

# PARAMETRELERİ DEĞİŞKEN DC SERVOMOTOR İÇİN PI TİPİ PARAMETRİK ANLAMDA DAYANIKLI DENETLEYİCİ TASARIMI

**Şeref Naci Engin**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü*

**İbrahim Beklan Küçükdemiral**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü*

**Galip Cansever**

*Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü*

**ÖZET:** Arzu edilen bir denetim sistemi performansı elde edebilmek için öncelikle denetlenecek olan sistemin parametrelerinin kesin olarak belirlenmesi gerekir. Fakat yapısal ve yapısal olmayan belirsizlikler sonucu göz önüne alınan sistem modeli belli sınırlar içerisinde değişiklikler gösterebilir. Bu makalede model üzerindeki değişiklikleri de göz önüne alarak, sanayide sıkça kullanılan DC servomotorlar için PI tipi hız denetleyicisi, belli bir performansı her çalışma şartında sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Tasarım safhasında Ackermann ve Kaesbauer sınır tasvir teoreminin sonuçlarından yararlanılmıştır.

**Anahtar kelimeler:** *Dayanıklı denetim (kontrol), dc servomotor, PI denetim*

**ABSTRACT:** In order to obtain a desired control system performance, primarily, the parameters of the system to be controlled must be determined. However, due to the structural and non-structural uncertainties, the system model considered could exhibit some variations within the boundaries. In this paper, taking the parameter variations on the model into account, a PI type speed controller for dc servomotors, which are commonly used in the industry, was designed to provide a specified performance under all the working conditions. During the design phase, the results obtained from Ackermann and Kausbauer boundary representation theory were used.

**Keywords:** *Robust control, dc servomotor, PI control*

## 1. GİRİŞ

Klasik kontrol teorisinde, bir denetleyici tasarımı için sistemin matematiksel modelinin tam olarak bilinmesi esastır. Sistemi tanımlayan modeller, sistem parametrelerinin değişmediği veya çok az değiştiği varsayılarak sistemin nominal çalışma şartlarından çıkartılır. Ancak bazı fiziksel koşullar altında sistem modelinde bulunan parametreler belli aralıklarda değişiklikler arz eder. Bu değişiklikler kontrol sisteminin performansını olumsuz yönde etkileyebilir. Bu olumsuzlukları gidermenin yolu, parametre değişikliklerini denetleyici tasarımında göz önünde bulundurmaktan geçer. Yapılan bu çalışmada öncelikle DC servomotorunun matematiksel modeli elde edilmiştir. Elde edilen motor transfer fonksiyonunun katsayılarının değişim aralıkları belirlendikten sonra seçilen bir *gama kararlılık bölgesi* için oransal ve integral (PI) denetleyicisinin katsayılarının seçimi için tasarım denklemleri sunulmuştur. Bu elde edilen tasarım denklemleri sonucunda kontrolör performansı klasik tasarım yöntemlerine göre daha dayanıklı bir hale gelmiştir. Klasik kontrol teorisinde göz önüne alınan kriter, sistem parametrelerinin değişmeyeceği yönündedir. Ele aldığımız tasarımda ise parametrelerin belli bir aralıkta değişmesine izin verilmektedir. Kontrolör parametrelerinin sunulan yöntemle belirlenmesi sonucunda, parametre değişimi dayanıklılık üzerinde hiçbir olumsuz etki yaratamamaktadır.

## 2. SERVOMOTOR ve MATEMATİKSEL MODELİ

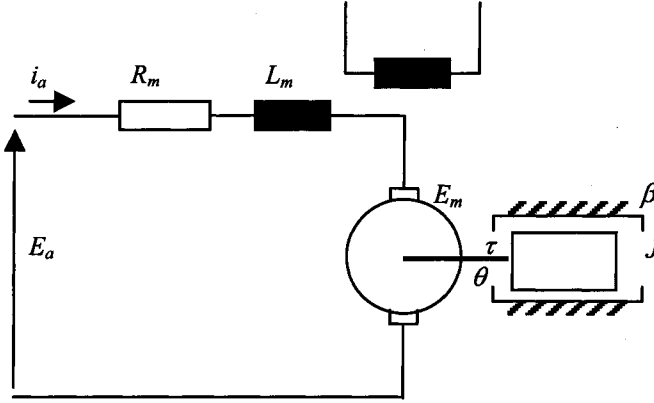
Sanayide kullanılan çeşitli doğru akım motorları vardır. Servo sistemlerde kullanılan doğru akım motorlarına ise *DC servomotorlar* adı verilir. DC servomotorlarda rotor eylemsizlik momenti çok küçüktür. Bu sebepten dolayı piyasada çıkış momentinin eylemsizlik momentine oranı çok büyük olan motorlar bulunur. Bazı DC servomotorların çok küçük zaman sabitleri vardır. Düşük güçlü DC servomotorlar piyasada genellikle bilgisayar kontrollü cihazlarda (disket sürücüler, teyp sürücüler, yazıcılar, kelime işlemciler, tarayıcılar vs.) kullanılırlar. Orta ve büyük güçlü servomotorlar ise sanayide genellikle robot sistemleri ile sayısal denetimli hassas diş açma tezgahlarında kullanılırlar.

DC servomotorlarda alan sargıları rotor sargılarına seri veya paralel bağlanır. Endüvi sargılarından bağımsız olarak uyarılan alan sargılarının akısı endüvi sargılarından geçen akımın fonksiyonu değildir. Bazı dc servomotorlarda magnetik alan sargısı yerine sabit bir mıknatıs bulunur. Bu tip motorlarda magnetik akı sabittir. Uyarma sargıları endüviden bağımsız olan veya sabit mıknatısla uyarılan motorlarda hız kontrolü endüvi gerilimi ile yapılabilir. Bu tip kontrol yöntemine endüvi kontrol yöntemi denir.

Uyarma sargılarının yarattığı akı ile yapılan denetlemede ise endüvi akımı sabit tutulur. Statorda bulunan uyarım sargılarının yarattığı akımın kontrolü ile hız ayarlanır. Bu tip motorlara *alan kontrollü* motorlar denir. Fakat rotor sargılarından geçen akımın sabit tutulabilmesi ciddi bir problemdir. Zira rotor akımı yükün ve kaynağın birer fonksiyonudur. Endüvi kontrollü motorlara göre alan kontrollü

motorların zaman sabitleri daha büyüktür. Büyük aralıklarda değişen hız ayarlarında rotor geriliminin değiştirilmesi; buna karşılık küçük aralıklarda hassas hız ayarı gereken yerlerde ise alan sargılarının yaratmış olduğu magnetik akı ile hız kontrolü yöntemi tercih edilir.

DC servomotorlar genellikle "elektronik hareket denetleyicileri" adı verilen servo sürücüler ile kontrol edilirler. Servo sürücüler servomotorun hareketini kontrol ederler. Kontrol edilen büyüklükler çoğu zaman noktadan noktaya konum kontrolü, hız kontrolü ve ivme programlamasıdır. PWM tekniği adı verilen darbe genişlik modülasyonu genellikle robot kontrol sistemlerinde, sayısal kontrol sistemlerinde, ve diğer konum denetleyicilerinde kullanılırlar. Şekil 2.1'deki servomotor sistemini göz önüne alalım.



Şekil 2.1 DC Servomotorun elektro - mekanik eşdeğer devresi

$$e_a(t) = K\Phi \frac{d\theta}{dt} \quad (1)$$

Burada  $K$  motor parametresi,  $\Phi$  alan akısı,  $e_a(t)$  motor uçlarına uygulanan PWM şeklindeki ayar gerilimidir.  $\theta$  motor mili  $e_m(t)$  dönme açısıdır. Akının değişmediğini varsayarsak,  $e_b(t)$  ters elektromotor kuvveti;

$$e_b(t) = K_m \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

elde edilir. (2) ifadesinin Laplace dönüşümü alınırsa;

$$E_b(s) = K_m s \theta(s). \quad (3)$$

Armatür devresi için;

$$E_a(s) = (L_a s + R_a) I_a(s) + E_b(s) \quad (4)$$

yazılabilir. Motor milinde endüklenen tork ifadesi ise;

$$\tau(t) = K_t \Phi I_a(t) = K_\tau i_a(t). \quad (5)$$

şeklindedir. Son olarak mekanik kısım için;

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = \tau(t) - \beta \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

yazılabilir. Burada  $J$  motor miline bağlanan yükün eylemsizlik momenti,  $\beta$  sürtünme katsayılarını içermektedir.  $R_a$  ve  $L_a$  motor eşdeğer devre parametreleri,  $K_t$ ,  $K_r$  ve  $K_m$  motor sabitleridir. Yukarıdaki denklem sisteminin çözümünden

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{E_a(s)} = \frac{K_r}{JR_a s + (\beta R_a + K_r K_m)} \quad (7)$$

kolaylıkla elde edilebilir. (7) ifadesinde  $\omega(s)$  motor milinin açısal hızını ifade etmektedir. Bu ifadeyi parametre kalabalığından uzaklaşmak amacı ile,

$$G(s) = \frac{\frac{K_r}{JR_a}}{s + \frac{\beta R_a + K_r K_m}{JR_a}} = \frac{K_t}{s + b} \quad (8)$$

şeklinde kullanacağız. Burada  $K_t$  katsayısı  $[K_t^-, K_t^+]$  aralığında,  $b$  katsayısı ise  $[b^-, b^+]$  aralığında değişmektedir. [1]

### 3. GAMAKARARLI KONTROL SİSTEMİ TASARIMI

Kararlı sistemlerin başarısız referans cevapları, kök yer eğrisi üzerinde seçilen bir  $\Gamma$  bölgesinde sistem kutuplarını hareket ettirmeye zorlayarak giderilebilir. Burada öncelikle  $\Gamma$ 'nin matematiksel modeli göz önüne alınmalıdır:

$$\Delta(s) = (s-s_1)(s-s_2)\dots(s-s_n)$$

şeklinde karakteristik sistem polinomu için,

$$\forall s_i \in \Gamma_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

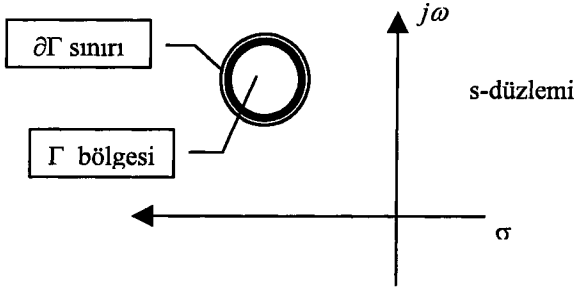
şartını sağlıyorsa bu sistem  $\Gamma$  kararlıdır.  $\Gamma$  bölgesinin matematiksel ifadesi geleneksel kararlılık yada sol yarı s-düzleminde bulunma olarak tanımlanırsa,

$$\partial\Gamma := \{s : s = j\omega \quad 0 \leq \omega \leq +\infty\}$$

sınırı şeklinde ifade edilir, Şekil 3.1. Karakteristik denklem polinomları pozitif reel katsayılı olduğundan  $\omega$  negatif olamaz. Ayrıca kökler bu nedenle reel eksene göre simetrikdir. Genelleştirilirse, bir  $\Gamma$  bölgesinin  $\partial\Gamma$  sınırı şu şekilde ifade edilebilir.

$$\partial\Gamma := \{s : s = \sigma(\alpha) + j\omega(\alpha) \quad \alpha \in [\alpha^-, \alpha^+]\}, \Gamma \subseteq \mathbb{C}$$

Burada  $\alpha^-$  ve  $\alpha^+$  sınırları  $-\infty$  yada  $+\infty$  olabilir.  $\alpha$  skaler parametresi *genelleştirilmiş frekans* adını alır. [2]



Şekil 3.1  $\Gamma$  kararlılık bölgesinin gösterimi

*Teorem: (Ackermann-Kaesbauer Sınır Tasvir Teoremi)*

$P(s, \mathbf{q}) = [1 \ s \ \dots \ s^n] \mathbf{a}(\mathbf{q})$  şeklinde bir polinomu göz önüne alalım. Ayrıca, bir interval maksimum kutusunu  $Q_{im}(\alpha) := \{ \mathbf{q} : p(= \sigma(\alpha) + j\omega(\alpha), \mathbf{q}) = 0, \alpha \in [\alpha^-, \alpha^+] \}$  şeklinde tanımlayalım. Burada  $\mathbf{a}(\mathbf{q})$  vektörü, parametreleri belli aralıklarda değişen karakteristik polinomun katsayılarını içermektedir.  $\mathbf{q} \in Q_{im}(\alpha)$  şartı ancak ve ancak

$$\begin{bmatrix} d_0(\alpha) & d_1(\alpha) & \dots & d_n(\alpha) \\ 0 & d_0(\alpha) & \dots & d_{n-1}(\alpha) \end{bmatrix} \mathbf{a}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

bazı  $\alpha \in [\alpha^-, \alpha^+]$  için geçerlidir. Burada,

$$d_0(\alpha) = 1$$

$$d_1(\alpha) = 2\sigma(\alpha)$$

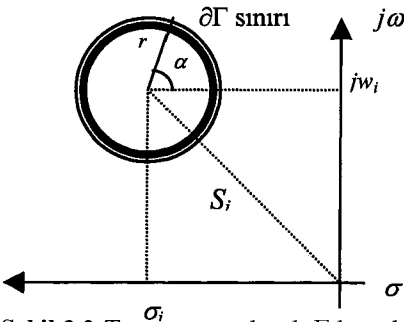
.

$$d_{i+1}(\alpha) = 2\sigma(\alpha)d_i(\alpha) - (\sigma^2(\alpha) + \omega^2(\alpha))d_{i-1}(\alpha), \quad (i = 1, 2, \dots, n-1)$$

□

(10)

olarak tanımlanır. Bu teoremin ispatı [2] ve [3]'te sunulduğundan burada yer verilmeyecektir. Biz problemimizde Şekil 3.2 deki gibi bir  $\Gamma$  kararlı karmaşık bölgesi tanımladık. Dolayısıyla denetleyicimizi, karakteristik denklem kutuplarının bu bölge içerisinde kalmasını sağlayacak şekilde tasarlayacağız.

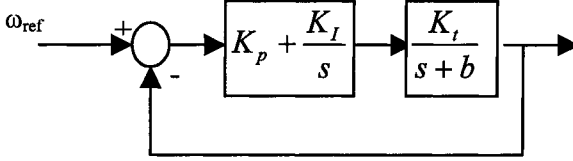


Şekil 3.2 Tasarımı yapılacak  $\Gamma$  kararlı denetleyici için seçilen  $\Gamma$  bölgesi

Şekil 3.2'deki bölge için  $\partial\Gamma$  sınır denklemini yazacak olursak;  $S_i = \sigma_i + j\omega_i$  etrafında  $r$  yarı çaplı bir daire şeklini alacaktır ve denklemi;

$$S_i = (\sigma_i + r \cos \alpha) + j(\omega_i + r \sin \alpha) \quad (11)$$

yapısındadır. Burada,  $\alpha \in [0, 2\pi]$  dir. Kontrol sistemimizi PI denetleyicisi şeklinde seçersek kararlı hal hatasını da gidermiş olacağız. Denetleyici içeren sistemin blok diyagramı Şekil 3.3'te sunulmuştur, [1].



Şekil 3.3 Motor kontrol sistemi blok diyagramı

Şekil 3.3 deki sistem blok diyagramı için karakteristik polinom;

$$\Delta(s) = s^2 + (b + K_p K_t) s + K_t K_t = 0 \quad (12)$$

burada,  $q = \begin{bmatrix} b \\ K_t \end{bmatrix}$   $b \in [b^-, b^+]$  ve  $K_t \in [K_t^-, K_t^+]$  şeklindedir. Tasarımı yapılacak denetleyici için yukarıdaki kullanışlıdır,

$$\begin{aligned} d_0(\alpha) &= 1 \\ d_1(\alpha) &= 2\sigma(\alpha) = 2(\sigma_i + r \cos \alpha) \\ d_2(\alpha) &= 3(\sigma_i + r \cos \alpha)^2 + (\omega_i + r \sin \alpha)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

elde edilir. Bu katsayılar ilgili eşitlikte yerine yazılarak;

$$\begin{bmatrix} 1 & 2(\sigma_i + r \cos \alpha) & 3(\sigma_i + r \cos \alpha)^2 + (\omega_i + r \sin \alpha)^2 \\ 0 & 1 & 2(\sigma_i + r \cos \alpha) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

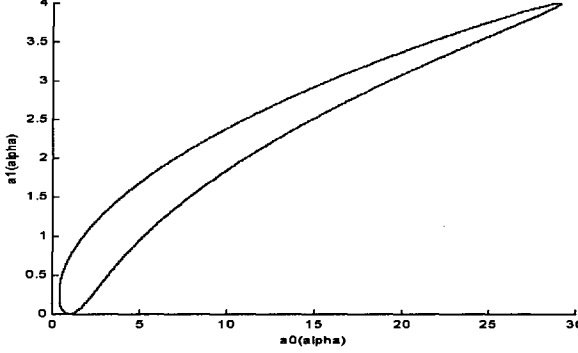
elde edilir. (14) denklemi çözülerek karakteristik polinom katsayıları ile a genelştirilmiş frekansı arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibi elde edilir.

$$a_1 = -2\sigma_i - 2r \cos \alpha \quad (15)$$

$$a_0 = 7(\sigma_i + r \cos \alpha)^2 + (\omega_i + r \sin \alpha)^2 \quad (16)$$

Özellikle  $\sigma_i = -1$  ve  $\omega_i = 1$  alınrsa,  $a_0(\alpha)$  nın  $a_1(\alpha)$  ya göre değişimi, Şekil 3.4'teki gibi olur. Burada  $\Gamma$  kararlı bölge kapalı eğrinin içidir. Bu kapalı eğri içersindeki herhangi bir nokta çifti, kapalı çevrim kutuplarını Şekil 3.2'de tanımlamış

olduğumuz kapalı karmaşık bölge içerisinde tutacaktır, [4]. Bu da, sistemin belirsiz katsayıları belli aralıklarda değiştiği sürece arzu edilen performansın sağlanması anlamına gelir. Bu katsayıları Şekil 3.4'te gösterilen kapalı eğri içerisinde tutabilmek için kapalı eğri içerisinde bir nokta çifti seçilmelidir. Şöyle ki; ( $a_{1d}$ ,  $a_{0d}$ ) çiftini seçmiş olalım. Buradan denetleyici katsayıları,



Şekil 3.4  $a_0(\alpha)$ 'nın  $a_1(\alpha)$ 'ya göre değişimi ve  $\Gamma$  kararlı bölgesi (kapalı eğrinin içi).

$$\frac{a_{1d} - b^+}{K_t^+} \leq K_p \leq \frac{a_{1d} - b^-}{K_t^-} \quad (17)$$

$$\frac{a_{0d}}{K_t^+} \leq K_I \leq \frac{a_{0d}}{K_t^-} \quad (18)$$

kapalı aralıkları dahilinde seçilecek olursa sistem, parametreleri belli aralıklarda değişse bile performansından bir şey kaybetmeyecektir.

#### 4. SONUÇ

(17) ve (18) nolu denklemlerle belirlenen aralık içerisinde seçilen  $K_p$  ve  $K_I$  değerleri PI tipi denetleyicinin dayanıklılığını artırmaktadır. Seçilen kararlı gama bölgesi içine hapsedilen kapalı çevrim sistem kutupları kararlılığın, bozuculardan etkilenmesini engellemektedir.

#### REFERANSLAR

- [1] KÜÇÜKDEMİRAL, İ. B. (1999), "TMS320C50 sayısal işaret işleyici tabanlı bir kontrol sistemi kullanarak doğru akım motorunun dinamik hız kontrolü", Yüksek Lisans Tezi, YTÜ.
- [2] ACKERMANN, J. (1993), "Robust Control – Systems with Uncertain Physical Parameters", Springer.
- [3] ACKERMANN, J., KAESBAUER, D., MUNCH, R. (1991), "Robust G-satbility analysis in a plant parameter space", Automatica, vol 27, sayfa. 75 – 85.
- [4] KÜÇÜKDEMİRAL, İ. B., GÜLEZ, K., CANSEVER, G. (1999), "Synthesis inequalities for the robust PID Controller for a DC servomachine and implementation by using Digital signal processor" International Conference on Signal Processing Applications and Technology Proceedings, Orlando – Florida.