

Dört Boyutlu Ising Model için Bilinen Sonlu Örgü Ölçekleme ve Logaritmik Düzeltmeli Sonlu Örgü Ölçekleme Fonksiyonlarının İncelenmesi

Ziya MERDAN¹, Mehmet BAYIRLI²

Abdullah GÜNEN²

ÖZET: Dört boyutlu Ising modelinin, doğrusal boyutu $L=4,6,8,10,12,14,16$ olan periyodik sınır şartlı soyut basit küp örgülerde, dört "bit"li demonlar kullanılarak Creutz cellular automaton'ında simülasyonu yapıldı. Simülasyondan elde edilen veriler bilinen sonlu örgü ölçekleme teorisi ve logaritmik düzeltmeli sonlu örgü ölçekleme teorisine göre analiz

edildi. Manyetik alınganlık için kritik üs logaritmik düzeltme olmaksızın $\frac{\chi}{V} = 2.2529$

logaritmik düzeltmeli $\frac{\chi}{V} = 2.0057$, özısı için kritik üs logaritmik düzeltme olmaksızın $\frac{\alpha}{V} = -$

0.0715 logaritmik düzeltmeli $\frac{\alpha}{V} = 0.0932$, $\frac{\alpha}{V} = -0.1055$ elde edildi. Bu sonuçlar üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyon sonuçları ve teorik değerlerle uyum halindedir.

Anahtar Kelimeler : Ising Model; Sonlu Örgü Ölçekleme Teorisi; Cellular Automaton.

Investigation of the well Know Finite-Size Scaling Function and Finite-Size Scaling Functions with Logarithmic Correction for the Four Dimensional Ising Model

Abstract: The four-dimensional nearest-neighbor Ising model is simulated on the Creutz cellular automaton by using four-bit demons and the finite-size lattices with the linear dimension $L=4,6,8,10,12,14,16$. The simulation results for the finite-lattice are analyzed according to the conventional finite-size scaling theory with and without logarithmic factors. Critical exponents of the magnetic susceptibility (χ) is found as $\frac{\chi}{V} = 2.0057$

when the expression with the logarithmic factor is used and as $\frac{\chi}{V} = 2.2529$ when the expression without logarithmic factor is used. Similarity, the exponents for the specific heat (C) are calculated as $\frac{\alpha}{V} = 0.0932$, $\frac{\alpha}{V} = -0.1055$ with the logarithmic factor and $\frac{\alpha}{V} = -0.0715$ without logarithmic factor. These results are in good agreement with the results of simulations with three-bit demons and theoretical values.

Key words: Ising model; Finite-Size Scaling Theory; Cellular Automata.

¹ Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Taşlıçiftlik, 60250 TOKAT ,zmerdan@gazi.edu.tr, zmerdan@gop.edu.tr

² Gazi Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Teknikokullar, 06500 ANKARA

Giriş

Boyut ya da örgü boyutu arttığı zaman Monte Carlo metoduyla Ising modelinin simülasyonu yetersiz kalmakta ve bu yüzden daha hızlı algoritmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Creutz cellular automaton geleneksel (alışlagelmiş) Monte Carlo yöntemine göre iki avantaja sahiptir (iki bakımdan tercih edilmektedir). Bunlardan biri geleneksel Monte Carlo metodundan daha hızlı olması ve diğeri yüksek kalitede rasgele sayılar gerektirmemesidir. Creutz cellular automaton Q2R cellular automaton ile karşılaştırıldığında Q2R cellular automaton da iç enerji simülasyon süresince sabit kaldığından özısı (C) enerji dalgalanmaları kullanılarak hesaplanamamaktadır [1,2,3,4,5,6,7,8,9].

M. Creutz [10] tarafından sunulan cellular automaton algoritmasının kritik bölge yakınında Ising model araştırmaları için alternatif bir yöntem olabileceği çeşitli çalışmalarda gösterilmiştir [11-27]. Creutz cellular automaton ile dört boyutlu Ising modeli için yapılan çalışmalarda sonlu örgülerden sonsuz örgü davranışını tespit etmek amacıyla bilinen sonlu örgü ölçekleme teorisi yerine $d > 4$ boyutlu örgülerde V.Privman-N.E.Fisher [28, 29] tarafından sunulan hipotez N.Aktekin [11] tarafından $d = 4$ boyut için uygun hale getirilmiştir. Periyodik sınır şartlı L^d "hypercubic" sonlu bir sistemin serbest enerji yoğunluğunun singüler kısmı

$$f_L^{(s)}(t, h) = L^{-d} Y(tL^{1/\nu}, hL^{\delta\beta/\nu}) \quad (1)$$

$$f_L^{(s)}(t, h) = L^{-d} Y(tL^{1/\nu} \log^{1/6} L, hL^{\delta\beta/\nu} \log^{1/4} L) \quad (2)$$

fonksiyonu ile verilmektedir. Serbest enerji yoğunluğu bağıntılarından yararlanarak kendiliğinden mıknatıslanma (M), manyetik alınganlık (χ), özısı (C) ve Binder Cumulant'ı (parametresi) (g_L) için sonlu örgü ölçekleme bağıntıları elde edilmiştir.

Bu çalışmanın amacı dört boyutlu Ising modeli için, doğrusal boyutu $L=4,6,8,10,12,14,16$ olan periyodik sınır şartlı örgülerde dört bitli demonlar ile Creutz "cellular automaton"ında yapılan simülasyonlardan bilinen sonlu örgü ölçekleme ve logaritmik düzeltmeli sonlu örgü ölçekleme fonksiyonlarından elde edilen kritik üsleri karşılaştırmak ve elde edilen verilerin üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyon sonuçlarıyla ve teorik değerlerle uyumluluğunu tespit etmektir.

Model Bölüm 2'de sonuç ve tartışmalar Bölüm 3'de açıklanmakta sonuçlar ise Bölüm 4'de tartışılmaktadır.

Model

Bu modelde her bir hücreye 6 ikili "bit" karşılık getirilmekte ve bir hücredeki bir değişkenin alacağı değer o değişkenin bir önceki zaman adımındaki kendi değeri ile ona en yakın komşularındaki değerlerinden elde edilmektedir. Bu altı ikili "bit" den ilki, B_i Ising spini içindir; "0" veya "1" değerlerini alabilir. $S_i = 2B_i - 1$ olmak üzere, örgünün Ising spin enerjisi H_I (iç enerji, potansiyel enerji) (en yakın komşu etkileşme sabiti J cinsinden) aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$H_I = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j \quad (3)$$

Burada $\langle ij \rangle$ bütün en yakın komşu hücre çiftleri üzerinden toplamı göstermektedir. Kalan 5 bitten 4'i "demon" veya spine eşlik eden momentuma karşı gelmektedir. D_1, D_2, D_3, D_4 ile gösterilen bu bitler "0" veya "1" değerlerini alabilmekte ve $(2^0 x D_1 + 2^1 x D_2 + 2^2 x D_3 + 2^3 x D_4)$ ifadesine göre (0,15) aralığındaki tamsayıları oluşturmaktadır. Momentum değişkenine karşılık gelen kinetik enerji E_D bu tam sayı değerlerinin dört katını almaktadır.

$$E_D = 4(2^0 xD_1 + 2^1 xD_2 + 2^2 xD_3 + 2^3 xD_4) \quad (4)$$

Kinetik enerji bu değerleri aldığıında, bir spin değişiminde Ising enerjisinde oluşan ve değerleri 4'ün katları olan enerji değişimi karşılanabilmektedir. Bu sırada, örgünün toplam enerjisi $H = H_I + H_K$ korunmaktadır. H_K örgünün toplam kinetik enerjisidir, yani E_D^i , i.nci örgü gözüne

ait "demon"un enerjisi olmak üzere $H_K = \sum_i E_D^i$ dir. Verilen bir toplam enerji için sistemin sıcaklığı

T (J/k_B biriminde; burada k_B Boltzman sabitidir) bir "demon"un kinetik enerjisinin ortalama değerinden elde edilir.

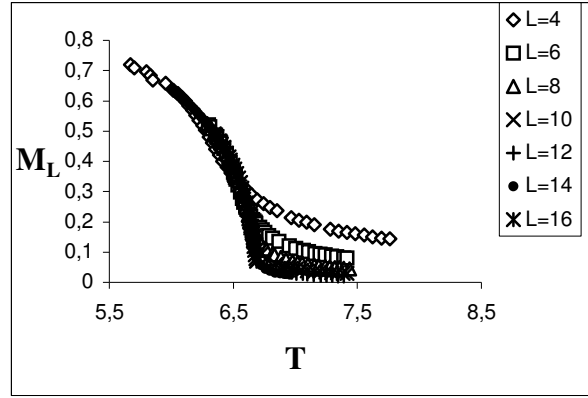
$$\langle E_D \rangle = \sum_{n=0}^{15} 4ne^{-4n\beta} / \sum_{n=0}^{15} e^{-4n\beta} \quad (5)$$

$$T = 1/\beta \quad (6)$$

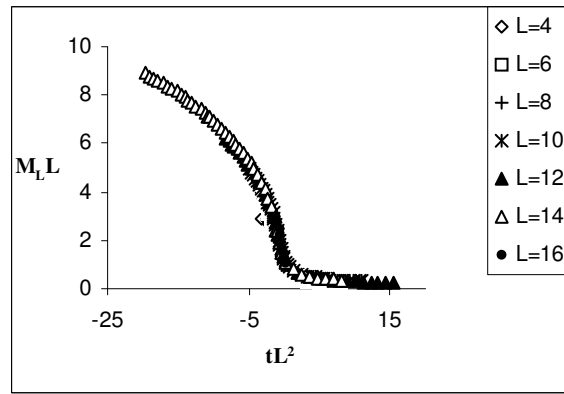
dir. Altıncı bit "cellular automaton"ın zamanla dama tahtası düzeninde gelişimini sağlamakta ve böylece Ising modelinin "cellular automaton" ile simülasyonunu mümkün kılmaktadır. Her bir zaman adımında dama tahtasının siyah hücrelerine kural uygulanıp rengi beyaza çevrilir; beyaz hücrelerin ise sadece rengi siyaha çevrilir. Rengi beyaza çevrilen siyah hücrelerin spini ters çevrilerek Ising enerjisindeki enerji değişimi hesaplanır. Eğer enerji değişimi bu hücrenin momentum değişkenine aktarılabilir veya momentum değişkeninden alınabilecek bir değerde ise, toplam enerji korunmak üzere spin ters çevrilir. Buna uygun olarak momentum değiştirilir, aksi halde spin ve momentum değiştirilmez. Bu işlem örgüdeki bütün siyah hücrelere aynı zaman adımında uygulanmakta ve gelişim süresince periyodik sınır şartı kullanılmaktadır. Başlangıçta sistemin bütün spinleri aşağı veya yukarı yönde alınabilir. İlk kinetik enerji beyaz hücrelerdeki demonun "bit"leri vasıtasıyla örgüye rasgele verilir; bu çalışmada birinci ve üçüncü "bit"ler vasıtasıyla verilmektedir. Simülasyon için L=4,6,8,10,12,14,16 örgüleri kullanılmıştır.

Sonuçlar Ve Tartışma

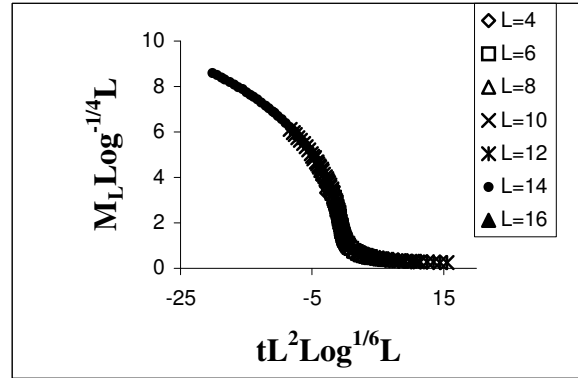
$d = 4$ için kendiliğinden mıknatıslanma (M), manyetik alınganlık (χ), özısı (c k_B biriminde) ve Binder parametresi (g_L) nin sıcaklıkla değişim eğrileri L=4,6,8,10,12,14,16 örgüleri için sırasıyla Şekil 1a,1b,1c ; Şekil 2a,2b,2c ; Şekil 3a,3b,3c ; Şekil 8a,8b de gösterildi. L=4,6,8,10,12 örgülerinde her bir toplam enerji için 3 bağımsız simülasyon, L=14,16 örgüleri için 5 bağımsız simülasyon yapılmıştır. Her bir bağımsız simülasyonda L=4,6,8,10,12 örgüsü için 9.6×10^5 kere, L=14,16 örgüleri için de 3.6×10^5 kere örgünün bütün spinlerine ters çevirme kuralı uygulanmıştır.



(a)



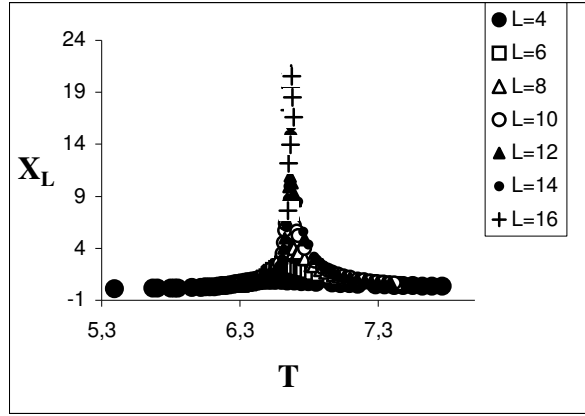
(b)



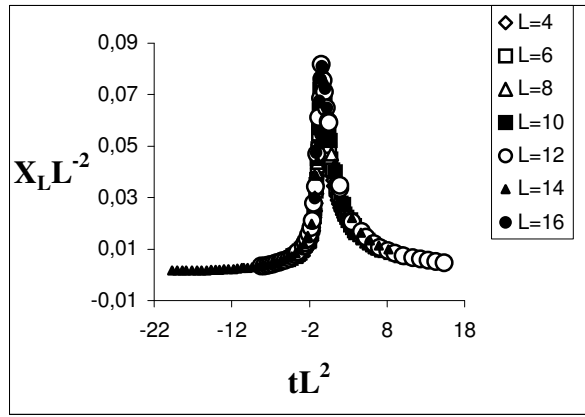
(c)

Şekil 1.(a) Manyetizasyonun sıcaklıkla değişimi, (b) Bilinen sonlu örgü ölçekleme fonksiyonu için $M_L L$ 'nin tL^2 ye karşı değişimi (c) Logaritmik düzeltmeli sonlu örgü ölçekleme fonksiyonu için

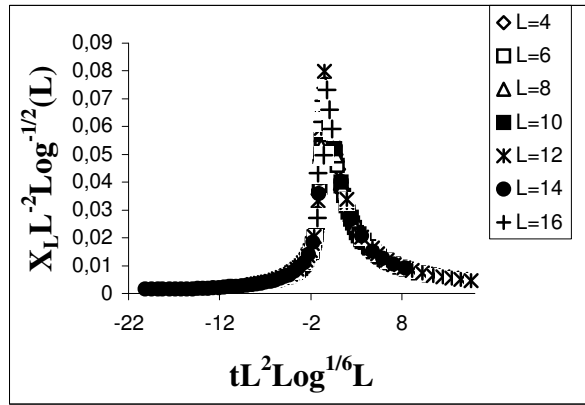
$$M_L L \text{Log}^{-1/4} L \text{'nin } tL^2 \text{Log}^{1/6} L \text{'ye karşı değişimi } (\frac{\beta}{\nu} = 1, \nu = 1/2).$$



(a)



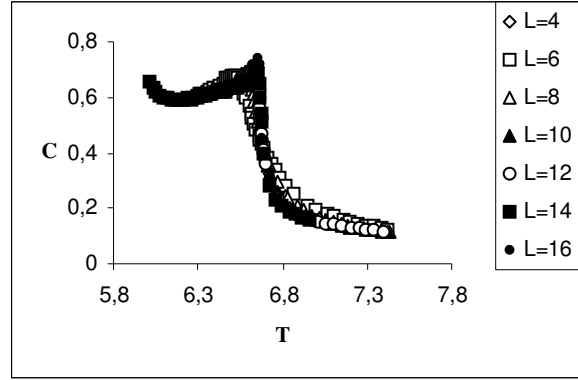
(b)



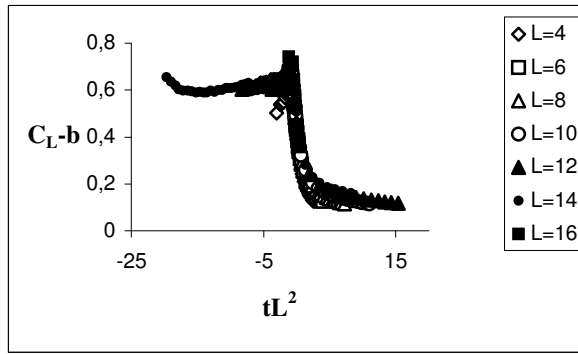
(c)

Şekil 2.(a) Manyetik alınganlığın sıcaklıkla değişimi, **(b)** Bilinen sonlu örgü ölçekleme fonksiyonu için $\chi_L L^{-2}$ 'nin tL^2 ye karşı değişimi **(c)** Logaritmik düzeltmeli sonlu örgü ölçekleme fonksiyonu için

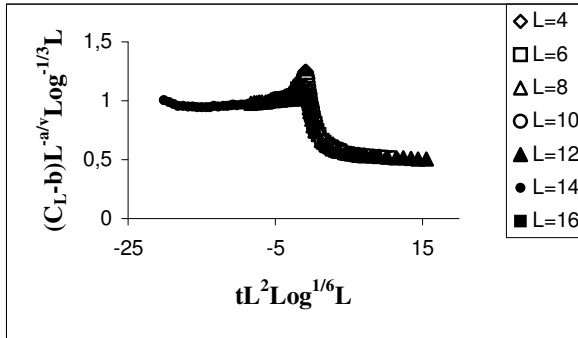
$\chi_L L^{-2} \text{Log}^{-1/2} L$ 'nin $tL^2 \text{Log}^{1/6} L$ 'ye karşı değişimi.



(a)



(b)



(c)

Şekil 3.(a) Özısının sıcaklıkla değişimi, (b) Bilinen sonlu örgü ölçekleme fonksiyonu için $C_L - b$ nin tL^2 ye karşı değişimi (c) Logaritmik düzeltmeli sonlu $C_L - b$ ölçekleme $C_L - b$ fonksiyonu için $(C_L - b)L^{-\alpha/\nu} \text{Log}^{-1/3} L$ nin $tL^2 \text{Log}^{1/6} L$ ye karşı değişimi.

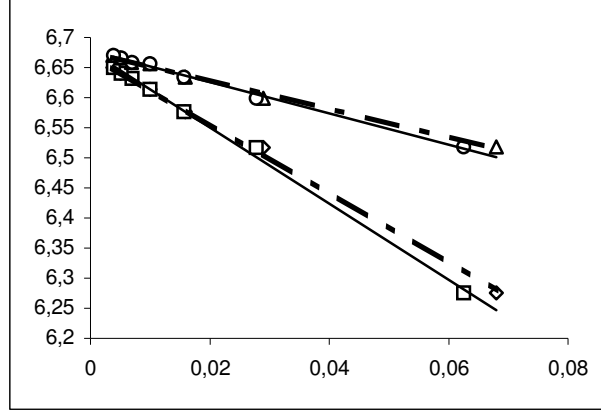
Kritik Sıcaklık

Sonlu örgünün kritik sıcaklığı, özısı ($T_c^C(L)$) ve manyetik alınganlık ($T_c^X(L)$) in maksimum değerlerinden elde edildi. Sonlu örgü kritik sıcaklık ($T_c(L)$) değerlerinin örgü kenar uzunluğu L 'ye bağımlılığının bilinen ve logaritmik düzeltmeli ifadeleri aşağıdaki şekilde verilmektedir [29, 30, 32].

$$T_c^C(\infty) - T_c^C(L) \propto L^{-1/\nu} \quad (7)$$

$$T_c^C(\infty) - T_c^C(L) \propto L^{-1/\nu} \text{Log}^{-1/6} L \quad (8)$$

Bu ifadelerde $d = 4$ için $\nu = 1/2$ olarak verilmektedir [29, 31]. Sonlu örgünün kritik sıcaklığı $T_c^C(L)$ nin grafikleri bilinen ve logaritmik düzeltmeli olarak Şekil 4'de verilmiştir. $L \rightarrow \infty$ için logaritmik düzeltmeli ölçekleme verilerinden $T_c^C(\infty) = 6.6771$, $T_c^X(\infty) = 6.6758$ bilinen ölçekleme verilerinden $T_c^C(\infty) = 6.6721$, $T_c^X(\infty) = 6.6779$ değerleri elde edilmektedir.



Şekil 4. $T_c^C(L)$ ve $T_c^X(L)$ 'nin $\nu = 1/2$ olmak üzere $L^{-1/\nu} \text{Log}^{-1/6} L$ ve $L^{-1/\nu}$ 'ye göre grafikleri çizilerek $T_c^C(\infty) = 6.6771$ (), 6.6721 (◊) $T_c^X(\infty) = 6.6758$ (Δ) , 6.6779 (O) değerleri bulunmuştur.

Bu varsayımlar ışığında yukarıdaki ifadeler $T_c^X(L)$ içinde geçerlidir. Yani logaritmik düzeltmeli ifadeler kullanıldığı zaman $T_c^X(\infty) = 6.6758$ ve bilinen logaritmik düzeltmeli ifadeler kullanıldığı zaman $T_c^X(\infty) = 6.6779$ değerlerini vermektedir.

Buradan da görülmektedir ki bulunan bu değerler, daha önce çalışılmış Monte Carlo sonucu $T_c(\infty) = 6.680$ [32, 33], seri genişleme sonucu $T_c(\infty) = 6.6802$ [34] , 3 bitli demon kullanılarak yapılan $T_c^C(\infty) = 6.675$ (logaritmik düzeltme olmaksızın), 6.680 (logaritmik düzeltmeli), $T_c^X(\infty) = 6.682$ (logaritmik düzeltme olmaksızın), 6.680 (logaritmik düzeltmeli) [11,35] simülasyon sonuçları ile uyuşmaktadır. Tüm bu durumlar yukarıdaki sonlu örgü ölçekleme denklemlerinin $T_c^X(L)$ içinde geçerli olduğunu göstermektedir.

Manyetik Alınganlık için Kritik Üsler

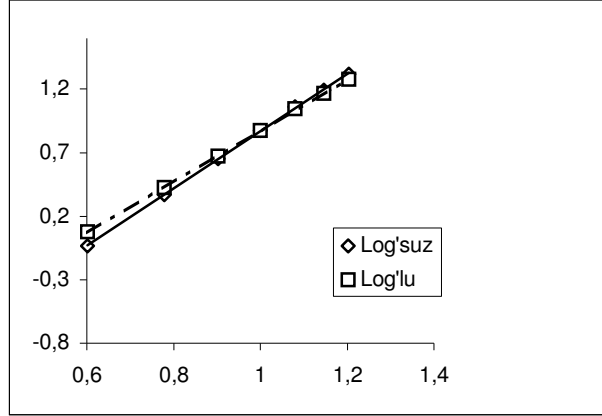
Sonsuz örgü kritik sıcaklığın sonlu boyutlu örgünün L doğrusal boyutuna manyetik alınganlığın bağımlılığı,

$$\chi(L) \propto L^{\gamma/\nu} \quad (9)$$

$$\chi(L) \propto L^{\gamma/\nu} \text{Log}^{1/2} L \quad T = T_c(\infty) \quad (10)$$

denklemleriyle ($\gamma/\nu = 2$) verilmektedir [33]. Bu çalışmada bilinen ölçekleme ifadeleri için $\gamma/\nu = 2.2529$, logaritmik düzeltmeli ölçekleme ifadesi için $\gamma/\nu = 2.0057$ değerleri bulundu (Şekil 5). Üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyonlardan bilinen ölçekleme ifadeleri için $\gamma/\nu = 2.25$, $\gamma/\nu = 2.26$, logaritmik düzeltmeli ölçekleme ifadesi için $\gamma/\nu = 2.003$, $\gamma/\nu = 2.03$ bulunmuştur [11,34]. Bu çalışmada elde edilen logaritmik düzeltmeli $\gamma/\nu = 2.0057$

değeri $\gamma/\nu = 2$ teorik değeri ve üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyon sonuçlarıyla uyum halindedir. Bu sonuçlar bize manyetik alınganlık için logaritmik düzeltmeli ifadelerin $T = T_c$ de daha iyi sonuçlar verdiğini göstermektedir.



Şekil 5. $T = T_c^\chi$ de χ 'nin $\chi \text{Log}^{-1/2} L$ 'nin $L^{\gamma/\nu}$ 'ye karşı değişim grafikleri $\gamma/\nu = 2.0057$ (\diamond), $\gamma/\nu = 2.2529$ (\square) değerleri bulunmuştur.

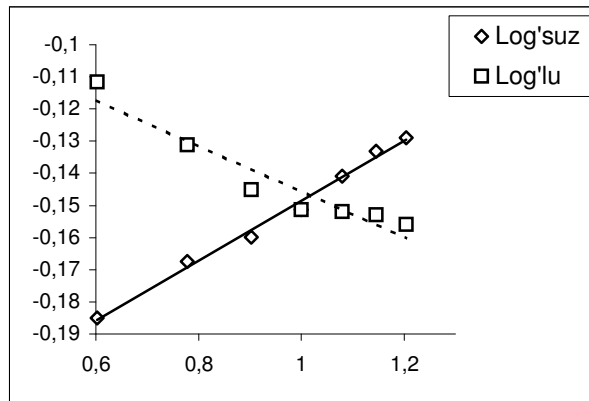
Özısı için Kritik Üsler

Sonlu örgü ölçeklemenin özısı $C(L)$ 'ye bağımlılığı aşağıdaki denklemler ile verilmektedir [29, 31, 33].

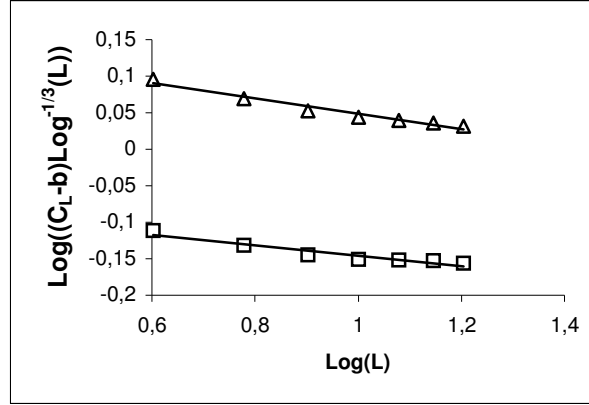
$$C(L) \propto L^{\alpha/\nu} \quad (11)$$

$$C(L) \propto L^{\alpha/\nu} \text{Log}^{1/3} L \quad (\alpha = 0) \quad (12)$$

Bu çalışmada bilinen ölçekleme ifadeleri için $\alpha/\nu = -0.0715$ logaritmik düzeltmeli ölçekleme için $\alpha/\nu = 0.0932$, $\alpha/\nu = -0.1055$ değerleri bulunmuştur (Şekil 6, Şekil 7). Üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyonlardan bilinen ölçekleme ifadeleri için $\alpha/\nu = 0.129$, $\alpha/\nu = 0.09$, logaritmik düzeltmeli ölçekleme ifadeleri için $\alpha/\nu = 0.006$, $\alpha/\nu = 0.25$ değerleri bulunmuştur [11, 34]. Görüldüğü gibi bulunan sonuçlar üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyon sonuçlarıyla ve $\alpha/\nu = 0$ teorik değerle uyum halindedir.



Şekil 6. $T = T_c^C$ de C 'nin $C_L \text{Log}^{-1/3} L$ ve $L^{\alpha/\nu}$ 'ye karşı değişim grafikleri çizilerek $\alpha/\nu = 0.00932$ (\diamond), $\alpha/\nu = -0.0715$ (\square) değerleri bulunmuştur.



Şekil 7. $T = T_c^C$ de $\text{Log}((C_L-b)\text{Log}^{-1/3}(L))$ 'nin $\text{Log}(L)$ 'ye karşı değişim grafikleri çizilerek $b=0$ için $\alpha/\nu = -0.0715$ (□), $b = -0.4$ için $\alpha/\nu = -0.1055$ (Δ) değerleri bulunmuştur.

Binder Parametresinin Sıcaklıkla Değişimi

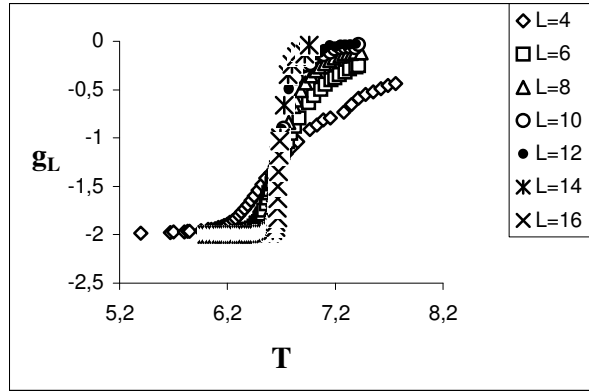
Binder parametresi g_L aşağıdaki

$$g_L = \frac{\langle s^4 \rangle_L}{\langle s^2 \rangle_L} - 3 \quad (13)$$

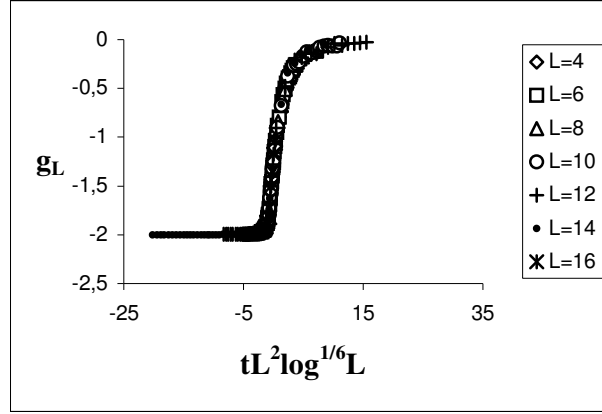
ifadesi ile tanımlanmaktadır [36]. Bu büyüklüklerin sıcaklık değişim grafiği çizilmiştir. Binder parametresi için sonlu örgü ölçekleme ifadesi ,

$$g_L \propto G(tL^{\hat{\nu}_T}), \quad L \rightarrow \infty \quad (14)$$

dir. Farklı L değerleri için ölçeklenmiş sıcaklığa göre eğrilerin üst üste gelmesinden (Şekil 8. (b)) bu ölçekleme ifadesinin doğru olduğu anlaşılmaktadır.



(a)



(b)

Şekil 8.(a) Binder parametresinin sıcaklıkla değişimi, (b) Binder parametresinin ölçeklenmiş sıcaklık ile değişimi.

Sonuç

Dört boyutlu Ising model sonlu örgülerde periyodik sınır şartı kullanılarak dört "bit"li demonlarla Creutz cellular automaton'ında simülasyonu yapıldı. Simülasyondan elde edilen veriler bilinen sonlu örgü ölçekleme teorisi ve logaritmik düzeltmeli sonlu örgü ölçekleme teorisine göre analiz edildi. Analiz sonucunda $d=4$ için logaritmik düzeltmeli ölçekleme fonksiyonları kullanılarak elde edilen kritik üslerin bilinen ölçekleme fonksiyonları kullanılarak elde edilen kritik üslere göre teorik değerlerle ve üç "bit"li demonlar kullanılarak yapılan simülasyon sonuçlarıyla daha uyumlu olduğu görüldü.

Teşekkür

Bu çalışmanın program yazılımını yaparak bizim kullanımımıza sunan Prof.Dr.Nevzat AKTEKİN'e teşekkür ederim.

Kaynaklar

- [1] Vichniac, G.Y. "Simulating physics with Cellular Automata" **Physica D.** 10:96- 116(1984).
- [2] Pomeau, Y. "Invariant in Cellular Automata" **J.Phys.A.**17:L415-L418(1984).
- [3] Zabolitzky, J.G.,Hermann, H.J. "Multitasking case study on the Cray-2:The Q2R Cellular Automaton" **J.Comput.Phys.**76:426-447(1988).
- [4] Pires, A., Landau, D.P. Hermann, H. "**Computational Physics And Cellular Automata**" World Scientific(1989).
- [5] Hermann, H.J. "Fast algorithm for the simulation of Ising models" **J.Stat.Phys.** 45:145-151(1986).
- [6] Hermann, H.J., Carmesin, H.O.,Stauffer, D. "Periods and Clusters in Ising Cellular Automata" **J.Phys.A.** 20:4939-4948(1987).
- [7] Lang, W.M.,Stauffer, D. "Test of three-dimensional Q2R Ising algorithm" **J.Phys.A** 20:5413-5415(1987).
- [8] Pomeau Y., and Vichniac G.Y. "Extensions of Q2R: Potts Model and other lattices" **J.Phys.A,Math.Gen.**21:3297-3299(1988).
- [9] Schulte, M., Stiefelhagen W.,Demme, E.S. "Period in the Chaotic Phase of Q2R Automata" **J.Phys.A.Math.Gen.**20:L1023-1025(1987).
- [10] Creutz, M. "Deterministic Ising Dynamics" **Ann.Phys.**167:62-72(1986).
- [11] Kutlu, B., Aktekin, N. "Computation of Critical exponent for two-Dimensional Ising model on a Cellular Automaton" **J.Stat.Phys.** 75:757-763(1994).
- [12] Kutlu, B., Aktekin, N. "Critical slowing down in Ising model for Creutz algorithm" **Physica A.** 208:423-(1994).
- [13] Kutlu, B., Aktekin, N. "Computation functions of the two dimensional Ising model" **Physica A.** 215:370-377(1995).
- [14] Kutlu, B. "Critical behavior of the two-dimensional Ising model with next-nearest-neighbor antiferromagnetic interaction, **Physica A.** 234:807-818(1997).

- [15] Kutlu, B. "Critical exponents of the two-dimensional Ising model with next-nearest-neighbor and four-spin interaction on the Creutz Cellular Automaton" **Physica A**. 243:199-212(1997).
- [16] Aktekin, N. "Simulation of the three-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Physica A**. 219:436-446(1995).
- [17] Aktekin, N. "Simulation of the four-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Physica A**. 232:397-407(1996).
- [18] Aktekin, N., Günen, A., Sağlam, Z. "A finite-size scaling study of the four-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Int.J.Mod.Phys.C**. 10; 875-881(1999).
- [19] Aktekin, N. "The finite-size scaling functions of the four-dimensional Ising model" **J.Stat.Phys.**104:1397-1406(2001).
- [20] Aktekin, N. "Effect of the number of energy levels of a demon on the simulation of the Ising model in five to seven dimensions on the Creutz Cellular Automaton" **Int.J.Mod.Phys.C**.10:621-633(1999).
- [21] Aktekin, N., Erkoç, Ş., Kalay, M. "The test of the finite-size scaling relations for the five-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Int.J.Mod.Phys. C**. 10:1237-1245(1999).
- [22] Aktekin, N., Erkoç, Ş. "The test of the finite-size scaling relations for the six-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Physica A**. 284:206-214(2000);
- [23] Aktekin, N., Erkoç, Ş. "The test of the finite-size scaling relations for the seven-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Physica A**. 290:123-130(2001).
- [24] Aktekin, N. "Simulation of the eight-dimensional Ising model on the Creutz Cellular Automaton" **Int.J.Mod.Phys. C**. 8: 287-292(1997).
- [25] Aktekin, N., "The Simulation of the Ising Model on the Creutz Cellular Automaton, Annual Reviews of Computational Physic VII", edited by D.Stauffer, World Scientific, Singapore,1-23,(2000).
- [26] Merdan, Z. and Aktekin, N."The simulation of the six-dimensional ising model on the Creutz cellular automaton", **Balkan phys.Lett.**10(2),95-101,(2002).
- [27] Günen, A. " Dört Boyutlu Ising model için sonlu örgü ölçekleme fonksiyonlarının tespiti" **Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü**.15:647-655(2002).
- [28] Privman, V., Fisher, M.E. "Universal critical amplitudes in finite-size scaling" **Phys. Rev. B**.30:322-327(1984).
- [29] Privman, V., "Finite Size Scaling and Numerical Simulation of Statistical Systems", World Scientific, Singapore,(1991).
- [30] Landau, D.P. "Finite-size behavior of the simple-cubic Ising lattice" **Phys.Rev.B**.14: 255- 262(1976).
- [31] Rudnick, J., Guo, H., Jasnow, D., "Finite-size scaling and the renormalization group", **J.Stat.Phys.**, 41, 353-373,(1985).
- [32] Kenna, R., Lang, C.B. "Finite size scaling and the zeroes of the partition function in the ϕ_4^4 model" **Phys.Lett.B**. 264:396-400(1991).
- [33] Kenna, R., Lang, C.B., "Renormalization group analysis of finite size scaling in the ϕ_4^4 model", **Nucl.Phys. B**, 393, 461-479,(1993).
- [34] Stauffer, D. and Adler, J. "Logarithmic Factors, Critical Temperature and Zero Temperature Flipping in the 4D Kinetic Ising Model", **Int.J.Mod.Phys.C** 8,263,(1997).
- [35] Gaunt,D.S., Skyes M.F. and S.McKenzie, S. "Susceptibility and fourth-field derivative of the spin-1/2 Ising model for $T > T_c$ and d=4" **J.Phys A**. 12:871-877(1979).
- [36] Binder, K.,Nauenberg, M., Privman, V., Young, A.P., "Finite-size test of hyperscaling", **Phys.Rev.B**, 31, 1498-1502,(1985).

