Researcher:
Social Science Studies

ISSN:2148-2691

(2017) Cilt 5, Sayı IV, s. 290-297

Matematik Eğitiminde Sayıların Önemi: Özel Sayı ve Sistemlerinin Keşfedilmesi Örneği*

Furkan ÖZDEMİR [1], Hüsra ÖZDEMİR [2]

Özet

Bu çalışma; literatürde mevcut olan özel sayı ve sistemlerinin öğrenciler tarafından keşfedilmesi amaçlanarak hazırlanmıştır. Öğrencilerin özel sayı ve sistemlerini keşfederek matematiğe karşı ilgilerinin artması böylece matematiği daha çok severek çalışması amaçlanmıştır. Matematikte artan başarı aynı zamanda fizik ve kimya gibi sayısal öğrenme gerektiren derslerde de başarı getirmektedir. Acaba literatürde olan fakat ders kitaplarında veya matematik dergilerinde pek bulunmayan keşfedilmemiş sayı sistemleri var mıdır? Bu soru çalışmanın amacını oluşturmuştur. Bu bağlamda çalışmanın önemi ise literatürde var olan sayı sistemlerinin tek bir çalışmada toplanmasıdır. Çalışmada bulunan özel sayı ve sistemlerinden bazıları şunlardır: Harshad (Niven) Sayıları, Sophie Germain asalı, mükemmel sayı, yarı mükemmel sayı, palindrom sayı, Smith sayısı, Chen Asalı vd. Çalışmanın sonuçlarına göre literatürde 29 sayı sistemine ulaşılabilmiştir. Özel sayı ve sistemlerinden 14 tanesi sınav sorusu olarak sorulan sorularda yer almıştır. 7 tanesi kitap, dergi ve internet kaynaklarının "Keşif Köşesi" bölümünde bulunan ve 8 tanesi ise "Bilim Adamları Tarafından Keşfedilen" tarihi bir geçmişi olan sayılardır. Elde edilen sayıların özelliklerine bakıldığında ise, 14 sayı "Asal Sayı" içermekte, 12 sayı "Dört İşlem" özelliklerini ihtiva etmekte, 7 sayı "Basamak" kavramını içermekte ve 5 sayı "Pozitif Bölen" özelliklerine uymaktadır.

Anahtar Kelimeler

Matematik Eğitimi
Matematik
Özel Sayı
Asal Sayı
Sayı Sistemleri

The Importance of Numbers in Mathematics Education: Example of The Discovery of Special Numbers and Systems

Abstract

This work; aimed at the discovery of special numbers and systems available in the literature by students. It is aimed to increase the knowledge of mathematics by discovering special numbers and systems of students so that they can study mathematics more lovingly. Increasing success in mathematics also brings success in courses that

Keywords

Mathematics Education
Mathematics
Special Number
Prime Number
Number Systems

*Bu çalışma 27-29 Nisan 2017 tarihleri arasında düzenlenen VII. International Congress of Research in Education adlı bilimsel toplantıda sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

[1] Arş. Gör., Atatürk Üniversitesi, f.ozdemir@atauni.edu.tr
[2] Öğretmen, Erzurum Türk Telekom Nurettin Topçu Sosyal Bilimler Lisesi, husra9165@gmail.com

require quantitative learning such as physics and chemistry. Are there undiscovered number systems that are in the literature but rarely found in textbooks or mathematical magazines? This question is the purpose of the study. The prominence of this study is that the number systems in the literature are collected in one study. Some of the special numbers and systems in the study are: Harshad (Niven) numbers, Sophie Germain primes, perfect number, half perfect number, palindrome number, Smith number, Chen prime et al. Based on the results of the study, 29 number systems could be reached in the literature. 14 of the special numbers and systems were included in the questions asked as exam questions. Seven of them are found in the "Exploring Corner" section of books, magazines and internet resources, eight of them are Eight of them are numbers that have a historical background "discovered by scientists". Fourteen numbers contain "prime numbers", twelve numbers contain “Basic Operations”, seven numbers contain “Digit” ande five numbers contain “positive divisor”.

GİRİŞ

Burton'a (1990) göre matematik birbir1eri ile ilişkili bir özellikler bütünüdür. Bu özelliklerden birincisi matematiğin basit ve kolay olduğuna inanmaktır. Bir bilgi bütünü olarak algıladığımız matematik aslında basitten karmaşığa doğru yapılanmıştır. Farklı tarih dilimlerinde çoğu medeniyet matematiği bir şekilde ağırlamış, matematiğin gelişimine çeşitli katkılar sağlamıştır (Bayam, 2014). Sayıların ve saymanın başlangıcı olarak kabul edilen rakamların kullanılmasının tarihçesi kesin olarak bilinmemektedir. Fakat bu başlangıcın Sümerler olduğunu gösteren bilgiler ortaya çıkmıştır. Rakamların icadından günümüze kadar yaklaşık yedi bin yıl geçmiştir. Sümerler, Babilliler, Elamlar, Mayalar, Hintliler, Romalılar, Mısırlılar, Çinliler ve daha birçok kavim ve uluslar, sayılar ve sayılarla yapılan işlemler konusunda katkı sağlamışlardır. Günlük hayatta gerekli matematik bilgi ve becerileri arasında, doğal sayılar, özellikleri ve bu sayılar arasındaki ilişkiler, bu sayılarla yapılan işlemler, işlemlerin özellikleri zihinden işlem yapma becerileri önemli bir yer tutar (Baykul, 2009). Sayma, bir kümede kaç eleman olduğunu göstermektedir. Bir kümedeki ögeler sayıldığında sayı dizisindeki en son sözcük, o kümedeki çokluğu ifade eder. Sayılar çok çeşitli bağlantılarla birbirleriyle ilişkilendirilirler. Örneğin 5 sayısı 3’ten büyüktür. Bunun dışında sayı kavramları bizi çevreleyen dünyaya derinlemesine bağlıdır. Sayı ilişkilerinin gerçek durumlara aktarılması, dünyayı matematiksel bir tarzda anlamlandırmaya başlamanın temelini oluşturmaktadır (Durmuş, 2013). Matematik dünyası hepsi kendine ait özelliklere sahip olan çok çeşitli sayı tipleri sunar. Matematikçiler sayılar ve sayı grupları arasındaki ilişkiler hakkında teoriler formüle ederler. Bu ilişkilerin araştırılması ve incelenmesi sayılar teorisini oluşturmuştur. Sayılar teorisi (ya da aritmetik), tamsayılar ve bunlarla ilgili işlemleri inceleyen bilim dalıdır. Sayılar teorisi, tam sayıların (özellikle pozitif) özelliklerini inceleyen Matematiğin bir alanıdır. En eski alanlarından biri olan bu alanda uzun yıllar uygulama sahası çok az bulunmuştur. Fakat son yıllarda teknolojik gelişmelerin ve bilgisayar sistemlerinin temelinin sonlu sayıda işlem yapan makinelere dayanması bu alanı uygulama bulur hale getirmiştir. Aslen Matematiğin ihtiyaçtan değil de felsefi temellerden oluştuğunun bir kanıtıdır. Sayılar teorisinin temel konularından olan kongrüans teorisi (modüler aritmetik) özellikle günümüzde takvim hesaplamaları, iletişim sistemlerinin ağ tasarımları, yüksek hızlı bilgisayar mimarisi ve güvenilir şifreleme sistemlerinin oluşturulması alanlarında bolca uygulanmaktadır. Bilgisayarların donanımsal temelleri de göz önünde bulundurulduğunda kongrüans teorisinin uygulamalarının çok uygun olduğu düşünülmektedir. Sayılar teorisinin diğer uygulama alanları arasında Fizik, Kimya, Biyoloji, Müzik (nota sistemleri), Kriptografi, dijital iletişim, ekonomi ve iş dünyası vardır (Sayılar Teorisi, 2016). Matematik eğitiminin ilk olarak sayı saymaya başlayarak öğrenildiği düşünülürse sayılar matematik eğitiminde de çok önemli bir yere sahiptir.

Sayılar teorisinin asıl uğraşı alanı sayılar ve sistemleridir. Acaba literatürde olan fakat ders kitaplarında veya matematik dergilerinde pek bulunmayan keşfedilmemiş sayı sistemleri var mıdır? Bu soru çalışmanın amacını oluşturmuştur. Bu bağlamda çalışmanın önemi ise literatürde var olan sayı sistemlerinin tek bir çalışmada toplanmasıdır. Aynı zamanda bu çalışma ile her düzeydeki öğrencilerin matematiğe karşı ilgilerini artırmak ve matematik başarılarını artırmak hedeflenmiştir.

Çalışmada şu probleme cevap aranmıştır:

- Literatürde ne tür özel sayı sistemleri mevcuttur?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Bu çalışma nitel araştırma deseni benimsenerek gerçekleştirilmiştir. Nitel araştırmalar verilerin teker teker okunması yoluyla kod ve kategorilere dayalı olarak araştırma sonuçlarının sunulmasını sağlar (Merriam, 1998, s.58). Bu bağlamda, çeşitli sayı sistemleri ve özel isim verilerek oluşturulmuş sayıları bulmayı amaçlayan bu çalışmada en uygun araştırma yönteminin nitel araştırma yöntemi olduğuna karar verilmiştir. Araştırma verileri nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yoluyla toplanmıştır. Doküman incelemesi, araştırılması hedeflenen olgu ya da olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır. Doküman incelemesi, bir araştırma problemi hakkında belirli zaman dilimi içerisinde üretilen dokümanlar ya da ilgili konuda birden fazla kaynak tarafından ve değişik aralıklarla üretilmiş dokümanların geniş bir zaman dilimine dayalı analizini olanaklı kılmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2002).

Araştırmanın Örneklemi

Araştırmanın örneklemini ise amaçlı örneklem yöntemi çerçevesinde özel sayı ve sistemlerine ulaşabilecek elektronik ve basılı kaynaklar oluşturmaktadır. Elde edilen veriler 2016-2017 eğitim öğretim yılı 1. Döneminde toplanmıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada ki veriler ÖSYM sınavlarının yer aldığı arşiv veritabanı, MEB sınavlarının yer aldığı arşiv veritabanı, Matematik dergileri, internet dergileri, internet kaynakları ve diğer popüler bilim dergilerinden toplanmıştır.

Verilerin Analizi

Verilerin analizi ise içerik analiz yoluyla analiz edilmiştir. Keşfedilen farklı sayı sistemleri özellikleri ile açıklanarak yer verilmiştir. Veriler analiz edilirken özel sayı ve sistemlerinin özellikleri ve türleri kategorileştirilmiştir. Bu kategoriler belirlenirken bazı sayılar birkaç kategoriye girdiği için eklenerek yüzde hesaplanmıştır.

BULGULAR VE YORUM

Araştırmada elde edilen bulgular aşağıda sunulmuştur.

1) Rakamları farklı asal rakamlardan oluşan fakat asal olmayan sayılara "Yalancı Asal Sayılar" denir. Örneğin; 27 sayısı.
2) P bir asal sayı olmak üzere, 2p + 1 sayısı da bir asal sayı olduğunda bu p asal sayısı, "Sophie Germain Asalı" olarak adlandırılır. Sophie Germain, Fransız kadın matematikçidir. Örneğin; 11 sayısı
3) Pozitif tam bölenlerinin sayısına tam bölünebilen sayılara "Tau Sayıları" denir. Örneğin; 24 sayısı.
4) Aralarında 4 fark bulunan asal sayılara "Kuzen Asal Sayılar" denir. Örneğin; 3 ve 7 sayıları.
5) Rakamlarına toplamına tam olarak bölünen sayılara "Harshad (Niven) Sayıları" denir. Hindistanlı matematikçi D. R. Kaprekar tarafından tanımlanmışlardır. "Harshad" kelimesi Sanskritçe harṣa (eğlence) + + da (vermek), kelimelerinin bileşiminden "eğlenceli" anlamındadır. "Niven Sayı" tabiri ise Ivan M. Niven tarafından 1977'de sayma teorisi ile ilgili yayınlanmış olan makaleye dayandırılmıştır. Örneğin; 24 sayısı.
6) Kendisinin dışındaki farklı en büyük 3 pozitif tamsayı böleninin toplamına eşit olan sayılara "Yarı Mükemmel Sayı" denir. Örneğin; 18 sayısı.
7) 2 basamaklı bir AB asal sayısının rakamları yer değiştirildiğinde elde edilen 2 basamaklı sayı da asal oluyorsa AB "Simetrik Asal Sayı"dır. Örneğin; 17 sayısı.
8) Farklı 2 asal sayının çarpımının sonucu olabilen doğal sayılara "Yarı asal sayılar" denir. Örneğin; 6 sayısı
9) Baştan sona ve sondan başa okunuşları aynı olan sayılara "Palindrom Sayılar"denir. Örneğin; 121 sayısı.
10) Asal çarpanlarına ayrıldığında elde edilen çarpanlardaki tüm rakamların toplamı, kendisinin rakamları toplamına eşit olan sayılara "Smith Sayıları" denir. 1982 yılında matematikçi Albert Wilansky, kardeşi Smith 'i ararken onun telefon numarasının (4937775) bu ilginç özelliğini fark etmiş. Bundan dolayı da bu sayılara Smith sayıları adını vermiş. Örneğin; 121 sayısı.
11) A pozitif tamsayı ve p asal sayı olmak üzere A yı bölen her bir p asal sayısı için p2 sayısı da A yı tam bölebiliyorsa A sayısı "Kuvvetli Sayı"dır. Örneğin; 72 sayısı.
12) P asal iken 2p-1 şeklinde elde edilen asal sayılara "Mersenne Asalı" denir. Marin Mersenne 1588 ve 1648 yılları arasında yaşamış ve bilim, felsefe ve müzik alanında birçok çalışma yapmış Fransız asıllı bir rahiptir. Örneğin; 7 sayısı.
13) Toplamları A değerine sahip pozitif tamsayılardan oluşan bir sayı grubunun içindeki her sayının çarpmaya göre tersi alınıp toplandığında sonuç 1 bulunuyorsa A sayısına "Şanslı Sayı" denir. Bir n doğal sayısının şanslı bir sayı olup olmadığını belirlemek için şöyle bir yöntem uygulanıyor: Toplamları n ye eşit olan pozitif tam sayı grupları oluşturuluyor. Her bir grup için, gruptaki sayıların çarpmaya göre tersleri bulunuyor ve bulunan sayılar toplanıyor. Bu toplam herhangi bir grup için 1 e eşit oluyorsa n doğal sayısının "Şanslı" bir sayı olduğuna karar veriliyor.
14) Tüm basamaklarındaki rakamların sayı değerlerinin küplerinin toplamı, kendisine eşit olan sayılara "Armstrong Sayıları" denir. Örneğin; 153 sayısı.
15) N basamaklı bir d sayısının karesi alınıp oluşan sayının sağ tarafındaki n basamaklı sayı ile sol tarafındaki n veya n-1 basamaklı sayısı toplandığında yine kendisi elde edilen sayılara "Kaprekar Sayılar" denir. Kaprekar sayıları, 1949 yılında Hintli matematikçi Kaprekar tarafından tariflenen sayılardır. Örneğin; 55 sayısı.

16) Asal bölenlerinin toplamı asal olan pozitif tam sayılara "Toplamasal Sayı" denir. Örneğin; 210 sayısı.
17) Rakamları çarpımı ile toplandığında elde edilen sayı ile arasında asal olmayan doğal sayılara "Asalsız Sayı" denir. Örneğin; 12 sayısı.
18) Rakamları birbirinden farklı dört basamaklı bir doğal sayının basamaklarındaki rakamlar ikişer ikişer aralarında asal ise bu sayıya "Arasal Sayı" denir. Örneğin; 1257 sayısı.
19) Birbirinden farklı iki asal sayının çarpımı biçiminde yazılabilen doğal sayılara "Yarı Asal Sayı" denir. Örneğin; 14 sayısı.
20) Asal çarpanlarına ayrıldığında her bir asal çarpanının kuvveti 1 olan pozitif tam sayıya "Karesiz Sayı" denir. Örneğin; 42 sayısı.
21) P bir asal sayı olmak üzere, p + 2 sayısı asal oluyorsa veya p + 2 sayısı iki asal sayının çarpımı biçiminde yazılabiliyorsa p'ye bir "Chen Asalı" denir. Chen Jingrun un teoremlerinden biridir. Örneğin; 59 sayısı.
22) Ardışık iki ya da üç pozitif tam sayının kareleri toplamına eşit olan sayılara "Kardışık Sayılar" denir. Örneğin; 41 sayısı.
23) N doğal sayı olmak üzere, $2^{2^n}+1$ biçiminde yazılabilen asal sayılara "Fermat Asal Sayıları" denir. İsimlerini, bu sayıları ilk kez incelemiş olan 17. yüzyıl matematikçisi Pierre de Fermat'dan alırlar. Örneğin; 257 sayısı.
24) Bir pozitif tam sayının öz sayısı şu yöntemle bulunur: Sayı 9 ile çarpılır, elde edilen sayının rakamları toplanır. Bu toplam sayının "Öz Sayısı" dır. Örneğin; 12 sayısının öz sayısı 9'dur.
25) Bir sayının tüm pozitif bölenlerinin (kendisi hariç) toplamı o sayıdan büyükse o sayıya "Zengin Sayı" denir. Örneğin; 24 sayısı
26) Rakamları sıfırdan farklı üç basamaklı bir doğal sayı her bir basamağındaki rakama kalansız bölünebiliyorsa bu sayıya "Tekin Sayı" denir. Örneğin; 324 sayısı.
27) (m,n) tamsayı çiftinden oluşan ve aralarında m! + 1 = n2 ilişkisi olan sayılara "Brown Sayıları" denir.Örneğin; (4.5) sayıları.
28) Bir sayının basamaklarının ayrı ayrı karesi alınarak toplama işlemi yapıldığında, sonuç herhangi bir noktada "1" rakamına ulaşıyorsa bu sayıya "Mutlu Sayı" denir. Örneğin; 100 sayısı.
29) 'ab' iki, 'xyz' üç basamaklı sayılar olmak üzere, 'ab' rakamlarının toplamının karesine 'xyz' ise rakamları toplamının küpüne eşittir. Bu sayılara "Sihirli Sayı" denir. Örneğin; 81 sayısı.

Tablo 1. Özel sayı ve sistemlerinin bulunduğu kategoriler

Kategori	f	%
Sınav Sorusu Olan	14	48
Keşif Köşesinde Bulunan	7	24
Bilim Adamları Tarafından Keşfedilen	8	28
Toplam	29	100

Tablo-1 incelendiğinde her bir özel sayı ayrı bir kategoride incelenmiştir. Buna göre özel sayıların 14'ü "Sınav Sorusu" olarak sorulmuş, 7 tanesi kitap, dergi ve internet kaynaklarının "Keşif Köşesi" bölümünde bulunan ve 8 tanesi ise "Bilim Adamları Tarafından Keşfedilen" tarihi bir geçmişi olan sayılardır.

Tablo 2. Özel sayı ve sistemlerinin içerdiği özelliklere göre kategorileri

Kategori	f	%
Asal Sayı	14	37
Pozitif Bölen	5	13
Dört İşlem	12	32
Basamak	7	18
Toplam	38	100

Tablo-2 incelendiğinde her bir özel sayı bir veya birden fazla kategoriye giriyor olduğundan bu şekilde analiz edilmiş ve tablo oluşturulmuştur. Toplam 4 kategori belirlenmiş olup bu kategorilere toplam 38 sayı yerleştirilmiştir. Buna göre 14 sayı "Asal Sayı" içermekte, 12 sayı "Dört İşlem" özelliklerini ihtiva etmekte, 7 sayı "Basamak" kavramını içermekte ve 5 sayı "Pozitif Bölen" özelliklerine uymaktadır.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışmadan elde edilen bulgulara göre aşağıdaki sonuçları söylenebilir:

- Literatürde 29 sayı sistemine ulaşılabilmiştir.
- Elde edilen bulgulara göre veri olarak elde edilen özel sayı ve sistemlerinden 14 tanesi asal sayılardan oluşan sistemlerdir.
- Asal sayıların ne kadar esrarengiz, araştırılabilir ve zengin olduklarını göstermektedir. Asal sayılar matematiğin zenginliğidir.
- Elde edilen bulgulara bakıldığında 6 tanesinin basamaklarla ilişkili olduğu görülmektedir.
- Literatürde bu şekilde farklı sayı sistemlerinin araştırılıp bulunmasına yönelik bir çalışma bulunamamıştır. O yüzden literatürde var olan sayı sistemlerinin tek bir çalışmada toplanmasıyla literatüre yeni bir çalışma kazandırılmıştır.
- Bulunan özel sayılardan 8 tanesinin tarihi çok eskiye dayanmaktadır.
- Matematik ve tarih, matematik eğitimcileri ve öğrencileri tarafından, matematik öğretimi sırasında genelde birlikte kullanılmayan farklı iki disiplindir. Ancak dünya çapındaki matematik öğretimi çalışmalarına ve çağdaş matematik felsefesi akımlarına bakıldığında, matematik eğitiminin matematik tarihiyle birlikte düşünülmesi gerektiği, böylece matematiğin anlamlı öğreniminin sağlanacağı görülmektedir. Yapılan birçok çalışmada matematik tarihinin matematik öğretim programlarını zenginleştirdiği, öğrenci ve öğretmenlerin matematik hakkında düşünme ve konuşma fırsatı elde ettikleri, öğrencileri ve öğretmenleri eleştirel düşünme ve keşfetmeye yönelttiği, matematiğin insan ürünü olduğu ve iyi bir matematik

okuryazarı olabilmek için sadece mevcut matematiksel bilgilerle değil, bu bilgilerin tarihi geçmişi hakkında da bilgi sahibi olmayı gerektirdiği vurgulanmaktadır (Barry, 2000; Marshall & Rich, 2000; Yenilmez, 2011).

- Matematik ve Tarih birbirinden ayrılamaz iki parçadır. Matematik tarihi, matematik öğretiminde çok önemli bir role sahiptir (Karakuş, 2009). Matematik öğrenebilmek için matematik tarihini de iyi bilmek gerekmektedir.
- Yapılan bu çalışma doküman çalışması olmakla birlikte keşif çalışması olarak da düşünülebilir.
- Matematik keşfedilmeye açık bir dünyadır.
- Matematik dünyası içinde keşfedilmeyi bekleyen daha birçok zenginliğin olduğunun farkına vardık. Matematiksiz bir hayat düşünülemez.
- Yapılan çalışmanın sonuçlarından yola çıkılırsa, çalışmaya başlamadan önce belirlenen amaçlara ulaşıldığı söylenebilir.

ÖNERİLER

- Literatür daha derinlemesine araştırılarak farklı sayı sistemleri de bulunabilir.

- Matematik eğitiminin sayı saymayla başladığını ve matematik eğitiminin her aşamasında sayılar olduğumu düşünerek, matematik eğitiminde öğrencilere bu şekilde keşif çalışmaları ve projeleri yaptırılabilir.

- Sayıların yanında işlemler, fonksiyonlar da araştırma konusu olabilirler.

- Unutmayın ki matematikte keşfedilecek daha çok gizem var. Keşfederek matematiğin zengin dünyasının büyüsüne kapılın ve matematik hayatınızın bir parçası olsun.

KAYNAKÇA

Barry, D.T. (2000). Mathematics in Search of History. *Mathematics Teacher, 93* (8), 647-650.

Bayam, S. B. (2014). Matematik Eğitiminde Matematik Tarihi Gerekliliğinin Felsefi Temelleri Ve Gerçekçi Matematik Eğitiminde Matematik Tarihinin Önemi, *Dört Öge, 3*(5), 233-244.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar) (2. Baskı).* Ankara: Pegem Yayıncılık.

Burton, L. (1990). *What could teacher education be like for prospective teachers of early childhood mathematics with particular referenee to the environment "Transforming children's mathematics education"* Steffe, L; Wood, T.(Ed.), Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale,N.J.

Karakuş, F. (2009). Matematik tarihinin matematik öğretiminde kullanılması: karekök hesaplamada Babil metodu. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi, 3*(1), 195-206

Marshall, G. L., & Rich, B. S. (2000). The Role of History in a Mathematics Class. *Mathematics Teacher, 93* (8), 704-706.

Matematik Dünyası Dergisi (2016). Arşiv. 22 Kasım 2016 tarihinde mddergi.com adresinden erişildi.

MEB (2016). Sınav Arşivi. 20 Aralık 2016 tarihinde erişildi.

Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco: Jossey-Bass.

ÖSYM (2016). Çıkmış Sorular Arşivi. 15 Aralık 2016 tarihinde erişildi.

Sayılar Teorisi. (2016). Wikipedia, The Free Encyclopedia içinde. 10 Ekim 2016 tarihinde https://tr.wikipedia.org/wiki/Sayılar_teorisi adresinden erişildi.

Van de Walle, J., Karp, K. S. & Bay-Williams, J. M. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği. Gelişimsel yaklaşımla öğretim.* (Çev. Ed. S. Durmuş). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

Yenilmez, K. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Matematik Tarihi Dersine İlişkin Düşünceleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 30*, 79-90.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri.* Ankara: Seçkin Yayıncılık.