunun güven aralığı eğrilerini kestiği noktalardan X eksenine çizilen kesikli dik doğrular X_L ve X_U ile tanımlanan güven sınırlarını belirtirler. Uyumu yapılan regresyon doğrusu ile $Y = Y_0$ ortalama doğrusunun kestiği noktadan X eksenine çizilen kesikli dik doğru X 'in ters tahminini verir.

(*) Arař.Gör. Dr. D.E.Ü. Ý.Ý.B.F. Ekonometri Bl.



Đekil 1. Ters regresyon yönteminin grafiksel gösterimi

Bu ifade $Y_0 = b_0 + b_1 \hat{X}_0$ eđitliđinin \hat{X}_0 için çözümlenmesi ile,

$$\hat{X}_0 = (Y_0 - b_0) / b_1 \quad 1$$

elde edilir. X_L ve X_U deđerlerinin elde edilmesi ađađýda ađýklanmýđtır. X_L deđeri $Y = Y_0$ dođrusunun X koordinatýný vermektedir,

$$Y = Y_0 \quad (Y = b_0 + b_1 \hat{X}_0) \quad 2$$

ayný nokta için güven aralıđý eđrisi dikkate alýndýđýnda Y deđeri,

$$Y = Y_{X_L} - ts \left\{ \frac{1}{n} + \frac{(X_L - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right\}^{1/2} \quad 3$$

olarak da ifade edilebilir. Burada $Y_{X_L} = b_0 + b_1 X_L$, $t = (v, 1 - \alpha/2)$ dađýlýpýnýn deđeri, v ise s^2 'nin serbestlik derecesidir. Eđitlik (2) ve (3) eđitlenip, b_0 ihmal edilerek, tekrar düzenlendiđinde X_L için kuadratik bir denklem,

$$PX_L^2 + 2QX_L + R = 0 \quad 4$$

elde edilir, (Draper, N.R. ve Smith, H., 1981). Burada ,

$$\begin{aligned} P &= b_1^2 - t^2 s^2 / \sum (X_i - \bar{X})^2 \\ Q &= t^2 s^2 \bar{X} / \sum (X_i - \bar{X})^2 - b_1^2 \hat{X}_0 \\ R &= b_1^2 \hat{X}_0^2 - t^2 s^2 / n - t^2 s^2 \bar{X} / \sum (X_i - \bar{X})^2 \end{aligned} \quad 5$$

şeklinde dir. X_U için de eşitlik (4) ile tanımlanan denklemin aynısı elde edilir.

Sonuç olarak X_L ve X_U eşitlik (4)'ün kökleridir. Bazı işlemlerden sonra,

$$\frac{X_U}{X_L} = \bar{X} + \frac{b_1(Y_0 - \bar{Y}) \pm ts \left\{ \left[(Y_0 - \bar{Y})^2 / \sum (X_i - \bar{X})^2 \right] + (b_1^2/n) - (t^2 s^2/n \sum (X_i - \bar{X})^2) \right\}^{\frac{1}{2}}}{b_1^2 - (t^2 s^2 / \sum (X_i - \bar{X})^2)} \quad 6$$

ya da alternatif bir form olarak,

$$\frac{X_U}{X_L} = \hat{X}_0 + \frac{(\hat{X}_0 - \bar{X})g \pm (ts/b_1) \left\{ \left[(\hat{X}_0 - \bar{X})^2 / \sum (X_i - \bar{X})^2 \right] + (1-g)/n \right\}^{\frac{1}{2}}}{1-g} \quad 7$$

eşitlikleri elde edilir, (Draper, N.R. ve Smith, H., 1981). Burada,

$$g = t^2 s^2 / \left(b_1^2 \sum (X_i - \bar{X})^2 \right)$$

olup, g değeri 0.05 ya da daha küçük ise onu sıfır olarak kabul etmek uygun olacaktır, (Draper, N.R. ve Smith, H. 1981).

Regresyon doğrusu iyi bir şekilde belirlenmedikçe başka bir deyişle b_1 tahmini istatistiksel olarak önemli olmadıkça ters regresyon yönteminin kullanılması pratik sonuçlar vermez. Regresyon doğrusu iyi belirlenmemiş ise bazı ilginç durumlar ortaya çıkabilir. Örneğin X_L ve X_U kompleks değerler alabilir ya da her ikisinde gerçek olmakla birlikte regresyon doğrusunun aynı tarafında olabilir.

Yukarıda tanımlanan formüller gerçek ortalama değer için oluşturulmuştur. Y_0 , q adet gözlemin ortalaması ise eşitlik (3), (5), (6) ve (7)'deki $1/n$ değeri yerine $1/q + 1/n$ kullanılır. $q = 1$ ise tek bir gözlem için

kullanýlacak olan formül elde edilir. $q = \infty$ olduđunda gerçek ortalama deđer elde edilmiř olup yukarıda tanımlanan formüller geçerlidir.

2. PROBLEMİN TANIMLANMASI

Tekstil sektöründe alýcýlar boyalı kumaşın gr/cm^2 ađırlýđý ile ilgilenir ve istedikleri bu hedef deđeri tedarikçi firmaya iletir. Problem, istenen boyalı kumaş gramajýný verecek olan ham kumaş gramaj deđerinin ve toleranslarýnýn belirlenmesidir. Esas olarak mübteri kalite þartlarýnýn proste kontrol karakteristiklerine dönüptürülmesi Kalite Fonksiyon Göçerimi (Quality Function Deployment: QFD) adý altında ele alýnan bir problemdir. Çalıřmada QFD üzerinde durulmamýřtır. Bu konu ile ilgilenenler temel bilgileri Þen, A ve Yenginol, F. 1995'den almaları mümkündür. Problemin çözümü için ilk bölümde tanıtylan ters regresyon yöntemi kullanýlmýřtır.

Ham kumaş 18-20 kg'lik toplar halinde içindeki su belirli bir sýcaklýđa gelmiř boya kazanlarına kazanın kapasitesini ařmayacak þekilde konur. Daha sonra istenen rengi verecek boya ve kumaşın özelliđine uygun kimyasallar ilave edilir ve kumaş belirli bir süre bu kazanda boyama iřlemine tabi tutulur.

Boyalý kumaş gramajına etkisi olabilecek faktörler olarak, ham kumaş gramajý, may sayýsý, en ölçüsü ve boya rengi olarak belirlenmiřtir.

Tablo 1. *Safir Tekstil A.Þ. Verileri*

Sýra No	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	Sýra No	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
1	215.50	178.55	16	111	0	25	210.20	175.80	16	111	1
2	199.05	172.60	16	111	0	26	222.05	174.85	17	115	1
3	214.00	177.85	16.5	111	0	27	221.90	176.15	16.5	116	1
4	215.25	175.60	16	111	0	28	214.75	171.40	16.5	115	1
5	216.05	176.25	16.5	111	0	29	216.80	189.50	17	116	1
6	214.85	176.60	16	111	0	30	229.60	183.75	17	116	1
7	216.05	176.20	16.5	111	0	31	221.50	180.75	16	92	1
8	218.35	182.55	17	112	0	32	225.40	176.40	16	96	1
9	213.70	176.40	16.5	111	0	33	222.70	180.70	15.5	95	1
10	222.55	187.25	17	111	0	34	215.10	179.90	16	94	1
11	210.70	176.40	16.5	111	0	35	220.85	179.85	15.5	93	1
12	223.35	179.25	17	95	0	36	205.85	180.65	15	96	1
13	218.75	182.35	16.5	94	0	37	214.75	181.15	15	96	1
14	219.00	177.30	16	95	0	38	227.20	180.50	16	96	1
15	215.15	179.00	16	95	0	39	230.90	177.30	16.5	116	2
16	222.85	177.55	15.5	95	0	40	222.80	172.50	16.5	116	2

Ters Regresyon Yöntemi

17	217.35	185.10	15	91	0	41	225.15	180.30	16.5	116	2
18	217.05	182.15	15	95	0	42	224.10	177.70	16	115	2
19	212.40	175.60	15.5	95	0	43	225.55	177.05	16	115	2
20	223.40	176.00	16.5	111	1	44	227.40	179.00	16	115	2
21	230.70	181.80	17	116	1	45	218.80	178.25	16	116	2
22	207.00	174.30	16	111	1	46	224.05	179.45	16.5	116	2
23	240.90	182.85	17	116	1	47	226.40	179.65	16.5	116	2
24	217.35	176.70	16	111	1	48	222.35	178.90	16	116	2

3. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

Uygulamada kullanılan veriler SAFYR Tekstil A.Ş.'deki çalışmalarda elde edilmiştir. Her top kumaştan boyanmadan önce bir noktadan alınan örnek hassas terazi ile ölçülmüş ve (kumaş çift katlı olduğu için) ortalaması elde edilmiştir. Boyandıktan sonra üç farklı noktadan $q=6$ değer elde edilip ortalaması alınmıştır. X_1 =Ham gramaj, X_2 =May sayısı, X_3 =En ölçüsü, X_4 =Boya rengi, Y =Boyalı gramaj, verileri Tablo 1'de verilmiştir (Y ve X_1 için verilen değerler ortalama değerlerdir, ayrıca boya renkleri XTREME GREEN=0, PALE PINK=1, COAL=2 olarak kodlanmıştır).

En iyi regresyon modelinin seçimi amacıyla stepwise yaklaşımı (detaylı bilgi için bkz. Draper,N.R ve Smith,H. 1981; Rawlings,J.O. 1988) Minitab 8.2 paket programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak çözümde kullanılacak en iyi modelin ham kumaş gramajı ile boyalı kumaş gramajı arasında oluşturulan sabit terimsiz basit regresyon,

$$Y = b_1 X_1 + e \quad 8$$

modeli olduğu bulunmuştur. Belirlenen modelin incelenmesi Statgraphics 6.0 paket programı ile gerçekleştirilmiştir. Model için gerçekleştirilen varyans analizi Tablo 2'de sunulmuştur. Tahminlenen model,

$$Y = 1.228256X_1 + e \quad 9$$

olup parametre tahmini için Tablo 3'deki sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 2. Regresyon Modelinin Varyans Analizi

Deđipkenli k Kaynađý	Kareler Toplamý	Serbestlik Derecesi	Kareler Ortalamasý	F- Oraný	P- Değeri
Model	2313362.00	1	2313362.00	45652.7	0.0000
Hata	2381.63	47	50.6731		
Toplam	2315743.63	48			
$R^2 = 0.999$	$s=7.1185$				

Tablo 3. b_1 Parametresi Ýçin Sonuđlar

Tahmin	1.228256
t- Değeri	213.6649
Standart Hata	0.005749
Önem Seviyesi	0.0000

Sonuđlardan da görüldüđü gibi elde edilen parametre tahmini anlamlýdır. Elde edilen modelde sapan gözlemleri arařtırmak için standardize artýklar incelenmiř ve tüm artýk deđerlerinin üç standart hata deđerinin altýnda kaldýđý görülmüřtür. Daha sonra yüksek etki noktaları (leverage) ve etkili gözlemler incelenmiř (detaylı bilgi için bkz. Chatterjee, S. ve Hadý, A.S. 1988) ve sonuđlar Tablo 4’de sunulmuřtur.

Tablo 4. Sapan Gözlem, Yüksek Etki Noktasý ve Etkili Gözlem Sonuđları

Gözlem Sýrasý	Standardize Artýk	Yüksek Etki Noktasý	Mahalanobis Uzaklýđý	DFITS
23	2.43565	0.02180	0.04659	0.36363
29	-2.37759	0.02342	0.12434	-0.36818
36	-2.38804	0.02128	0.02153	-0.35214

Ters Regresyon Yöntemi

Gerçekleştirilen inceleme sonuçları tahminlenen regresyon modelinin, ters regresyon yönteminde kullanılmaya elverişli bir model olduğunu göstermiştir.

Ters regresyon için nokta tahminleri $b_0=0$ alınarak efitlik (1) yardımcı ile sýnýr deđerleri X_L ve X_U ise efitlik (6) kullanýlarak elde edilmiřtir. Sonuçlar Tablo 5’de gösterilmiřtir.

Tablo 5. X için Nokta Tahmin ve Sýnýr Deđerleri

t -Deđerleri =2.015	s =7.1185	b_1 =1.228256			
q =6	n =48	\bar{x} =182.5032			
\bar{y} =224.2011					
Y_0	215	220	225	230	235
X_L	164	172	178	183	186
\hat{X}_0	175	179	183	187	191
X_U	180	184	189	195	203

Not: Aradaki gramaj deđerleride hesaplanmýř fakat tabloda verilmemiřtir. Elde edilen sonuçlar X_L için en yakýn büyük tamsayıya, X_U için ise en yakýn küçük tam sayýya yuvarlanmýřtır.

4. SONUÇ

Bu çalıřma Safir Tekstil A.ř.’de üretilen 20/1 P03 silikonlu pike kumařý için gerçekeřtirilmiř ve sonuçlar bir sonraki üretimde dođrulanmýřtır. Bu amaçla yirmi top kumařýn ham gramajları ölçülmüřtür. Müřterinin istemiř olduđu hedef mamul gramaj deđerleri 230 gr/cm²’dir. Ondokuz top kumařýn ham gramaj deđerleri 183-195 gr/cm² arasýnda çýkmýřtır. Diđer topun ise 180 gr/cm² olarak ölçülmüřtür. Red edilmesi gereken bu kumař dođrulama amacıyla iparetilenerek diđer kumařlarla birlikte aynı kazanda boyanmýřtır. Sonuçta ondokuz top kumař için 230 gr/cm² hedef mamul gramaj deđerleri elde edilmiř, diđer kumařýn mamul ađýrlýđý 226 gr/cm² olarak ölçülmüřtür. Ýstenilen boyalı gramajý verecek ham gramaj deđerinin ve toleranslarınýn belirlenmesi, gerçeekte uygun olmayan sonuçlar verecek ham kumařların boyama sürecine girmesini engelleyerek kayýplarýn indirgenmesine yardımcı olmaktadır.

Tablo 5’deki nokta tahminler firmada oluřturulan ISO 9002 kalite güvence sisteminin önemli bir parçasý olan kalite planýna nominal deđerler ve

A.Kemal Behirliođlu

X_L , X_U sýnýr deđerleri ise toleranslar olarak ilave edilmiđtir. Bunun sonucunda sezgisel olarak ve tecrübelerle dayanarak geręekleđtirilen süreę kalite kontrolu bilimsel bir temele oturtulmuđtur.

Bu ęalıřma farklı iplik numaraları ve kumaş tipleri için de geręekleđtirilebilir.

ABSTRACT

In this study the problem of target weight is considered after colored operation in textile industry. The factors affected is firstly determined and used in ýnverse regression. Therefore it is estimated tissue weight which is common problem in textile industry.

KAYNAKÇA

CHATTERJEE, S. ve HADI, A.S. (1988), *Sensitivity Analysis in Linear Regression*. John Wiley and Sons, New York.

DRAPER, N.R. ve SMITH, H. (1981), *Applied Regression Analysis*, John Wiley and Sons, New York.

RAWLINGS, J.O. (1988), *Applied Regression Analysis: A Research Tool*, Wadsworth and Brooks, California.

ĐEN, A. ve YENGÝNOL, F. (1995), *Kalite Fonksiyon Göęerimi*, MMO, Ýzmir.