

İKİ SABİT ISI KAYNAĞIYLA ISITILMIŞ EĞİK KARE BİR KAPALI BÖLGEDE DOĞAL KONVEKSİYONLA ISI TRANSFERİ

Elif BÜYÜK ÖĞÜT

Kocaeli Üniversitesi, Gebze Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, Kocaeli

e-mail: elif.ogut@kocaeli.edu.tr

Alınış: 11 Şubat 2009

Kabul Ediliş: 10 Nisan 2009

Özet: Bu çalışmada, üniform ısı akısıyla ısıtılmış eğik bir kare kapalı bölge içindeki doğal konveksiyonla ısı transferi, nümerik olarak incelenmiştir. Akışın iki boyutlu, daimi, laminar akış olduğu kabul edilmiştir. Nümerik çözüm için diferansiyel quadrature (DQ) yöntemi kullanılmıştır. Kapalı bölgenin iki duvarı eş sıcaklıkta, alt ve sol duvarı sabit ısı akısıyla kısmi olarak ısıtılmış olup, kalan diğer kısımlar ise adyabatik tutulmuştur. Grashof sayısı 10^3 - 10^6 ve kapalı bölgenin eğim açısı ise $0^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$ aralığında seçilmiştir. Isıtıcı uzunlukları $\varepsilon=0.4$ olarak seçilmiştir. Elde edilen sonuçlara göre ısı transfer miktarı, Grashof sayısı arttıkça artmaktadır. Isıtılan alt ve sol duvarlarda ortalama Nusselt sayısının değeri, eğim açısının küçük değerlerinde, alt duvarda daha yüksek iken, eğim açısının büyük değerlerinde sol duvarda daha büyüktür. Eğim açısı 45° olduğunda, ortalama Nusselt sayısı, her iki duvar içinde eşit olmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Doğal konveksiyon, eğik kare kapalı bölge, ısı akısı, DQ yöntemi.

Natural Convection Heat Transfer in Inclined Square Enclosure Heated with Two Constant Heat Source

Abstract: Natural convection in an inclined square enclosure heated with a uniform heat flux is investigated numerically in this study. Two-dimensional, steady, laminar flow is considered. Differential Quadrature (DQ) technique was used for numerical solutions. Two walls of enclosure are isothermal and partially heated with constant heat flux and other one is adiabatic. Grashof number is chosen between 10^3 - 10^6 and inclination angle is chosen as $0^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$. Length of heaters are $\varepsilon=0.4$. Results show that, quantity of heat transfer increases while Grashof number increases. Considering heated bottom and left walls, mean Nusselt number is higher at bottom wall for smaller values of inclination angle and higher at left wall for higher values of inclination angle. For 45° , average Nusselt number is equal for both walls.

Keywords: Natural convection, inclined square enclosure, heat flux, DQ method

Giriş

Kapalı bölge içindeki doğal konveksiyon, çeşitli mühendislik uygulamalarında görülmektedir. Bilim ve teknolojinin birçok alanında karşımıza çıkan bu konu, son yıllarda akışkan ve ısı bilimleri alanlarında olduğu kadar, nükleer reaktör sistemleri, elektronik aletlerin soğutulması, güneş enerji sistemleri, enerji depolama ve korunumu, yangın kontrolü, kimya, gıda ve metalurji endüstrisini içeren çeşitli mühendislik uygulamalarında karşılaşılmaktadır.

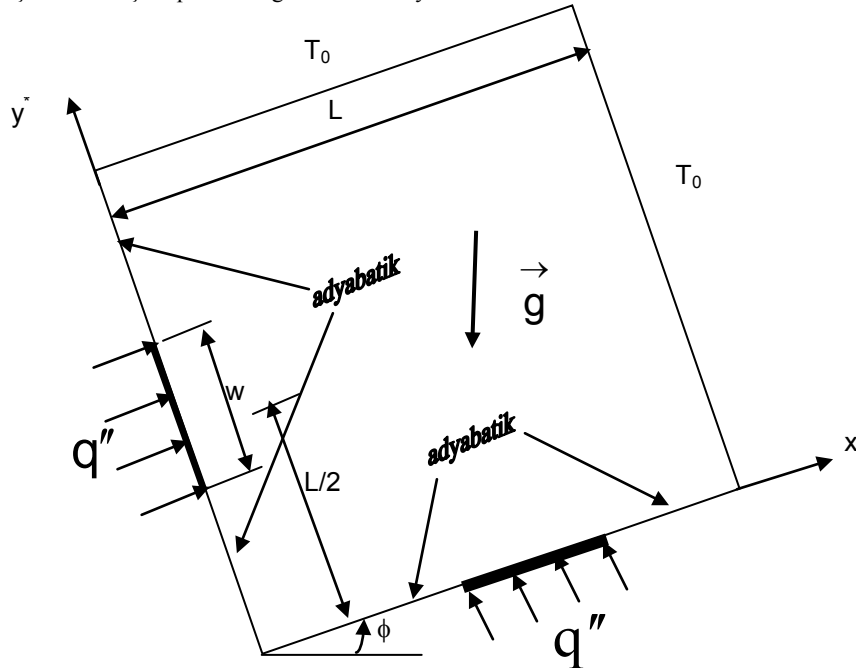
Doğal konveksiyon alanında daha önceden literatürde pek çok çalışma mevcut olup, bunlardan bazıları aşağıda verilmiştir: Yang (1988), Catton (1978), Kuypers ve ark. (1993), Incropera (1988), Aydın ve Yang (2000), Farouk ve Fusegi (1989) ve November ve Nansteel (1987). Ayrıca Ece ve Büyük (2006), bitişik duvarlarından biri ısıtılmış diğeri soğutulmuş dikdörtgen bir kapalı bölgede içinde magnetik alanın etkisi altında doğal konveksiyon üzerinde eğim açısının ve boyut oranının etkisini araştırmışlardır. Elektronik aletlerin soğutulmasını içeren uygulamalarda doğal konveksiyonun düşük maliyetli ve basit olması yüzünden kısmi olarak ısıtılan veya soğutulan kapalı ortamlardaki doğal konveksiyon üzerine çalışmalar yapılmıştır. Son yıllarda ise Sarris ve ark. (2004) alttan ısıtılmış bir dikdörtgen tanktaki doğal konveksiyonu nümerik olarak incelemişlerdir. Ayrıca Calcagni ve ark. (2005) ise yan duvarlarından soğutulmuş ve alt duvar üzerinde lokal bir ısıtıcı yerleştirilerek ısıtılan kare bir kavitedeki konvektif ısı transferini hem nümerik hemde deneysel çalışmışlardır. Aydın ve Yang (2000) yan duvarlarından simetrik olarak soğutulan, alt duvarından ise eş sıcaklıklı ısıtıcıyla ısıtılan ve diğer kalan kısımları ise adyabatik tutulan dikey bir kare kavite içindeki havanın doğal konveksiyonunu nümerik olarak araştırmışlar. Sharif ve Mohammad (2005) ise Aydın

ve Yang (2000)' in çalışmasına benzer bir çalışmayı ele almışlar ve alt duvarda yer alan eş sıcaklıklı ısı kaynağı yerine sabit ısı akımlı ısıtıcı kaynağını koymuşlardır. Böylece elektronik parçaların soğutulmasında daha gerçekçi bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Ayrıca ısı transfer prosesinde kavitenin eğim açısı ve boyut oranının etkisini araştırmışlardır. Cheikh ve ark. (2007), alt duvarından kısmi olarak ısıtılmış kare bir kapalı bölge içindeki havanın, doğal konveksiyon üzerindeki ısıl sınır şartların etkisini nümerik olarak araştırmışlardır.

Literatürdeki çalışmalarda, genelde alt duvardan ısıtılan eş sıcaklık sınır şartı uygulanmış olup, sabit ısı akısının uygulanması durumu çok fazla ele alınmamıştır. Ayrıca eğim açısının etkisi genelde gözardı edilmiştir. Özellikle dizüstü bilgisayar ve diğer portatif elektronik cihazlarda eğim açısının etkisi oldukça önem taşımaktadır. Ele alınan bu çalışmayla hem alt hem de sol duvarda kısmi olarak sabit ısı akısı sınır şartı kullanılarak kapalı bölgenin eğim açısının etkisinin akış ve sıcaklık alanlarını nasıl etkilediği araştırılmıştır.

Teorik Model:

Analizlerde incelenen geometri ve koordinat sistemi şematik olarak Şekil 1' de verilmiştir. Kare kapalı bölgenin alt ve sol duvarına yerleştirilmiş olan ısıtıcının sıcaklığına göre, üst ve sağ duvarın T_0 sıcaklığı eş sıcaklıklı olarak daha düşük tutulmuş olup kalan diğer kısımlar adyabatiktir.



Şekil 1. Geometri ve koordinat sistemi.

Yönetici Denklemler:

Analizlerde kullanılan boyutsuz değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$x = \frac{x^*}{L}, \quad y = \frac{y^*}{L} \quad (1)$$

$$u = \frac{u^*}{\alpha}, \quad v = \frac{v^*}{\alpha}, \quad p = \frac{p^* L^2}{\rho_0 \alpha^2}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{\Delta T}, \quad \Delta T = \frac{q'' L}{k} \quad (2)$$

Burada g yerçekimi ivmesi, L kapalı bölgenin boyutlu uzunluğu, u^* ve v^* sırasıyla x^* ve y^* yönlerindeki boyutlu hız bileşenlerini, p^* boyutlu basıncı ve ρ_0 , T_0 sıcaklığındaki akışkanın yoğunluğunu, q'' yüzeydeki ısı akısını, k akışkanın ısı iletkenliğini göstermektedir. Boyutsuz akım fonksiyonu ve girdap fonksiyonu,

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3)$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4)$$

Boyutsuz değişkenler kullanılarak Boussinesq yaklaşımı altında yönetici denklemler aşağıdaki gibi yazılır.

$$-\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \quad (5)$$

$$u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) + \text{Gr Pr}^2 \left(\cos \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} - \sin \phi \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (7)$$

Denklemlerde görülen boyutsuz parametreler, Prandtl ve Grashof sayıları sırasıyla aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\text{Pr} = \frac{\mu}{\rho_0 \alpha}, \quad \text{Gr} = \frac{\rho_0^2 g \beta L^3 \Delta T}{\mu^2}, \quad (8)$$

Burada sırasıyla μ akışkanın mutlak viskozitesini, β ısı genleşme katsayısını ve α ısı yayılım katsayısını göstermektedir.

Bu problem için kullanılan sınır şartları aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\text{Üst duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \theta = 0, \quad (9)$$

$$\text{Alt duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \quad (10)$$

$$0 < x < (1 - \varepsilon)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0,$$

$$(1 - \varepsilon)/2 \leq x \leq (1 + \varepsilon)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = -1,$$

$$(1 + \varepsilon)/2 < x < 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0,$$

(11)

$$\text{Sol duvar;} \quad u = v = \psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0, \quad (12)$$

$$0 < y < (1 - \varepsilon)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$$

$$(1 - \varepsilon)/2 \leq y \leq (1 + \varepsilon)/2, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = -1$$

$$(1 + \varepsilon)/2 < y < 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

Sağ duvar;

$$\mathbf{u} = \mathbf{v} = \boldsymbol{\psi} = \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \mathbf{x}} = \boldsymbol{\theta} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

Burada ε , ısıtıcının boyutsuz uzunluğu olup, $\varepsilon = w/L$ olarak tanımlıdır.

Isıtıcının alt duvardan ve sol yan duvardan olan ısı geçişini gösteren yerel Nusselt sayısı ve ortalama Nusselt sayısı boyutsuz değişkenler cinsinden aşağıdaki gibi yazılmaktadır. Burada h , taşınım ile ısı geçiş katsayısı ve θ_s , ısıtılma yüzeylerdeki boyutsuz yerel sıcaklığı göstermektedir.

Sabit ısı akısı uygulanan duvarlar için lokal Nusselt sayısı ifade edilirse,

$$Nu = \frac{hL}{k} = \frac{1}{\theta_s} \quad (15)$$

Alt duvar için ortalama Nusselt sayısı;

$$\overline{Nu}_{alt} = \frac{\overline{h}L}{k} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 \frac{1}{\theta_s(x)} dx \quad (16)$$

Sol duvar için ortalama Nusselt sayısı;

$$\overline{Nu}_{sol} = \frac{\overline{h}L}{k} = \frac{1}{\varepsilon} \int_0^1 \frac{1}{\theta_s(y)} dy. \quad (17)$$

şeklinde ifade edilir.

Nümerik Çözüm Yöntemi:

Boyutsuz yönetici denklemler akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık için polinoma dayalı diferansiyel kuadratür (PDQ) yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Polinoma dayalı diferansiyel kuadratür (PDQ) yöntemi, denklem veya denklem sistemlerindeki bilinmeyen fonksiyon veya fonksiyonların yüksek derecede bir polinom olarak temsil edildiği DQ yöntemidir. Bu çalışmada aşağıda ifade edildiği gibi Shu, (2000), Belman ve ark. (1972), Shu ve Richards (1992) ve Kahveci (2007) tarafından da kullanılan eşit aralıklı olmayan Chebyshev–Gauss–Lobatto düğüm nokta dağılımları kullanılmaktadır.

$$x_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{i}{n_x} \pi\right) \right], \quad i = 0, 1, 2, \dots, n_x \quad y_j = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{j}{n_y} \pi\right) \right], \quad j = 0, 1, 2, \dots, n_y \quad (18)$$

Akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık için 81x81 sayıda ağ noktası kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Bu ağ nokta dağılımı için, duvarlara yakın yerlerde daha çok ağ noktası söz konusudur. İteratif bir yaklaşımla sonuçların elde edildiği bu çalışmada akım fonksiyonu, girdap ve sıcaklık oranı için durdurma kriteri olarak 10^{-5} alınmıştır. Hesaplama sonuçları successive over-relaxation (SOR) metodu ile elde edilmiştir.

Sonuçlar ve Tartışma:

Kapalı bölge içerisinde akışkan olarak hava seçilmiş ve hesaplamalarda Prandtl sayısı $Pr=0.71$ olarak alınmıştır. Grashof sayısının değeri $Gr=10^3-10^6$ aralığında alınmış olup, kapalı bölgenin eğim açısı ise $0^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$ aralığında seçilmiştir. Isıtıcı uzunlukları $\varepsilon=0.4$ olarak alınmıştır. Akış ve sıcaklık alanlarını gözlemlemek için, farklı Grashof sayıları ve eğim açıları için Şekil 2' de üst kısımda akım çizgileri ve alt kısımda eş sıcaklık eğrileri görülmektedir. Eğim açısının $\phi=0^\circ$ olması durumu için akım çizgileri, akış alanının merkezine yerleşmiş saat ibresi yönünde dönen hücre görünümünde iken, eğim açısının 90° olması durumunda ise, saat ibresinin tersi yönünde dönmektedir. Akım çizgileri, kapalı bölgenin eğim açısı 45° olduğunda ise iki zıt yönde dönen hücre görünümünü almaktadır. Grashof sayısı arttıkça, akım fonksiyonunun değerinin artmasından da anlaşılacağı gibi sirkülasyon şiddetlenmekte ve ısı transfer miktarı artmaktadır. Eş sıcaklık eğrileri, sabit ısı akısının uygulandığı kısımlarda, yoğun biçimde tabakalaşmaktadır. Bu kısımlarda ısı transferi daha büyük değerler almaktadır. Eğim açısının 45° uygulanması durumunda, eş sıcaklık eğrileri, diagonal boyunca uç kısımlara doğru uzamaktadır.

Şekil 3' de ise sabit ısı akısının kısmi olarak uygulandığı alt ve sol duvar boyunca yerel Nusselt sayısının değişimi $Gr=10^4$ için verilmektedir. Yerel Nusselt sayısının, alt duvarda sağa ve sol duvarda yukarı doğru gidildikçe arttığı gözlenmektedir. Yerel Nusselt sayısının alt duvardaki değeri, eğim açısının olmadığı durumda en yüksek değerini alırken, 45° eğim açısında ise en düşük değerini almaktadır. Yerel Nusselt sayısının sol duvardaki değeri, eğim açısı 120° de en yüksek değerini alırken, 45° de en düşük değerini almaktadır. Yerel Nusselt sayısının ısıtılan duvar boyunca değişimleri, $Gr=10^6$ için Şekil 4' de gösterilmektedir. Alt duvar boyunca yerel Nusselt sayısı, eğim

açısının olmadığı durumda maksimum ve 45° olması durumunda minimum değer almaktadır. Sol duvar boyunca ise yerel Nusselt sayısı, 90° de maksimum ve 45° de minimum değer almaktadır.

Bilgisayar kodunun doğruluğunu ispatlamak için sonuçlar De Vahl Davis (1983)' in sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Buna göre ortalama Nusselt değerlerinin mevcut sonuçlarla uyumlu olduğu Tablo 1' de görülmektedir.

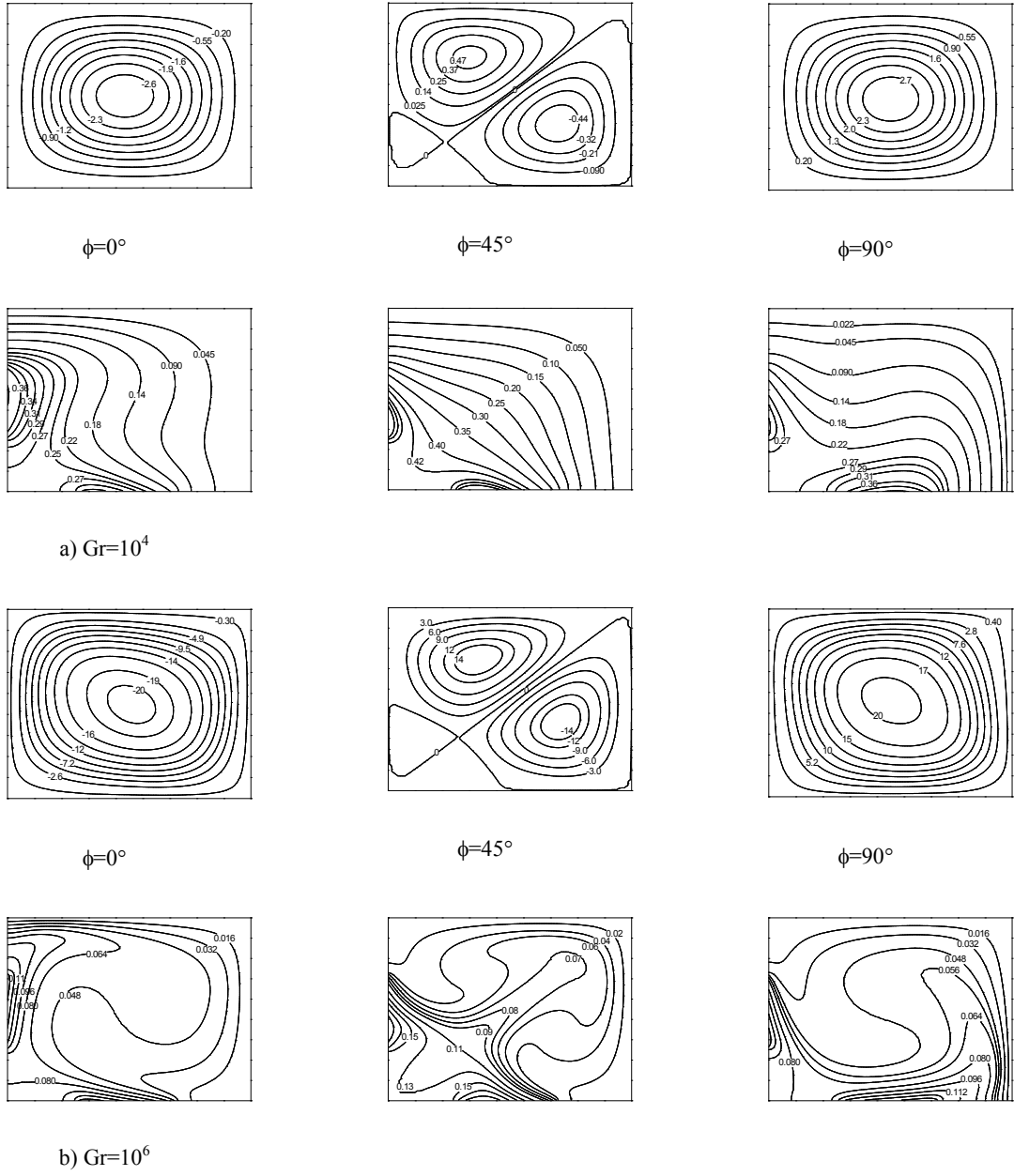
Tablo 1. Literatür karşılaştırması

	$Ra=10^4$		$Ra=10^5$		$Ra=10^6$	
	De Vahl Davis(1983)]	Mevcut	De Vahl Davis(1983)	Mevcut	De Vahl Davis(1983)	Mevcut
Nu_a	2.24	2.24	4.52	4.52	8.80	8.82
Nu_{max}	3.53	3.53	7.72	7.70	17.93	17.56
Nu_{min}	0.59	0.59	0.73	0.73	0.99	0.98

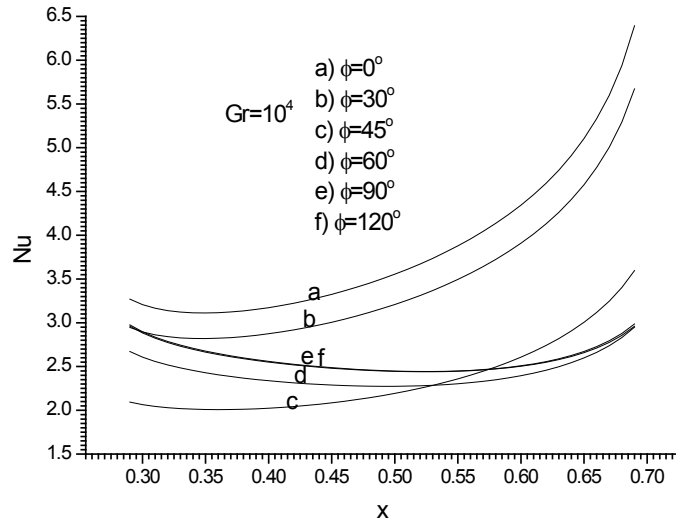
Sabit ısı akısıyla ısıtılmış olan alt ve sol duvarlardaki ortalama Nusselt sayıları Tablo 2' de farklı Grashof sayıları ve eğim açıları için sunulmuştur. Grashof sayısı arttıkça, şiddetlenen sirkülasyona bağlı olarak, doğal konveksiyonla olan ısı transfer miktarı artmaktadır. Isıtılan alt ve sol duvarlarda ortalama Nusselt sayısının değeri, eğim açısının küçük değerlerinde, alt duvarda daha yüksek iken, eğim açısının büyük değerlerinde sol duvarda daha büyüktür. Eğim açısı 45° olduğunda, ortalama Nusselt sayısı, her iki duvar için eşit olmaktadır.

Tablo 2. Ortalama Nusselt sayısının değişimi

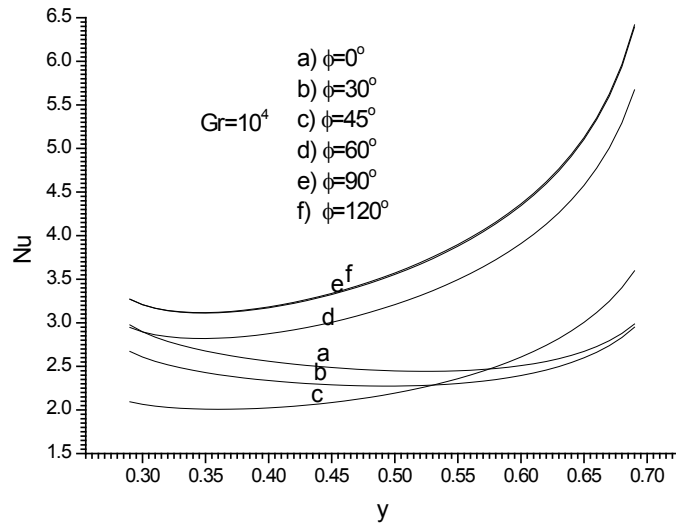
Gr	ϕ	\overline{Nu}_{alt}	\overline{Nu}_{sol}
10^3	0°	2.42	2.24
	30°	2.35	2.28
	45°	2.31	2.31
	60°	3.15	9.71
	90°	3.14	9.98
	120°	2.22	2.46
10^4	0°	3.87	2.62
	30°	3.48	2.45
	45°	2.37	2.37
	60°	2.45	3.48
	90°	2.62	3.87
	120°	2.62	3.88
10^5	0°	6.58	4.56
	30°	6.24	4.35
	45°	4.72	4.72
	60°	4.35	6.24
	90°	4.56	6.58
	120°	4.41	6.55
10^6	0°	10.45	7.53
	30°	9.99	7.15
	45°	7.24	7.24
	60°	7.15	9.99
	90°	7.53	10.45
	120°	7.35	10.23



Şekil 2. a) $Gr=10^4$ ve b) $Gr=10^6$ için akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri

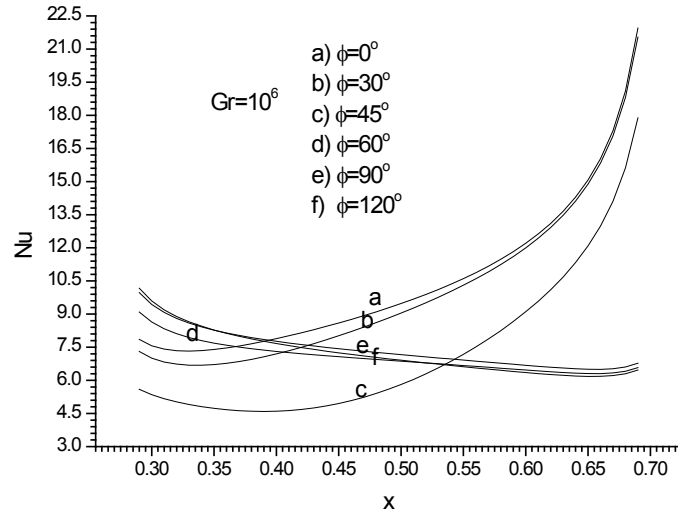


a)

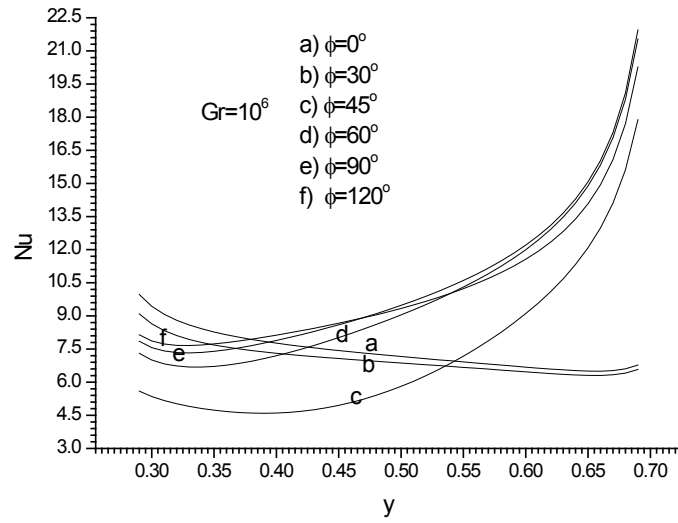


b)

Şekil 3. $Gr=10^4$ için ısıtılan a) alt duvar ve b) sol duvar boyunca yerel Nusselt sayısının değişimi



a)



b)

Şekil 4. $Gr=10^6$ için ısıtılan a) alt duvar ve b) sol duvar boyunca yerel Nusselt sayısının değişimi**Sonuç:**

Bu çalışmada, üniform sabit ısı akısıyla ısıtılmış eğik bir kare kapalı bölge içindeki havanın, doğal konveksiyonla ısı transferi, diferansiyel quadrature (DQ) yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Elde edilen önemli sonuçlara göre, akış ve ısı transferi üzerindeki etkin parametre Grashof sayısı ile kapalı bölgenin eğim açısıdır. Artan Grashof sayısı ile ısı transferi, sirkülasyonun şiddetlenmesine bağlı olarak artmaktadır. Ortalama Nusselt

sayısının değeri, eğim açısının küçük değerlerinde, alt duvarda daha yüksek iken, eğim açısının büyük değerlerinde sol duvarda daha büyüktür.

Kaynaklar

- Aydin, O., and Yang, W. J., Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides, *Int. J. Num. Meth. Heat Fluid Flow*, 10 (2000) 518-529.
- Belman, R.E., Kashef, B.G., Casti, J., Differential quadrature: a technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations, *Journal of Computational Physics* 10 (1972) 40-52.
- Calgagni, B., Marsili, F., Paroncini, M., Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, *Appl. Therm. Eng.* 25 (2005) 2522-2531
- Catton, I., Natural convection in enclosures, *Proc. Sixth Int. Heat Transfer Conf. Toronto, Canada*, 6 (1978) 13-31.
- Cheikh, N.B., Beya, B.B., Lili, T., Influence of thermal boundary conditions on natural convection in a square enclosure partially heated from below, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 34 (2007) 369-379.
- De Vahl Davis, G. Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 3 (1983) 249-264.
- Ece, M.C., Büyük, E. Natural-convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls, *Fluid Dyn. Res.* 38 (2006) 564-590.
- Farouk, B., Fusegi, T., Natural convection of a variable property gas in asymmetrically heated square cavities, *J. Heat Transfer*, 3 (1989), 85-87.
- Incropera, F.P., Convection heat transfer in electronic equipment cooling, *J. Heat Transfer*, 110 (1988) 1097-1111.
- Kahveci, K., Natural convection in a partitioned vertical enclosure heated with a uniform heat flux, *ASME Journal of Heat Transfer* 129 (2007) 717-726.
- Kuyper, R.A., Van Der Meer, TH., Hoogendoorn, C.J., Henkes, R.A.W.M., Numerical study of laminar and turbulent natural convection in an inclined square cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36 (1993) 2899-2911.
- November, M., Nansteel, M.W., Natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled along one side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 30 (1987) 2433-2440.
- Sarris, I.E., Lekakis, I., Vlachos, N.S., Natural convection in rectangular tanks heated locally from below, *Int. J. Heat Mass Transfer* 47 (2004) 3549-3563.
- Sharif, M.A.R. Mohammad, T.R., Natural convection in cavities with constant flux heating at the bottom wall and isothermal cooling from the sidewalls, *Int. J. Therm. Sci.* 44 (2005) 865-878.
- Shu, C. *Differential quadrature and its application in engineering*, Springer and Verlag, 2000.
- Shu, C., Richards, B.E. Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier Stokes equations, *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 15 (1992) 791-798.
- Yang, K.T., Transitions and bifurcations in laminar buoyant flows in confined enclosures, *J. Heat Transfer*, 110 (1988) 1191-1204.