ISSN 2757-5543 GÜFFD 1. Cilt (1-2): 78-100 (2020) DOI: 10.5281/zenodo.4398842

Gazi Üniversitesi Fen Fakültesi Dergisi
http://sci-fac-j.gazi.edu.tr/

Homojen Olmayan Varyans Varsayımı Altında Ortalamaların Eşitliği için Skor ve Wald İstatistiğine Dayalı Alternatif Testler

Sevgi Aksoy*, Fikri Gökpınar

Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü, 06500, Ankara, Türkiye

GÜFFD
GAZİ ÜNİVERSİTESİ
FEN FAKÜLTESİ DERGİSİ

Öne Çıkanlar

- Çalışma yaygın bir problem olan ANOVA'yı incelemektedir.
- Bu problem için heterojenlik durumunda Skor ve Wald istatistikleri teorik olarak elde edilmiştir.
- Üretilen bu istatistiklerin p-değerleri hesaplamalı yaklaşım testi ile elde edilmiştir.
- Alternatif testlerle kıyaslanarak bu testlere gore birçok durumda daha iyi sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

Makale Bilgileri

Geliş: 25/11/2020
Kabul: 06/12/2020

Anahtar Kelimeler
Hesaplamalı yaklaşım testi,
Skor istatistiği,
Wald istatistiği,
Normal dağılım,
Konum parametresi

Özet

Bu çalışmada, normal dağılımın ortalamalarının eşitliği hipotezinin testi için, Skor ve Wald istatistiklerine dayalı yeni test istatistikleri önerilmiştir. Skor ve Wald istatistikleri asimptotik olarak ki-kare dağıldığından küçük örnek çaplarında p-değerleri yanlı çıkmaktadır. Dolayısıyla bu testler için ki-kare yaklaşımı yerine, Hesaplamalı Yaklaşım Testi olarak adlandırılan Parametrik Bootstrap Yönteminin özel bir hali kullanılmıştır. Bu testlerin literatür de yaygın olarak kullanılan bazı testlere göre etkinliğini değerlendirmek için simülasyonlar yaparak deneysel I. tip hata ve güç bakımından karşılaştırmaları yapılmıştır. Bu çalışmada Skor testine dayalı Hesaplamalı Yaklaşım Testi yaklaşımının özellikle küçük örnek çaplarında iyi sonuçlar verdiği görülmüştür.

Alternative tests Based on Score and Wald Statistics for Equality of Means Under Unequal Variance Assumption

Highlights

- The study examines a common problem called ANOVA.
- Score and Wald statistics are theoretically obtained for this problem under heteroscedasticity.
- The p-values of these statistics are obtained by computational approach test.
- These tests give better results in many cases according to alternative tests.

Article Info

Received: 25/11/2020
Accepted: 06/12/2020

Keywords
Computational approach test,
Score statistic,
Wald statistic,
Normal distribution,
Location parameter

Abstract

In this study, new test statistics based on Skor and Wald statistics are proposed for testing the equality of means of normal distribution. Since the score and Wald statistics are asymptotically chi-square distributed, p-values are biased at small sample sizes. Therefore, instead of the chi-square approach for these tests, a special version of the Parametric Bootstrap Method called the Computational Approach Test was used. In order to evaluate the effectiveness of these tests according to some commonly used tests in the literature, simulations were made and compared in terms of experimental type I error and power. In this study, it was observed that the Computational Approach Test approach based on the score test gives good results especially in small sample sizes.

Araştırma Makalesi

* Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Sevgi Aksoy, sevgiaksoy34@gmail.com

1. GİRİŞ

Hipotez testlerinde test istatistiğinin kesin dağılımı bulunamadığında, test istatistiğinin dağılımı asimptotik yöntemler yardımıyla bulunmaya çalışılır. Asimptotik yöntemler büyük örnek çaplarında iyi sonuçlar vermekle birlikte, test istatistiğinin kesin dağılımından uzaklaşabildikleri için küçük örnek çaplarında kullanımları uygun değildir. Asimptotik yöntemlerin kullanımlarının uygun olmadığı durumlarda yeniden örneklemeye dayalı parametrik olan veya olmayan birçok yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin başında Parametrik Bootstrap (PB) yöntemi gelmektedir. Bu yöntemin kullanılması bazı problemler için, özellikle test istatistiğinin içerdiği istatistiklerin örnekleme dağılımlarının türetilmesinin mümkün olmadığı durumlarda oldukça zordur. Bu sebeple Pal ve ark. [1], Parametrik Bootstrap Yönteminin özel bir hali olan Hesaplamalı Yaklaşım Yöntemini (Computational Approach Test-CAT) önermişlerdir. CAT yöntemi simülasyon ve sayısal hesaplamalara dayalı bir yöntemdir. Bu yönteminin en büyük avantajı, test istatistiğinin örnekleme dağılımının ve kritik değerinin bilinmesine gerek olmamasıdır. Çünkü CAT yöntemi ile test istatistiğinin dağılımının bilinmediği durumlarda, bu dağılım yapay olarak oluşturulup, p-değeri doğrudan tahmin edilir. Bu yöntemde dikkat edilmesi gereken en önemli nokta, yöntemin başarılı olabilmesi için uygun bir test istatistiğinin seçilebilmesidir. Davison ve Hinkley [2], yaptıkları çalışmada Parametrik Bootstrap Yöntemi için olabilirlik tabanlı yöntemlerin uygun olduğunu ifade etmişlerdir. Literatürde olabilirlik tabanlı olabilirlik oran testi (Likelihood Ratio Test-LR) kullanıldığından [3], bu çalışmada diğer olabilirlik tabanlı testler olan Skor ve Wald istatistikleri kullanılmıştır. Bu amaçla bu çalışmada ilk olarak normal dağılımda heterojen varyans varsayımı altında ortalamaların eşitliği hipotezi için Skor ve Wald istatistikleri elde edilmiştir.

Skor ve Wald test istatistiklerinin dağılımlarının, örnek çapı arttıkça asimptotik ki kare dağılımına yakınsadığı, ancak özellikle küçük örnek çaplarında bu yakınsamanın iyi olmadığı bilinmektedir. Bu çalışmada, gerçek hayatta karşılaşılan problemler de kullanılan örnek çapları oldukça küçük olabildiğinden bu test istatistiklerinin p değerlerini elde etmek için CAT yöntemi kullanılmıştır. Bunun sebebi CAT yönteminin küçük örnek çaplarında da oldukça etkin çalışmasıdır. Bu amaçla önerdiğimiz Skor ve Wald istatistiklerinin p-değerleri CAT yöntemiyle elde edilmiştir. CAT yöntemine ilişkin bazı önemli çalışmalar aşağıdaki gibidir.

Chang ve Pal [4], CAT yöntemini Behrens-Fisher problemine uygulamışlar ve bu yöntemi, Welch-Satterthwaite testi (WST), Cochran-Cox testi (CCT), 'Genelleştirilmiş p-değeri' testi (GPT) ve jackknife prosedürüne dayanan Singh-Saxena-Srivastava testi (SSST) ile karşılaştırmışlardır.

Chang ve ark. [5], varyansların eşitliği varsayımı altında ikiden fazla normal yığın ortalamasının eşitliğini test etmek için CAT yöntemine dayalı alternatif bir test önermişler ve bu testi, tek yönlü ANOVA ve ANOM (Analysis of Means-Ortalamaların Analizi) yöntemiyle karşılaştırmışlardır.

Chang ve ark. [6], ikiden fazla gama dağılımının ortalamasının eşitliğini test etmek için CAT yöntemini uygulamışlardır.

Negahdari ve ark. [7], CAT yöntemini bir log-normal dağılımın ortalamasının testi için uygulamışlar ve Cox yöntemi, modifiye Cox yöntemi ve genelleştirilmiş p-değeri yöntemi ile karşılaştırmışlardır.

Gökpınar ve Gökpınar [8], Chang ve ark. [4]'deki testi geliştirerek varyansların eşit olmadığı durumda k yığın ortalamasının eşitliğini test etmek için CAT yöntemine dayalı alternatif bir test önermişlerdir. Ayrıca Brown-Forsythe, Weerahandi'nin Genelleştirilmiş p, Parametrik Bootstrap ve Welch testleri ile karşılaştırmışlardır.

Gökpınar ve ark. [9], ölçek parametrelerinin eşitsizliği durumu altında ikiden fazla ters Gauss dağılımının ortalamalarının eşitliği için hesaplamalı yaklaşım testine dayanan bir test prosedürü önermişlerdir. Bu yöntemi literatürde bulunan testler ile karşılaştırmışlardır.

Jafari ve Kazemi [10], iki log-normal dağılımın ortalamalarının eşitliğini test etmek için CAT yöntemine dayalı alternatif bir test önermişlerdir.

Abdollahnezhad ve Jafari [11], power law dağılımının şekil parametresi bilindiği ve bilinmediği durumlarda ölçek parametresi için CAT yöntemine dayalı bir test önermişlerdir.

Gökpınar ve Gökpınar [12], k normal dağılımın değişim katsayılarının eşitliği için hesaplamalı yaklaşım testisine dayanan bir test prosedürü önermişler ve bu prosedürü en çok olabilirlik oranı, modifiye edilmiş Bennett, Skor, genelleştirilmiş p-değeri testleri ile karşılaştırmışlardır.

Mutlu ve ark. [13], heterojen varyans varsayımı altında tek yönlü varyans analizi (ANOVA) için (CAT) yöntemine dayanan yeni bir test istatistiği önermişler ve diğer popüler testlerle karşılaştırmışlardır.

Jafari ve ark. [14], ikiden fazla log-normal yığının ortalamalarını karşılaştırmak için, CAT yöntemine dayalı alternatif bir test önermişlerdir. Bu testi F-testi, en çok olabilirlik oranı testi, genelleştirilmiş p-değeri yaklaşımı ile karşılaştırmışlardır.

Gökpınar ve Gökpınar [15], ikiden fazla log-normal yığının ortalamasının eşitliğinin testi için CAT yöntemine dayalı yeni bir test önermişlerdir. Farklı örnek çapları ve grup sayıları için Monte-Carlo simülasyonunu kullanarak bazı mevcut metotlarla karşılaştırmışlardır.

Bu çalışmaların çoğunda Chang ve ark. [6] tarafından verilen genel bir test istatistiği kullanılmıştır. Bu çalışmada ise test istatistiği elde etmek için Skor ve Wald yöntemleri kullanılmıştır.

Bu makalenin geri kalanı şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, ortalamaların eşitliği için yokluk ve alternatif hipotezleri tanımlayıp, Skor ve Wald istatistiklerine dayalı yeni test istatistikleri önerilmiştir. Ayrıca bu testlere CAT yönteminin uygulaması verilmiştir. Üçüncü bölümde, bu testlerin I. tip hata oranlarını ve güçlerini değerlendirmek için farklı kombinasyonlar kullanarak simülasyon çalışmaları yürütülmüştür. Son olarak, dördüncü bölümde ise sonuçlara yer verilmiştir.

2. ÖNERİLEN TESTLER

$X_{i1}, X_{i2}, ..., X_{in_i}$, $(i=1,...,k)$ rasgele örneği μ_i, $(i=1,...,k)$ ortalamalı, σ_i^2, $(i=1,...,k)$ varyanslı normal dağılımdan seçilsin. Ortalamaların eşitliği testi için aşağıdaki hipotezler kurulur.

$$\begin{aligned} &H_0 : \mu_1 = \mu_2 = ... = \mu_k = \mu \ , \\ &H_1 : \exists\ \mu_i \neq \mu_j, \quad \exists\ i \neq j \ . \end{aligned} \tag{1}$$

H_1 hipotezine karşı H_0 hipotezini test etmek için; $\underline{\mu} = (\mu_1, ..., \mu_k)$ ve $\underline{\sigma}^2 = (\sigma_1^2, ...\sigma_k^2)$ parametre vektörlerinin kısıtsız ve H_0 hipotezinin doğruluğu altında kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicilerine ihtiyaç vardır. Bu amaçla ilk olarak kısıtsız model altındaki log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\ln L = -\sum_{i=1}^{k} \binom{n_i}{2} \ln(2\pi) - \sum_{i=1}^{k} \binom{n_i}{2} \ln(\sigma_i^2) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(\frac{x_{ij} - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 , \tag{2}$$

olmak üzere, $\underline{\mu}$ ve $\underline{\sigma}^2$ parametre vektörlerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri;

$$\widehat{\mu_i} = \overline{X}_{i.} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}, \ i = 1, ..., k \ , \tag{3}$$

$$\hat{\sigma}_i^2 = S_i^2 = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \bar{X}_{i.}\right)^2, \; i = 1,...,k \;, \tag{4}$$

şeklinde elde edilir. İkinci olarak H_0 hipotezinin doğruluğu altında kısıtlı model altındaki log-olabilirlik fonksiyonu;

$$\ln L_0 = -\sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{2}\right)\ln\left(2\pi\right) - \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i}{2}\right)\ln\left(\sigma_i^2\right) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(\frac{x_{ij}-\mu}{\sigma_i}\right)^2 \quad , \tag{5}$$

olmak üzere, $\underline{\mu}$ ve $\underline{\sigma}^2$ parametre vektörlerinin kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri

$$\tilde{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i \bar{X}_{i.}}{\tilde{\sigma}_i^2}}{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{\tilde{\sigma}_i^2}}, \quad i = 1,...,k \;, \tag{6}$$

$$\tilde{\sigma}_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \tilde{\mu}\right)^2}{n_i}, \quad i = 1,...,k \;, \tag{7}$$

şeklinde elde edilir. Eş.6 ve Eş.7'de elde edilen kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri $\tilde{\mu}$ ve $\tilde{\sigma}_i^2$ (i=1,…,k) nin kapalı formları yoktur. Yani bu tahmin ediciler birbirlerine bağlı oldukları için çözümleri teorik olarak bulunamaz. Bu nedenle çalışmada problemin çözümü için sabit nokta iterasyonu yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntemin uygulanışı kısaca aşağıdaki algoritma ile verilmiştir.

1) Başlangıç değeri olarak $\tilde{\mu}$ değeri aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$\tilde{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i \bar{X}_{i.}}{S_i^2}}{\sum_{i=1}^{k}\frac{n_i}{S_i^2}}, \quad i = 1,...,k \;.$$

2) Hesaplanan $\tilde{\mu}$ değeri Eş.7'de yerine yazılarak $\tilde{\sigma}_i^2$ değeri bulunur.

3) Elde edilen $\tilde{\sigma}_i^2$ değeri tekrar Eş.6'da yerine yazılarak $\tilde{\mu}$ değeri hesaplanır.

4) Bu işlem, iki ardışık iterasyon arasındaki farkın mutlak değeri 10^{-5}'in altına düşene kadar devam eder.

Skor ve Wald istatistiğine geçmeden önce bu iki istatistikte kullanılan bilgi matrisi ve Skor vektörü kavramlarını ve bunların bazı özelliklerini vermek gerekir.

Skor vektörü, Eş.2'de verilen kısıtsız model altındaki log-olabilirlik fonksiyonunun birinci kısmi türevlerinin vektörüdür. Bu vektör $\underline{\mu}$ ve $\underline{\sigma}^2$ parametre vektörlerine göre;

$$U\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right) = \left(U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right), U_{\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\right) \;, \tag{8}$$

şeklinde ifade edilir. Burada;

$$U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\left(\frac{\partial \ln L}{\partial \mu_1},\ldots,\frac{\partial \ln L}{\partial \mu_k}\right) \quad , \tag{9}$$

olmak üzere,

$$U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\left(\frac{1}{\sigma_1^2}\sum_{j=1}^{n_1}\left(X_{1j}-\mu_1\right),\ldots,\frac{1}{\sigma_k^2}\sum_{j=1}^{n_k}\left(X_{kj}-\mu_k\right)\right)=\left(\frac{n_1}{\sigma_1^2}\left(\bar{X}_{1.}-\mu_1\right),\ldots,\frac{n_k}{\sigma_k^2}\left(\bar{X}_{k.}-\mu_k\right)\right), \tag{10}$$

şeklinde ve

$$U_{\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\left(\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_1^2},\ldots,\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma_k^2}\right), \tag{11}$$

olmak üzere,

$$\begin{aligned}U_{\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)&=\left(-\frac{n_1}{2\sigma_1^2}+\frac{1}{2\sigma_1^4}\sum_{j=1}^{n_1}\left(X_{1j}-\mu_1\right)^2,\ldots,-\frac{n_k}{2\sigma_k^2}+\frac{1}{2\sigma_k^4}\sum_{j=1}^{n_k}\left(X_{kj}-\mu_k\right)^2\right)\\&=\left(\frac{n_1\left(-\sigma_1^2+\bar{X}_{1.}-\mu_1\right)}{2\sigma_1^4},\ldots,\frac{n_k\left(-\sigma_k^2+\bar{X}_{k.}-\mu_k\right)}{2\sigma_k^4}\right),\end{aligned} \tag{12}$$

şeklinde hesaplanır. Kısıtlanmamış model altındaki I bilgi matrisi, Eş.2'de verilen log-olabilirlik fonksiyonunun parametre vektörlerine göre ikinci kısmi türevlerinin negatif beklenen değerleridir. I bilgi matrisinin blok matrisi şeklindeki ifadesi ve blok matrislerinin hesaplanmış şekilleri aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$I=\begin{bmatrix} I_{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right) & I_{\underline{\mu}\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\\ I_{\underline{\sigma}^2\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right) & I_{\underline{\sigma}^2\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\end{bmatrix}_{2kx2k} \quad , \tag{13}$$

$$I_{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\begin{bmatrix}\frac{n_1}{\sigma_1^2} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \frac{n_k}{\sigma_k^2}\end{bmatrix}_{kxk} \quad , \tag{14}$$

$$I_{\underline{\mu}\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}_{kxk} \quad , \tag{15}$$

$$I_{\underline{\sigma}^2\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}_{kxk} , \tag{16}$$

$$I_{\underline{\sigma}^2\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\begin{bmatrix}\frac{n_1}{2\sigma_1^4} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \frac{n_k}{2\sigma_k^4}\end{bmatrix}_{kxk} . \tag{17}$$

I bilgi matrisinin tersi, I^{-1} matrisinin blok matrisi şeklindeki ifadesi aşağıda gösterildiği gibidir:

$$I^{-1}=\begin{bmatrix}I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right) & I^{\underline{\mu}\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\\ I^{\underline{\sigma}^2\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right) & I^{\underline{\sigma}^2\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\end{bmatrix}_{2kx2k} \tag{18}$$

Eş.18'deki bilgi matrisinin tersinin sol üst bloğundaki matris;

$$I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\left(I_{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)-I_{\underline{\mu}\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)I^{-1}_{\underline{\sigma}^2\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)I_{\underline{\sigma}^2\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\right)^{-1} , \tag{19}$$

ve bu matrisin tersi

$$\left(I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\right)^{-1}=\left(I_{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)-I_{\underline{\mu}\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)I^{-1}_{\underline{\sigma}^2\underline{\sigma}^2}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)I_{\underline{\sigma}^2\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\right) , \tag{20}$$

şeklinde ifade edilir. Bu matris ve tersi;

$$I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_1^2}{n_1} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \frac{\sigma_k^2}{n_k}\end{bmatrix}_{kxk} , \tag{21}$$

$$\left(I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)\right)^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{n_1}{\sigma_1^2} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \frac{n_k}{\sigma_k^2}\end{bmatrix}_{kxk} , \tag{22}$$

şeklinde hesaplanır.

2.1. Skor İstatistiği Tabanlı CAT Test İstatistiği (CAT Skor- CATS)

Skor test istatistiğinin genel formu aşağıdaki gibidir [16]:

$$S = U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right)\left(I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right)\right)U'_{\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right). \tag{23}$$

Skor test istatistiğinde ilgilenilen parametre μ olduğu için Eş.8'de verilen Skor vektörünün Eş.9'da verilen kısmı kullanılacaktır. Bu vektörün hesaplanmış hali olan Eş.10'da kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri yerlerine yazılarak Eş.24'deki $U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right)$ skor vektörü elde edilir:

$$U_{\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right) = \left(\frac{n_1}{\tilde{\sigma}_1^2}\left(\bar{X}_{1.}-\tilde{\mu}\right),\ldots,\frac{n_k}{\tilde{\sigma}_k^2}\left(\bar{X}_{k.}-\tilde{\mu}\right)\right) \quad . \tag{24}$$

Eş.21'de verilen bilgi matrisinin tersinin sol üst bloğundaki matris de kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri yerlerine yazılarak,

$$I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right) = \begin{bmatrix} \dfrac{\tilde{\sigma}_1^2}{n_1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \dfrac{\tilde{\sigma}_k^2}{n_k} \end{bmatrix}_{kxk} \quad , \tag{25}$$

matrisi hesaplanır. Eş.24 ve Eş.25'de elde edilen ifadeler Eş.23'de yerine yazılarak Skor test istatistiği Eş.26'da görüldüğü gibi elde edilir.

$$S = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{n_i\left(\hat{\mu}_i-\tilde{\mu}\right)^2}{\tilde{\sigma}_i^2}\right) \quad . \tag{26}$$

Skor testi asimptotik olarak k-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. Aşağıda Skor istatistiğine dayalı CAT prosedürünün algoritması verilmiştir.

Algoritma 1: Skor istatistiği tabanlı CAT test istatistiği algoritması

Belirli bir $\left(n_1,\ldots,n_k\right)$, $\left(\bar{x}_1,\ldots,\bar{x}_k\right)$, $\left(s_1^2,\ldots.,s_k^2\right)$ için;

1)Orijinal veriden $\left(\underline{\mu},\underline{\sigma}^2\right)$ parametre vektörlerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri $\left(\underline{\hat{\mu}},\underline{\hat{\sigma}}^2\right)$ ve H_0 hipotezinin doğruluğu altında kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri $\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right)$ bulunur.

2) Eş.26 'da verilen Skor test istatistiğinin S_h gözlenen değeri hesaplanır.

3) $X_{ij} \sim N\left(\underline{\tilde{\mu}},\underline{\tilde{\sigma}}^2\right)$ i=1,...,k j=1,...,n_i dağılımından çok sayıda (örneğin L kez) yapay örnek üretilir.

4) Üretilen yapay örneklerin her biri için test istatistiği S_{hi} (i=1,2,3,…,L) değerleri yeniden hesaplanır.

5) 2.adımda bulunan S_h değeri ile 4.adımda bulunan S_{hi} (i=1,2,3,…,L) değerleri kıyaslanarak p-değerinin tahmini $\hat{p} = \sum_{i=1}^{L} I\left(S_{hi} > S_h\right)/L$ şeklinde elde edilir. Burada I gösterge fonksiyonudur.

6) $\hat{p} \leq \alpha$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

2.2. Wald İstatistiği Tabanlı CAT Test İstatistiği (CAT Wald - CATW)

Wald test istatistiğinin genel formu aşağıdaki gibi gösterilmiştir [16]:

$$W = \left(\hat{\mu} - \tilde{\mu}\right)' \left(I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\hat{\mu}}, \underline{\hat{\sigma}}^2\right)\right)^{-1} \left(\hat{\mu} - \tilde{\mu}\right). \tag{27}$$

Bu eşitlikteki $\left(\hat{\mu} - \tilde{\mu}\right)'$ vektörü;

$$\left(\hat{\mu} - \tilde{\mu}\right)' = \left(\hat{\mu}_1 - \tilde{\mu}, ..., \hat{\mu}_k - \tilde{\mu}\right) \quad , \tag{28}$$

şeklinde hesaplanır. Eş.22'de verilen bilgi matrisinin tersinin sol üst bloğundaki matrisin tersinde en çok olabilirlik tahmin edicileri yerlerine yazılarak;

$$\left(I^{\underline{\mu}\underline{\mu}}\left(\underline{\hat{\mu}}, \underline{\hat{\sigma}}^2\right)\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{n_1}{\hat{\sigma}_1^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{n_k}{\hat{\sigma}_k^2} \end{bmatrix}_{kxk} \quad , \tag{29}$$

matrisi hesaplanır. Eş.28 ve Eş.29'da elde edilen ifadeler Eş.27'de yerine yazılarak Wald test istatistiği Eş.30'da görüldüğü gibi elde edilir.

$$W = \sum_{i=1}^{k} \left(\frac{n_i \left(\hat{\mu}_i - \tilde{\mu}\right)^2}{\hat{\sigma}_i^2} \right) \quad . \tag{30}$$

Wald testi asimptotik olarak k-1 serbestlik dereceli ki-kare dağılımına sahiptir. Aşağıda Wald istatistiğine dayalı CAT prosedürünün algoritması verilmiştir.

Algoritma 2: Wald istatistiği tabanlı CAT test istatistiği algoritması

Belirli bir $\left(n_1, ..., n_k\right)$, $\left(\bar{x}_1, ..., \bar{x}_k\right)$, $\left(s_1^2, ..., s_k^2\right)$ için;

1) Orijinal veriden $\left(\underline{\mu}, \underline{\sigma}^2\right)$ parametre vektörlerinin en çok olabilirlik tahmin edicileri $\left(\underline{\hat{\mu}}, \underline{\hat{\sigma}}^2\right)$ ve H_0 hipotezinin doğruluğu altında kısıtlı en çok olabilirlik tahmin edicileri $\left(\underline{\tilde{\mu}}, \underline{\tilde{\sigma}}^2\right)$ bulunur.

2) Eş.30'da verilen Wald test istatistiğinin W gözlenen değeri hesaplanır.

3) $X_{ij} \sim N\left(\underline{\tilde{\mu}}, \underline{\tilde{\sigma}}^2\right)$ i=1,...,k j=1,...,n_i dağılımından çok sayıda (örneğin L kez) yapay örnek üretilir.

4) Üretilen yapay örneklerin her biri için test istatistiği W_i (i=1,2,3,…,L) değerleri yeniden hesaplanır.

5) 2.adımda bulunan W değeri ile 4.adımda bulunan W_i (i=1,2,3,…,L) değerleri kıyaslanarak p-değerinin tahmini $\hat{p} = \sum_{i=1}^{L} I\left(W_i > W\right) / L$ şeklinde elde edilir.

6) $\hat{p} \leq \alpha$ ise H_0 hipotezi reddedilir.

3. SİMÜLASYON ÇALIŞMASI

Bu bölümde, ikinci bölümde önerilen CAT Skor (CATS), ve CAT Wald (CATW) testleri ile Welch [17] (WE), Weerahandi'nin Genelleştirilmiş *F* [18] (GF) ve Parametrik Bootstrap [19] (PB) testlerini, deneysel I. tip hata oranları ve güçleri bakımından karşılaştırmak için MATLAB programı kullanılarak bir simülasyon çalışması yürütülmüştür. Welch, Weerahandi'nin Genelleştirilmiş *F* ve Parametrik Bootstrap testlerinin hesaplanışı ile ilgili detaylı bilgi Gökpınar ve Gökpınar [20]'de verilmiştir.

Tüm testler normal dağılımlı yığınlardan üretilen, aynı ve farklı çaplarda örnekler, farklı grup sayıları ve farklı parametre kombinasyonları altında karşılaştırılmıştır. Örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru ve ters orantılı olduğu durumlar dikkate alınarak Monte-Carlo simülasyonu yapılmıştır. Her bir yöntem için 5000 yapay örnek oluşturulmuş ve Welch testi hariç her bir testin p-değerinin hesabı için 5000 tekrar yapılmıştır. Nominal α=0,05 için testlerin deneysel I. tip hata oranları hesaplanmış ve kabul edilebilir sınır 0,06 olarak alınmıştır.

Çizelge 1, Çizelge 2 ve *Çizelge 3*'te testlerin deneysel I. tip hata oranları verilmiştir. Üç çizelgede incelendiğinde önerilen CATS ve CATW testlerinin tüm durumlarda deneysel I. tip hata oranlarının, nominal değere oldukça yakın çıktığı görülmüştür. Özellikle grup sayısı arttıkça, CATS ve CATW testleri dışındaki testlerin, deneysel I. tip hata oranlarının nominal değerden oldukça uzaklaştığı, bu durumun özellikle PB ve GF testleri için örnek çaplarının varyanslar ile ters orantılı olduğu durumlarda daha da belirginleştiği görülmektedir.

Çizelge 4 – Çizelge 12'de testlerin güç değerleri verilmiştir. Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmamıştır.

Grup sayısının üç ve örnek çaplarının eşit olduğu f 4'te, testlerin birbirleri ile aralarında büyük farklılıklar olmadığı görülmektedir. Benzer sonuçlar örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu Çizelge 5'teki durumlar içinde gözlemlenmiştir. Ancak örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu Çizelge 6'daki durumlarda özellikle küçük örnek çaplarında, diğer testlerin yukarıda ifade edildiği gibi I. tip hata oranları çok yüksek çıktığı için güç değerleri hesaplanmamış sadece CATS ve CATW testlerinin güç değerleri elde edilmiştir. Bu iki testi kıyasladığımızda CATS testinin CATW testine göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu ve ayrıca CATW testinin güç değerlerinin, örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumlardan oldukça etkilendiği görülmüştür. Örnek çapları arttıkça bu iki testin yanı sıra diğer testlerinde güç değerlerinin hesaplanabildiği ve CATS ve GF testlerinin güç değerlerinin birbirine yakın ve diğer testlerden yüksek olduğu görülmektedir.

Çizelge 7, Çizelge 8, Çizelge 10 ve *Çizelge 11*'de grup sayısı arttıkça, örnek çaplarının eşit ve örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumlarda *Çizelge 4* ve *Çizelge 5*'e benzer sonuçlar elde edilmiştir. Bununla birlikte örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu *Çizelge 9* ve *Çizelge 12*'deki durumlarda yine GF ve PB testlerinin I. tip hata oranları yüksek çıktığı için güç değerleri hesaplanmamıştır. WE testinin ise sadece örnek çaplarının büyük ve örnek çapları arasındaki farkın az olduğu durumlarda güç değeri hesaplanabilmiştir. Bu durumda ise CATS ve WE testlerinin CATW testine göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Çizelge 1. *α =0.05, k=3, aynı ve farklı örnek çapları ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları*

n_i *(i=1,…,k)*	σ_i^2 *(i=1,…,k)*	CATS	CATW	WE	GF	PB
5,5,5	1,12,24	0.0452	0.0458	0.0540	0.0628	0.0694
	1,12,36	0.0448	0.0478	0.0566	0.0638	0.0710
	1,12,48	0.0458	0.0434	0.0526	0.0612	0.0688
10,10,10	1,12,24	0.0534	0.0538	0.0636	0.0656	0.0502
	1,12,36	0.0538	0.0530	0.0548	0.0608	0.0650
	1,12,48	0.0470	0.0468	0.0498	0.0554	0.0606
20,20,20	1,12,24	0.0528	0.0528	0.0542	0.0564	0.0582
	1,12,36	0.0486	0.0480	0.0496	0.0524	0.0562
	1,12,48	0.0544	0.0542	0.0542	0.0560	0.0608
30,30,30	1,12,24	0.0488	0.0496	0.0502	0.0524	0.0548
	1,12,36	0.0516	0.0526	0.0506	0.0532	0.0562
	1,12,48	0.0506	0.0498	0.0500	0.0536	0.0552
3,6,9	1,12,24	0.0498	0.0492	0.0546	0.0534	0.0708
	1,12,36	0.0468	0.0428	0.0488	0.0500	0.0606
	1,12,48	0.0544	0.0518	0.0564	0.0588	0.0708
3,9,15	1,12,24	0.0480	0.0488	0.0572	0.0608	0.0452
	1,12,36	0.0514	0.0524	0.0544	0.0512	0.0660
	1,12,48	0.0512	0.0492	0.0520	0.0494	0.0646
10,20,30	1,12,24	0.0464	0.0460	0.0460	0.0500	0.0544
	1,12,36	0.0504	0.0484	0.0486	0.0504	0.0542
	1,12,48	0.0528	0.0536	0.0544	0.0564	0.0602
5,20,35	1,12,24	0.0482	0.0502	0.0500	0.0486	0.0550
	1,12,36	0.0498	0.0474	0.0496	0.0508	0.0558
	1,12,48	0.0496	0.0482	0.0488	0.0494	0.0544
9,6,3	1,12,24	0.0502	0.0566	0.0748	0.0746	0.0854
	1,12,36	0.0504	0.0514	0.0702	0.0724	0.0772
	1,12,48	0.0510	0.0530	0.0722	0.0776	0.0794
15,9,3	1,12,24	0.0528	0.0526	0.0724	0.0712	0.0792
	1,12,36	0.0546	0.0466	0.0690	0.0734	0.0702
	1,12,48	0.0516	0.0544	0.0764	0.0728	0.0796
30,20,10	1,12,24	0.0488	0.0486	0.0494	0.0532	0.0572
	1,12,36	0.0552	0.0562	0.0560	0.0600	0.0636
	1,12,48	00534	0.0528	0.0548	0.0582	0.0642
35,20,5	1,12,24	0.0494	0.0486	0.0538	0.0604	0.0624
	1,12,36	0.0498	0.0492	0.0548	0.0588	0.0654
	1,12,48	0.0486	0.0536	0.0600	0.0638	0.0714

Çizelge 2. *α =0.05, k=5, aynı ve farklı örnek çapları ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları*

n_i *(i=1,…,k)*	σ_i^2 *(i=1,…,k)*	CATS	CATW	WE	GF	PB
5,5,5,5,5	1,1,12,24,24	0.0538	0.0478	0.0710	0.0870	0.0788
	1,1,12,36,36	0.0590	0.0466	0.0746	0.0908	0.0824
	1,1,12,48,48	0.0490	0.0444	0.0716	0.0850	0.0784
10,10,10,10,10	1,1,12,24,24	0.0548	0.0500	0.0546	0.0622	0.0684
	1,1,12,36,36	0.0524	0.0522	0.0602	0.0716	0.0744
	1,1,12,48,48	0.0516	0.0458	0.0522	0.0612	0.0648
20,20,20,20,20	1,1,12,24,24	0.0514	0.0502	0.0526	0.0580	0.0600
	1,1,12,36,36	0.0566	0.0590	0.0612	0.0652	0.0686
	1,1,12,48,48	0.0470	0.0470	0.0486	0.0538	0.0568
30,30,30,30,30	1,1,12,24,24	0.0466	0.0438	0.0448	0.0480	0.0494
	1,1,12,36,36	0.0462	0.0482	0.0494	0.0526	0.0552
	1,1,12,48,48	0.0468	0.0444	0.0468	0.0510	0.0522
3,3,6,9,9	1,1,12,24,24	0.0490	0.0272	0.0582	0.0676	0.0760
	1,1,12,36,36	0.0412	0.0246	0.0506	0.0576	0.0660
	1,1,12,48,48	0.0472	0.0294	0.0566	0.0634	0.0736
3,3,9,15,15	1,1,12,24,24	0.0476	0.0238	0.0516	0.0504	0.0696
	1,1,12,36,36	0.0490	0.0204	0.0524	0.0544	0.0696
	1,1,12,48,48	0.0562	0.0270	0.0572	0.0592	0.0748
10,10,20,30,30	1,1,12,24,24	0.0526	0.0482	0.0506	0.0552	0.0622
	1,1,12,36,36	0.0538	0.0518	0,0544	0.0564	0.0620
	1,1,12,48,48	0.0524	0.0478	0.0510	0.0522	0.0606
5,5,20,35,35	1,1,12,24,24	0.0534	0.0370	0.0510	0.0516	0.0674
	1,1,12,36,36	0.0482	0.0378	0.0498	0.0506	0.0624
	1,1,12,48,48	0.0538	0.0446	0.0546	0.0526	0.0676
9,9,6,3,3	1,1,12,24,24	0.0510	0.0506	0.1086	0.1036	0.0832
	1,1,12,36,36	0.0564	0.0498	0.1106	0.1120	0.0812
	1,1,12,48,48	0.0508	0.0530	0.1126	0.1098	0.0828
15,15,9,3,3	1,1,12,24,24	0.0532	0.0548	0.1156	0.1088	0.0872
	1,1,12,36,36	0.0438	0.0526	0.1140	0.1042	0.0820
	1,1,12,48,48	0.0518	0.0548	0.1158	0.1122	0.0830
30,30,20,10,10	1,1,12,24,24	0.0522	0.0478	0.0536	0.0634	0.0618
	1,1,12,36,36	0.0484	0.0472	0.0522	0.0602	0.0610
	1,1,12,48,48	0.0496	0.0530	0.0566	0.0634	0.0648
35,35,20,5,5	1,1,12,24,24	0.0446	0.0504	0.0708	0.0766	0.0712
	1,1,12,36,36	0.0488	0.0482	0.0710	0.0752	0.0720
	1,1,12,48,48	0.0528	0.0532	0.0722	0.0808	0.0744

Çizelge 3. *α =0.05, k=7, aynı ve farklı örnek çapları ve farklı yığın varyansları için test istatistiklerinin deneysel I.tip hata oranları*

n_i (i=1,...,k)	σ_i^2 (i=1,...,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
	1,1,12,12,12,24,24	0.0558	0.0474	0.0866	0.1214	0.0852
5,5,5,5,5,5,5	1,1,12,12,12,36,36	0.0550	0.0496	0.0826	0.1130	0.0806
	1,1,12,12,12,48,48	0.0572	0.0482	0.0860	0.1188	0.0828
	1,1,12,12,12,24,24	0.0558	0.0512	0.0614	0.0792	0.0744
10,10,10,10,10,10,10	1,1,12,12,12,36,36	0.0578	0.0548	0.0666	0.0844	0.0786
	1,1,12,12,12,48,48	0.0502	0.0508	0.0602	0.0798	0.0720
	1,1,12,12,12,24,24	0.0542	0.0504	0.0528	0.0642	0.0636
20,20,20,20,20,20,20	1,1,12,12,12,36,36	0.0532	0.0514	0.0554	0.0668	0.0644
	1,1,12,12,12,48,48	0.0464	0.0464	0.0484	0.0572	0.0562
	1,1,12,12,12,24,24	0.0498	0.0486	0.0504	0.0584	0.0578
30,30,30,30,30,30,30	1,1,12,12,12,36,36	0.0528	0.0504	0.0512	0.0594	0.0586
	1,1,12,12,12,48,48	0.0520	0.0512	0.0514	0.0588	0.0580
	1,1,12,12,12,24,24	0.0558	0.0316	0.0722	0.0964	0.0784
3,3,6,6,6,9,9	1,1,12,12,12,36,36	0.0492	0.0312	0.0652	0.0906	0.0748
	1,1,12,12,12,48,48	0.0470	0.0274	0.0664	0.0838	0.0746
	1,1,12,12,12,24,24	0.0498	0.0216	0.0542	0.0658	0.0670
3,3,9,9,9,15,15	1,1,12,12,12,36,36	0.0432	0.0264	0.0596	0.0650	0.0712
	1,1,12,12,12,48,48	0.0482	0.0240	0.0580	0.0688	0.0736
	1,1,12,12,12,24,24	0.0540	0.0510	0.0538	0.0598	0.0636
10,10,20,20,20,30,30	1,1,12,12,12,36,36	0.0564	0.0522	0.0560	0.0632	0.0662
	1,1,12,12,12,48,48	0.0550	0.0504	0.0558	0.0652	0.0646
	1,1,12,12,12,24,24	0.0474	0.0408	0.0496	0.0550	0.0634
	1,1,12,12,12,36,36	0.0524	0.0448	0.0572	0.0604	0.0704
5,5,20,20,20,35,35	1,1,12,12,12,48,48	0.0536	0.0430	0.0566	0.0630	0.0692
	1,1,12,12,12,24,24	0.0492	0.0512	0.1216	0.1360	0.0848
9,9,6,6,6,3,3	1,1,12,12,12,36,36	0.0526	0.0470	0.1200	0.1414	0.0772
	1,1,12,12,12,48,48	0.0470	0.0424	0.1158	0.1232	0.0724
	1,1,12,12,12,24,24	0.0536	0.0466	0.1180	0.1232	0.0794
15,15,9,9,9,3,3	1,1,12,12,12,36,36	0.0508	0.0374	0.1114	0.1174	0.0686
	1,1,12,12,12,48,48	0.0478	0.0508	0.1244	0.1228	0.0804
	1,1,12,12,12,24,24	0.0470	0.0492	0.0528	0.0648	0.0622
30,30,20,20,20,10,10	1,1,12,12,12,36,36	0.0458	0.0494	0.0532	00658	0.0624
	1,1,12,12,12,48,48	0.0492	0.0508	0.0540	0.0682	0.0656
	1,1,12,12,12,24,24	0.0512	0.0544	0.0750	0.0884	0.0726
35,35,20,20,20,5,5	1,1,12,12,12,36,36	0.0440	0.0474	0.0718	0.0788	0.0718
	1,1,12,12,12,48,48	0.0504	0.0444	0.0702	0.0856	0.0680

Çizelge 4. *α =0.05, k=3, aynı örnek çapları için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i *(i=1,…,k)*	σ_i^2 *(i=1,…,k)*	μ_i *(i=1,…,k)*	CATS	CATW	WE	GF	PB
5,5,5	1,12,24	0,2.5,5	0.0664	0.0656	0.0782	*	*
		0,5,10	0.1370	0.1248	0.1462	*	*
		0,7.5,15	0.2884	0.2248	0.2562	*	*
	1,12,36	0,2.5,5	0.0640	0.0646	0.0722	*	*
		0,5,10	0.1086	0.0924	0.1062	*	*
		0,7.5,15	0.2256	0.1878	0.2100	*	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0662	0.0650	0.0756	*	*
		0,5,10	0.0984	0.0876	0.1006	*	*
		0,7.5,15	0.1822	0.1614	0.1834	*	*
10,10,10	1,12,24	0,2.5,5	0.1102	0.1086	*	*	0.1296
		0,5,10	0.2988	0.2794	*	*	0.3258
		0,7.5,15	0.6122	0.5772	*	*	0.6250
	1,12,36	0,2.5,5	0.0868	0.0856	0.0892	*	*
		0,5,10	0.2314	0.2162	0.2240	*	*
		0,7.5,15	0.4750	0.4480	0.4576	*	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0776	0.0812	0.0668	0.0972	*
		0,5,10	0.1958	0.1942	0.2002	0.2190	*
		0,7.5,15	0.4000	0.3906	0.3992	0.4262	*
20,20,20	1,12,24	0,2.5,5	0.1766	0.1718	0.1726	0.1820	0.1894
		0,5,10	0.6052	0.5924	0.5942	0.6126	0.6192
		0,7.5,15	0.9368	0.9306	0.9314	0.9388	0.9380
	1,12,36	0,2.5,5	0.1470	0.1442	0.1464	0.1534	0.1594
		0,5,10	0.4566	0.4510	0.4554	0.4706	0.4786
		0,7.5,15	0.8288	0.8226	0.8260	0.8382	0.8392
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1314	0.1318	0.1324	0.1386	*
		0,5,10	0.4076	0.4018	0.4066	0.4176	*
		0,7.5,15	0.7568	0.7518	0.7522	0.7660	*
30,30,30	1,12,24	0,2.5,5	0.2652	0.2616	0.2616	0.2698	0.2750
		0,5,10	0.8104	0.7982	0.8022	0.8120	0.8142
		0,7.5,15	0.9924	0.9910	0.9916	0.9922	0.9926
	1,12,36	0,2.5,5	0.1978	0.1942	0.1958	0.2010	0.2060
		0,5,10	0.6496	0.6442	0.6444	0.6560	0.6570
		0,7.5,15	0.9534	0.9520	0.9518	0.9542	0.9536
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1742	0.1732	0.1728	0.1816	0.1862
		0,5,10	0.5796	0.5762	0.5768	0.5890	0.5930
		0,7.5,15	0.9244	0.9210	0.9230	0.9268	0.9276

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 5. *α =0.05, k=3, örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i *(i=1,…,k)*	σ_i^2 *(i=1,…,k)*	μ_i *(i=1,…,k)*	CATS	CATW	WE	GF	PB
3,6,9	1,12,24	0,2.5,5	0.0950	0.0864	0.0948	0.0966	*
		0,5,10	0.2420	0.2070	0.2242	0.2352	*
		0,7.5,15	0.4762	0.3952	0.4222	0.4542	*
	1,12,36	0,2.5,5	0.0746	0.0734	0.0806	0.0816	*
		0,5,10	0.1554	0.1400	0.1504	0.1600	*
		0,7.5,15	0.3020	0.2764	0.2926	0.3050	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0684	0.0668	0.0752	0.0752	*
		0,5,10	0.1326	0.1436	0.1524	0.1520	*
		0,7.5,15	0.2462	0.2518	0.2670	0.2678	*
3,9,15	1,12,24	0,2.5,5	0.1248	0.1134	0.1190	*	0.1372
		0,5,10	0.3844	0.3402	0.3516	*	0.3866
		0,7.5,15	0.7238	0.6772	0.6888	*	0.7224
	1,12,36	0,2.5,5	0.0946	0.0932	0.0988	0.0906	*
		0,5,10	0.2398	0.2272	0.2358	0.2270	*
		0,7.5,15	0.5074	0.4736	0.4864	0.4804	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0818	0.0860	0.0898	0.0810	*
		0,5,10	0.2042	0.2064	0.2120	0.1976	*
		0,7.5,15	0.4056	0.4048	0.4118	0.3960	*
10,20,30	1,12,24	0,2.5,5	0.2336	0.2226	0.2264	0.2340	0.2416
		0,5,10	0.7040	0.6894	0.6928	0.7072	0.7108
		0,7.5,15	0.9734	0.9690	0.9698	0.9728	0.9720
	1,12,36	0,2.5,5	0.1634	0.1586	0.1610	0.1656	0.1742
		0,5,10	0.5176	0.5076	0.5110	0.5222	0.5304
		0,7.5,15	0.8780	0.8750	0.8764	0.8814	0.8838
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1358	0.1366	0.1378	0.1430	*
		0,5,10	0.4270	0.4280	0.4304	0.4372	*
		0,7.5,15	0.7962	0.8000	0.8008	0.8046	*
5,20,35	1,12,24	0,2.5,5	0.2414	0.2308	0.2324	0.2326	0.2474
		0,5,10	0.7508	0.7374	0.7412	0.7412	0.7550
		0,7.5,15	0.9838	0.9814	0.9822	0.9828	0.9842
	1,12,36	0,2.5,5	0.1704	0.1676	0.1688	0.1692	0.1814
		0,5,10	0.5464	0.5438	0.5422	0.5410	0.5624
		0,7.5,15	0.8994	0.8914	0.8932	0.8936	0.9014
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1372	0.1400	0.1384	0.1354	0.1504
		0,5,10	0.4508	0.4484	0.4494	0.4462	0.4674
		0,7.5,15	0.8154	0.8184	0.8176	0.8158	0.8336

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 6. *α =0.05, k=3, örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i *(i=1,…,k)*	σ_i^2 *(i=1,…,k)*	μ_i *(i=1,…,k)*	CATS	CATW	WE	GF	PB
9,6,3	1,12,24	0,2.5,5	0.0718	0.0570	*	*	*
		0,5,10	0.1428	0.0846	*	*	*
		0,7.5,15	0.2720	0.1390	*	*	*
	1,12,36	0,2.5,5	0.0740	0.0504	*	*	*
		0,5,10	0.1184	0.0720	*	*	*
		0,7.5,15	0.2366	0.1072	*	*	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0712	0.0538	*	*	*
		0,5,10	0.1176	0.0622	*	*	*
		0,7.5,15	0.2228	0.1000	*	*	*
15,9,3	1,12,24	0,2.5,5	0.0838	0.0514	*	*	*
		0,5,10	0.2012	0.0872	*	*	*
		0,7.5,15	0.4074	0.1420	*	*	*
	1,12,36	0,2.5,5	0.0850	0.0520	*	*	*
		0,5,10	0.1950	0.0766	*	*	*
		0,7.5,15	0.3640	0.1092	*	*	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.0886	0.0532	*	*	*
		0,5,10	0.2000	0.0648	*	*	*
		0,7.5,15	0.3566	0.0994	*	*	*
30,20,10	1,12,24	0,2.5,5	0.1452	0.1336	0.1386	0.1546	0.1518
		0,5,10	0.4660	0.4258	0.4368	0.4738	0.4660
		0,7.5,15	0.8324	0.7968	0.8050	0.8334	0.8264
	1,12,36	0,2.5,5	0.1306	0.1126	0.1176	*	*
		0,5,10	0.4036	0.3592	0.3694	*	*
		0,7.5,15	0.7334	0.6890	0.7008	*	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1182	0.1052	0.1088	0.1236	*
		0,5,10	0.3828	0.3322	0.3460	0.3886	*
		0,7.5,15	0.7126	0.6596	0.6788	0.7174	*
35,20,5	1,12,24	0,2.5,5	0.1368	0.0932	0.1126	*	*
		0,5,10	0.4310	0.2610	0.3150	*	*
		0,7.5,15	0.7746	0.5696	0.6450	*	*
	1,12,36	0,2.5,5	0.1362	0.0848	0.1028	0.1354	*
		0,5,10	0.3968	0.2264	0.2826	0.3742	*
		0,7.5,15	0.7398	0.4908	0.5874	0.7156	*
	1,12, 48	0,2.5,5	0.1290	0.0752	*	*	*
		0,5,10	0.3940	0.2044	*	*	*
		0,7.5,15	0.7178	0.4676	*	*	*

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

***Çizelge 7.** α =0.05, k=5, aynı örnek çapları için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,...,k)	σ_i^2 (i=1,...,k)	μ_i (i=1,...,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
5,5,5,5,5	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.0704	0.0624	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1554	0.1218	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.3020	0.2356	*	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0608	0.0550	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1102	0.0930	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.2032	0.1590	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0600	0.0530	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1028	0.0836	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.1560	0.1318	*	*	*
10,10,10,10,10	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.1116	0.1086	0.1220	*	*
		0,0,5,10,10	0.3278	0.3114	0.3338	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.6932	0.6600	0.6922	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0908	0.0880	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.2052	0.2012	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.4624	0.4526	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0760	0.0752	0.0816	*	*
		0,0,5,10,10	0.1700	0.1720	0.1900	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.3394	0.3418	0.3694	*	*
20,20,20,20,20	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.1850	0.1870	0.1918	0.2020	*
		0,0,5,10,10	0.6952	0.6890	0.6974	0.7188	*
		0,0,7.5,15,15	0.9752	0.9718	0.9740	0.9784	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.1366	0.1350	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.4574	0.4584	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.8500	0.8448	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.1128	0.1174	0.1198	0.1278	0.1326
		0,0,5,10,10	0.3704	0.3806	0.3854	0.4036	0.4104
		0,0,7.5,15,15	0.7146	0.7224	0.7284	0.7482	0.7528
30,30,30,30,30	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.2906	0.2902	0.2920	0.3062	0.3124
		0,0,5,10,10	0.8814	0.8804	0.8816	0.8898	0.8900
		0,0,7.5,15,15	0.9986	0.9984	0.9990	0.9990	0.9990
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.1948	0.1948	0.2000	0.2108	0.2152
		0,0,5,10,10	0.6642	0.6694	0.6706	0.6852	0.6878
		0,0,7.5,15,15	0.9726	0.9706	0.9722	0.9750	0.9748
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.1622	0.1610	0.1634	0.1726	0.1756
		0,0,5,10,10	0.5480	0.5556	0.5592	0.5738	0.5760
		0,0,7.5,15,15	0.9104	0.9132	0.9152	0.9206	0.9210

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

***Çizelge 8.** α =0.05, k=5, örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,…,k)	σ_i^2 (i=1,…,k)	μ_i (i=1,…,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
3,3,6,9,9	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.0950	0.0374	0.0910	*	*
		0,0,5,10,10	0.0826	0.2054	0.1698	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.6004	0.2168	0.4618	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0808	0.0338	0.0784	0.0966	*
		0,0,5,10,10	0.1674	0.0606	0.1424	0.1924	*
		0,0,7.5,15,15	0.3618	0.1274	0.2912	0.3874	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0640	0.0304	0.0716	*	*
		0,0,5,10,10	0.1208	0.0544	0.1198	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.2496	0.0936	0.2180	*	*
3,3,9,15,15	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.1536	0.0432	0.1200	0.1556	*
		0,0,5,10,10	0.4886	0.1248	0.3488	0.4768	*
		0,0,7.5,15,15	0.8656	0.3904	0.7466	0.8588	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0928	0.0312	0.0794	0.0990	*
		0,0,5,10,10	0.2874	0.0724	0.2126	0.2962	*
		0,0,7.5,15,15	0.5828	0.1836	0.4508	0.5796	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0828	0.0266	0.0712	0.0878	*
		0,0,5,10,10	0.2038	0.0576	0.1692	0.2180	*
		0,0,7.5,15,15	0.4312	0.1272	0.3358	0.4408	*
10,10,20,30,30	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.2684	0.2376	0.2496	0.2730	*
		0,0,5,10,10	0.8412	0.8090	0.8214	0.8442	*
		0,0,7.5,15,15	0.9962	0.9944	0.9954	0.9964	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.1658	0.1484	0.1610	0.1686	*
		0,0,5,10,10	0.5682	0.5268	0.5480	0.5822	*
		0,0,7.5,15,15	0.9198	0.9028	0.9118	0.9242	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.1232	0.1154	0.1214	0.1312	*
		0,0,5,10,10	0.4360	0.4086	0.4302	0.4520	*
		0,0,7.5,15,15	0.8094	0.7920	0.8074	0.8204	*
5,5,20,35,35	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.3108	0.1972	0.2604	0.3006	*
		0,0,5,10,10	0.8946	0.7760	0.8424	0.8814	*
		0,0,7.5,15,15	0.9992	0.9946	0.9984	0.9990	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.1788	0.1084	0.1520	0.1758	*
		0,0,5,10,10	0.6446	0.4796	0.5682	0.6292	*
		0,0,7.5,15,15	0.9528	0.8844	0.9290	0.9504	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.1438	0.0870	0.1174	0.1362	*
		0,0,5,10,10	0.4752	0.3334	0.4236	0.4722	*
		0,0,7.5,15,15	0.8528	0.7442	0.8142	0.8516	*

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 9. *α =0.05, k=5, örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,…,k)	σ_i^2 (i=1,…,k)	μ_i (i=1,…,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
9,9,6,3,3	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.0620	0.0610	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1134	0.0888	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.2128	0.1282	*	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0574	0.0496	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1008	0.0658	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.1550	0.0932	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0676	0.0540	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.0860	0.0580	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.1576	0.0842	*	*	*
15,15,9,3,3	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.0756	0.0522	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1512	0.0854	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.3076	0.1228	*	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0748	0.0546	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1338	0.0638	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.2546	0.0900	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0766	0.0526	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.1344	0.0600	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.2368	0.0748	*	*	*
30,30,20,10,10	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.1240	0.1198	0.1312	*	*
		0,0,5,10,10	0.4554	0.4378	0.4606	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.8472	0.8288	0.8432	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.1082	0.1052	0.1146	*	*
		0,0,5,10,10	0.3506	0.3276	0.3460	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.7046	0.6728	0.6976	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0964	0.0922	0.1014	*	*
		0,0,5,10,10	0.3068	0.2810	0.3016	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.6226	0.5872	0.6182	*	*
35,35,20,5,5	1,1,12,24,24	0,0,2.5,5,5	0.1108	0.0814	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.3506	0.2094	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.7122	0.5068	*	*	*
	1,1,12,36,36	0,0,2.5,5,5	0.0996	0.0746	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.3038	0.1652	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.6246	0.3780	*	*	*
	1,1,12,48,48	0,0,2.5,5,5	0.0960	0.0646	*	*	*
		0,0,5,10,10	0.2856	0.1390	*	*	*
		0,0,7.5,15,15	0.5714	0.3272	*	*	*

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 10. *α =0.05, k=7, aynı örnek çapları için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,...,k)	σ_i^2 (i=1,...,k)	μ_i (i=1,...,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
5,5,5,5,5,5,5	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0814	0.0702	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.2046	0.1480	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.2792	0.1958	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0700	0.0574	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1614	0.1216	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.2556	0.1866	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0706	0.0560	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1490	0.1068	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.2588	0.1878	*	*	*
10,10,10,10,10, 10,10	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1352	0.1278	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.4880	0.4400	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.6484	0.6116	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1208	0.1090	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3734	0.3378	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.6178	0.5882	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1098	0.1072	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3428	0.3144	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.6002	0.5800	*	*	*
20,20,20,20,20 20,20	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2644	0.2566	0.2636	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.8676	0.8520	0.8576	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9984	0.9974	0.9978	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1986	0.1904	0.1980	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.7408	0.7272	0.7376	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9866	0.9842	0.9854	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1908	0.1844	0.1892	0.2184	0.2132
		0,0,5,5,5,10,10	0.6876	0.6772	0.6862	0.7246	0.7108
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9758	0.9736	0.9754	0.9806	0.9796
30,30,30,30,30 30,30	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.4000	0.3980	0.4034	0.4324	0.4272
		0,0,5,5,5,10,10	0.9766	0.9736	0.9746	0.9788	0.9782
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	1	1	1	1	1
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.3050	0.3018	0.3028	0.3276	0.3264
		0,0,5,5,5,10,10	0.9276	0.9224	0.9264	0.9360	0.9326
		0,0,7.5,7.57.5,15,15	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2966	0.2934	0.2964	0.3190	0.3146
		0,0,5,5,5,10,10	0.8820	0.8798	0.8840	0.8982	0.8916
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 11. *α =0.05, k=7, örnek çapları ile yığın varyanslarının doğru orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,…,k)	σ_i^2 (i=1,…,k)	μ_i (i=1,…,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
3,3,6,6,6,9,9	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1054	0.0494	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3484	0.1292	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.7348	0.3256	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0880	0.0426	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.2444	0.1048	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.5494	0.2374	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0754	0.0396	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1962	0.0826	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.4442	0.1928	*	*	*
3,3,9,9,9,15,15	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1618	0.0484	0.1372	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.5692	0.2022	0.4606	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9374	0.5934	0.8696	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1172	0.0438	0.1128	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3932	0.1400	0.3294	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.8070	0.3964	0.7068	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1058	0.0428	0.1028	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3288	0.1252	0.2894	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.7124	0.3454	0.6318	*	*
10,10,20,20,20,30,30	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.3270	0.2978	0.3158	0.3494	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.9284	0.9076	0.9162	0.9342	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9998	0.9996	0.9996	0.9998	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2288	0.2076	0.2212	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.8036	0.7718	0.7868	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9968	0.9942	0.9954	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2068	0.1910	0.2010	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.7262	0.6972	0.7166	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9866	0.9800	0.9834	*	*
5,5,20,20,20,35,35	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.3558	0.2414	0.3086	0.3622	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.9458	0.8906	0.9246	0.9436	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	1	1	1	1	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2538	0.1814	0.2294	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.8256	0.7160	0.7800	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9976	0.9896	0.9942	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2154	0.1554	0.1984	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.7500	0.6298	0.7040	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9870	0.9674	0.9808	*	*

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

Çizelge 12. *α =0.05, k=7, örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumlar için test istatistiklerinin deneysel güç değerleri*

n_i (i=1,…,k)	σ_i^2 (i=1,…,k)	μ_i (i=1,…,k)	CATS	CATW	WE	GF	PB
9,9,6,6,6,3,3	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0800	0.0610	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1978	0.0910	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.4268	0.1534	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0752	0.0562	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1740	0.0762	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.3834	0.1226	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0868	0.0560	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.1738	0.0710	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.3632	0.1032	*	*	*
15,15,9,9,9,3,3	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0966	0.0590	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.3192	0.0874	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.6410	0.1596	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1002	0.0536	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.2928	0.0778	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.6304	0.1196	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.0968	0.0454	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.2794	0.0662	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.5800	0.1040	*	*	*
30,30,20,20,20,10,10	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.2190	0.1976	0.2162	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.7630	0.7204	0.7440	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9898	0.9860	0.9874	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1898	0.1704	0.1888	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.6874	0.6254	0.6576	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9762	0.9648	0.9700	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1824	0.1558	0.1752	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.6642	0.6092	0.6374	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9672	0.9512	0.9590	*	*
35,35,20,20,20,5,5	1,1,12,12,12,24,24	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1902	0.1174	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.6968	0.4594	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9820	0.9014	*	*	*
	1,1,12,12,12,36,36	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1784	0.0966	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.6618	0.4000	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9682	0.8612	*	*	*
	1,1,12,12,12,48,48	0,0,2.5,2.5,2.5,5,5	0.1772	0.0944	*	*	*
		0,0,5,5,5,10,10	0.6434	0.3822	*	*	*
		0,0,7.5,7.5,7.5,15,15	0.9688	0.8348	*	*	*

*Testlerin güç değerleri karşılaştırılırken deneysel I. tip hata oranları 0.06'nın üzerinde olan yöntemler dikkate alınmadığından bunlara ait değerler * ifadesi ile gösterilmiştir.

4. SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu makalede, normal dağılımın ortalamalarının eşitliği hipotezini test etmek için CATS ve CATW testleri önerilmiştir. Bu testlerin literatürde yaygın olarak kullanılan diğer testlere göre etkinliğini değerlendirmek amacıyla, grup sayısı ve örnek çaplarının farklı kombinasyonları altında Monte Carlo simülasyonu yapılarak deneysel I. tip hata oranları ve güçleri bakımından bir kıyaslama yapılmıştır. Tüm durumlarda, önerilen CATS ve CATW testlerinin, deneysel I. tip hata oranlarının, nominal değere oldukça yakın çıktığı görülmüştür. CATS ve CATW testinin genel olarak örnek çaplarının eşit ve örnek çaplarının yığın varyansları ile doğru orantılı olduğu durumlarda diğer testlerle yakın sonuçlar verdiği, ancak örnek çapları ile yığın varyanslarının ters orantılı olduğu durumlarda CATS testinin diğer testlere göre ön plana çıktığı görülmektedir. Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerde kullanılan örnek çapları oldukça küçük olabildiğinden CATS testi bu durumlarda oldukça yararlı olabilecektir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın daha iyi hale gelmesinde emek ve katkılarından dolayı editör ve hakemlere teşekkürlerimizi sunarız.

ÇIKAR ÇATIŞMASI/ÇAKIŞMASI BİLDİRİMİ

Yazarlar arasında çıkar çatışması/çakışması bulunmamaktadır.

KAYNAKLAR

[1] Pal, N., Lim, W. K., and Ling, C. H. (2007). A computational approach to statistical inferences. *Journal of Applied Probability and Statistics*, 2(1), 13–35.
[2] Davison, A. C. and Hinkley, D. V. (1997). Bootstrap methods and their application. *Cambridge: Cambridge University Press*, 115-125.
[3] Chang, C. H., Pal, N., and Lin, J. J. (2017). A Revisit to Test the Equality of Variances of Several Populations. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(8), 6360-6384.
[4] Chang, C. H. and Pal, N. (2008). A revisit to the Behren-Fisher problem: Comparison of five test methods. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 37(6), 1064-1085.
[5] Chang, C. H., Pal, N., Lim, W. K., and Lin, J. J. (2010). Comparing several population means:A parametric bootstrap method and its comparison with usual ANOVA F test as well as ANOM. *Computational Statistics,* 25(1), 71-95.
[6] Chang, C. H., Lin, J. J., and Pal, N. (2011). Testing the equality of several gamma means: A parametric boostrap method with applications. *Computational Statistics*, 26(1), 55-76.
[7] Negahdari, F., Abdollahnezhad, K., and Jafari, A. A. (2011). A comparison of hypothesis testing methods for the mean of a log-normal distribution. *World Applied Sciences Journal*, 12(6), 845-849.
[8] Gokpinar, E. Y. and Gokpinar, F. (2012). A test based on the computational approach for equality of means under the unequal variance assumption. *Hacettepe journal of Mathematics and Statistics*, 41(4), 605-613.
[9] Gokpinar, E. Y., Polat, E., Gokpinar, F., and Gunay, S. (2013). A new computational approach for testing equality of inverse gaussian means under heterogeneity. *Hacettepe journal of Mathematics and Statistics*, 42(5), 581-590.
[10] Jafari, A. A. and Abdollahnezhada, K. (2015). Inferences on the means of two log-normal distributions; A computational approach test. *Communications in Statistic-Simulation and Computation*, 44(7), 1659-1672.
[11] Abdollahnezhada, K. and Jafari, A. A. (2015). Inferences on the Parameters of Power Law Distribution. *ProbStat Forum*, 08, 130-139.
[12] Gokpinar, E. Y. and Gokpinar, F. (2015). A computational approach for testing equality of coefficients of variation in k normal populations. *Hacettepe journal of Mathematics and Statistics*, 44 (5), 1197–1213.
[13] Mutlu, H. T., Gökpinar, F., Gökpinar, E., Gül, H. H. and Güven, G. (2017). A new computational approach test for one-way ANOVA under heteroscedasticity. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 46(16), 8236-8256.
[14] Jafari, A.A. and Abdollahnezhad, K. (2017). Testing the equality means of several log-normal distributions. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(3), 2311–2320.
[15] Gokpinar, F. and Gokpinar, E. (2017). Testing the equality of several log-normal means based on a computational approach *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 46(3), 1998–2010.

[16] Engle, R. F. (1984). Wald, likelihood ratio and Lagrange multiplier tests in econometrics. Handbook of Econometrics. (2). *Amsterdam: Elsevier*, 775–826.
[17] Welch, B.L. (1951). On the comparison of several mean values: An alternative approach. *Biometrica*, 38, 330-336.
[18] Weerahandi, S. (1995). ANOVA under unequal error variances. *Biometrics*, 51(2), 589-599.
[19] Krishnamoorthy, K., Lu, F. and Mathew, T. (2007). A parametric boostrap approach for ANOVA with unequal variances: Fixed and random models. *Computational Statistics and Data Analysis*, 51(12), 5731-5742.
[20] Gökpınar, E., Y. and Gökpınar, F. (2012). A test based on the computational approach for equality of means under the unequal variance assumption. *Hacettepe journal of Mathematics and Statistics*, 41(4), 605-613.