

İMKB BETALARI, KORELASYON TAHMİNİ VE DEĞİŞKENLİK

İMKB BETAS, CORRELATION AND VARIABILITY

Mehmet Fuat BEYAZIT

Doğuş Üniversitesi, İ.İ.B.F. İşletme Bölümü

ÖZET : Bu çalışmada İMKB'ye kayıtlı 46 adet hisse senedinin betaları hesaplanmış ve Blume ve Vasicek tekniklerine göre düzeltmeleri yapılmıştır. Daha sonra tarihi ve düzeltilmiş betalardan hareket ederek hisse senetleri arasındaki korelasyonlar hesaplanmış, tahmin edilen korelasyonlar ile gerçekleşen korelasyonlar arasındaki mutlak farkı en küçük kılacak yöntemin hangisi olduğu gösterilmeye çalışılmıştır. Ortalama mutlak hatası en düşük olan teknik farklı dönemler için değişimle birlikte, genel ortalama korelasyon katsayısının performansı tercih edilebilir bulunmuştur. Betaların, değişkenliğini test etmek için 12 aylık veri uzunluğu esas alınarak geçiş matrisi oluşturulmuş, sonuç olarak sözkonusu hisse senetlerinin dönemler itibariyle risk sınıflarının sıklıkla değiştiği gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler : İMKB Hisse senedi pazarı, beta, ortalama beta, Blume tekniği, Vasicek tekniği, ortalama mutlak hata, geçiş matrisi.

ABSTRACT : Betas of 46 İMKB companies are computed and adjusted according to Blume and Vasicek techniques. Then using the historical and adjusted betas, correlation coefficients of the stocks are calculated. The method which gives the minimum average absolute error between the correlation coefficients is searched. It is shown that in spite of the periodical changes the overall mean correlation coefficient outperforms the other methods in terms of average absolute error. In order to test the variability of beta coefficients with 12 months data length, a transition matrix is used and shown that the risk class of the stocks change frequently between the period examined.

Keywords : Turkish stock market, beta, average beta, Blume technique, Vasicek technique, average absolute error, transition matrix.

1. Giriş

Finans teorisinde beta kavramı Pazar getirisi ile bir finansal varlığın getirisi arasındaki ilişkiyi gösteren bir regresyon katsayısıdır. Bu katsayının Sharpe, Lintner Mossin tarafından geliştirilen Finansal Varlık Fiyatlama Modeli (FVFM) kapsamında iki önemli fonksiyonu bulunmaktadır. Birincisi farklılaştırılmış bir portföydeki finansal varlıkların risk ölçüsü olması, ikincisi ise bu finansal varlıklar arasındaki korelasyon katsayılarının belirlenmesine bir temel sağlamasıdır. Korelasyon katsayıları bilindiği gibi, etkin portföy hesaplamasında kullanılan temel bir parametredir. Literatürde betanın (β) ve Pazar risk priminin (λ) test edilmesine ilişkin, FVFM gibi daha genel bir modelin test edilmesi bağlamında Fama, Mcbeth, Black, Jensen, Scholes, Gibbons'un klasikleşmiş çalışmaları bulunmaktadır. Betanın tahmin ve durağanlığına ilişkin, sadece bu parametreye ayrılmış daha özel çalışmalarda mevcuttur. Bunlardan Blume (1970, 1971 ve 1975) beta konusundaki

öncü çalışmalardır. Blume (1970) simetrik durağan dağılımı kullanarak tahmin edilen betalara ilişkin dağılımın gerçek beta dağılımı ile aynı olup olmadığını Ki-kare testlerine tabi tutmuştur. Buna göre, çeşitli yöntemlerle oluşturduğu portföylere ilişkin getirilerin, simetrik durağan dağılım parametrelerine göre 102 aylık kümülatif frekanslarını hesaplamış, bu kümülatif frekansların bir uniform dağılımdaki her aralığa düşen eşit sayıdaki kümülatif frekanslarla karşılaştırmasını yaparak dağılımın normal dağılım varsayımı ile uyuşmadığını ancak karakteristik üssü (θ) 1.7 ve 1.8 olan simetrik durağan dağılımlarda tutarlı sonuçlar verdiğini göstermiştir. Blume (1971, 1975)' da ise beta katsayıları müteakip dönemler itibariyle hesaplanmakta ve dönemler arasındaki beta korelasyonlarının portföydeki hisse adedine bağlı olarak arttığı gösterilmektedir. Ayrıca regresyon düzeltmeleri yapılarak düzeltilmiş beta katsayılarının ortalama hata karelerinin (mean square error) küçüldüğü gösterilmektedir. Düzeltilmiş beta konusunda bir diğer çalışma Vasicek (1973) dir. Vasicek klasik örnekleme teorisinden ziyade Bayesyen tahmin tekniklerinden yararlanarak beta'nın düzeltilmiş Bayesyen tahminlerini hesaplamaktadır. Vasicek'e göre böyle bir düzeltmenin iki nedeni bulunmaktadır. Birinci neden örnekleme teorisinin örnekleme hatasını minimize edecek tahminleri elde etmesine karşın, Bayesyen prosedürlerin yanlış tahminden doğacak hatanın minimize edilmesine çalışmasıdır. İkinci neden ise Bayesyen teorisinin önceki döneme ait parametreleri koşul olarak değerlendirip analize katmasıdır ki bu bilgiler, klasik teoriye göre veri kabul edilen gerçek (beta) değerlerinin yanında önemli bir bilgidir. Baesel (1974) ve Ronfeldt, Griepentrog, Pflaum (1978) geçiş matrislerini kullanarak betaların durağanlığını test etmekte ve gözlem periyodu uzadıkça betaların daha durağan hale geldiğini göstermektedirler. Bu çalışmalarda portföy oluşturan finansal varlıklar risk sınıflarına (betalarına) göre sınıflandırılmakta ve takip eden dönemde farklı bir risk sınıfına girip girmediği geçiş matrisleri kullanılarak ve alt dönemler itibariyle izlenmektedir. Durağanlık konusundaki bir diğer çalışma Brenner ve Smidt (1977) dir. Üç farklı test (klasik regresyon, Chow ve Ortalama Hata Kare) ile 4 farklı modelin test edildiği bu çalışmada modeller ve dönemler itibariyle çok önemli farklar bulunamamış ve hatalardaki durağandırlık konusunda anlamlı sonuçlar elde edilememiştir. Scott, Brown (1980) ise bazı klasik regresyon varsayımlarının doğru olmadığı durumlar için dönemler arası korelasyonu esas alarak betalardaki değişimleri incelemişlerdir. Sonuç olarak betalardaki değişimle Pazar getirisi ile hata terimi arasındaki korelasyonun değişimi arasında ve hata terimi otokorelasyonu arasında (F testi 0.001 güven aralığında) güçlü bir ilişki saptamışlardır. Theobald (1981) bu ilişkinin güçlendiği dönemi yani optimal bir veri setinin uzunluğunu araştırmış ve İngiltere için 180-210 ay arasındaki veri dönemi uzunluğunun betaların durağanlığı açısından optimal olduğunu tespit etmiştir. Gruber, Elton, Ulrich (1978) ise farklı beta ve beta düzeltmeleri kullanarak hisse senetleri arasındaki korelasyonları saptamışlardır. Sonuç olarak ortalama korelasyon katsayısını kullanarak yapılan tahminlerin her dönem için diğer tekniklerden elde edilen korelasyon katsayılarından daha tutarlı olduğunu göstermişlerdir.

2. Veriler ve Yöntem

Bu çalışmada, İMKB 'nda işlem gören hisse senetlerinin betaları, dönemler itibariyle araştırılmış, ortalama eğilimler hesap edilmiş ve yukarıda belirtilen teknikler kullanılarak dönemsel tahminleri yapılmıştır. Bu tahminlerden hangilerinin daha tutarlı olduğu korelasyon matrisleri oluşturup, hisse senetleri arasındaki gerçek

korelasyonlarla tahmin edilen korelasyonlar arasındaki mutlak farklar hesaplanarak gösterilmeye çalışılmıştır. Öncelikle betaların hesabedilmesinde bazı istatistik özellikler (risksiz faiz oranının değişkenliğinin elimine edilmesi) nedeniyle Sharpe, Lintner, Mossin(SLM) modeli yerine Black, Jensen, Scholes (BJS) model ve tekniği kullanılmıştır. Yani, regresyon hisse senetleri getirileri ile risksiz faiz oranı farkı ve Pazar getirisi ile risksiz faiz oranı farkı arasında yapılmıştır. Denklemle ifade edecek olursak $R_i - R_f = \alpha_i + \beta_i (R_m - R_f) + \epsilon_i$ regresyon denklemi hesap edilmiştir. Hisse senetlerine ilişkin aylık veriler kullanıldığı cihetle hisse ve Pazar getirileri İMKB'nin 2003-06 / 1986-01 aylık getiri verileri serilerinden alınmış risksiz faiz oranı serisi de DPT, aylık hazine bonusu basit ve bileşik faizleri serisinden hesaplanmıştır. Aylık faiz oranı, yıllık kote edilen bileşik faizlerden basite çevrilerek hesaplanmıştır. (Örneğin R_f (Ocak) = Yıllık Ocak ortalama /12 şeklinde değilde, $[(1 + \text{Yıllık Ocak ortalama} / 100)^{(1/12)} - 1] * 100$ olarak hesaplanmıştır.) Çalışmada kullanılan dönemler aşağıdaki gibidir;

I. Dönem

Gerçek parametrelerin bulunduğu Ve karşılaştırmanın yapıldığı period	: 2003/06 – 1999/01 (54 aylık veri)
Tahmine dayanak olan ve tarihi Parametrelerin gerçekleştiği period	: 1998/12 – 1994/07 (54 aylık veri)
Blume tekniği için regresyonda Kullanılan ilave period	: 1994/06 – 1990/01 (54 aylık veri)

II. Dönem

Gerçek parametrelerin bulunduğu ve karşılaştırmanın yapıldığı period	: 2003/06 – 1999/01 (54 aylık veri)
Tahmine dayanak olan ve tarihi Parametrelerin gerçekleştiği period	: 1998/12 – 1990/01 (108 aylık veri)

II. Dönem'de, daha uzun dönemin etkisini görebilmek amacıyla iki period birleştirilmiş, ancak I. Dönem'de Blume tekniğinden elde edilen regresyon parametreleri kullanılmıştır.

Söz konusu dönemler için veri elde edilebilen 46 adet firma tespit edilmiş ve beta hesapları 46 adet firma için yapılmıştır.

Gerçek korelasyonların (ρ) karşılaştırıldığı 5 farklı korelasyon matrisi oluşturulmuştur. Bu matrislerin oluşturulduğu korelasyon katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanmıştır ;

1. Tahmin dönemi ortalama korelasyon katsayısı (overall mean) : korelasyon matrisindeki $p(p-1)/2$ elemanın (1035 adet) korelasyonları toplanmış ve ortalaması alınmıştır. Eksi korelasyonlar toplama eksi olarak ilave edilmişlerdir.
2. Tahmin dönemi gerçek (tarihi) korelasyon katsayıları
3. Blume tekniğine göre düzeltilen betalardan elde edilen korelasyon katsayıları ;
4. Vasicek tekniğine göre düzeltilen betalardan elde edilen korelasyon katsayıları
5. Tahmin dönemi düzeltilmemiş (tarihi) betalardan elde edilen korelasyon katsayıları

Her yöntemden elde edilen korelasyonlar gerçek korelasyonlardan çıkarılmış, ve hataların (farkların) mutlak değerleri alınarak toplanmış ve ortalama mutlak hataları (average absolute error) elde edilmiştir.

Blume tekniği, betaların dönemsel olarak birbiri ile ilişkili olduğu ve gerçek beta değerinin 1'e yakınsadığı varsayımına dayanmaktadır. Bu şekilde tarihi betalar düzeltme işlemine tabi tutulmaktadır. Bir hisse senedinin betası 1'in üzerindeyse 1'e doğru çekilmekte, 1'in altındaysa yine 1'e doğru düzeltilmektedir. Düzeltmelerde kullandığımız Blume regresyon katsayıları $\alpha = 0.725129$, $\beta = 0.239359$ olup I. ve II. Dönem çalışmalarında aynı katsayılar kullanılmıştır. Vasicek düzeltmesi, Bayesyen tip bir düzeltme olup Vasicek (1973) deki şekliyle $b'' = \frac{b'/s^2(b') + b/s^2(b)}{1/s^2(b') + 1/s^2(b)}$

olarak yazılabilir. Basit payda eşitleme ile formül $b'' = \frac{b' s^2(b)}{s^2(b') + s^2(b)} + \frac{b s^2(b')}{s^2(b') + s^2(b)}$

şekline dönüşür. Burada b'' tahmin edilen beta, b' bir önceki dönem (tarihi) betası, b ise gerçek parametredir. Burada b olarak 46 hisse senedinin ortalama betası alınmıştır ki bu parametre gerçekte 1'e yakındır. Ortalama betalara ilişkin özet bilgi 34 aylık daha kısa döneme ilişkin yapılan hesaplamaları da ilave ederek Tablo 1 'de verilmektedir. Standart hata (s) parametresine ilişkin bilgilerde şu şekildedir ; $s^2(b')$ b' 'nin tahmin edilmiş varyansı, $s^2(b)$ b 'nin tahmin edilmiş varyansıdır. s^2 ile regresyon hata terimi varyansı istatistik teorisinde $\sum (y - \alpha - bx)^2 / (T-2)$ formülü ile hesaplanmakta ve buradan hareketle katsayıların tahmini standart hata ve/veya varyansı hesaplanmaktadır. Burada gerçek parametrenin standart hata/varyansı olarak ortalama varyans alınmıştır. Vasicek tekniği, bir ağırlıklandırma tekniği olup bir önceki dönem bilgisine koşullu olarak bir sonraki dönem katsayısını saptamaktadır. Beta tahminlerindeki belirsizlik ve dolayısıyla yüksek varyans bir önceki dönem parametresine verilecek ağırlıkla ters orantılı işlemekte ve bu ağırlığı düşürmekte dolayısıyla ortalamanın önemini arttırmaktadır. Teknik yüksek varyansa sahip betaları ortalamaya doğru çekmekte, düşük varyansa sahip betaları ise bir önceki dönem parametresine yaklaştırmaktadır.

Korelasyonların hesabı tek indeksli model'den yararlanarak $\rho_{ij} = \frac{\beta_i \beta_j \sigma_m^2}{\sigma_i \sigma_j}$ formülü ile yapılmıştır. Burada ρ_{ij} , j iki hisse senedi arasındaki korelasyon, β_i , i 'nci hisse betası, β_j , j 'nci hisse betası σ_m^2 , Pazar getirisinin ($R_m - R_f$) varyansı, σ_i ve σ_j ise i ve j 'nci hisse senetlerinin getirilerinin standart sapmalarıdır.

Çalışmada elde edilen beta katsayılarının tümü istatistik açıdan anlamlı ($t(\beta) > 2$) ve α değerleri istatistik açıdan anlamsız ($t(\alpha) < 2$) bulunmakla beraber burada detay belirtilmeyecektir.¹

¹ SML modeline uygun olarak, 2003/06-1995/01 döneminde 120 adet hisse senedi için doğrudan hisse senedi getirileri ile Pazar getirileri arasında yapılan regresyonlarda da beta katsayıları anlamlı çıkmaktadır. α ile R_f arasındaki ilişkinin anlamlılığı ise test edilmemiştir.

Betaların kararlılığı ve kullanılabilirliği konusunda, bir geçiş matrisi oluşturularak ikinci bir test daha yapılmıştır. Hisse senetleri önceden belirlenmiş beta değerlerine göre 5 farklı risk grubuna ayrılarak 12 aylık toplam 13 dönem itibarıyla betaları hesaplanmıştır. Dolayısı ile 46 adet hisse senedi ve her bir hisse senedi için 13 adet beta, ve toplam 552 adet matris verisi elde edilmiştir. III. Bölümde verilen geçiş matrisinin her bir hücresi, t döneminde bir risk sınıfında olup t+1 döneminde bir başka risk sınıfına geçen hisse senedi frekansını yüzde olarak vermektedir.

Bir sonraki bölümde elde edilen amprik bulgular özetlenmektedir.

3. Bulgular

Tablo 1. İMKB'ye kayıtlı 46 adet Hisse Senedine İlişkin Ortalama Betalar

Beta	Dönem I	Dönem II	2003/6-2000/9 (34 aylık verilerle)
Gerçekleşen	0.920	0.920	0.895
Blume beta	0.960	0.966	0.849
Vasicek beta	0.980	1.005	0.872
Tarihi beta	0.973	1.007	0.869

Tablo 1, İMKB ye kayıtlı 46 adet hisse senedinin ortalama betasına ait önemli hususları ortaya koymaktadır. Literatürde tartışıldığı üzere gerçeklerde betanın uzun dönemde 1'e yakınsadığını görmekteyiz. Dönem II'deki tahmin 108 aylık veri uzunluğuna Dönem I, 54 ay ve 3. sütun tahmini 34 aylık veri uzunluğuna sahip olup en uzun dönemdeki ortalama beta yaklaşık 1 dir. 34 aydan 108 aya yaklaştıkça da 1'e yakınsamaktadır. Dönem I ve II 'de gerçekleşen betaya en yakın tahmini Blume tekniği yapmakla beraber, 1'e doğru en iyi tahmin Vasicek yöntemine göre yapılmaktadır. Vasicek tahmini, yapısı gereği uzun dönemdeki bilgiyi daha iyi kullanarak, daha tutarlı sonuçlar üretmektedir.

Korelasyon katsayılarının ortalama mutlak hatalarına ilişkin sonuçlar Tablo 2'de verilmektedir.

Tablo 2. Korelasyon Katsayılarına ait Ortalama Mutlak Hatalar

Dönem I(2003/06 – 1999/01)		Dönem I(1998/12 – 1994/07)	
Genel Ortalama	.1840	Vasicek	.1225
Tarihi Korelasyon	.1852	Genel Ortalama	.1298
Vasicek	.2069	Blume	.1365
Tarihi beta	.2159	Tarihi beta	.1385
Blume	.2196	Tarihi korelasyon	.1582

Görüldüğü gibi her iki dönemde de Genel Ortalama ve Vasicek modelleri yaklaşık olarak en düşük ortalama mutlak hataları vermektedir. Dolayısı ile etkin portföy hesaplamalarında, döneme ait temel ekonomik parametrelerde ve Pazar parametrelerinde önemli değişiklikler olmadığı takdirde ortalama korelasyon katsayısının yada geçmiş varyanslara ilişkin düzeltmeler yapılarak düzeltilmiş betaların kullanılması tercih edilebilir. Diğer modellerin kullanılması ortalama mutlak hatayı arttırmaktadır. Her iki period da ortalama mutlak hatadaki artış, son periyotta hisse senetleri arasındaki korelasyonların önemli ölçüde değiştiğini göstermektedir. Dolayısı ile sözü edilen oynaklıkların varlığı tahmin sürecini

anlamsızlaştıracaktır. Dönemlerin uzunluğunun tahmin sürecini nasıl etkilediğini görebilmek amacıyla I. Dönemin ilk iki periodu birleştirilerek, son period aynı korelasyon matris yöntemiyle tahmin edilmeye çalışılmıştır. Ulaşılan sonuçlar Tablo 3 'de verilmektedir.

Tablo 3. Dönem II Korelasyon Katsayılarına ait Ortalama Mutlak Hatalar

Dönem (1998/12-1990/01)	
Tarihi Korelasyon	.1915
Genel Ortalama	.1996
Vasicek	.2148
Tarihi Beta	.2185
Blume	.2388

Buradan çıkarılabilecek sonuç, tahmin döneminin uzaması halinde tarihi korelasyon ve sabit (ortalama) korelasyon katsayılarının diğer yöntemlere tercih edilebileceğidir. Dönemsel uzunluk ve farklı dönemsel karakteristikler ortalama mutlak hatalarda belirgin bir artışa yol açmaktadır. Bu tespit, betaların uzun dönemde 1'e yakınsadığı olgusu ile birleştiğinde İMKB 'na kayıtlı hisse senedi betalarının oldukça kararsız ve değişken olduklarını göstermektedir. Dolayısı ile etkin portföy hesaplamasında her üç tahmin döneminde de istikrarlı bir performans gösteren Genel Ortalama Korelasyon Katsayısının kullanımı tercih edilebilir. Betaların kararsızlığı veya değişkenliği konusunda ikinci bir test, sözkonusu yargıyı doğrulayabilmek açısından Tablo 4 'de verilen geçiş matrisi yolu ile yapılmıştır. Oluşturulan risk sınıfları için kullanılan değerler aşağıdaki gibidir;

Risk Sınıfı	Beta Değeri Aralığı
5	1.45 -
4	1.15 - 1.44
3	0.85 - 1.14
2	0.55 - 0.84
1	0.54 -

Tablo 4. 2003/06 – 1990/01 Dönemi 12 Aylık Verilerle Oluşturulan Geçiş Matrisi

	5	4	3	2	1
5	25.29%	20.69%	28.74%	14.94%	10.34%
4	11.46%	23.96%	36.46%	20.83%	7.29%
3	13.25%	19.88%	36.14%	23.49%	7.23%
2	13.38%	14.08%	26.76%	30.99%	14.79%
1	14.75%	14.75%	26.23%	26.23%	18.03%

Tablo, t döneminde herhangi bir risk sınıfına giren hisse senedinin t+1 döneminde hangi risk sınıfına geçtiğini göstermektedir. Örneğin (5, 5) hücresi 5 no'lu risk sınıfındaki hisselerin % 25'inin bir sonraki dönemde de aynı sınıfta kaldığını, geriye kalan aynı satıra ait hücreler de t+1 dönemde diğer risk sınıflarına geçişin hangi yüzdelere gerçekleştiğini göstermektedir. Yine örnek vermek gerekirse, bir önceki dönem 1 No'lu risk sınıfına giren hisse senetlerinin %26, 23'ü bir sonraki dönem'de 3 No'lu risk sınıfına geçmektedir. Kuşkusuz ideal bir dağılım diagonalin 1 diğer hücrelerin 0 olarak dağılması halinde sözkonusudur. 46 adet İMKB hisse senedi için

tablodan değerlendirileceği gibi oldukça değişken bir beta dağılımına sahip olduğumuz söylenebilir.¹

4. Sonuç

Bu araştırmada İMKB'ye kayıtlı 46 adet hissenin beta ve düzeltilmiş betaları hesaplanarak, etkin portföy hesaplarında kullanılan korelasyon katsayıları tahmin edilmiş, bu korelasyon katsayılarını kullanmanın doğuracağı sonuçlar ortalama mutlak hata cinsinden irdelenmiştir. Genel ortalama korelasyon katsayısı muhtelif dönemler için en iyi performansı gösteren teknik olarak belirmektedir. Korelasyon hesaplamalarında betalar kullanılsa bile tarihi betadan ziyade Vasicek tekniğine göre düzeltilmiş betaların kullanılması daha iyi sonuçlar vermektedir. Betalar her ne kadar uzun dönem de ortalamaya yakınsasalarda, dönemlerin kendine özgü karakteristikleri betayı oldukça değişken bir parametre haline getirmektedir. Geçiş matrisinde elde ettiğimiz sonuçlar bu tezi doğrulamaktadır.

Referanslar

- BAESEL, B.J. (1974) On the assesment of risk : some further considerations, *The Journal of Finance*, Vol 29. (5), 1491-1494.ss.
- BLUME, E.M. (1970) Portfolio theory : a step toward its practical application. *The Journal of Business*, Vol 43. (2), 152-173.ss.
- . (1971) On the assesment of risk. *The Journal of Finance*, Vol 26. (1), 1-10 ss.
- . (1975) Betas and their regression tendencies. *The Journal of Finance*, Vol 30. (3), 785-795 ss.
- BRENNER, M. ve SMIDT, S. (1977) A simple model of non-stationarity of systematic risk. *The Journal of Finance*, Vol 32. (4), 1081-1092 ss.
- EDWIN, J.E., GRUBER, J. M. ve URICH, J.T.(1978) Are Betas Best ?. *The Journal of Finance*, Vol 33. (5), 1375-1384 ss.
- KON, J. S. ve LAU, W. P. (1979) Specification test for portfolio regression parameter stationarity and the implications for empirical research. *The Journal of Finance*, Vol 34. (2), 451-465.ss.
- ROENFELDT,L.R., GRIEPENTROG, L.G. ve PFLAUM, C. C. (1978). Further evidence on the stationarity of beta coefficients. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol 13. (1), 117-121.ss.
- SCOTT, E. ve BROWN, S.(1980). Biased estimators and unstable betas. *The Journal of Finance*, (1980) Vol 35.(1) 49-55 ss.
- THEOBALD, M. (1981). Beta stationarity and estimation period : some analytical results. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol 16. (5), 747-757.ss.
- VASICEK, A. O.(1973) A Note on using cross- sectional information in bayesian estimation of security betas. *The Journal of Finance*, Vol 34. (2), 451-465 ss.

¹ Risk sınıfları arasındaki fark arttıkça bir sınıftan diğerine geçiş azalmaktadır. Geçiş yakın risk sınıfları arasında daha fazladır. Bu, tanımladığımız değer aralıklarına bağlı olarak değişebilir, ancak yukarıda verilen değer aralıklarının yeterince geniş olduğu kabul edilebilir. Bir ikinci husus da, tahmin dönemini farklı dönemlere bölerek, (örneğin daha da uzatarak) aynı işlemi tekrarlamak ve sözkonusu eğilimin varlığını test etmektir. (Bkz. Baesel, 1974, a.g.e.)