ABÜ KÂMİL ŞUCÂ

Melek DOSAY

İslâm Dünyasındaki matematik faaliyetlerinde Hârezmî'den sonra en önemli çalışmaları Abû Kâmil Şucâ^c el-Hâsib el-Mışri'nin yaptığını görmekteyiz. Cebir konusunda yazdığı *Kitâb el Cebr ve'l Mukabele* adlı kitabının Arapça nüshası İstanbul'da Bayezit Umumi Kütüphanesinde 19046 numara ile kayıtlı bulunmaktadır. Bu metnin Latinceye ve İbraniceye yapılmış çevirilerinin toplam beş yazması mevcuttur. Arapça metin ikiyüz sayfadır.

Abû Kâmil kitabının girişinde Hârezmî'nin cebir konusunda ilk kitap yazan kimse olarak önceliğini vurgulamakta, onu çok beğenmiş olmakla beraber, onun açıklamadıklarına açıklık getirmek, noksanlarını tamamlamak, ve bu konuda yeni bilgiler sunmak amacında olduğunu ifade etmektedir.

Abû Kâmil'in bu kitabına bazı şerhler yapılmıştır. Bunların en meşhurları Ali İbn Ahmed el-^{c}Imrâni ve el-Iştahri el-Hasib'in şerhleridir. Bu şerhler kaynaklarda söz konusu edilmekte fakat bugün mevcut değildirler.

Eserde, ilkin $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, $bx = c$ tipindeki denklemler ele alınmaktadır. $ax^2 = bx$ tipi denklemler için $x^2 = 5x$, $(x^2/2) = 10x$, $5x^2 = 20x$ örnekleri verilmektedir. Bu denklemlerin çözümlerinde x^2'nin katsayısı 1 yapılarak kök alınmakta, böylece x bulunmaktadır, ayrıca x^2'nin değeri de x için bulunan değerden hareket ederek bulunmaktadır. Çözüm yolları cebirsel olarak verilmekte, $x^2 = 5x$ örneği için geometrik açıklama da yapılmıştır. $ax^2 = c$ denklem tipleri için $x^2 = 16$, $5x^2 = 45$, $(x^2/3) = 27$ örnekleri verilmiştir. Çözümlerde doğrudan x^2 bulunmaktadır.

$bx — c$ denklem tipleri için $x = 4$, $5x = 30$, $(x/2) = 10$ örnekleri verilmiştir. Burada ilkin x bulunmakta sonra x^2'nin değeri de ifade edilmektedir.

Bu nispeten basit denklem tiplerinden sonra Abû Kâmil katışık denklemler adı verilen $ax^2 + bx = c$, $ax^2 + c = bx$, $ax^2 = bx + c$

denklem tiplerini incelemektedir. Negatif nicelik kavramı bulunmadığından bu denklem tipleri ax2 + bx + c = 0 genel ikinci derece denkleminin özel halleri olup, genel hali karşılamamaktadır.

Abû Kâmil'in $ax^2 + bx = c$ tipi için verdiği sayısal örnek Ortaçağ matematik tarihinde meşhur olan $x^2 ++ 10x = 39$ denklemidir. Ayrıca $2x2 + 10x = 48$, $(x2/2) + 5x = 28$ örneklerini de veriyor. Analitik yoldan çözümlerinde $x = \sqrt{(b/2)2 + c} - (b/2)$, $x^2 = (b2/2) + c - \sqrt{cb^2 + cb^2/2)2}$ formüllerini kullandığı anlaşılor. $x^2 + 10x = 39$ denkleminin geometrik izahını da veriyor, x'in çözümü ve x^2'nin çözümü için ayrı ayrı iki geometrik şekil kullanıyor. Abû Kâmil bu denklem tipinin çözümünde tam kareye tamamlama yöntemine ve Euclid'in *Elementler* kitabının ikincisinin altıncı teoremine dayanıyor. x^2 için çözümü verirken x^2'yi bir doğru parçası ile temsil ediyor. Böylece geometri ile cebir arasındaki paralelliği terk etmiş oluyor.

$ax^2 + c = bx$ tipi denklemler için $x^2 + 21 = 10x$ örneğini veriyor. x için $x = (b/2) - \sqrt{(b/2)^2 - c}$ ve $x = (b/2) + \sqrt{(b/2)^2 - c}$, x^2 için de $x2 = (b2/2) - \sqrt{(b^2/2)2 - b2c} - c$ ve $x^2 = (b^2/2) + \sqrt{(b/2)^2 - b^2c} - c$ formüllerini kullandığı anlaşılıyor. Çözümleri ekleme ve çıkarma metoduna dayanıyor. $x^2 < c$, $(b/2) > x$ durumunda $x - (b/2) - \sqrt{(b/2)^2 - c}$ formülüne dayanan yoldan çözüme ulaşıyor. $x^2 > e$, $x > (b/2)$ durumunda çözüme götüren formül $x = (b/2) + \sqrt{(b/2)^2 - c}$. Yani $x^2 > c$ ve $x^2 < c$ durumlarında çözüm sırasıyla ekleme ve çıkarma yoluyla bulunuyor. Bu çözümlerde $(b/2)^2 > c$ olmaktadır. $C > (b/2)^2$ olması durumunda hem $x > (b/2)$ hem de $x < (b/2)$ için çözümlerin olmadığını söylüyor, $(b/2)^2 = c$ durumunda ise $x^2 = c$ ve $x = (b/2)$ olacağını $x^2 + 25 = 10x$ örneği ile açıklıyor. x^2 için çözümü bulurken x^2'yi yine bir doğru parçası ile temsil ediyor.

$bx + c = ax^2$ tipi denklemler için verdiği örnek $3x+4=x2$. Bu tipi de hem cebirsel hem geometrik olarak çözüyor.

Abû Kâmil müfred ve katışık altı denklem çeşidini açıkladıktan sonra cebir ve mukabele hesabı ile x lerin çarpımını, binom ifadelerinin çarpımını açıklayacağını söyleyip şöyle yazıyor: "Allahın izniyle size köklerin (bilinmeyenlerin) nasıl çarpılacağını açıklayacağım. Bundan sonra eğer kökler müfred ise ya da bir sayı ile toplam ya da bir sayıdan çıkarılma, veya sayı köklerden çıkarılma durumunda ise nasıl çarpılacağını açıklayacağım. Köklerin birbirine nasıl ilâve edildiğini ve nasıl çıkarıldıklarını açıklayacağım. Eğer şeyler (x, bilinmeyen) bir sayı ile toplam durumunda ise dördüncü çarpan toplam (pozitif) olur. Eğer negatif şeyler bir sayıdan çıkarılma durumunda ise dördüncü çarpan toplam durumunda (pozitif) olur. Eğer şeylerin biri toplam biri çıkarılma durumunda ise dördüncü çarpan çıkarılma (negatif) durumunda olur. Eğer sayılar şeylerden çıkarılma durumunda ise dördüncü çarpan toplama (pozitif) durumunda olur. Eğer iki sayıdan biri şeylere ilâve diğeri çıkarılma durumunda ise{(x-f-a) (x-b) = x^2 - bx+ax—ab}, bu sayıların çarpımı olan dördüncü çarpan noksan durumda olur. Eğer şeyler sayıya eklenme ve sayı şeylerden çıkarılma durumunda ise {(x + a) (x-b) == x^2 — bx-|-ax—ab}, eklenen şeyin çıkartılan sayı ile çarpımı noksan (negatif) olur.

Abû Kâmil bu ifadelerine geometrik açıklamaları ile birlikte şu örnekleri veriyor:

2x.2x = 4x2
6..3x = 18x
(10+x).x = 10x + x2
(10—.x).x = 10x—x2
(10+x) (10+x) = 100+x2+20x (10.10=100, 10.x=10x, x.x=x2, x..10=10x)
(10—x) (10—x) = 100+x2—20x
(10+x) (10—x) = 100—x2 (10.10=100, X.10=10X, —x.10=-10x, x. (—x)=-x2)
(10+x) (x-10) = x2 — 100
(10+2 /3 x) (3-6x) = 30-4x2 _ 58x (10.3=30, 2 / 3 x. 3=2x, - 6x. 10=-60x, - 6x.2/3 x=4x2)

Rasyonel ve İrrasyonel sayıların kökünü iki kat yapmak (varak 17) Bu bölümde verilen örnekler modern notasyonla şöyledir:

2. $\sqrt{16}$ = ?, 2.2=4,4.16=64, $\sqrt{64}$ = 8,2. $\sqrt{16}$ = 8
$\sqrt{9/2}$=?,(1/2)(1/2) = 1/4,(1/4).9 = 2 (1/4) = 1 (1/2) = $\sqrt{9/2}$
(2/3). $\sqrt{9}$ = ?, (2 /3) (2 /3) = 4/9, (4 /9). 9 = 4, $\sqrt{4}$ = 2= (2/3). $\sqrt{9}$
$\sqrt{9}$. $\sqrt{4}$ = ? , 9.4 = 36, $\sqrt{36}$ = 6 = $\sqrt{9}$. $\sqrt{4}$
$\sqrt{10}$. $\sqrt{3}$ = ?, 10.3 = 30, $\sqrt{30}$ = $\sqrt{10}$. $\sqrt{3}$
2$\sqrt{10}$. ($\sqrt{5/2}$) = ?, $\sqrt{40}$. $\sqrt{1 1/4}$,40.1 1/4 = 50, $\sqrt{50}$=2 $\sqrt{10}$. $\sqrt{5/2}$

Bölme için verdiği örnekler:

$\sqrt{9}$/ $\sqrt{4}$ = ?, 9/4=2 1/4, $\sqrt{2\ 1/4}$= 1 1/2 = $\sqrt{9}$/$\sqrt{4}$
$\sqrt{10}$/$\sqrt{2}$ = ?, 10 /2 = 5, $\sqrt{5}$ = $\sqrt{10}$/$\sqrt{2}$
2$\sqrt{20/3}$-$\sqrt{6}$,2 $\sqrt{20}$ = $\sqrt{80}$ $\sqrt{6}$ = $\sqrt{54}$. $\sqrt{80}$/$\sqrt{54}$ = $\sqrt{1\ 1/4+3/9}$=
2$\sqrt{20/3}$ $\sqrt{6}$

Çıkarma için verdiği örnekler:

$\sqrt{9}-\sqrt{4}=$?, 9+4=13, 9.4=36, $\sqrt{36}=6$, 2.6=12, 13-12=1 $\sqrt{9}-\sqrt{4}$
$\sqrt{18}-\sqrt{8}$ =?, 26-24=2, $\sqrt{2}=\sqrt{18}-\sqrt{8}$

22. varaktan itibaren altı mesele başlığı altında tekrar müfred ve katışık denklemler ele alınmaktadır.

Birinci mesele x2=x, ikinci mesele $x^2=c$ (örnek, x, 10-x, $x.x=x^2$, 10.10=100=2.62 + 1/4, 10.10=x.x, x^2. (6+1/4) = $6x^2$ $+x^2$ /4=100, x^2 = 16, x=4), üçüncü mesele bx=c {10-x > x, $\frac{10-x}{x}$ = 4, 4. x = 10-x, 5x = 10, x=2}, dördüncü mesele $x^2+bx=c$ (örnek, 10 sayısını iki kısma böl, kısımlardan küçük olanı 9 ile çarp, büyük olanı kendi kendisiyle çarp: x.x=x2, (10-x). 9=9Ö-9x=x2, $x^2+9x=90$), beşinci mesele $x^2+c=bx$ (x. (10-x) = 21, 10x-x2 = 21, x2+21 = 10x, çözüm: 10/2=5, 5.5=25, 25-21=4, $\sqrt{4}$ = 2, 5-2 = 3 = x, 10-3=7, 5+2=7), altıncı mesele $bx+c=x^2$ dir.

Metinin burada tahlil edilen ilk 50 sayfasından anlaşıldığı gibi Abû Kâmil'in cebiri de retorik safhadadır, sembol ve formülle karşüaşmıyoruz. Çözüm yollan daima belli tiplere indirgendiğinden, bu çözümlerde genel bir çözüm ve formül düşüncesinin bulunduğu sonucu çıkardabilir. Geometrik açıklamalar denklem çözümlerinin doğruluğunun ispatından ibarettir.