



Matematik Okuryazarlığının Okul Matematiği ile Entegrasyonu

Integration of Mathematical Literacy with School Mathematics

Murat Altun

Prof. Dr. ◆ Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ maltun@uludag.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0001-8853-8523

Tuğçe Kozaklı Ülger

Dr. ◆ Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ tkozakli@uludag.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0001-8413-8290

Işıl Bozkurt

Dr. Öğr.Üyesi ◆ Harran Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ ibozkurt@harran.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0002-0720-7413

Recai Akkaya

Doç. Dr. ◆ Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ recaiakkaya@gmail.com ◆ OrcID: 0000-0001-5369-7612

Çiğdem Arslan

Doç. Dr. ◆ Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ arslanc@uludag.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0001-7354-8155

Furkan Demir

Dr. ◆ Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ furkandemir88@gmail.com ◆ OrcID: 0000-0003-3740-8088

Burcu Karaduman

Doktora Öğrencisi ◆ Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ burcukaraduman@uludag.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0001-9809-9077

Zeynep Özaydın

Yüksek Lisans Öğrencisi ◆ Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi ◆ zeynepozaydin@uludag.edu.tr ◆ OrcID: 0000-0003-1768-3963

Özet

Okulda öğrenilen matematiği gerçek yaşama aktarabilme, matematiksel bilgiyi yaşamda kullanabilme ihtiyacı, matematik okuryazarlığı deyimini ön plana çıkarmıştır. Bu ihtiyacın karşılanması okullarda matematik okuryazarı öğrenciler yetiştirmek ve öğretimi bu şekilde planlamakla mümkündür. Bu doğrultudan hareketle bu çalışmada, matematik öğretiminde matematik okuryazarlığını süreç içinde geliştirme amacıyla tasarlanan ve Çift Odaklı Öğretim adı verilen bir öğretim modelinin tanıtılması amaçlanmaktadır. Tasarım tabanlı bir araştırma projesinden elde edilen verilere dayanarak yapılandırılan bu modelde öğretim, matematiksel kavram ve genellemelere ulaşma ve bunları derinleştirme ve pekiştirme üzerine yoğunlaşmaktadır. Çalışmada, modelin içeriği, dayandığı öğrenme kuramları ve örnek bir ders planı üzerinde derse yansımaları tüm yönleriyle açıklanmıştır. Modelin varlığına duyulan ihtiyaç, uygulanabilirliği ve başarı potansiyeli literatür ışığında tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Matematik okuryazarlığı, matematiksel yeterlikler, matematiksel etkinlik, yapılandırmacı öğretim, gerçekçi matematik eğitimi.

Abstract

The need to transfer the mathematics learned at school to real-life and use mathematical knowledge in life has brought the expression of mathematical literacy to the fore. Meeting this need is possible by raising mathematically literate students in schools and planning education to achieve this. From this starting point, this study aims to introduce a teaching model called Dual-Focused Teaching, which is designed to develop mathematical literacy during mathematics instruction. Constructed based on data from a design-based research project, this model focuses on reaching, deepening, and reinforcing mathematical concepts and generalizations. The model's content includes learning theories on which it is based, its application in the lesson, and its reflection on the lesson on a sample lesson plan are explained in all aspects of this study. The need for this model, its applicability, and potential are discussed in light of the literature.

Keywords: Mathematical literacy, mathematical competencies, mathematical tasks, constructivist teaching, realistic mathematics education

1. Giriş

Matematiğin yaşamdaki önemi, birçok fiziksel olgunun soyut matematik kurallara indirgenebilmesi ve bu yolla davranışlarının açıklanabilmesinden ileri gelmektedir (Stacey, 2015). Bu noktadan hareketle bireyi yaşama hazırlamayı amaçlayan ilköğretim düzeyi matematiğin asıl işlevlerinden biri, *öğrenilen kavramsal bilgiyi yaşamda kullanma* becerisini kazandırmak ve yaşamsal olayları matematiksel bir anlayışla ele almayı gerektirmektedir. Hedeflenen bu işleve karşın yaşam ve okul matematiği arasındaki kopukluk öteden beri bilinen ve süregelen bir problemdir. Bu kopukluğa farklı araştırmalarda (Ellerton, 2013; Kaiser & Willander, 2005; Stacey, 2015) vurgu yapılmış, yaşam ve okul matematiği ilişkisi ve bu ilişkinin, öğretimle uyumlu hale getirilmesi ihtiyacı açıklanmaya çalışılmıştır. Bu çabaya karşın günümüzde bu kopukluk sürmekte; matematik, cebir ve geometri adı altında okutulan matematik derslerinde öğrenilen bilginin sınırlı kullanım alanına sahip olduğu anlayışı ile sınırlı kalınmaktadır (Steen vd., 2007). Bu durumda *okul matematiği ve yaşam arasında ilişki kurmaya yönelik bir öğretim modeline ihtiyaç* olduğunu düşündürmektedir. Bu ihtiyaç matematiğin yaşamdaki rolünü anlama ve yaşamda karşılaşılan güçlük ve problemlerin çözümünde matematiği kullanabilme (McCrone & Dossey, 2007) anlamına gelen matematik okuryazarlığı (MO) kavramının ortaya çıkmasını tetiklemiştir. Tasarlanan model, yöntem bazında öğretime müdahale edilmesini ve eğitimin MO'yu dikkate alarak gerçekleştirilmesini gerektirmektedir. Bu ihtiyaca bağlı olarak bu çalışmada, MO başarısını artırmak için uygun bir öğretim modeli önerilmiştir.

1.1. Matematik Okuryazarlığı Nedir?

MO, matematiğin gerçek yaşamdaki rolünü kavrama ve tanımlama, ihtiyaç durumunda yapılandırıcı, ilişkilendirici ve yansıtıcı yollarla karar verebilme ve bunu bir yaşam tarzı haline getirildiği bir birey kapasitesidir (OECD, 2009). OECD mevcut MO tanımını revize ederek bireyin matematiği, yaşamsal olaylarda formüle etme, uygulama ve yorumlamada kullanma kapasitesi şeklinde ifade etmiştir (OECD, 2013; 2016). MO burada, sadece öğretim programına hakim olmak yerine, matematiksel bilgi ve becerileri kullanabilme becerisini ifade etmektedir (Kramarski & Mizrachi, 2004). Temel amacı MO düzeyini ölçmek olan PISA çalışması MO fikrini daha net bir şekilde ortaya koymaktadır. MO'nun ne olduğuna ilişkin alan yazında çoğunlukla PISA ile ilgili yayınlara rastlanmaktadır. Bunun başlıca nedeni, birçok ülkenin (Avustralya, Finlandiya, Güney Afrika, İsrail, vb.) eğitim programlarındaki revizyonlarda MO bakımından uluslararası karşılaştırmalara imkan veren PISA sonuçlarını dikkate almasıdır (Breakspear, 2012). Bütünsel olarak MO'ya ilişkin yapılan farklı tanımlar

ele alındığında MO, bireyin matematiğe özgü üst düzey düşünme becerilerine ve yeterliklerine sahip olma ve bunları kullanabilme durumu olarak özetlenebilir (Kramarski & Mizrachi, 2004; Meaney, 2007). MO, bilinen matematiği gerektiği yerde kullanmak suretiyle yaşam kalitesini artırmakla sınırlı olmayıp, ihtiyaç olan matematik bilgiyi hissetmeyi de içerir. Bireyin bu özelliklere sahip olması ancak öğretimin şekline müdahale ile mümkün olabilir.

1.2. Matematik Okuryazarlığını Öğretimin Doğasına Entegre Etme

MO'nun matematik dersleri içerisinde entegre bir şekilde yer alması ve bir öğretim programını takip eden okul matematiğinin bir sonucu olarak matematik okuryazarı olunması beklenmektedir. Kissane (2012), öğretim programında açık bir şekilde olmasa bile öğretmenlerin, öğretim programı ile MO arasında bağlantı kurması gerektiğine dikkat çekmektedir. Tomlinson (2004) ve Smith (2004) tarafından hazırlanan raporların ardından bazı ülkelerin MO'yu okullarında temel bir hedef haline getirdiği ortaya çıkmıştır. Örneğin; Avustralya hükümeti MO'yu, öğrencilerin okul yaşamı için başarılı bir öğrenen olmalarında etkili olan ve okul sonrası gelecek yaşam için gereken bir beceri olarak tanımlamış ve tüm derslere entegre olmasını bir eğitim politikası olarak belirlemiştir (Council of Australian Governments, 2008). Son yıllarda çeşitli ülke matematik öğretim programlarındaki bu köklü değişikliklere rağmen, MO kavramının öğretim süreci içerisinde halen yeterli düzeyde ele alınmadığı düşünülmektedir (Jurdak, 2016). Kabael & Barak (2016), MO düzeyini arttırmada en büyük payın öğretimin şekline bağlı olduğunu ve matematik öğretmenlerinin MO düzeylerini destekleyici öğretim yapabilmelerinin önemini ifade etmiştir. Firdaus vd. (2017) ise MO'nun kullanılmakta olan öğretim modellerinden etkilendiğini belirtmektedir. Çeşitli araştırmalarda problem temelli öğrenmenin (Sari vd., 2017), somut ve sezgisel muhakemeye fırsat tanımanın (Akın & Kabael, 2016), matematiksel etkinlikler üzerinden öğretim yapmanın, gerçekçi matematik eğitiminin (Khaerunisak vd., 2017), yapılandırmacı temele dayalı bir öğretimin (Brown & Schäfer, 2006), strateji temelli matematik eğitiminin (Gellert, 2004) matematiksel yeterliklerin gelişiminde etkili yöntem ve yaklaşımlar olduğu, en etkili öğretim aracının ise yoğun bir şekilde uygulama yapmak olduğu (Lutzer, 2005) belirtilmektedir. Bu sonuç ve öneriler dikkate alınarak bu çalışmada, MO'nun gelişimini ayrı bir problem olarak ele almadan, sınav bazına indirgmeden, yoğun uygulamalar içeren ve öğretimin içine yedirildiği, kolay uygulanabilir yeni bir öğretim modeli önermektedir.

1.3. Yeni Bir Öğretim Modeli İhtiyacı

Ülkemizde PISA uygulamalarında elde edilen düşük başarı düzeyleri, ülke eğitim paydaşlarının dikkatini çekmiş ve konu ile ilgili farkındalık düzeyini artırmıştır. Bu noktada matematik öğretim sürecinde MO'nun nasıl desteklenebileceği, uygun öğretimin nasıl yapılacağı ve MO başarı düzeyinin nasıl geliştirileceği konusundaki ihtiyacı gözler önüne sermiştir. Bu ihtiyacı gidermeye dönük adımlardan biri, 2018 yılında İlköğretim Matematik Öğretim Programı'nın ortaya konması ile gerçekleşmiş, "Öğrenci, MO becerilerini geliştirebilecek ve etkin bir şekilde kullanabilecektir." maddesi programın özel amaçlarının ilki olmuş, diğer maddelerin birçoğunda ise yeterliklere gönderme yapılmıştır. Benzer şekilde 2018 yılından bu yana uygulamada olan Liselere Giriş Sınavı (LGS) matematik sorularının PISA uygulamalarında yer alan sorular ile paralellik göstermesi, Milli Eğitim Bakanlığının (MEB) matematik okuryazarı bireyler yetiştirmeye dönük bir anlayışı benimsediğini ortaya koymuştur. Ne var ki bugüne kadar alınan bu tedbirler öğretim sürecine yansımamış, öğretim yöntem ve tekniklerinde herhangi bir yeniliğe gidilmemiştir. Bu noktada MO'yu geliştirmek için öğretimin bir bütün olarak ele alınması gerekmektedir. Bu araştırma, bu ihtiyaca cevap verebilmek için tasarlanmıştır. Araştırmada öğretimin her aşamasında (kavramın kazandırılması, pekiştirilmesi,

değerlendirilmesi gibi) ne tür çalışmalara yer verilebileceğini gösteren “çift odaklı öğretim modeli” adıyla yeni bir öğretim tasarımı ele alınmaktadır. Sonuç olarak bu çalışma, öğretime müdahale ederek MO’yu geliştirmeyi hedefleyen, matematiksel yeterlikleri öğretim esnasında ortaya çıkaran, kolay uygulanabilir yeni bir model önermektedir. Önerilen model, geleneksel öğretim ve son yıllarda yaygın kabul gören Yapılandırmacı öğretim ve bunun öğretime yansması için geliştirilen 5E öğretim modeli ile ilgili tartışmaları temel almaktadır. Tüm matematik kavramlarının öğretimi için geçerli olarak tasarlanmış olan bu modelin temelinde MO’yu matematik öğretiminin akışı içinde geliştirmek vardır. Bu yönüyle bu model hem matematik okuyucu bireyler yetiştirme ihtiyacını karşılayabilecek hem de öğretim uygulamaları esnasında görülen diğer aksamaları da giderebilecektir.

Bir matematik öğretimi modeli arka planda doğal olarak çeşitli kuram(lar)a dayanır. Buna bağlı olarak aşağıda modelin dayandırıldığı kuramsal temeller tanıtılmıştır.

2. Araştırmanın Kuramsal Temelleri

Çift Odaklı Öğretim Modeli, Gerçekçi Matematik Eğitimi (GME) ve Yapılandırmacı Yaklaşımına dayanmakta olup, bu kuramların ışığında şekillenmektedir. Öğrenme kuramları olarak GME, matematik eğitimine ait bir kuram olması ve matematik bilgisinin oluşumunun (yatay ve dikey matematikleştirme) (Hauvel-Panhuizen, 1996) referans almasından ötürü tercih edilmiştir. Yapılandırmacı öğrenme kuramı ise temelinde bir bilgi kuramı olması (Nelissen & Tomic, 1998) ve bilginin oluşumunu esas alması nedeniyle tercih edilmiştir. Önerilen modelin mevcut öğrenme modellerinden farkı ise yeterliklerin gelişimini hedeflemesidir.

GME tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığı fikrini esas almakta olup, öğretimde gerçek hayatın matematikleştirilip daha sonra formal matematik bilgiye ulaşılması fikrini desteklemektedir (Gravemeijer, 1990). GME’nin kurucusu Freudenthal (1991)’e göre *matematik bir insan aktivitesidir, keşfedilmez icat edilir* (akt. Tomic & Nelissen, 1998, s.5). Yani; sosyal olgular ve ihtiyaçlar matematik yapma ihtiyacı doğurur. Örneğin; karşılaştırılan iki şeyden hangisinin daha fazla yer kapladığını bilmeye duyulan ihtiyaç, alan ölçmenin icadına yol açmıştır. Bunun sonucu olarak dikdörtgenin alanını ölçmeye yönelik $A=ab$ şeklinde matematiksel bir model geliştirilmiştir (Altun, 2018). Geleneksel öğretime bir karşı olarak ortaya çıkmış olan bu yaklaşıma göre, gerçek hayat problemleri ile matematik öğretime başlanmakta, matematik yapmak için çevresel bir problem uyarıcı olmalıdır. Başka bir ifadeyle matematik yapmaya ihtiyaç duyma, öğretimin ana ilkesi olmalıdır (Gravemeijer vd, 1998).

Bir bilişsel kuram olarak yapılandırmacılık, bilginin insan zihninde nasıl oluştuğu ile ilgilidir (Nelissen & Tomic, 1998). Bu kuramın temelinde, bilginin bireyden bağımsız olarak dış dünyada var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı, bu durumun aksine birey tarafından zihinde yapılandırıldığı görüşü yatmaktadır (Nelissen & Tomic, 1998). Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımının kurucusu Piaget öğrenmeyi özümseme, düzenleme ve denge kavramları ile açıklamaktadır. Bilginin yapılandırılma sürecini açıklayan bu kavramlara göre birey öğrendiği bilgiyi öncelikle zihninde var olan şemalara uyarlamaya çalışır (özümseme), eğer uyarlayamıyorsa şemalarını yenileyip geliştirmektedir (düzenleme). Özümseme ve düzenleme süreçleri sonunda bilgi son şeklini almakta ve yeni öğrenmeyle birlikte bilişsel denge sağlanmaktadır.

Gravemeijer (1994), yapılandırmacı yaklaşım ile GME’nin uyumunu “Yapılandırmacılık, gerçekçi yaklaşıma iyi uymaktadır.” sözü ile açıklamaktadır. Her iki kuramda da bilgiye etkinlikler üzerinden ulaşmak benimsenmektedir. Burada sözü edilen etkinlikler sıralı birtakım işlemlerden farklıdır (Kyricaou, 1992). Matematik öğretiminde yer verilen etkinlikler için aşağıdaki özellikler verilmiştir:

1. Etkinlik öğrencinin sahiplik ettiği bir öğrenme faaliyetidir.

2. Öğrenci, bu öğrenme faaliyetinde ne yaptığını açıklayabilmelidir.
3. Öğrenci arkadaşlarıyla ve öğretmenleriyle konu üzerinde tartışabilmelidir.
4. Öğrenme olayı zihinsel bir karmaşayı açıklar nitelikte olmalıdır (Altun, 2018).

Bu dört özelliğten birinci ve dördüncüsü kritiktir. Etkinliğe öğrenci sahiplik edebilir ise eğer doğal olarak konu üzerindeki düşüncelerini açıklar yani arkadaşları ve öğretmeniyle konuşabilir. Etkinliğin dördüncü özelliği olarak verilen “etkinliğin zihinsel bir karmaşa içermesi”, etkinliğe Graven ve Venkat (2007), Firdaus vd. (2017)’nin işaret ettiği problem temelli bir yapı kazandırır. Öğrenciler söz konusu zihinsel karmaşayı giderip ortak bir düşünceye vardıklarında bilgiye ulaşılmış olur.

Asıl zorluk, açıklanan bu öğrenme kuramların dan öğretim süreci içerisinde en etkin şekilde nasıl yararlanılabileceği hususunda ortaya çıkmaktadır. Önerilen modelde öğrenme kuramları ile uyumlu olarak matematiksel kavram, genelleme ve becerilerin kazandırılması hedeflenmektedir. Çift odaklı öğretim modelinde yeterliklerin kazandırılması, bilginin kazandırılması ölçüsünde önemlidir.

2.1. Matematiksel Yeterlikler ve Yeterlik Çerçevesleri

Matematiksel yeterlik, matematiksel problem veya karmaşık durumlarda “Matematik birikimini aktive etmek için hazırbulunuşluk” (Niss & Højgaard, 2011) şeklinde tanımlanabilir. Matematiksel yeterlik; bilgi, etkililik, kabiliyet, kavrama, ustalık, uzmanlık, yetenek, verimlilik vs. gibi birçok başka kavramla karıştırılmakta ve kimi zaman bu kavramların yerine kullanılmaktadır. Ancak yetenek, birikimden ziyade doğuştan getirilen yapabilme gücü iken yeterlik “yeterli ya da nitelikli olma başka söyleyişle gerekli beceri, bilgi, nitelik ve kapasiteye sahip olma” durumu olarak ifade edilebilir (Kilpatrick, 2014).

Matematik öğretiminde ne tür yeterliklere yer verileceğini açıklayan yeterlik çerçevesleri tanımlanmıştır. Aralarında kısmi farklılıklar olmakla birlikte Tablo 1’ de görüldüğü gibi (başlıcaları Programme for International Student Assessment-PISA, Kompetencer og matematiklering-KOM, National Council of Teachers of Mathematics-NCTM, Mathematical Competency Research Framework-MCRF, National Educational Panel Study-NEPS yeterlik çerçevesleri) hemen hepsinde problem çözme, muhakeme etme, temsil etme, iletişim ve modellemenin ortak olduğu görülmektedir.

Tablo 1 Yeterlik Çerçevesleri

	NCTM	PISA Çerçevesi	KOM Projesi	MCRF Çerçevesi	NEPS
Prosedürel yeterlik				+	
Matematiksel Düşünme			+		
Modelleme			+		+
Sembolik, teknik dil ve işlemleri kullanma		+	+		+
Problem çözme	+	+	+	+	+
Temsil Etme	+	+	+	+	+
İletişim		+	+	+	+
Matematikleştirme		+			
Muhakeme ve argümantasyon	+	+	+	+	+
Matematiksel araçları kullanma	+	+	+	+	

Kapsamları birbiriyle karşılaştırıldığında yeterlik çerçevelerinin tümünde; problem çözme, muhakeme etme, temsil, iletişim yeterliklerinin ortak olduğu ve matematiksel modellemenin NCTM hariç diğerlerinin tamamında yer aldığı görülmektedir. Bu çalışmada yeterlik çerçevesi olarak PISA yeterlik çerçevesi seçilmiştir. PISA yeterlik çerçevesinin seçilme nedeni, bu çalışmanın amacı bakımından PISA değerlendirmelerini benzemesidir. Her ikisi de matematik okuryazarlığını geliştirmeyi ve ölçmeyi hedeflemektedir.

Tablo 2 Yeterliklerin Sınıflandırılması

Matematik yapma ile ilgili olan yeterlikler	Modelleme	Mevcut matematiksel modellerin yapısını, özelliklerini analiz edebilme ve bu modellerin doğruluğunu değerlendirebilme, yaşamsal durumlardan yola çıkarak yeni modeller oluşturma
	Problem çözme için strateji oluşturma	Farklı türdeki matematiksel problemleri anlama, ifade etme, çözüm için bir plan kurma ve uygulama, çözümü değerlendirebilme
	Muhakeme etme, argüman üretme	Çeşitli matematiksel durumlara ilişkin parametreleri anlama, değerlendirme ve sonuç çıkarma, matematiksel dayanakları olan iddialarda bulunma ve bunları savunma
Matematik yapmaya yardımcı olan yeterlikler	İletişim	Matematiksel olgu ve durumları anlayabilme, ifade edebilme ve kullanabilme
	Temsil etme	Yazılı, sözlü, görsel gibi farklı temsil türlerini anlayabilme, yorumlayabilme, farklı temsil türleri arasında dönüşüm yapabilme
	Sembolik, Teknik Dil ve İşlemleri Kullanma	Sembolleri anlama ve kullanabilme, matematiksel dil ve günlük kullanılan dil arasında iki yönlü çeviri yapabilme,
	Matematiksel araç ve gereçleri kullanma	Matematiksel araç ve gereçlerin özelliklerini ve sınırlıklarını bilme, aktivitelerin yürütülmesinde araç ve gereçlerden yararlanabilme ve aralarında ilişki kurabilme

Yeterlikler kendi aralarında matematik yapma ile ilgili olanlar ve matematik yapmaya yardımcı olanlar olmak üzere iki gruba ayrılabilir (Altun, 2020). Bu durum Tablo 2’de gösterilmiştir. İfade edilen tüm bu yeterlikler bütün olarak matematiksel yetkinliği oluşturmaktadır (Niss & Højgaard, 2011).

Geleneksel öğretimde yeterliklerin gelişimi, konu bilgisi kazandırmanın gölgesinde kalmakta ve organize bir yeterlik kazandırma öğretimine yer verilmemektedir. Doğal süreç içinde ne ölçüde gelişir ise onunla yetinilmektedir. Öğretim içinde yeterliklerin nasıl geliştirileceği veya yeterliklerin gelişimi için öğretimin nasıl biçimlendirileceğine ilişkin çok sayıda araştırma vardır (Örn. Blomhøj & Jensen, 2007; Niss vd., 2016). Bu çalışmalar bilgi kazanımının yeterlikleri geliştirecek şekilde planlanması ile ilgili olanlar ve yeterliklerle ilgili olanlar şeklinde iki başlık altında toplanmıştır. Bu başlıklar Tablo 3’de gösterilmiştir.

Tablo 3 Matematik Okuryazarlığı Literatürü İçin Bir Sınıflandırma

Yeterliklerle ilgili olanlar	i. Yeterliklerin gelişimi ile ilgili araştırmalar
	ii. Yeterliklerin değerlendirilmesi ile ilgili araştırmalar
Öğretimin yeterlikleri geliştirecek şekilde revize edilmesi ile ilgili olanlar	iii. Öğretim yöntemleri ve içeriği ile ilgili araştırmalar
	iv. Öğretmen niteliği ile ilgili araştırmalar

Bu çalışma ise Tablo 3'te yer alan sınıflamalardan öğretim yöntemleri ve içeriği ile ilgili araştırmalar içerisinde değerlendirilebilir.

2.2. Yeterliklerin Gelişimi ile ilgili Araştırmalar

Literatürde yeterliklerin gelişimi ve öğretim içinde ele alınması hususunda güçlü bir vurgu vardır. Gresalfi ve arkadaşları (2009) yeterliklerin gelişimi için öğrencilerin derse katılma fırsatlarının artırılması gerektiğini, Blomhøj & Jensen (2007) yeterliklerin öğretim sürecine dahil edilmesi ve program içinde uygun bir dizi etkinliğe yer verilmesi gerektiğini rapor etmiştir. Niss ve arkadaşları (2016) yeterliklerin gelişmesi için öğretmenlerin bilgi amaçlı derslerden ayrıca matematik derslerinde yeterlik odaklı çalışmalar yapmaları gerektiğini, Palmér vd. (2018) öğretmen rolünün değişmesi ve "daha az konuşan öğretmen" tiplemesiyle davranmaları ve öğrencilerin konuşma fırsatlarını artırmaları gerektiğini belirtmişlerdir. Boesen vd. (2014) ve Aydoğdu İskenderoğlu ve Uzuner (2017) öğretmenlerin yeterlikler konusunda olumlu düşüncelere sahip olduklarını ancak bu konudaki öğretmen birikimlerinin yetersiz olduğunu belirtmiştir. Özetlenen araştırmalar yeterliklerin gelişimi için iki noktayı öne çıkarmaktadır. Bunlar;

- ✓ Yeterliklerin dersin doğal süreci içinde ele alınması ve ders içeriğine yeterliklerin gelişimini sağlayacak özel etkinlikler konulması gerektiği,
- ✓ Yeterliklerin gelişimi için öğretmen tavır ve tutumunun öncelik olduğu ve "az konuşan, öğrenciler için fırsat yaratan" öğretmenin etkili olduğudur.

Pettersen ve Nortvedt (2018) uygun etkinlikler planlandığı takdirde yeterliklerin süreç içinde gözlenebileceğini belirtmiştir. Saénz (2009) yeterliklerin okul matematiği üzerinden gözlenebileceğini, bunun için öğrencilerin bağlamsal, işlemsel ve kavramsal süreçlerde nasıl davrandıklarına bakılması gerektiğini belirtmiştir. Dabic Boricic vd. (2020) Sırp eğitim sisteminde düşük matematik okuryazarlığı başarı düzeyini yükseltmek için beş temel bileşende çalışma yapmak gerektiğini (i) Öğrencinin matematiksel kavramları ve işlemleri anlaması için kavramsal anlamının geliştirilmesi (ii) Öğrencinin akıcı işlem yapma ile ilgili becerilerinin gelişmesi (iii) matematiksel yeterliklerin desteklenmesi (iv) Uygulanabilir bir akıl yürütmenin başarılması ve öğrencinin matematiği mantıklı, yararlı ve değerli bulma alışkanlığının gelişmesi ve bu noktalardaki başarının öğretmenlerin MO hakkındaki birikimleri ve tutumları ile yakından ilişkili olduğu sonucuna varmışlardır.

2.3. Öğretimin Yeterlikleri Geliştirecek Şekilde Revize Edilmesi ile İlgili Araştırmalar

Öğretim ile ilgili araştırmaların bir kısmı yeterliklerin gelişimine katkısı bakımından uzaktan eğitim ile yüz yüze eğitimi karşılaştırmıştır. Kaiser ve Willander (2005) 30 civarında öğrenci ile online yenilikçi bir programın MO başarısı üzerindeki etkilerini tartışmıştır. MO başarısı düşük öğrencilerde, online yenilikçi program ile çok ilerleme kaydedilirken, MO başarısı yüksek olanlarda daha az ilerleme

kaydedilmiştir. Kramarski ve Mizrachi (2004) online tartışmaların MO başarısı üzerindeki etkisini incelemiş ve sonuçta yüz yüze yapılan eğitimde ulaşılan başarı düzeyine ulaşılmadığını ortaya koymuştur. Verster (2009) bir çevrim içi öğretim tasarımı MO uygulamalarına yer vermiş fakat çalışma beklenen ilgiyi görmemiştir. Frith vd. (2004) öğrencilerin etkileşimli video programları kullanmalarının başarı üzerindeki payını merak etmiş beklenen ölçüde başarı gözleyememişlerdir. Özetle bu araştırmalarda MO öğretiminde online ortamların yüz yüze ortamlara göre daha elverişsiz olduğu sonucu ortaya çıkmaktadır.

Öğretim uygulamaları ile ilgili diğer bir kısım araştırma, öğrencilerin MO soruları ile karşılaştırılması ve öğrencilerin ne tür soruları çözmeye başarısız olduklarının belirlenmesiyle ilgilidir. Altun ve Bozkurt (2017) MO sorularını yeniden bir sınıflamaya tabi tutarak öğrencilerin bu sınıflamalardan hangilerinde yer alan soruları çözemediklerini tespit etmiştir. Bilimsel tarama modeli ile yapılan çalışmanın sonucunda öğrencilerin MO kapsamındaki soruların altı kategoride toplanabildiği, öğrencilerin bunlardan matematiksel öneri geliştirme ve yaşamsal durumun matematik dildeki karşılığını bulmaya ilişkin sorularda başarısız olduğunu göstermiştir. Dewantara ve arkadaşları (2015) PISA ve benzeri soruları öğrencilere yönelterek, onların “MO konusundaki farkındalıklarının nasıl etkilendiği” sorusuna cevap aramıştır. Öğrencilerin bağlamsal sorulara aşına olmadıklarını fakat bağlamsal sorularla karşılaştırılmalarının potansiyel bir etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Meaney (2007) bir sorunun bağlamında yapılan değişikliklerin öğrenci argümanlarına nasıl yansıdığını anlamak için ortaokul öğrencilerine sorular yöneltilmiştir. Bu araştırma, bağlamındaki karmaşıklığın kullanılacak bilgiyi ayırt etmeyi zorlaştırdığını ortaya koymuştur. Goldman ve Hasselbring (1997) bağlamın öğrenme üzerindeki etkisini inceleyip, problemin bağlamı gerçek ilgi uyandırdığında daha istekli olduklarını, teknoloji desteğinin problemleri çözmeye yardımcı olduğunu rapor etmiştir. Sonuç olarak bu araştırmalar, güçlüklerin tespiti için öğrencilerin bağlamsal sorularla karşılaştırılmasının önemli olduğu ve bu tür uygulamaların MO başarısını artırmada ciddi fırsatlar verebileceğini ortaya koymuştur.

Problem temelli öğretime bu araştırmalarda özel bir vurgu yapılmıştır. Problem temelli yaklaşımın MO başarısını artırdığı (Firdaus vd., 2017; Graven & Venkat, 2007) rapor edilmiştir. Khaerunisak vd. (2017) RME'nin matematik okuryazarlığını geliştirmeye uyumunu incelemiş ve birbirine yaklaşım olarak RME'nin uygun olduğu sonucuna ulaşmıştır. Ancak her düzeyde başarının aynı oranda yükselmediği, özellikle başarı düzeyi düşük öğrencilerin çalışmaları tamamlayıp sonlandırmada bazı güçlüklerin gözlemlendiği bildirilmiştir.

Genel bir değerlendirme yapılacak olur ise yeterliklerin gelişimi hususundaki literatür bilgisi, aşağıdaki sonuçları ortaya çıkarmaktadır:

- 1) Yeterliklerin ders sunumu içinde bilgi kazandırma amacının yanı sıra aynı önem düzeyinde ikinci bir amaç olarak ele alınması gerekmektedir.
- 2) MO öğretiminde öğretmenlerin MO ile ilgili bilgi birikimi ve gönüllülüğü önemlidir. Öğrencilerin tartışmalarına yer veren, iletişimde bulunmalarına fırsat yaratan bir tutum benimsemesi gerekmektedir.
- 3) Problem temelli öğretim yaklaşımları MO eğitimi için uygundur.
- 4) Yeterlikler için özel çalışma saatleri düzenlenebileceği ve öğretim içeriğinde yer verilen etkinliklerde yeterliklerin ortaya çıkması için uygun ortam yaratılması önemlidir.
- 5) Yüz yüze tartışmalar online olanlara tercih edilmelidir.

Literatürde ulaşılan bu sonuçlar dikkate alınarak çalışma kapsamında önerilen modelin yapısı, içeriği, ilkeleri yapılandırılmıştır.

3. Yöntem

Bu araştırma ulusal çapta yürütülen bir projenin bir bölümünü içermektedir. Bu araştırmaya konu olan Çift Odaklı Öğretim Modeli, proje kapsamında yürütülen tasarım tabanlı bir araştırmaya yaklaşımının izlenmesi neticesinde ortaya çıkmıştır. Tasarım tabanlı araştırma projesinin aşamaları sırasıyla şu şekilde gerçekleşmiştir: (i) Matematik okuryazarı bireyler yetiştirmek için çift odaklı öğretim modeli tanımlanmış ve uygulanma şekli genel hatları ile belirlenmiştir, (ii) Ortaokul (5-8) matematik dersi öğretim programındaki kazanımlarla uyumlu olarak MO yeterliklerin gelişimini hedefleyen, yapılandırmacılık ve GME'ye dayalı öğretim içeriği yazılmıştır, (iii) Gönüllü olarak başvuran hizmet içinden 25 ortaokul matematik öğretmenine hizmet içi eğitim kapsamında, önerilen öğretim modeli tanıtılmış, matematiksel yeterlikleri içeren etkinlikler ve MO sorusu yazma çalışmaları ve deneme öğretim uygulamalarının yapılması ile öğretmenlere mesleki gelişim kazandırılmıştır, (iv) Eğitime katılan öğretmenler arasından eğitimi başarı ile tamamlamış olan dört öğretmen ile 5, 6, 7 ve 8. sınıflarda bir dönem boyunca sınıf içi uygulamalar yürütülmüştür ve (v) Elde edilen veriler ışığında modele son şekli verilmiştir. Bu çalışmada ise elde edilen bu modele ilişkin olarak, "Matematik okuryazarı bireyler yetiştirmek için önerilen çift odaklı öğretim modeli nedir? Geliştirilen bu modelin temel ilkeleri nelerdir? Bu model öğretimde duyulan ihtiyaca cevap verebilmekte midir?" soruları tartışılmıştır.

Bu araştırma için Bursa Uludağ Üniversitesi'nden (26 Ekim 2018 tarihli - 2018/09 sayılı) etik kurul izni alınmıştır.

4. Çift Odaklı Öğretim Modeli

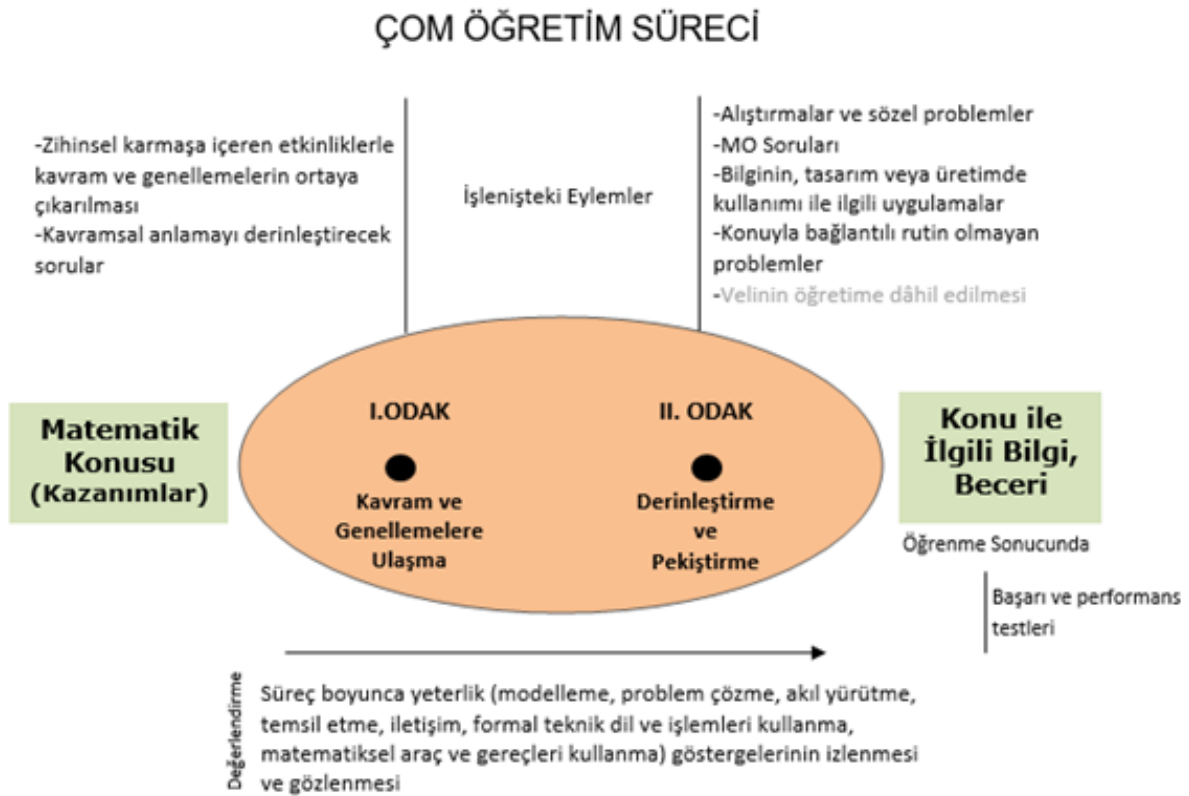
Çok sayıda adımdan oluşan matematik öğretiminde bilgi kazanma sürecinde iki noktadaki eylemler kritik olup, ön plana çıkmaktadır. Bunlar;

(i) Kavram veya genelleme bilgisinin oluşturulması ve

(ii) Oluşturulan kavram veya genellemelerin pekiştirilmesi ve derinleştirilmesi (Altun, 2020).

Matematik öğretiminde etkili kuramlardan gerek Yapılandırmacı Öğrenme Yaklaşımı gerek GME, her iki kuram da kavram veya genellemelerin öğretimini önemsemekte ve bu hedefe ulaşmak için seçilen bir problem veya etkinlik ile derse başlanmasını esas almaktadır. Seçilen problem veya tasarlanan etkinlikte varılmaya çalışılan sonuç yapılandırmacı öğrenmede "keşfetme" basamağındaki çalışmalara, GME de ise "yatay matematikleştirme kapsamında sürecin yeniden keşfi" aşamasında olmaktadır. Bu ortak nokta yani kavram veya genellemelerin kazandırılması öğretimin birinci kritik noktasıdır. Öğrenilen bilginin pekiştirilmesi süreci, yapılandırmacı öğrenmedeki derinleştirme basamağında, GME de ise dikey matematikleştirme sırasında gerçekleşmektedir. İkinci kritik nokta da pekiştirme ve derinleştirmedir. MO'yu geliştirmeyi dikkate alan bir matematik öğretimi, bu iki kritik noktayı öne çıkarmak ve bu noktalardaki eylemleri gerçekleştirmekle mümkündür. Bu durum tüm matematik konuları için geçerlidir. Bu çalışmada, bu iki kritik noktayı öne çıkaran ve öğretimi bu kritik noktalar üzerinden şekillendiren bir öğretim modeli önerilmiş ve modele "*Çift Odaklı Öğretim Modeli* (ÇOM)" adı verilmiştir. ÇOM'a göre yapılan öğretim süreci Şekil 1'deki gibidir.

Şekil 1 ÇOM'a Uygun Öğretim Süreci



Matematik derslerinin planlanması ve uygulanmasında iki temel eğilim göze çarpmaktadır. Bunlardan biri kazanımları esas alma, diğeri ise konuyu/kavramı esas almadır. Örneğin, ülkemizde kazanımların dikkate alınması daha baskındır. ÇOM ile öğretimde ağırlığı olan etkinliklerle yürütülen ders, kazanıma dayalı yaklaşım ile tam olarak uyumlu görünmemektedir. Bundan ötürü, ÇOM'a uyumlu ders planlamada konu ve kavramların esas alınması yönüme daha uygun düşmektedir. ÇOM ile öğretimde, kazanımlar ise konunun kapsam ve sınırlarını belirlemede ve dersin amaçlarına ulaşım ulaşmadığını kontrol etmede başvurulan bir kaynak olarak işlevseldir. Süreç sonunda bu kazanımlara ulaşıp ulaşılmadığı başarı ve performans testleri ile kontrol edilir. Matematiksel yeterliklerin geliştirilmesi ise her iki odak boyunca sürdürülen çalışmalarla sağlanmaktadır.

4.1. Öğretimde Birinci Odaktaki Öğretim ve Karakteristik Özellikleri

Birinci odak kavram veya genellemenin kazandırıldığı, becerilerin geliştirildiği aşamadır. Kavram ya da genellemenin keşfedilmesine hizmet edecek etkinliğin niteliği ile ilgili olarak ders kitaplarındaki mevcut etkinlik ve alıştırmalardan ziyade, matematiksel yeterliklerin gelişimini destekleyici olması dikkate alınmıştır. Bu yeterliklerden ilk grupta yer alan matematiksel modelleme, problem çözme için strateji oluşturma ve muhakeme ve argüman üretme yeterliklerinin aktive edilmesine dönük bir problem durumu bulunabildiği takdirde öncelikli olarak "matematikleştirme sürecini esas alması yönüyle" GME'nin (Hauvel-Panhuizen, 1996) kullanılması, bulunmadığı durumda ise yapılandırmacı öğrenme anlayışına uygun bir etkinliğe yer verilmesi tercih edilmelidir.

Gerek yapılandırmacı öğretim gerek GME'nin her ikisi de öğrencilerin aktif katılımıyla yürüten etkinliklere;

- ✓ Kavram üretme,

- ✓ Kavramları pekiştirme,
- ✓ Genellemelere ulaşma,
- ✓ Genelleme uygulamaları yapma,
- ✓ Beceri eğitimine dönük yaşamsal uygulamalar yapma süreçlerinde yer verilmektir (Tomlinson, 2004).

Bu açıklamaların derse yansımalarını bir konu özelinde göstermek anlaşılabilirliği kolaylaştırabilir. Aşağıda “mutlak değer kavramının” öğretiminde birinci odakta uygulanabilecek bir etkinlik örneği verilmiştir.

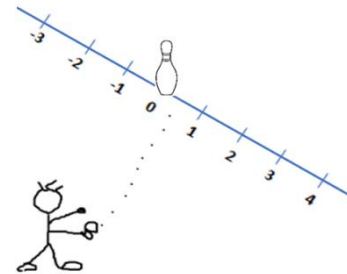
Kavram: Mutlak Değer

I. Odak: Anlamlandırma ve Kavramın Oluşturulması

Etkinlik: Labut Oyunu

Bir oyun salonundaki labut oyunu istasyonunda oyuncular, attıkları top ile labutu devirmeye çalışıyorlar.

I. odak çalışmalarında temel amaç; öğrencilerin mutlak değer kavramını anlamlandırmalarını sağlamaktır. Bunun için mutlak değer “seçilen bir başlangıç noktasına olan uzaklık” olduğu kavratılmalıdır. Konuya günlük yaşama uygun bir problem durumuyla başlamak ve öğrencilerin kavramı fark etmelerini sağlamak gerekir.



- Labut 0 noktasında bulunuyor.
- Oyuncunun üç atış yapma hakkı var.
- Top labutu devirir ise 0 hata puanı elde ediyor. Top labutun sağından veya solundan geçer ise hata puanı, topunun yakınından geçtiği tamsayıya göre belirleniyor.
- Selma ve Belma yarışıyorlar.
- Selma'nın yaptığı üç atıştan biri 1, biri 4, bir diğeri -4 noktasında geçiyor.
- Belma'nın yaptığı üç atıştan biri 3, biri -5, bir diğeri 7 noktasında geçiyor. Hangisi daha başarılıdır? Başarı puanı hesaplamak için bir yöntem öneriniz.
- Selma'nın hata puanları toplamı 1, 4 ve 4 olup üçüncü sırada attığı topun hata puanı olan -4'ü neden 4 aldınız? Açıklayınız.
- Hata miktarlarının toplamı karşılaştırılabilir. Hata puanları olan +4 ve -4'ü, 4 almakla bu sayıların başlangıca olan uzaklığını almış olduk, buna sayının mutlak değeri denir.
|-4|=4 |+4|=4 şeklinde yazılır.

Kavramsal anlamayı derinleştirme:

- Yukarıdaki etkinlikte daha az hata yapanı bulmak için mutlak değer almadan doğrudan yapılsaydı aynı sonuç elde edilebilir miydi?
- Yukarıdaki tanıma göre 0'ın mutlak değeri kaçtır?
- Eğer mutlak değer tanımı “Bir sayının sayı doğrusunda 1'e uzaklığının sayısal değerine mutlak değer denir.” şeklinde olsa idi, aşağıdaki işlemlerin sonuçları kaç olurdu?

$$|1|=? \quad |+4|=? \quad |-4|=?$$

Burada etkinlik aracılığıyla kavramın kazandırılması amaçlanmakta olup, etkinliğin sonucunda kavrama ait tanıma ulaşılmaktadır. Turuncu kutu ile öğretimi gerçekleştiren öğretmene kavrama ait kritik noktaya dair bilgi verilmektedir. Birinci odak genellikle kavramsal anlamayı derinleştirecek sorular

ile sonuçlanmaktadır. Burada yeterliklerin gelişimi için özellikle öğretmenden sınıf içi tartışmalar açması özellikle beklenmektedir.

Özetle birinci odaktaki öğretimin iki temel özelliği vardır. Birincisi, odağın olmazsa olmazı niteliğindeki kavram ve(ya) genellemelerin kazandırılmasıdır. İkincisi ise öğretimin sürdürülmesinde yeterliklerin ortaya çıkarılması ve geliştirilmesine uygun davranılmasıdır.

4.2. İkinci Odaktaki Öğretim ve Karakteristik Özellikleri

Birinci odakta kazanılan kavram ve genellemelerin pekiştirilmesine yönelik uygulamaların yürütüldüğü aşamadır. Geleneksel öğretimde bu aşama için hakim davranış olan alıştırma çözmeye ek olarak çift odaklı öğretimin bu odağında, öğrenilen bilgi ve becerilerin kullanımını gerektiren gerçek yaşama dayalı yani MO problemlerine ve uygulamalara yer verilir. Özetle bu aşama, alıştırma + MO problemleri + uygulamalardan oluşur. Önerilen modelin bu odağında MO problemleri ve yaşamsal uygulamalara yer vermekle bilginin beceri ile bütünleşmesi amaçlanmaktadır. Buna bağlı olarak öğrenilen bilginin gerekliliğine olan inanç güçlenmekte ve bilginin içselleştirilmesi sağlanmaktadır.

İkinci odak olarak belirlenen çalışmaların kritik özelliği, kavramların kırılganlıklarının giderilmesine (Dreyfus vd., 2001) ve matematik uygulamalarına “odak çalışma” sıfatı yüklemek suretiyle önem vermesidir. İkinci odaktaki çalışmalar, geleneksel sistemdeki alıştırmalara ek olarak, konuya ilişkin MO problemlerine ve konunun yaşamsal uygulamalarına yer veren organize bir yapıya sahiptir. NCTM (1989)’un matematiğin amaçları arasında yer verdiği “Matematiğe değer vermeyi öğrenme” ve MEB (2018, s.9) öğretim programının amaçlarından “Matematiğin insanlığın ortak bir değeri olduğunun bilincinde olarak matematiğe değer verecektir” amacının bu odaktaki çalışmalardan kuvvetle etkilenmesi muhtemeldir.

Aşağıda mutlak değer kavramının pekiştirilmesi ve derinleştirilmesine yönelik ikinci odakta uygulanabilecek bir etkinlik ve soru örnekleri verilmiştir.

II. Odak: Kavramın Pekiştirilmesi ve Derinleştirilmesi

Etkinlik: En İyi Tahmin

Grup: 3 kişi

Araç: Teraziler, baskül.

Diyelim ki seçilen öğrenciler Merve, Sinan ve Emre olsun. Kimin en az hatayla tahmin ettiğini nasıl anlayabiliriz?

- ✓ Öğrencilerin, düzenleyecekleri deneyle ilgili öneriler dinlenir
- ✓ Öğretmenin kilosu ve sandalyenin kütlesi üzerinde öğrencilerin tahminlerde bulunması
- ✓ Aşağıdaki örnekteki gibi seçilen varlıkların kütlelerinin tahmin edilmesi

II. odak çalışmalarında temel amaç; kavramın derinleştirilmesidir. Bu odakta yaşamsal problem ya da etkinlikler üzerinden mutlak değer kavramının derinleştirilmesi ve kullanımı üzerinde durulur. Verilen etkinliğin sınıfta çalışılması önerilir. Birkaç öğrenci seçilip, kiloları üzerinde çalışılacağı gibi, sınıf içinde belirlenen farklı objelerin (örn: çöp kovası vb.) kilolarının tahmin edilmesi üzerinde de çalışılabilir.

	Sandalye	Öğretmen
Merve'nin Tahminleri	8 kg	75 kg
	-2 kg	+2 kg
Sinan'ın Tahminleri	10 kg	80 kg
	0 kg	+6 kg
Emre'nin Tahminleri	17 kg	60 kg
	✓ +7 kg	-14kg

- ✓ Şimdi ne yapalım? Tartışma sorularının ve öğrenci önerilerinin dinlenmesi. Sandalyenin tartılması (10 kg), Öğretmenin tartılması 74 kg, Farkların tablo üstüne farklı renkte bir kalemle yazılması (kg)
 - ✓ Hata miktarları toplamının bulunması
- Merve: $2+2=4$ kg Sinan: $0+6=6$ kg Emre: $17+14=31$ kg
- ✓ Neden negatifleri pozitif aldınız? Tartışınız.

MO Soruları

1) Çay Paketleme

Bir fabrikada iki ayrı şekilde 100'er gramlık çay paketleme yapan makineler vardır. Hangisinin daha az hata ile paketleme yaptığını bulmak için her iki makinadan da rastgele 5'er paket alınıp tartılıyor. Birinci makinanın paketleri 95 gr, 98 gr, 103 gr, 99 gr ve 102 gr geliyor. İkinci makinanın paketleri ise 93 gr, 99 gr, 103 gr, 100 gr ve 100 gr geliyor.

Çay Paketleme 1

Hangi makine daha az hata yapmaktadır? Buna nasıl karar verirsiniz? Açıklayınız.

Çay Paketleme 2

Birinci makinadan alınan yeni bir çay paketi tartılıyor ve 104 gr olduğu görülüyor. Bu çay paketindeki hata payı, daha önce tartılmış olan hangi iki paketteki hataların toplamına eşittir?

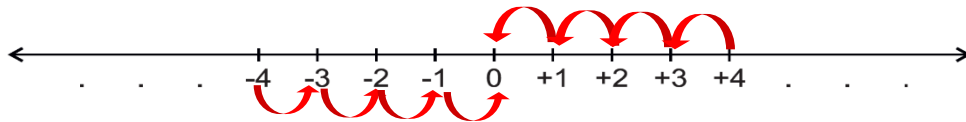
- A) 98 gr ve 104 gr B) 99 gr ve 103 gr C) 102 gr ve 103 gr D) 98 gr ve 99 gr

2) Ev Ödevi

Bir pakette 10 kutu kibrit ve bir kutuda ise 50 adet kibrit çöpü bulunmaktadır. İki paket kibrit satın alarak, hangi pakette daha fazla paketleme hatası olduğunu bulunuz. Nasıl bulduğunuzu açıklayınız.

Özet: Mutlak Değer

Bir sayının sayı doğrusunda 0'a uzaklığının sayısal değerine sayının **mutlak değeri** denir. Bir sayının mutlak değeri $|sayı|=sayı$ şeklinde gösterilir ve mutlak değer işlemi sonucunda elde edilen değer uzaklık belirttiği için 0 ya da pozitif bir değer olur. Bu durum şöyle açıklanabilir:



Kavramın pekiştirilmesi ve derinleştirilmesi için bu örnekte bir etkinlik verilmiştir, ancak her zaman ikinci odağa etkinlikle başlanması gerekli görülmemektedir. Devamında ise MO sorularına yer verilmiştir. Bu soruların bir kısmı açık uçlu olup matematiksel yeterliklerin daha fazla destekleyen karakterdedir. Açık uçlu sorular yeterliklerin gelişimi için daha fazla fırsat sunmalarından ötürü tercih edilmelidir. İkinci odağa ait çalışmalar özet ile sonlandırılmıştır. ÇOM kapsamında öğrenilecek konuya ilişkin her iki odadaki çalışmalar, bir ders saatine sığabileceği gibi birden fazla ders saatine de yayılabilir.

Yukarıda her iki odak için tanıtılan etkinlik ve MO problemleri, alanyazından yararlanılarak (Anonim) proje kapsamında geliştirilmiştir. Yapılan sınıf içi uygulamalar neticesinde son hali yani yukarıdaki şeklini almıştır.

4.3. ÇOM'un Uygulamasında İlkeler

MO'yu süreç içinde geliştirmeye uygun bir matematik öğretimi oluşturmayı amaçlayan ÇOM'un amacına ulaşması için bazı ilkelere uygun davranılması gerekir. Bu ilkelerin bir kısmı ÇOM'un karakteristik özellikleri, bir kısmı ise öğrenmenin doğasıyla ilgilidir. ÇOM'un karakteristiği ile ilgili olanlar, yaşamsallığa vurgu ve yeterlikleri desteklemesi, öğretimin yapılandırmacı doğasına uygun olarak etkinlik yapma ve ders akış şemasına uyumdur. Aşağıda bunlar sırayla tanıtılmıştır.

4.3.1. Yaşamsallığa Vurgu

MO'nun geliştirilmesinin yaşamsal yararını göz önünde bulundurarak öğretim sürecinde gerçek yaşam bağlamlarını içeren MO problemlerine yer vermenin (Bansılal, 2011; Dewantara vd., 2015; Uysal & Yenilmez, 2011), MO'nun gelişimini destekleyecek uygulamalar yapmanın (Khaerunisak, vd., 2017; Uysal & Yenilmez, 2011) önemine dikkat çekilmektedir. Önerilen ÇOM'un her iki odağında da birer etkinlik yer alabilir veya gerçek yaşam bağlamlarını içeren MO problemleri de kullanılabilir. Önerilen model, bu şekilde hem yerel hem de uluslararası düzeyde MO başarı düzeyini artırmayı hedeflemektedir.

4.3.2. Yeterliklerin Desteklenmesi

Yeterliklerin desteklenmesi her iki odakta sürdürülmelidir. Bunun için çalışmaların yarı yapılandırılmış olması esastır. ÇOM'a göre öğrencinin mevcut matematik birikimini aktive etmek için ders planlarında uygun etkinlik ve MO sorularına yer verilmektedir. Ancak yeterlikleri ortaya çıkarmak ve geliştirmek için sadece neyi uyguladığın değil nasıl uyguladığın da önem kazanmaktadır. Bu süreçte öğrencileri mümkün olduğunca kavram üzerine "konuşturmak" ve düşüncelerini ifade etmeleri için cesaretlendirmek gerekmektedir. Bu çalışmalarda öğrenciye sorumluluk verilir ve iş başında yetiştirilir.

4.3.3. Etkinlik Yapma

Öğretimde etkinlik yapma, ÇOM'un dayandığı öğrenme kuramlarından GME'de matematik kavramların üretimi için doğal bir süreç, yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında yaparak öğrenmenin gücünden ötürü benimsenen bir yaklaşımdır. Bir etkinliğin uygulanmasında bireyin bilgi ve becerinin kazandırıldığı bu sürece bilinçli ve güçlü bir katılımı vardır (Doolittle, 1999; Nelissen & Tomic, 1998). Kavram veya genellemenin kazandırılması aşamasında işe koşulan etkinlik, "*bilinenleri kullanarak bir şey üretmeye, bu üretme sırasında doğal olarak esnek yol, yöntem ve savlar sunmaya, kanıtlar göstermeye, düşüncesinde ısrar etmeye fırsat veren bir çalışma*" olarak görülmelidir (Altun, 2018). Her matematik kavramın etkinlik yoluyla öğretimi mümkündür. Bu husus dikkate alınarak etkinliklerle öğretime yer verilmeli ve de etkinlik seçimine özen gösterilmelidir. Etkinlikte öğrencide sonucu merak ettirecek bir içeriğin olması önemlidir. Etkinlikler bireysel olabildiği gibi iki veya üç kişilik çalışma gruplarında bazen sınıfça gerçekleştirilebilir. Her etkinlikte varılan sonucun bir matematiksel içeriği olmalıdır.

4.3.4. Ders Akış Şemasına Uyum

Ders akış şemasında birinci odağın ikinciye önceliği vardır. Odaklar içindeki eylemlerin sırası kısmen esnekler. Öğrenciler ihtiyaç duyulduğunda alıştırmalara dönebilmeli, “ihtiyaç halinde dönülebilir” yaklaşımı ile o kısmı geçebilmelidir. Yaşamsal uygulamalar, MO soruları ile yer değiştirilebilir. Beceri ağırlıklı çalışmalar sınıfta başlamalı gerektiğinde ders dışında tamamlanabilmelidir. “Matematiğin bir düşünme ve tartışma meselesi olduğu” her adımda dikkate alınarak, öğrenciler etkinlikler sırasında düşüncelerini açıklamaya hatta düşüncesinde ısrar etmeye alıştırmalıdır. Düşünme ve tartışmanın olduğu durumlarda zaman özgürce kullanılmalı, bir başka adıma geçiş için tartışmaların sönmesi beklenmelidir.

5. Tartışma ve Sonuç

Bir öğretim modeli için modele ihtiyaç olup olmadığı, geliştirilme amacına hizmet edip etmediği ve uygulanabilirliğinin sürdürülebilir olup olmadığı önemlidir. ÇOM’un önerilme nedenlerinin başında Matematik Okuryazarlığını matematik öğretimi içinde öğretime yedirilerek geliştirilmesi yatmaktadır. Bu yapı ile ÇOM Danimarka’da ulusal çapta yürütülen ve matematik öğretimi geliştirmeyi amaçlayan Competencies and Mathematical Learning (KOM) projesi ile bazı bakımlardan çok benzeşmektedir. KOM’da matematik programlarının içeriğinin nasıl olması gerektiği araştırılmış ve matematiksel yeterlikler ve konu bileşeninin birlikte ele alınması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır (Niss vd., 2017). ÇOM bu yapı ile KOM da tercih edilenle aynı çizgidedir.

Benzer şekilde MO’yu geliştirme amacıyla yürütülen NA-MA-POTİ (2016-2020) projesinin vardığı sonuçlardan biri, ülke eğitim sisteminde yapılacak iyileştirmelerin okul sistemiyle ilgili işleyişi ve gelişmeleri tanımaya dayalı çözümlerin oluşturulması ve eğitim sistemine yansıtılması gerektiği şeklindedir (Manfreda Kolar & Hodnik, 2021). Bu sonuç ÇOM’un geliştirilme nedeniyle aynı olup Türkiye için ihtiyaç olduğu düşüncesini desteklemektedir. Bu değerlendirmeler ve ülkemizde bu konuda alınan tedbirlerin, en azından bu aşamada, soru yazma ile sınırlı olması, ÇOM’un bir ihtiyaç olduğunu ortaya koymaktadır.

Modele olan ihtiyaç ve önemin yanı sıra modeli uygulayacak kişilerin yani öğretmenlerin uygulayış biçimleri de aynı oranda önem taşımaktadır. MO öğretiminde öğretmen niteliklerine değinen yayınlardan Niss (2016) yeterlikler konusunda bilgisi olan ve rehberlik yapan öğretmenlerin MO öğretiminde daha başarılı olduğunu bildirmektedir. Bu sonuçlar ÇOM’da etkinlik ağırlıklı çalışmalar olması ve dolayısıyla öğretmenin esas görevinin rehberlikle sınırlı kalması ile tutarlıdır. ÇOM’da etkinliğin ağırlığı, “az konuşan” öğretmen kimliği ile yani öğretmenin rehber olarak sorumluluk olması ile yine tutarlı bir yaklaşımdır.

ÇOM’un amacını gerçekleştirmesi önemli ölçüde içeriği ile ilgilidir. ÇOM ders içi etkinliklerde önceliği GME’ye ve yapılandırmacı karakterdeki etkinliklere vermektedir. Bu durum, Khaerunisak ve arkadaşları (2017)’nin MO başarısını arttırmada GME’nin etkisini incelediği ve bilimsel anlamda olumlu katkı getirdiği şeklindeki literatür bilgisi ile tutarlıdır. Graven & Venkat (2007)’nin problem temelli öğrenmenin MO’nun gelişimi bakımından yararını ortaya koyması, Sari vd. (2017)’nin problem temelli öğrenmenin arka planda öğrencilerin MO yeterliklerini geliştirdiği savı ve Warniatun ve Junaedi (2020) probleme dayalı öğrenmenin MO üzerindeki olumlu etkilerine ilişkin sonuçları ÇOM ile öğretimdeki uygulamaların niteliği ve içeriği ile örtüşmektedir. Benzer şekilde Manfreda Kolar ve Hodnik (2021), NA-MA-POTİ projesinde matematik okuryazarlığını geliştirmenin uygun yolunu bağlamsal problemleri matematik öğretimine dikkatlice entegre etmek gerektiğini sonucunu paylaşmıştır. Proje kapsamında öğretimde (i) kavramsal ve işlemsel temelleri iyi anlamak ve (ii) farklı

bağlamlardaki (kişisel, sosyal, bilimsel, mesleki) problemleri çözmek şeklindeki iki temel kritere ve bu iki kriterin ayrıntısına yer verilmiştir. Bu anlayış ÇOM'un "kavramsal anlamayı derinleştirme" sorularıyla tutarlıdır.

MO problemlerini sürece dahil etmenin öneminin yanı sıra bu tür problemleri çözmede yaşanan zorlukların neler olduğunun bilinmesi uygulamayla ilgili değerlendirme sağlayabilir. Öğrenci gözüyle bakıldığında Howie ve Plomp (2002) soru çözme becerileri gelişmemiş öğrencilerin MO sorularını çözmede güçlükleri olduğunu, Dewantara vd. (2015) öğrencilerin bağlamsal ifadeleri anlamlandırmada zorluk çektiğini ve bunu gidermek için ders kitaplarında bağlamsal problemlere yer vermek gerektiğini, Oktiningrum vd. (2016) kültürel dil ve seviye bakımından uygun olmayan bağlamların MO başarısını arttırmaya yardımcı olmadığını, Julie ve Mbekwa (2005) tarım, çevre gibi konuların öğrenci ilgisini çekmediğini, buna karşılık sms, e-postalar, sağlık gibi konuların ilgi çektiğini belirtmiştir. Bahsi geçen güçlükler öğretimde MO'yu ele alma biçimi ve nasıl bir içeriğe sahip olduğu ile ilgilidir. ÇOM'un ders içeriğinde yer alan ikinci odak çalışmalarında MO sorularına mutlaka yer verilecek olması sözü edilen güçlüklerin aşılmasına yardımcı olabilir.

Bu değerlendirmeler, ÇOM'un yapısı itibarıyla bilimsel olduğu, bireyin matematik okuryazarı olması bakımından güçlü bileşenlere sahip olduğunu göstermektedir. MO'nun öğretime yedirilmiş yapısı ile de öğretim süreci harici ek bir zaman ve çaba gerektirmediği ortadadır. ÇOM'un uygulanmasında risk kaynakları vardır fakat bu riskler ÇOM'un doğası ile ilgili olmayıp öğretimde her türden yenilik için geçerli olan risklerdir. Sınav sisteminin (Demir & Akar Vural, 2017), müfredatı yetiştirme kaygısının (Blomhøj & Jensen, 2007) bu risklerin başında gelmektedir. Sınavlar buldukları ortamlara yön verirler. Öğretimde sınav baskısını azaltılması bir modelin başarısı için bir ihtiyaçtır. Benzerlerine göre daha sade bir yapıda olup uygulanabilir ve uygulanabilirliği sürdürülebilir niteliktedir. Bu model;

- Birinci odaktaki etkinliklerin tasarlanmasında Yapılandırmacı Kuramı ve GME'yi temel alması,
- Kavram bilgisinin uygun etkinlikler ile kazandırılması,
- İkinci odaktaki çalışmalarda kazanılan her matematiksel bilginin yaşamsal uygulamalarına yer vermesi suretiyle beceri kazanılmasını hedeflemesi,
- Her iki odaktaki öğretim çıktılarını denetlemede matematiksel yeterliklerin ortaya çıkıp çıkmadığını kontrol etmesi. Odak çalışmaların içeriğinin hazırlanmasında matematiksel yeterliklerin her birinin referans alınması ve böylece göz ardı edilen bir yeterliğin kalmayacağını düşündürmektedir. Bu çalışmalarda, düşünce üretme, bu düşünceyi savunma, sınıf içi tartışmalara katılma vs. gibi matematiksel düşünmeyi destekleyen çalışmalar ortaya çıkacak ve bu şekliyle öğretim, bireyin özgürleşmesine katkı sağlayacaktır.
- Matematik Okuryazarlığı Öğretiminin dersin akışına yedirilmesi ve özellikle MO soruların da yer aldığı "derinleştirme" basamağını "odak" haline getirmesiyle MO'nun gözardı edilmesinin önüne geçilmiş olması itibarıyla içeriği yönünden bilimsel bir temele oturmaktadır. Tanıtılan bu öğretim modelinin yaygınlaştırılması için özel konular için örneklerinin yapılması ve Çift Odaklı öğretimin sınıf içi uygulamalarının değerlendirilmesi yeni araştırma konuları olarak değerlendirilebilir.

Kaynaklar

- Akın, A., & Kabael, T. (2016). Bir matematik eğitimi araştırmasına dayalı öğretim deneyi deneyimi. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 4(3), 7- 27. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.4c3s1m>
- Altun, M., & Bozkurt, I. (2017). Matematik okuryazarlığı problemleri için yeni bir sınıflama önerisi. *Eğitim ve Bilim*, 42(190), 171-188. <https://dx.doi.org/10.15390/EB.2017.6916>
- Altun, M. (2018). *Ortaokullarda matematik öğretimi*. (13.baskı). Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.
- Altun, M. (2020). *Matematik okuryazarlığı el kitabı*. Aktüel Alfa Akademi Yayıncılık.
- Aydoğdu İskenderoğlu, T., & Uzuner, F. G. (2017). Sınıf öğretmenlerinin ilkökul öğrencilerine temel matematiksel becerileri kazandırma sürecine ilişkin görüşleri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 17 (2), 563-585. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2017.-307108>
- Bansilal, S. (2011). Unpacking mathematical literacy teachers' understanding of the concept of inflation. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 15(2), 179-190. <https://doi.org/10.1080/10288457.2011.10740711>
- Blomhøj, M., & Jensen, T. H. (2007). What's all the fuss about competencies?. In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 45-56). Springer.
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72-87. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.10.001>
- Breakspear, S. (2012). The policy impact of PISA: An exploration of the normative effects of international benchmarking in school system performance. *OECD Education Working Papers 71*. Erişim tarihi: 10.09.2021.
- Brown, B., & Schäfer, M. (2006). Teacher education for mathematical literacy: A modelling approach. *Pythagoras*, 64, 45-51. <http://dx.doi.org/10.4102/pythagoras.v0i64.98>
- Human Capital Working Group, Council of Australian Governments. (2008). *National numeracy review report / Commissioned by the Human Capital Working Group, Council of Australian Governments*. Retrieved from. http://www.coag.gov.au/reports/docs/national_numeracy_review.pdf
- Dabic Boricic, M., Vulic, I., & Videnovic, M. (2020). Mathematical literacy and assessment: Differences between the PISA study paradigm and mathematics teachers' conceptions. *Malta Review of Educational Research*, 14, 101-121.
- Demir, G., & Akar Vural, R. (2017). Ortaöğretim matematik programının hedeflediği matematiksel yeterlilik ve becerilerinin kazandırılma sürecinin öğretmen görüşleri temelinde incelenmesi, *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 4(1). <https://doi.org/10.30803/adusobed.309074>
- Dewantara, A. H., Zulkardi, Z., & Darmawijoyo, D. (2015). Assessing seventh graders' mathematical literacy in solving PISA-like tasks. *Journal on Mathematics Education*, 6(2), 117-128. <https://doi.org/10.22342/jme.6.2.2163.117-128>

- Doolittle, P. (1999). Constructivism and Online Education. Available online: <http://edpsychserver.ed.vt.edu/workshops/tohe1999/text/doo2s.doc>
- Dreyfus, T., Hershkowitz, R., & Schwarz, B. (2001). Abstraction in context II: The case of peer interaction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 307-368.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.
- Firdaus, F. M., Wahyudin, & Herman, T. (2017). Improving primary students' mathematical literacy through problem based learning and direct instruction. *Educational Research and Reviews*, 12(4), 212-219. <https://doi.org/10.5897/ERR2016.3072>
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education. Chine lectures*. Kluwer Academic Publishers.
- Frith, V., Jaftha, J., & Prince, R. (2004). Evaluating the effectiveness of interactive computer tutorials for an undergraduate mathematical literacy course. *British Journal of Educational Technology*, 35(2), 159-171. <https://doi.org/10.1111/j.0007-1013.2004.00378.x>
- Gellert, U. (2004). Didactic material confronted with the concept of mathematical literacy. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1), 163-179.
- Goldman, S. R., & Hasselbring, T. S. (1997). Achieving meaningful mathematics literacy for students with learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 30(2), 198-208.
- Gravemeijer, K. (1990) *Context problems and realistic mathematic instruction*, Gravemeijer, K., Hauvel M. V. & Streefland, L. (Ed.) Contexts Free Productions Tests and Geometry in Realistic Mathematics Education, the State University of Utrecht, Netherlands.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute.
- Gravemeijer, K. M., Vanen, H., & Streefland, L. (1998). *Contexts free productions test and geometry in realistic mathematics education*. State University of Utrecht.
- Graven, M., & Venkat, H. (2007). Emerging pedagogic agendas in the teaching of mathematical literacy. *African Journal of Research in Mathematics, Science and Technology Education*, 11(2), 67-84. <https://doi.org/10.1080/10288457.2007.10740622>
- Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. *Educational studies in mathematics*, 70(1), 49-70. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9141-5>
- Howie, S., & Plomp, T. (2002). Mathematical literacy of school leaving pupils in South Africa. *International Journal of Educational Development*, 22(6), 603-615. [https://doi.org/10.1016/S0738-0593\(01\)00030-X](https://doi.org/10.1016/S0738-0593(01)00030-X)
- Julie, C., & Mbekwa, M. (2005). What would Grade 8 to 10 learners prefer as context for mathematical literacy? The case of Masilakele Secondary School: Research article: Mathematics and science education. *Perspectives in Education*, 23(1), 31-43.
- Jurdak, M. (2016). *Learning and Teaching Real World Problem Solving in School Mathematics: Mathematical literacy: Does it exist?* Springer Nature.

- Kabael, T., & Barak, B. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının matematik okuryazarlık becerilerinin PISA soruları üzerinden incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 7(2), 321-349. <https://doi.org/10.16949/turcomat.73360>
- Kaiser, G. & Willander, T. (2005). Development of mathematical literacy: Results of an empirical study. *Teaching Mathematics and its Applications*, 24(2-3), 48-60. <https://doi.org/10.1093/teamat/hri016>
- Khaerunisak, K., Kartono, K., Hidayah, I., & Fahmi, A. Y. (2017). The analysis of diagnostic assessment result in PISA mathematical literacy based on students self-efficacy in RME learning. *Infinity Journal*, 6(1), 77-94. <https://doi.org/10.22460/infinity.v6i1.p77-94>
- Kramarski, B., & Mizrachi, N. (2004). Enhancing mathematical literacy with the use of metacognitive guidance in forum discussion. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 169-176.
- Kilpatrick, J. (2014). Competency frameworks in mathematics education. *Encyclopedia of mathematics education*, 85-87. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_27
- Kissane, B. (2012). *Numeracy: Connecting mathematics*. In: Kaur, B., & Toh, T.L. (Eds.), *Reasoning, Communication And Connections In Mathematics Yearbook 2012* (pp. 261-287). World Scientific Publishing Co.
- Kyricaou, C. (1992). Active learning in secondary school mathematics. *Britics Educational Research Journal*, 18(3).
- Lutzer, C. V. (2005). Fostering mathematical literacy. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 15(1), 1-6. <https://doi.org/10.1080/10511970508984101>
- Manfreda Kolar, V., & Hodnik, T. (2021). Mathematical literacy from the perspective of solving contextual problems. *European Journal of Educational Research*, 10(1), 467-483. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.10.1.467>
- McCrone, S. S., & Dossey, J. A. (2007). Mathematical literacy- it's become fundamental. *Principal Leadership*, 7(5), 32-37.
- Meaney, T. (2007). Weighing up the influence of context on judgements of mathematical literacy. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 5(4), 681-704. <https://doi.org/10.1007/s10763-007-9093-8>
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/2018813171044420-1-2018>. Erişim tarihi: 11.06.2021.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. VA: Author.
- Niss, M. A., & Højgaard, T. (Eds.) (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde Universitet. IMFUFA.
- Niss, M. (2016). Mathematics standards and curricula under the influence of digital affordances. *Digital curricula in school mathematics*, 239.

- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM*, 48(5), 611-632. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_15
- Niss, M., Bruder, R., Planas, N., Turner, R., & Villa-Ochoa, J. A. (2017). Conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 235-248). Springer, Cham.
- OECD. (2009). *PISA 2009 Assessment framework. Key competencies in reading, mathematics and science*. OECD Publishing.
- OECD. (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework. Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. OECD Publishing.
- OECD. (2016). *PISA 2015 Assessment and analytical framework. Science, reading, mathematics and financial literacy*. OECD Publishing.
- Oktiningrum, W., Zulkardi, Z., & Hartono Y. (2016). Developing PISA-like mathematics task with indonesia natural and cultural heritage as context to assess students' mathematical literacy. *Journal on Mathematics Education*, 7, 1-8. <http://dx.doi.org/10.22342/jme.7.1.2812.1-8>
- Palmér, H., Johansson, M., & Karlsson, L. (2018). Teaching for entrepreneurial and mathematical competences: teachers stepping out of their comfort zone. In *Students' and teachers' values, attitudes, feelings and beliefs in mathematics classrooms* (pp. 13-23). Springer.
- Pettersen, A., & Nortvedt, G. A. (2018). Identifying competency demands in mathematical tasks: recognising what matters. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(5), 949-965. <http://dx.doi.org/10.1007/s10763-017-9807-5>
- Sari, F. A., Yandari, I. A. V., & Fakhrudin (2017). The application of problem based learning model to improve mathematical literacy skill and the independent learning of student. In *Journal of physics: Conference series*, 812(1), 12-13. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/812/1/012013>
- Smith, A. (2004). *Making mathematics count: The report of Professor Adrian Smith's inquiry into post-14 mathematics education*. Stationery Office. <http://dera.ioe.ac.uk/id/eprint/4873>
- Stacey, K. (2015). The international assessment of mathematical literacy: PISA 2012 framework and items. In *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 771-790). Springer.
- Steen, L. A., Turner, R., & Burkhardt, H. (2007). Developing mathematical literacy. W. Blum., P. L. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niiss (Eds.). In *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 285-294). Springer.
- Tomic, W., & Nelissen, J. M. (1998). Representations in Mathematic Education. *ERIC*, <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED428950.pdf>
- Tomlinson, M. (2004). *14-19 curriculum and qualifications reform*. <http://www.educationengland.org.uk/documents/pdfs/2004-tomlinson-report.pdf>. Erişim tarihi: 19.10.2021.
- Uysal, E., & Yenilmez, K. (2011). Sekizinci sınıf öğrencilerinin matematik okuryazarlığı düzeyi. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 12(2), 1-15.

- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht University Press.
- Verster, M. (2009). Creating an online learning ecology in support of mathematical literacy teachers. *International Journal of Education and Development using ICT*, 5(5), 85-100.
- Warniatun, W., & Junaedi, I. (2020). Mathematical literacy ability of 8th graders in Problem Based Learning with Think Talk Write approach. *Unnes Journal of Mathematics Education*, 9(2). 129-139. <https://doi.org/10.15294/ujme.v9i2.32421>

Extended Abstract

Introduction

Primary education level mathematics, which aims to prepare the individual for life, requires using the learned conceptual knowledge and dealing with life with a mathematical understanding. On the other hand, the disconnection between life and school mathematics is a well-known ongoing problem. This disconnection has been emphasized, and attempts have been made to explain the relationship between life and school mathematics in different studies (Ellerton, 2013; Kaiser & Willander, 2005; Stacey, 2015). Despite this effort, this disconnection continues today. It is limited to the understanding that the knowledge learned in mathematics courses taught under the name of mathematics, algebra, and geometry has a limited area of use (Steen et al., 2007). This suggests a need for a teaching model to establish a relationship between school mathematics and life. This need has triggered the importance of the concept of mathematical literacy (ML), which means understanding the role of mathematics in life and using mathematics to solve difficulties and problems encountered in life (McCrone & Dossey, 2007). The designed model requires intervention in teaching based on the method, and that mathematics teaching should be carried out by taking ML into account. Based on this need, an appropriate teaching model has been proposed in this study to increase ML success.

The Need for a New Teaching Model

The low levels of achievement in PISA applications in Turkey have increased education stakeholders' awareness about this issue and revealed the urgency to know how to implement education that will support the ML and how to develop the measurement tools that will be used in measuring the ML achievement level. In fact, the statement that "the student will be able to develop and use the ML skills effectively" available within the distinctive aims of the Primary Mathematics Education Program, which was put into practice in 2018, was the very first item. Similarly, the fact that the questions asked in High School Entrance Exams held on since 2018 were similar to the mathematical questions in PISA applications showed that the Ministry of National Education adopted the principle of educating individuals with mathematical literacy. However, measures taken to date have been limited to examinations, which have a dominant effect on education, and no innovation has been implemented in teaching. In Turkey, research on exams has focused on measuring ML, and the traditional structure has been preserved and maintained. However, education should be taken as a whole to develop ML. The present model has been designed to meet this need.

In This Study

The current study aims to define a new teaching model to instruct individuals with mathematical literacy for secondary school mathematics teaching. The teaching model proposed is

original as it exposes the mathematical competencies through teaching, which is not limited to exams in developing mathematical literacy (ML) and is easily applicable. This new instructional model, called the "dual-focused teaching model", shows in detail what kind of activities will be implemented at every stage of instruction. The research proposes a new, easily applied model that will reveal the mathematical competencies during teaching by implementing the dual-focused teaching model.

Method

This research is part of a national project. The Dual-Focused Teaching Model, which is the subject of this research, emerged due to following a design-based research approach carried out within the project's scope. In the current study, the following research questions are addressed. First, what is the proposed dual-focused teaching model for developing mathematically literate individuals? Second, what are the basic principles of this model? Third, does this model respond to the need in teaching?

The Dual-Focused Teaching Model

The dual-focused teaching model is a model that is based on constructivist learning theory and Realistic Mathematics Education (RME). This model highlights two critical points in teaching:

- (i) Constructing concept or generalization knowledge; and
- (ii) Reinforcing and consolidating the concepts or generalizations constructed (Altun, 2020).

The primary focus of the dual-focused teaching model includes the constructivist teaching theory and the practice of designing activities based on the GME, and the second focus includes ML problems and the applications that can be implemented thanks to the mathematical competencies gained through activities. A mathematics teaching that considers the development of ML is possible by highlighting these two critical points and performing the activities on these points for all math subjects. This study proposes a teaching model that highlights these two essential points and shapes the teaching on these critical points.

Character of Primary Focus in Teaching

The first focus is a process in which the concept or generalization is gained. This focus consists of teaching activities where students own the learning process and share their learning responsibilities. Considering the mathematical competencies in the type of activity expected to lead to the discovery of the concept or generalization has been considered a guide.

Character of Second Focus in Teaching

In this stage, concepts and generalizations are consolidated, and activities are made. When mathematical concepts and generalizations are gained, they become fragile (Dreyfus et al., 2001). In addition to solving exercises, which is the dominant behavior for this stage in traditional teaching, real-life problems, and practices that require the knowledge and skills learned in this focus of dual-focused teaching are included. The *sine qua non* of this phase is solving ML problems. In summary, this phase consists of exercises + ML problems, + activities. In the traditional model, the first of these three actions is mainly performed. In the proposed model, by including ML problems and vital applications in the second focus, the integration of knowledge with skill and, accordingly, the belief in the necessity of knowledge is strengthened, and knowledge is internalized.

Critical Points in the Implementation of COM

Some critical points depend on the design purpose of COM, which aims to create a mathematics education suitable for improving ML in the process. In this model, which emphasizes reality first, a task can take place in both focuses, or ML problems involving real-life contexts can also be used. Second, the promotion of competencies should be sustained in both foci. For this, the studies must be semi-structured. Thirdly, teaching with tasks should be included, and attention should be paid to selecting tasks. It is essential to have content in the task that will make the student wonder about the result. The tasks can be done individually and in two or three working groups, sometimes as a whole class. The conclusion reached in each task must have mathematical content. Finally, the order of focus studies is somewhat flexible. Students should return to the exercises when needed and pass that part with the "can return if needed" approach. Skill-based studies should start in the classroom and can be completed outside the school when necessary. In cases where there is thinking and discussion, time should be used freely, and the discussion should be waited for to pass to another step.

Conclusion

It is essential to determine whether a model is needed for teaching, whether it serves the purpose of its development, and whether its applicability is sustainable. One of the reasons for recommending COM is to develop ML by integrating it into teaching mathematics. This structure shows parallelism with the projects carried out in different countries such as KOM (Niss & Jensen, 2011), NA-MA-POTİ (Kolar & Hodnik, 2021) and reveals that such a model is needed for Turkey.

The realization of the purpose of COM is primarily related to its content. RME-based teaching (Khaerunisak et al., 2017) and problem-based learning (Sari et al., 2017; Warniatun & Junaedi, 2020) approaches, which are known to have positive effects on increasing the level of ML in the literature, were taken into account. These results regarding the positive impacts on ML coincide with the quality and content of the practices in teaching with COM. At the same time, knowing the difficulties experienced in solving such problems and the importance of including ML problems in the process can provide practical feedback. From the student's point of view, Howie and Plomp (2002) stated that students whose problem-solving skills are not developed have difficulties in solving ML questions. Dewantara et al. (2015) stated that students have difficulty in making sense of contextual expressions and that it is necessary to include contextual problems in textbooks to overcome this problem. Oktiningrum, Zulkardi and Hartono (2016) stated that the contexts that are not suitable in terms of cultural language and level could not help to increase the success of ML. Julie and Mbekwa (2005) stated that subjects such as agriculture and environment did not attract students' attention. In contrast, subjects such as SMS, e-mails, and health did. The difficulties mentioned are related to the way ML is handled in teaching and what kind of content it has. The fact that ML questions will be included in the second focus study in the course content of COM may help overcome the difficulties mentioned above.

These evaluations show that COM was structured scientifically and has robust parameters for facilitating individuals' mathematical literacy. ML does not require any additional time and effort outside the teaching process with its embedded structure in teaching.

Yayın Etiği Beyanı

Bu araştırmanın, Bursa Uludağ Üniversitesi kurumu tarafından 26.10.2018 tarihinde 2018/09 sayılı kararıyla verilen etik kurul izni bulunmaktadır. Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına,

verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir. Bu araştırmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamıştır. Bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Araştırmacıların Katkı Oranı Beyanı

Makalenin planlanma aşamasında bütün yazarlar, yazım aşamasında ise birinci ve ikinci yazar katkıda bulunmuştur. Katkı oranı, birinci yazar için %50, ikinci yazar için %25 ve üçüncü, dördüncü, beşinci ve altıncı yazar için %5, yedinci yazar için %3 ve sekizinci yazar için %2 olarak belirlenmiştir.

Destek ve Teşekkür

Bu çalışmanın tamamı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından desteklenmiştir (TUBİTAK, Proje No: ARDEB 218K515). Yazarlar katkılarından dolayı TÜBİTAK’a ve tüm proje ekibine teşekkürlerini sunar.

Çatışma Beyanı

Araştırmanın yazarları olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız olmadığını ifade ederiz.