

Bulanık k -En Yakın Komşuluk Tahmin Edicisi ve Bulanık Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları*

Nimet YAPICI PEHLİVAN¹, Ayşen APAYDIN

Selçuk Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü Kampüs KONYA
Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü Tandoğan, ANKARA

Özet: Bu çalışmada, parametrik olmayan regresyonda bulanık tahmin edicilerden ikisi önerilmiştir. Bu nedenle, k -en yakın komşuluk tahmin edicisi ve radyal tabanlı fonksiyon ağları göz önüne alınmıştır. Bu tahmin ediciler bulanıklaştırılarak, bulanık k -en yakın komşuluk (Fk -NN) tahmin edicisi ve bulanık radyal tabanlı fonksiyon (FRBF) ağları olarak adlandırılan bulanık tahmin ediciler oluşturulmuştur. Her iki tahmin edici, bir deneyden alınan gerçek verilere uygulanmış ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Bulanık sayı, Bulanık k -en yakın komşuluk tahmin edicisi, Parametrik olmayan regresyon, Sınır ağları, Bulanık radyal tabanlı fonksiyon ağları.

Fuzzy k -Nearest Neighbourhood Estimator and Fuzzy Radial Basis Function Networks

Abstract: In this paper, we propose fuzzy estimators in nonparametric regression(NPR). For this reason, k -nearest neighbourhood (k -NN) estimator and radial basis function(RBF) networks are considered. Fuzzifying these estimators, fuzzy estimators are constituted which are called fuzzy k -nearest neighbourhood (Fk -NN) estimator and fuzzy radial basis function (FRBF) networks. Both Fk -NN estimator and FRBF networks are applied to real datas from taking an experiment and the results are compared.

Keywords: Fuzzy number, Fuzzy k -nearest neighbourhood estimator, Nonparametric regression, Neural networks, Fuzzy radial basis function networks.

1. Giriş

Regresyon analizi, araştırmalarda en çok kullanılan istatistiksel tekniklerden biridir. Regresyon modelinin parametrelerinin tahmininde yaygın olarak kullanılan En Küçük Kareler (EKK) yönteminde, hata teriminin "normallik" ve "homojen varyanslılık" varsayımlarının sağlanması gerekir. Bu varsayımların sağlanmaması durumunda, Parametrik Olmayan Regresyon (NPR) tekniklerinin kullanılması uygun olur [9]. Parametrik olmayan regresyonda çeşitli yöntemler kullanılmaktadır, örneğin kernel regresyon tahmin edicileri (KR), k -en yakın

* Bu makale Doktora Tezinin bir parçasıdır.

¹ E-mail:nimet@selcuk.edu.tr

komşuluk (k -NN) tahmin edicisi, spline düzleştirme, ortanca düzleştirme, regressogram, vb. KR tahmin edicileri ve k -NN tahmin edicisi, NPR'de en çok kullanılan tahmin edicilerdir. k -NN tahmin edicisinde kullanılan ağırlık fonksiyonu, Loftsgaarden ve Quesenberry tarafından 1965 yılında önerilmiştir. Kernel regresyonda kullanılan birçok tahmin edici vardır, bunlara örnek olarak Nadaraya-Watson tahmin edicisi, Priestley-Chao tahmin edicisi ve Gasser-Müller tahmin edicisi verilebilir [6, 11].

Sinir ağları, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki fonksiyonel ilişki bilinmediğinde oldukça kullanışlıdır ve bir parametrik olmayan regresyon yöntemi gibi görülebilir. Sinir ağı tiplerinden biri olan radyal tabanlı fonksiyon (RBF) ağları; kontrol, sinyal işleme, örüntü inceleme ve zaman serisi analizinde kullanılmaktadır [12, 16].

Parametrik olmayan regresyon, regresyon fonksiyonu hakkında yalnızca araştırmacıdan alınan niteliksel bilgilere ihtiyaç duyar. Bu niteliksel bilgiler bazen kesin sayılar ile ifade edilemez, bu tür durumlarda bulanık sayıların kullanılması gerekir.

"Bulanıklık" kavramı, ilk olarak Amerikalı filozof Black tarafından 1937 yılında öne sürülmüştür. Bulanık küme teorisi (FST)'nin temelleri Zadeh(1965) tarafından oluşturulmuştur. FST; yöneylem araştırması, yönetim bilimi, yapay zeka / uzman sistem, istatistik ve bazı diğer alanlarda uygulanmaktadır [15, 22].

Bu çalışmanın ana amacı, parametrik olmayan regresyonda bulanık tahmin ediciler elde etmektir. Bu tahmin edicilerde, bağımlı ve bağımsız değişkenler bulanık sayı olarak ele alınmıştır. Çalışma yedi bölümden oluşmaktadır. 2.Bölüm'de, k -en yakın komşuluk tahmin edicisi, 3.Bölüm'de radyal tabanlı fonksiyon ağları, 4.Bölüm'de bulanık küme, bulanık sayı ve aralık aritmetiği ele alınmıştır. 5.Bölüm'de, bulanık k -en yakın komşuluk tahmin edicisi ve bulanık radyal tabanlı fonksiyon ağları önerilmiştir. 6.Bölüm'de uygulama yapılmış, 7.Bölüm'de ise tartışma verilmiştir.

2. k-En Yakın Komşuluk Tahmin Edicisi

Regresyon analizi, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi modellemek ve araştırmak için geliştirilen istatistiksel bir tekniktir. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasında fonksiyonel ilişki vardır. Bu fonksiyonel ilişki bilinmiyor fakat esnek bir biçime sahip ise "parametrik olmayan regresyon" modeli olarak adlandırılır ve

$$y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik(1)'de, m bilinmeyen regresyon fonksiyonunu, ε_i ise $E(\varepsilon_i) = 0$ ve $Var(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ile bağımsız ve aynı dağılıma sahip rasgele değişkeni göstermektedir [6, 7].

Parametrik olmayan regresyon tahmin edicisi,

$$\hat{m}(x) = \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) Y_i \quad (2)$$

olarak tanımlanır. Hemen hemen tüm NPR yöntemleri bağımsız değişken Y_i 'lerin ağırlıklı ortalamasıdır. $W_{hi}(x)$ ağırlıkları, kullanılan tekniğe bağlıdır [11].

k -en yakın komşuluk tahmin edicisi, değişen bir komşuluktaki ağırlıklı ortalamadır. Bu komşuluk, Öklit uzaklığındaki x 'in k -en yakın komşuları arasındaki X değişkenleri aracılığıyla tanımlanır. k -NN tahmin edicisi

$$\hat{m}_h(x) = \sum_{i=1}^n W_{ki}(x) Y_i \quad (3)$$

biçiminde ifade edilir. Burada,

$$W_{ki}(x) = \begin{cases} 1/k, & i \in J_x \text{ ise} \\ 0, & d.y. \end{cases} \quad (4)$$

$$J_x = \{i : X_i, x' \text{ e } k \text{ en yakın gözlemlerden biri}\} \quad (5)$$

olarak tanımlanır. Eşitlik(5)'teki k parametresi, düzleştirme miktarını düzenler ve ödünleşimi (trade-off) dengelemek için genellikle $k \sim n^{4/5}$ olarak seçilir [11].

3. Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları

Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları, 1988 yılında Broomhead ve Lowe tarafından, 1989 yılında Moody ve Darken tarafından çok tabakalı algılayıcılara (MLP) alternatif olarak geliştirilen sinir ağı tipidir [4, 12]. RBF ağları, Şekil 1'de görüldüğü gibi girdi tabakası, gizli tabaka ve çıktı tabakası olmak üzere üç tabakadan oluşmaktadır.

Girdi tabakası için net girdi, girdi vektöründen ağırlık vektörüne olan uzaklıktır ve

$$h_{pj} = \exp\left\{-\frac{\|X_{pi} - W_{ij}\|^2}{2\sigma_j^2}\right\} \quad (6)$$

biçiminde ifade edilir. Uzaklık genellikle Öklit metriğinde hesaplanır. Burada, X_{pi} girdi vektörünü, W_{ij} girdi birimleri ve j .gizli birim arasındaki ağırlıkları, σ_j^2 j .gizli birim için normalleştirme faktörünü göstermektedir. W_{ij} 'ler, "RBF merkezleri" olarak da adlandırılır ve " c -ortalamalar kümeleme ya da bulanık c -ortalamalar kümeleme (FCM) algoritması" ile belirlenir [16, 19].

Normalleştirme faktörü σ_j^2 ,

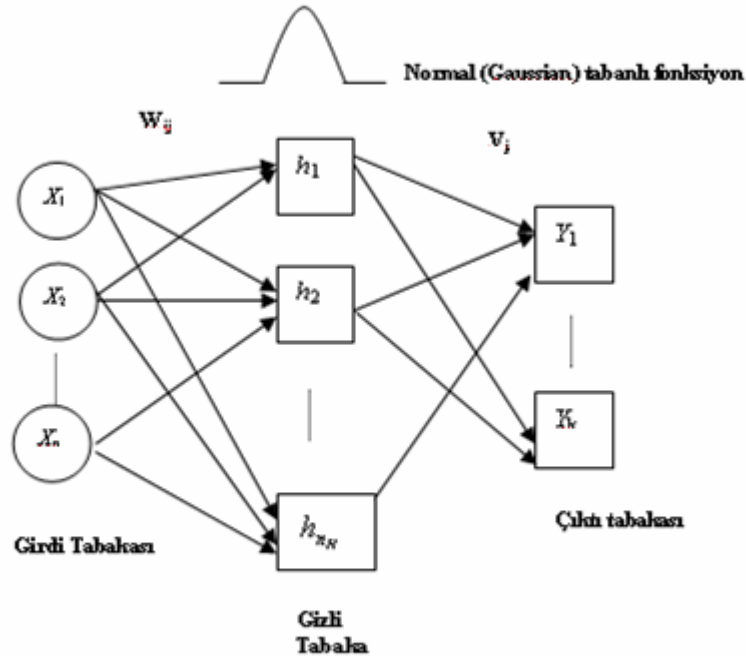
$$\sigma_j^2 = \frac{1}{m} \sum \|X_{pi} - W_{ij}\|^2 \quad (7)$$

biçiminde belirlenir. Burada, X_{pi} kümedeki eğitim örneğini, W_{ij} j .gizli birimle birleştirilen kümenin merkezini, m ise o kümedeki eğitim örneklerinin sayısını göstermektedir.

Çıktı birimi,

$$\hat{Y}_p = \sum_{j=1}^{n_H} V_j h_{pj} \quad (8)$$

biçiminde verilir. Eşitlik (8)'deki V_j , j .gizli birimden çıktı birimine olan ağırlıktır [8].



Şekil 1. Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları Yapısı

RBF ağları melez ağlar gibi eğitilirler. RBF ağlarının eğitiminde ilk olarak W_{ij} ağırlıkları c-ortalama kümeleme algoritması kullanılarak, V_j ağırlıkları ise küçük rasgele sayılar olarak belirlenir. Daha sonra, Eşitlik(6)-(8) yardımıyla h_{pj} , σ^2 ve \hat{Y}_p hesaplanır. W_{ij} ve V_j ağırlıkları ile normalleştirme faktörü σ_j^2 , geri yayılma (backpropagation, BP) algoritması ile güncellenir. Eşitlik(9)'da verilen hata kriteri minimum oluncaya kadar eğitime sürecine devam edilir [5, 8].

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{k=1}^O (Y_{pk} - \hat{Y}_{pk})^2 \quad (9)$$

4. Bulanık Sayılar

“Bulanıklık” olarak adlandırılan, kesin olmamanın bir yüzünde yer alan ve bir kelimenin anlamında ya da bir kavramın tanımında bulunabilen belirsizliktir. Örneğin, “yaşlı insan”, “yüksek ısı” ya da “küçük sayı” gibi ifadelere benzer açıklamalardaki kesin olmama, bulanıklık olarak adlandırılır [20].

X , elemanları x ile gösterilen bir evrensel küme ve A , X 'in klasik bir altkümesi olsun. Üyelik fonksiyonu $\mu_A(x)$, x 'in A 'daki üyelik derecesidir. A kümesi, üyelik derecesi $\{0,1\}$ aralığında ise “klasik(kesin) küme, $[0,1]$ aralığında ise “bulanık küme” olarak adlandırılır. A bulanık kümesi genellikle \tilde{A} biçiminde gösterilir. $x \in X$ ve $A \subseteq X$ için, bulanık kümenin üyelik derecesi $\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$ olarak ifade edilir. Bulanık kümeler, klasik kümelerin genel biçimidir [15]. \tilde{A} bulanık kümesine ait bazı temel kavramlar, zayıf α -seviye kümesi (zayıf α -kesme), güçlü α -seviye kümesi, dışbükeylik ve normallik olarak verilebilir. Normal ve dışbükey bir bulanık küme için, zayıf α -seviye kümesi kapalı bir aralık ise “bulanık sayı” olarak adlandırılır. Bulanık sayı tipleri içinde en önemlileri üçgensel ve yamuksal bulanık sayılardır. Üçgensel bulanık sayılar genellikle $X = (a, c, b)$ biçiminde ifade edilmektedir. Burada, c merkezi, a alt sınırı ve b üst sınırı göstermektedir. Üçgensel bulanık sayılar, $c - a = b - c$ ise simetrik üçgensel bulanık sayılar olarak adlandırılır [15, 20].

Üçgensel bulanık sayının üyelik fonksiyonu,

$$\mu_x(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{c-a}, & a \leq x \leq c \\ \frac{b-x}{b-c}, & c \leq x \leq b \\ 0, & d.y. \end{cases} \quad (10)$$

biçiminde ifade edilir.

Bir A bulanık kümesinin α -seviye kümesi,

$$[A]_\alpha = \{x \in A \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (11)$$

olarak yazılabilir. Bulanık sayıların α -seviye kümeleri kapalı aralıklar olduğundan, $[A]_\alpha$

$$[A]_\alpha = [[A]_\alpha^L, [A]_\alpha^U] \quad (12)$$

biçiminde de yazılabilir. Bulanık sayıların α -seviye kümeleri üzerinde yapılan aritmetik işlemler, kapalı aralıklar üzerinde yapılan işlemlere denktir [14].

$A = [a, b]$ ve $B = [d, e]$ iki aralık olsun. Aralıklar üzerinde yapılan bazı aritmetik işlemler:

$$i) A + B = [a, b] + [d, e] = [a + b, d + e] \quad (13)$$

$$ii) A - B = [a, b] - [d, e] = [a - e, b - d] \quad (14)$$

$$\text{iii) } A.B = [a,b].[d,e] = [\min(a.d, a.e, b.d, b.e), \max(a.d, a.e, b.d, b.e)] \quad (15)$$

$$= [a.d, b.e]$$

$$\text{iv) } A/B = [a,b]/[d,e] = [\min(a/d, a/e, b/d, b/e), \max(a/d, a/e, b/d, b/e)] \quad (16)$$

$$= [a/e, b/d]$$

$$\text{v) } k.A = k.[a,b] = \begin{cases} [k.a, k.b], & k \geq 0 \\ [k.b, k.a], & k < 0 \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{vi) } f(A) = f([a,b]) = [f(a), f(b)] \quad (18)$$

$$\text{vii) } D(A, B) = D([a,b],[d,e]) = \max\{|a-d|, |b-e|\} \quad (19)$$

Burada D , iki aralık arasındaki uzaklığı göstermektedir.

$$\text{viii) } |[A]| = |[a,b]| = D([a,b], 0) = \max\{|a|, |b|\} \quad (20)$$

Burada $|[A]|$, $[A]$ aralığının mutlak değerini göstermektedir.

$$\text{ix) } \|[A]\| = \max\{|A_1|, |A_2|, \dots, |A_n|\} \quad (21)$$

Burada $\|[A]\|$, bir aralık vektörünün normunu göstermektedir. $[A]$, aralık vektörünü ifade etmektedir ve $[A] = [[A_1] \ [A_2] \ \dots \ [A_n]]^T$ biçiminde verilebilir [1, 2, 14, 18].

5. Bulanık k -En Yakın Komşuluk Tahmin Edicisi ve Bulanık Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları

Gerçek hayat koşullarında veriler her zaman kesin değildir, bazen belirsiz olabilir ve bulanık olarak adlandırılırlar. Bundan dolayı, bu çalışmada parametrik olmayan regresyonda bulanık tahmin edicilerden ikisi, bulanık k -en yakın komşuluk tahmin edicisi ve bulanık radyal tabanlı fonksiyon ağları, önerilmiştir. Fk -NN tahmin edicisinde bağımlı ve bağımsız değişkenler bulanık sayı olarak, FRBF ağlarında ise girdiler, çıktılar ve ağırlıklar bulanık sayı olarak ele alınmıştır.

5.1. Bulanık k -en yakın komşuluk tahmin edicisi

Bulanık k -en yakın komşuluk tahmin edicisi, k -NN'deki bağımlı ve bağımsız değişkenlerin simetrik üçgensel bulanık sayı olarak alınması ile oluşturulmuştur. Bulanıklaştırma işlemi, bulanık sayıların α -seviye kümeleri ile yapılmıştır. Fk -NN tahmin edicisi,

$$\begin{aligned} \hat{m}_h([x^L, x^U]) &= \sum_{i=1}^n W_{ki}([x^L, x^U])[Y_i^L, Y_i^U] \\ &= \sum_{i=1}^n [W_{ki}(x^L), W_{ki}(x^U)][Y_i^L, Y_i^U] \\ &= \sum_{i=1}^n [W_{ki}(x^L)Y_i^L, W_{ki}(x^U)Y_i^U] \\ &= [E, F] \end{aligned} \quad (22)$$

biçiminde ifade edilmektedir. Eşitlik(22)'de,

$$E = W_{h1}(x^L)Y_1^L + W_{h2}(x^L)Y_2^L + \dots + W_{hm}(x^L)Y_n^L$$

$$F = W_{h1}(x^U)Y_1^U + W_{h2}(x^U)Y_2^U + \dots + W_{hm}(x^U)Y_n^U$$

$$W_{ki}(x^L) = \begin{cases} 1/k, & i \in J_{x^L} \text{ ise} \\ 0, & d.y. \end{cases}$$

$$W_{ki}(x^U) = \begin{cases} 1/k, & i \in J_{x^U} \text{ ise} \\ 0, & d.y. \end{cases}$$

$J_{x^L} = \{i : X_i^L, x^L \text{ e } k \text{ en yakın gözlemlerden biri}\}$

$J_{x^U} = \{i : X_i^U, x^U \text{ e } k \text{ en yakın gözlemlerden biri}\}$

olarak tanımlanır.

5.2. Bulanık Radyal Tabanlı Fonksiyon Ağları

Bulanık radyal tabanlı fonksiyon ağları, bulanık girdiler ve/veya bulanık çıktılar ve/veya bulanık ağırlıklara sahip RBF ağlarıdır [21]. Bu çalışmada, bulanık girdilere (X_p), bulanık ağırlıklara (W_{ij} ve V_j) ve bulanık çıktılara (Y_p) sahip FRBF ağları önerilmiştir. FRBF ağları için eğitme algoritması, Choi ve ark.(2003)'ün RBF ağları için önerdiği BP algoritması ve Ishibuchi ve ark.(1995)'in MLP'ler için önerdiği BP algoritmasından yararlanarak oluşturulmuştur.

X_{pi} ve Y_p 'nin α -seviye kümeleri, $[X_{pi}]_\alpha = [X_{pi}^L, X_{pi}^U]$ ve $[Y_p]_\alpha = [Y_p^L, Y_p^U]$ biçiminde ifade edilir.

Girdi birimleri ve gizli birimler arasındaki ağırlıklar $W_{ij} = (w_{ij}^L, w_{ij}^C, w_{ij}^U)$ biçiminde gösterilen simetrik üçgensel bulanık sayılar olarak göz önüne alınmıştır. Burada, $w_{ij}^L, w_{ij}^C, w_{ij}^U$ sırasıyla W_{ij} 'nin alt sınırını, merkezini ve üst sınırını göstermektedir. W_{ij} 'nin α -seviye kümesi,

$$[W_{ij}]_\alpha = [[W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U] \quad (23)$$

olarak yazılabilir. Eşitlik(23)'te,

$$[W_{ij}]_\alpha^L = w_{ij}^L(1 - \alpha/2) + w_{ij}^U(\alpha/2)$$

$$[W_{ij}]_\alpha^U = w_{ij}^L(\alpha/2) + w_{ij}^U(1 - \alpha/2)$$

Gizli birimler ve çıktı birimleri arasındaki ağırlıklar $V_j = (v_j^L, v_j^C, v_j^U)$ biçiminde gösterilen simetrik üçgensel bulanık sayılar olarak göz önüne alınmıştır. Burada, v_j^L, v_j^C, v_j^U sırasıyla V_j 'nin alt sınırını, merkezini ve üst sınırını göstermektedir. V_j 'nin α -seviye kümesi,

$$[V_j]_\alpha = [[V_j]_\alpha^L, [V_j]_\alpha^U] \quad (24)$$

olarak yazılabilir. Eşitlik(24)'te,

$$[V_j]_\alpha^L = v_j^L(1 - \alpha/2) + v_j^U(\alpha/2)$$

$$[V_j]_\alpha^U = v_j^L(\alpha/2) + v_j^U(1 - \alpha/2)$$

RBF ağlarında, W_{ij} ağırlıklarına ait başlangıç değerler Bezdek tarafından 1981 yılında öne sürülen FCM algoritması ile belirlenir [3]. Fakat, bu çalışmada ele alınan FRBF ağlarında hem X_i 'lerin hem W_{ij} 'lerin bulanık olmasından dolayı bu algorithmada bazı değişiklikler yapılmıştır. Önerilen bu algoritma "değiştirilmiş FCM algoritması" olarak adlandırılmış ve aşağıda verilmiştir.

Adım 1: Küme merkezlerinin sayısı (m) ve b parametresi belirlenir. $\alpha = 0$ için, küme merkezi W_{ij} 'lere keyfi değerler verilerek sürece başlanır.

Adım 2: Üyelik değerleri, küme merkezi W_{ij} 'lerin yardımıyla

İ) Eğer $\| [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] - [W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U] \|^2 \neq 0$ ise

$$\mu_j([X_i]_\alpha) = \left[\sum_{k=1}^m \left(\frac{\| [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] - [w_{ij}^L, w_{ij}^U] \|^2}{\| [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] - [w_{ik}^L, w_{ik}^U] \|^2} \right)^{1/(b-1)} \right]^{-1}$$

$$= \left[\sum_{k=1}^m \left(\frac{\left(\max \left\{ |x_i^L - w_{ij}^L|, |x_i^U - w_{ij}^U| \right\} \right)^2}{\left(\max \left\{ |x_i^L - w_{ik}^L|, |x_i^U - w_{ik}^U| \right\} \right)^2} \right)^{1/(b-1)} \right]^{-1} \quad (25)$$

ii) Eğer $\| [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] - [W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U]^2 = 0$ ise

$$\mu_j([X_i]_\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{if } [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] = [W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U] \\ 0, & \text{if } [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U] \neq [W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U] \end{cases} \quad (26)$$

biçiminde hesaplanır.

Adım 3: Küme merkezi W_{ij} 'ler,

$$\begin{aligned} [W_{ij}]_\alpha^L, [W_{ij}]_\alpha^U] &= \frac{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b [X_i]_\alpha^L, [X_i]_\alpha^U]}{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b} \\ &= \left[\frac{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b [X_i]_\alpha^L}{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b}, \frac{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b [X_i]_\alpha^U}{\sum_{i=1}^n [\mu_j([X_i]_\alpha)]^b} \right] \\ &= [A, B] \end{aligned} \quad (27)$$

eşitliği ile güncellenir. Burada,

$$A = \left[\frac{[\mu_j([X_1]_\alpha)]^b [X_1]_\alpha^L + [\mu_j([X_2]_\alpha)]^b [X_2]_\alpha^L + \dots + [\mu_j([X_n]_\alpha)]^b [X_n]_\alpha^L}{[\mu_j([X_1]_\alpha)]^b + [\mu_j([X_2]_\alpha)]^b + \dots + [\mu_j([X_n]_\alpha)]^b} \right]$$

$$B = \left[\frac{[\mu_j([X_1]_\alpha)]^b [X_1]_\alpha^U + [\mu_j([X_2]_\alpha)]^b [X_2]_\alpha^U + \dots + [\mu_j([X_n]_\alpha)]^b [X_n]_\alpha^U}{[\mu_j([X_1]_\alpha)]^b + [\mu_j([X_2]_\alpha)]^b + \dots + [\mu_j([X_n]_\alpha)]^b} \right]$$

olarak ifade edilir.

Adım 4: Küme merkezleri, üyelik değerleri durağan olana kadar güncellenir.

Küme merkezi W_{ij} 'ler belirlendikten sonra FRBF ağlarındaki gizli birimler ve çıktı birimleri hesaplanır. j .gizli birim,

$$\begin{aligned} [h_{pj}]_\alpha &= \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\| [X_{pi}]_\alpha - [W_{ij}]_\alpha \|^2}{[\sigma_{pj}]_\alpha} \right) \right) \\ &= \exp \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{\max \left\{ |[X_{pi}]_\alpha^L - [W_{ij}]_\alpha^L|, |[X_{pi}]_\alpha^U - [W_{ij}]_\alpha^U| \right\}^2}{[\sigma_{pj}]_\alpha^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik(28)'de, $p = 1, 2, \dots, n$; $i = 1, 2, \dots, n_I$; $j = 1, 2, \dots, n_H$ 'dir. j .gizli birim için normalleştirme faktörü,

$$\begin{aligned}
 [\sigma_{pj}^2]_\alpha &= \frac{1}{m} \sum_{p=1}^m ([X_{pi}]_\alpha - [W_{ij}]_\alpha)^2 \\
 &= \frac{1}{m} \left\{ \left(\max \left\{ |[X_{li}]_\alpha^L - [W_{ij}]_\alpha^L|, |[X_{li}]_\alpha^U - [W_{ij}]_\alpha^U| \right\} \right)^2 + \dots + \right. \\
 &\quad \left. \left(\max \left\{ |[X_{mi}]_\alpha^L - [W_{ij}]_\alpha^L|, |[X_{mi}]_\alpha^U - [W_{ij}]_\alpha^U| \right\} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{29}$$

biçiminde belirlenir.

p gözlemi için bulanık çıktı,

$$\begin{aligned}
 [\hat{Y}_p]_\alpha &= \frac{\sum_{j=1}^{n_H} [V_j]_\alpha [h_{pj}]_\alpha}{\sum_{j=1}^{n_H} [h_{pj}]_\alpha} \\
 &= \left[\frac{\sum_{j=1}^{n_H} [V_j]_\alpha^L \cdot [h_{pj}]_\alpha}{\sum_{j=1}^{n_H} [h_{pj}]_\alpha}, \frac{\sum_{j=1}^{n_H} [V_j]_\alpha^U \cdot [h_{pj}]_\alpha}{\sum_{j=1}^{n_H} [h_{pj}]_\alpha} \right]
 \end{aligned} \tag{30}$$

biçiminde hesaplanır.

Bulanık girdi X_p 'ye karşılık gelen bulanık hedef Y_p , bulanık çıktı \hat{Y}_p olsun. Bulanık çıktı \hat{Y}_p ve bulanık hedef Y_p 'nin α -seviye kümeleri için maliyet fonksiyonu,

$$E_{p,\alpha} = E_{p,\alpha}^L + E_{p,\alpha}^U \tag{31}$$

'dir. Burada,

$$E_{p,\alpha}^L = \frac{\alpha}{2} ([Y_p]_\alpha^L - [\hat{Y}_p]_\alpha^L)^2$$

$$E_{p,\alpha}^U = \frac{\alpha}{2} ([Y_p]_\alpha^U - [\hat{Y}_p]_\alpha^U)^2$$

biçiminde verilir.

Maliyet fonksiyonu E ,

$$E = \sum_{p=1}^n \sum_{\alpha} E_{p,\alpha} \tag{32}$$

olarak ifade edilir [13].

Bu çalışmada; FRBF ağlarının eğitilmesinde [5] tarafından RBF ağları için önerilen BP algoritması ve [13] tarafından MLP'ler için önerilen BP algoritması, bulanık sayılar için yeniden düzenlenerek "yeniden düzenlenmiş BP algoritması" olarak önerilmiştir. FRBF ağlarının amacı, maliyet fonksiyonu E 'yi minimum yapmaktır. Bunun için W_{ij} , V_j ve σ_j^2 'yi eğitime sürecinde, önerilen algoritma kullanılmıştır.

Gizli birim ve çıktı birimi arasındaki bulanık ağırlıklar $V_j = (v_j^L, v_j^C, v_j^U)$,

$$v_j^L(t+1) = v_j^L(t) + \Delta v_j^L(t) \tag{33}$$

$$v_j^U(t+1) = v_j^U(t) + \Delta v_j^U(t) \tag{34}$$

biçiminde güncellenir.

Eğer $v_j^L > v_j^U$ ise,

$$v_j^L(t+1) = \min\{v_j^L(t+1), v_j^U(t+1)\}$$

$$v_j^U(t+1) = \max\{v_j^L(t+1), v_j^U(t+1)\}$$

eşitlikleri kullanılmaktadır. Eşitlik(33)-(34)'te,

$$\Delta v_j^L(t) = -\eta \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_j^L} + \lambda \Delta v_j^L(t-1) \quad (35)$$

$$\Delta v_j^U(t) = -\eta \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_j^U} + \lambda \Delta v_j^U(t-1) \quad (36)$$

'dir. Burada; η öğrenme sabitini, λ momentum sabitini ve t tekrar sayısını göstermektedir.

$$\text{Eşitlik(35)-(36)'da verilen } \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_{jk}^L} \text{ ve } \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_{jk}^U},$$

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_{jk}^L} = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^L \right) h_{pj} (1 - \alpha/2) - \alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^U \right) h_{pj} (\alpha/2) \quad (37)$$

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial v_{jk}^U} = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^L \right) h_{pj} (\alpha/2) - \alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^U \right) h_{pj} (1 - \alpha/2) \quad (38)$$

biçiminde yazılabilir.

Girdi birimi ve gizli birim arasındaki bulanık ağırlıklar $W_{ij} = (w_{ij}^L, w_{ij}^C, w_{ij}^U)$,

$$w_{ij}^L(t+1) = w_{ij}^L(t) + \Delta w_{ij}^L(t) \quad (39)$$

$$w_{ij}^U(t+1) = w_{ij}^U(t) + \Delta w_{ij}^U(t) \quad (40)$$

biçiminde güncellenir.

Eğer $w_{ij}^L > w_{ij}^U$ ise,

$$w_{ij}^L(t+1) = \min\{w_{ij}^L(t+1), w_{ij}^U(t+1)\}$$

$$w_{ij}^L(t+1) = \max\{w_{ij}^L(t+1), w_{ij}^U(t+1)\}$$

eşitlikleri kullanılmaktadır. Eşitlik(39)-(40)'da,

$$\Delta w_{ij}^L(t) = -\eta \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^L} + \lambda \Delta w_{ij}^L(t-1) \quad (41)$$

$$\Delta w_{ij}^U(t) = -\eta \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^U} + \lambda \Delta w_{ij}^U(t-1) \quad (42)$$

'dir. Burada; η öğrenme sabitini, λ momentum sabitini ve t tekrar sayısını göstermektedir.

Eşitlik(41)-(42)'de verilen $\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^L}$ ve $\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^U}$, zincir kuralı yardımıyla

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^L} &= \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} \frac{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L}{\partial w_{ij}^L} + \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} \frac{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U}{\partial w_{ij}^L} \\ &= \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} (1 - \alpha/2) + \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} (\alpha/2) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial w_{ij}^U} = \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} \frac{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U}{\partial w_{ij}^U} + \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} \frac{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L}{\partial w_{ij}^U}$$

$$= \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} (1 - \alpha / 2) + \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} (\alpha / 2) \quad (44)$$

olarak yazılabilir. Burada, $\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L}$ ve $\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U}$,

i) Eğer $\max \left\{ \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|, \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| \right\} = \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|$, ise

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} = -\alpha \left([Y_p]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_p]_{\alpha}^L \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-2} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right| v_j^L - \quad (45)$$

$$\alpha \left([Y_p]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_p]_{\alpha}^U \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-2} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right| v_j^U$$

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} = 0 \quad (46)$$

ii) Eğer $\max \left\{ \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|, \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| \right\} = \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right|$, ise

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^L} = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial [W_{ij}]_{\alpha}^U} = -\alpha \left([Y_p]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_p]_{\alpha}^L \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-2} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| v_j^L - \quad (48)$$

$$\alpha \left([Y_p]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_p]_{\alpha}^U \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-2} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| v_j^U$$

biçiminde hesaplanır.

Normalleştirme faktörü σ_{pj}^2 ,

$$\sigma_{pj}(t+1) = \sigma_{pj}(t) + \Delta \sigma_{pj}(t) \quad (49)$$

biçiminde güncellenir. Eşitlik(49)'da,

$$\Delta \sigma_{pj}(t) = -\eta \frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial \sigma_{pj}} + \lambda \Delta \sigma_{pj}(t-1) \quad (50)$$

'dir. Burada; η öğrenme sabitini, λ momentum sabitini ve t tekrar sayısını göstermektedir.

Eşitlik(50)'de,

$$\frac{\partial E_{p,\alpha}}{\partial \sigma_{pj}} = \zeta^L + \zeta^U \quad (51)$$

olarak yazılabilir ve ζ^L, ζ^U

i) Eğer $\max \left\{ \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|, \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| \right\} = \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|$, ise

$$\zeta^L = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^L \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-3} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|^2 v_j^L \quad (52)$$

$$\zeta^U = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^U \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-3} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|^2 v_j^U \quad (53)$$

ii) Eğer $\max \left\{ \left| [X_{pi}]_{\alpha}^L - [W_{ij}]_{\alpha}^L \right|, \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right| \right\} = \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right|$, ise

$$\zeta^L = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^L - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^L \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-3} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right|^2 v_j^L \quad (54)$$

$$\zeta^U = -\alpha \left([Y_{pk}]_{\alpha}^U - [\hat{Y}_{pk}]_{\alpha}^U \right) h_{pj}(\sigma_{pj})^{-3} \left| [X_{pi}]_{\alpha}^U - [W_{ij}]_{\alpha}^U \right|^2 v_j^U \quad (55)$$

biçiminde hesaplanır.

FRBF ağlarının eğitilmesi için kullanılan algoritma aşağıda verilmiştir.

Adım 1: Bulanık W_{ij} ağırlıkları, değiştirilmiş FCM algoritması ile belirlenir. Bulanık V_j ağırlıkları keyfi olarak rasgele bulanık sayılar biçiminde seçilir.

Adım 2: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ için, Adım 3 tekrarlanır.

Adım 3: $p = 1, 2, \dots, n$ için, *i*), *ii*), *iii*) ve *iv*) adımları tekrarlanır.

i) h_{pj} , \hat{Y}_p ve $E_{p,\alpha}$, Eşitlik(28)-(31) ile hesaplanır.

ii) Bulanık V_j ağırlıkları, Eşitlik(33)-(38) ile güncellenir.

iii) Bulanık W_{ij} ağırlıkları, Eşitlik(39)-(48) ile güncellenir.

iv) Normalleştirme faktörü σ_{pj}^2 , Eşitlik(49)-(55) ile güncellenir.

Adım 4: İterasyon sayısı, önceden belirlenen bir değere ulaştığında sürece son verilir, aksi halde Adım 2'ye gidilir.

6. Uygulama

Bu kesimde, Selçuk Üniversitesi Veteriner Fakültesi Besin Hijyeni ve Teknolojisi Anabilim Dalı'nda gerçekleştirilmiş olan "Türk Pastırması" deneyine ait sonuçlar yer almaktadır. Bu deneyde, pastırma yapımında "geleneksel yöntem", "çemenleme öncesi ılık ($30 \pm 1^\circ\text{C}$) ve sıcak ($54 \pm 3^\circ\text{C}$) dumanlama işlemi yapılan yöntem", "çemenleme sonrası ılık ($30 \pm 1^\circ\text{C}$) ve sıcak ($54 \pm 3^\circ\text{C}$) dumanlama işlemi yapılan yöntem" kullanılarak kimyasal, mikrobiyolojik ve duyu analizler yapılmıştır. Pastırma üretimi üç tekrar halinde yapılmıştır. Üretim sırasında, 1.gün, 7.gün, 15.gün ve 60.günde ölçümler yapılmıştır. Kimyasal analizler sonucunda, rutubet miktarı, tuz miktarı, kül miktarı, pH değeri ve su aktivitesi (a_w) değeri saptanır. Mikrobiyolojik analizler sonucunda, toplam mezofilik aerob mikroorganizma sayısı (PCA), staphylococcus-micrococcus mikroorganizma sayısı (MSA), lactobacillus mikroorganizma sayısı (RA) ve mayaküf sayısı (PDA) saptanır. Duyusal analizler, hedonik tip skala kullanılarak yapılmıştır. Hedonik skala, en yüksek puan olan 10 sevilen özellikleri ve en düşük puan olan 1 sevilmeyen özellikleri göstermek üzere 1 ile 10 arasında değişen değerler ile düzenlenmektedir. Numuneler altı kişiden oluşan bir test paneli tarafından, renk, lezzet, görünüm ve tekstür açısından yapılmıştır [10].

Bu çalışmada, kimyasal faktörler ile mikrobiyolojik faktörler ve kimyasal faktörler ile duyu faktörler arasında fonksiyonel bağıntı tahmin edildi. Pastırma üretiminde bu faktörlerin etkinliği irdelendi ve bu amaçla "geleneksel yöntem" göz önüne alındı. Bağımsız değişkenler olarak, tuz, pH ve su aktivitesi(a_w) değişkenleri; bağımsız değişkenler olarak, PCA, MSA, RA, PDA, lezzet, tekstür ve renk değişkenleri ele alındı. Bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki fonksiyonel yapı,

$$Y = f(X) \quad (56)$$

olarak ifade edilir. Ele alınan bağımlı ve bağımsız değişkenlerden yararlanarak 15 farklı fonksiyon ve bu fonksiyonların tahmini için bulanık aralıklar oluşturuldu. Üç tekrar sonucundaki ölçümlerin ortalaması, standart sapması alındı ve ortalama \pm standart sapma değerleri hesaplanarak bulanık aralıklar elde edildi. Tüm değişkenler için bulanık aralıklar oluşturulduktan sonra, Fk-NN tahmin edicisi ve FRBF ağlarından yararlanarak bulanık tahminler elde edildi.

Hatalar, [13] ve [17] tarafından öne sürülen iki bulanık sayının farkından tanımlanan hata kareler ortalaması (HKO),

$$\text{HKO} = \frac{1}{n} \left[\frac{\alpha}{2} \sum_{p=1}^n \sum_{\alpha=1}^s \left([\hat{Y}_p]_{\alpha}^L - [Y_p]_{\alpha}^L \right)^2 + \left([\hat{Y}_p]_{\alpha}^U - [Y_p]_{\alpha}^U \right)^2 \right] \quad (57)$$

eşitliğinden yararlanılarak hesaplandı.

FRBF ağlarında, gizli sinir sayısı $n_H = 3$, öğrenme sabiti $\eta = 0.01$ ve momentum sabiti $\lambda = 0.1$ olarak alınmıştır. Her bir model için, bulanık ağırlıklara ait başlangıç değerler ve k parametresi Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Fk-NN tahmin edicisi için k parametresi ve FRBF ağları için bulanık ağırlıklara ait başlangıç değerler ve normalleştirme faktörleri

| Model | Fk-NN tahmin edicisi için k parametresi | FRBF ağları için bulanık ağırlıklara ait başlangıç değerler ve normalleştirme faktörleri |
|----------------------|---|--|
| PCA = f (Tuz) | 3 | $w_{ij}^L = [5.99 \ 4.00 \ 5.8467]$ $w_{ij}^U = [7.87 \ 6.72 \ 6.2000]$ $v_j^L = [1 \ 2 \ 1]$ $v_j^U = [3 \ 3 \ 2]$ $\sigma_j = [1.574433 \ 1.68899 \ 1.123627]$ |
| MSA = f (Tuz) | 3 | |
| PDA = f (Tuz) | 3 | |
| RA = f (Tuz) | 3 | |
| Lezzet = f (Tuz) | 3 | |
| PCA = f (pH) | 3 | $w_{ij}^L = [5.80 \ 5.66 \ 5.4500]$ $w_{ij}^U = [5.84 \ 5.70 \ 5.6367]$ $v_j^L = [1 \ 2 \ 1]$ $v_j^U = [3 \ 3 \ 2]$ $\sigma_j = [0.280891 \ 0.178494 \ 0.186548]$ |
| MSA = f (pH) | 3 | |
| PDA = f (pH) | 3 | |
| RA = f (pH) | 3 | |
| Tekstür = f (pH) | 3 | |
| PCA = f (a_w) | 3 | $w_{ij}^L = [0.9 \ 0.81334 \ 0.770001]$ $w_{ij}^U = [0.9 \ 0.83334 \ 0.810000]$ $v_j^L = [1 \ 2 \ 1]$ $v_j^U = [3 \ 3 \ 2]$ $\sigma_j = [0.089107 \ 0.043943 \ 0.06752]$ |
| MSA = f (a_w) | 3 | |
| RA = f (a_w) | 3 | |
| PDA = f (a_w) | 3 | |
| Renk = f (a_w) | 3 | |

Fk-NN tahmin edicisi ve FRBF ağlarından elde edilen 15 farklı modele ait tahmini değerler ayrıntılı biçimde Yapıcı Pehlivan(2005)'de verilmiştir. Eşitlik(58)'den hesaplanan her bir modele ilişkin HKO değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Fk-NN tahmin edicisi ve FRBF ağlarından elde edilen tahminlere ilişkin HKO

| Model | HKO _{Fk-NN} | HKO _{FRBF} |
|----------------------|----------------------|---------------------|
| PCA = f (Salt) | 0.3111 | 0.1973 |
| MSA = f (Salt) | 0.9684 | 1.2612 |
| RA = f (Salt) | 9.0757 | 12.5177 |
| PDA = f (Salt) | 2.6047 | 3.6713 |
| Lezzet = f (Salt) | 0.0951 | 0.1397 |
| PCA = f (pH) | 0.1229 | 0.2707 |
| MSA = f (pH) | 1.0875 | 1.2754 |
| RA = f (pH) | 11.2490 | 12.5428 |
| PDA = f (Ph) | 3.4870 | 3.9400 |
| Tekstür = f (pH) | 0.2784 | 0.4029 |
| PCA = f (a_w) | 0.2268 | 0.2711 |
| MSA = f (a_w) | 1.0150 | 1.2766 |
| RA = f (a_w) | 9.1075 | 12.4789 |
| PDA = f (a_w) | 3.1957 | 3.9400 |
| Renk = f (a_w) | 0.2014 | 0.2265 |

Tablo 2’de, Fk-NN tahmin edicisinden ve FRBF ağlarından elde edilen HKO değerleri karşılaştırıldığında, Fk-NN tahmin edicisine ait HKO değerlerinin FRBF ağlarından elde edilen HKO değerlerine göre daha küçük olduğu görülmektedir.

7. Tartışma

Bu çalışmada, parametrik olmayan regresyonda bulanık tahmin edicilerden ikisi, bağımlı ve bağımsız değişkenlerin her ikisinin de bulanık olduğu Fk-NN tahmin edicisi ve bulanık girdiler, bulanık çıktılar ve bulanık ağırlıklara sahip FRBF ağları, önerilmiştir. Fk-NN tahmin edicisinde, k parametresi $n^{4/5}$ olarak belirlendi. Bulanık bağımlı ve bağımsız değişkenlerin α -seviye kümeleri k -NN tahmin edicisinde yerine konarak Fk-NN tahmin edicisi elde edildi. FRBF ağlarında, girdi birimleri ve gizli birimleri arasındaki bulanık ağırlıklar “değiştirilmiş bulanık c -ortalama kümeleme algoritması” ile belirlenmiştir. Gizli birimler ve çıktı birimleri arasındaki bulanık ağırlıklar, rasgele küçük bulanık sayılar olarak seçilmiştir. FRBF ağlarının eğitimi için “yeniden düzenlenmiş geri yayılma algoritması” kullanılmıştır. Normalleştirme faktörü ve bulanık ağırlıklar, bu algoritma ile güncellenmiş ve bulanık tahminler hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlardan; en küçük HKO değerlerine sahip tahmin edicinin Fk-NN tahmin edicisi olduğu ve daha etkin olarak kullanıldığı görülmektedir.

Teşekkür

Bu çalışmada yararlanılan Doktora Tez çalışması, Selçuk Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü (BAP-2002/020) tarafından desteklenmiştir.

Kaynaklar

1. Alefeld, G., Claudio, D., **The Basic Properties of Interval Arithmetic: It’s Software Realizations and Some Applications**, Computers and Structures, 67, 3-8, (1998).
2. Alefeld, G. and Mayer, G., **Interval Analysis: Theory and Applications**, Journal of Computational and Applied Mathematics, 121, 421-464, (2000).
3. Bezdek, J.C., Ehrlich, R., Full, W., **FCM: The Fuzzy c-Means Clustering Algorithm**, Computer&Geosciences, Vol.10, NO:2-3, 191-203, (1984).

4. Cheng, C.-B., Lee, E.S., **Fuzzy Regression With Radial Basis Function Network**, Fuzzy Sets and Systems, 119, 291-301, (2001).
5. Choi, S.W., Lee, D., Park, J.H., Lee, I.-B., **Nonlinear Regression Using RBFN With Linear Submodels**, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 65, 191-208, (2003).
6. Chu, C.-K. And Marron, J.S., **Choosing a Kernel Regression Estimator**, Statistical Science, Vol.6, No.4, 404-436, (1991).
7. Eubank, R.L., **Spline Smoothing and Nonparametric Regression**, Marcel Dekker Inc, (1988).
8. Fu, L., **Neural Networks in Computer Intelligence**, McGraw Hill Inc., Singapore, (1996).
9. Gamgam, H., **Parametrik Olmayan İstatistiksel Teknikler**, Gazi Üniversitesi, Fen-edebiyat Fakültesi Yayınları, Ankara, (1998).
10. Gürbüz, Ü., Doğruer, Y., Nizamlıoğlu, M., **Pastırma Üretiminde Dumanlama İşleminin Uygulanabilme İmkanları ve Kaliteye Etkisi**, Veteriner Bilimleri Dergisi, 13, 2, 57-68, (1997).
11. Hardle, W., **Applied Nonparametric Regression**, Cambridge University Press, New York, (1990).
12. Györfi, L., Kohler, M., Krzyak, A., Walk, H., **Distribution Free Theory of Nonparametric Regression**, Springer-Verlag, New York, (2002).
13. Ishibuchi, H., Kwon, K., Tanaka, H., **A Learning Algorithm of Fuzzy Neural Networks with Triangular Fuzzy Weights**, Fuzzy Sets and Systems, 71, 277-293, (1995).
14. Klir, G.J. and Yuan, B., **Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Application**, Prentice Hall International Inc., New Jersey, (1995).
15. Lai, Y.-J. and Hwang, C.-L., **Fuzzy Mathematical Programming: Method and Applications**, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, (1992).
16. Langari, R., Wang, L., Yen, J., **Radial Basis Function Networks, Regression Weights, And The Expectation-Maximization Algorithm**, IEEE Transactions On Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems And Humans, Vol.27, No.5,613-623, (1997).
17. Lin, C.-T. and Duh, F.-B. and Liu, D.-J., **A Neural Fuzzy Network for Word Information Processing**, 127, 37-48, (2002).
18. Moore, R.E., **Methods and Application of Interval Analysis**, SIAM, Philadelphia, (1979).
19. Sarle, W.S., **Neural Networks and Statistical Models**, Proceedings of the Nineteenth Annual SAS Users Group International Conference, April, (1994).
20. Terano, T. and Asai, K. and Sugeno, M., **Fuzzy Systems Theory and Its Applications**, Academic Press Inc, San Diego, (1992).
21. Yapıcı Pehlivan, N., **Parametrik Olmayan Regresyonda Bulanık Tahmin Ediciler**, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Matematik Anabilim Dalı, Konya, TÜRKİYE, (2005).
22. Zadeh, L. A., **Fuzzy Sets, Information and Control**, 8, 338-353, (1965).