S.Ü. Müh.-Mim. Fak. Derg., c.23, s.1, 2008
J. Fac.Eng.Arch. Selcuk Univ., v.23, n.1, 2008

JEODEZİDE KULLANILAN BAZI KOORDİNAT DÖNÜŞÜMLERİNİN PROGRAMLANMASI

Fuat BAŞÇİFTÇİ[1], **Cevat İNAL**[2]
[1]*Selçuk Üniversitesi, Kadınhanı Faik İÇİL Meslek Yüksekokulu, KONYA*
[2]*Selçuk Üniversitesi, Jeodezi ve Fotogrametri Müh. Bölümü, 42031, KONYA*
fuatbasciftci@selcuk.edu.tr[1], cevat@selcuk.edu.tr[2]

ÖZET: Jeodezik uygulamalarda koordinat dönüşümü yaygın olarak kullanılmaktadır. Koordinat dönüşümü ile bir koordinat sisteminde koordinatları belli olan noktaların başka bir koordinat sistemindeki koordinatları hesaplanabilmektedir. Hesap yüzeyinin şekli, dönüşümün amacı ve her iki sistemde koordinatları bilinen ortak nokta sayısına göre farklı dönüşüm yöntemleri kullanılabilmektedir. Çoğunlukla iki boyutlu dönüşümde Benzerlik (Helmert), Afin, Projektif dönüşüm yöntemleri, üç boyutlu dönüşümde ise Bursa-Wolf modeli kullanılmaktadır. Dönüşümlerde ortak noktaların nokta konum duyarlıkları da dikkate alınabilmektedir. Bu çalışmada, iki ve üç boyutlu dönüşümün nokta konum duyarlıklı ve duyarlıksız yapılabileceği DELPHI programlama dilinde bir program geliştirilmiştir. Programla ortak noktaların her iki sistem koordinatları kullanılarak uyuşumsuz nokta testi yapılabilmekte, uyuşumlu noktalara göre dönüşüm parametreleri belirlenebilmekte ve bu parametreler kullanılarak 1. sistemde koordinatları bilinen noktaların 2. sistem koordinatları hesaplanabilmektedir.

Anahtar kelimeler: Koordinat Dönüşümü, Benzerlik, Afin, Projektif, Programlama, Bursa-Wolf.

Programming of Transformations Used in Geodesy

ABSTRACT: Coordinate transformation is widely used in geodetic application. By a coordinate transformation process, position of a point with known coordinates in one coordinate system is transformed into a different coordinate system. In a coordinate transformation it is chosen some different coordinate transformation methods according to shape of computation surface, aim of transformation and amount of the points with known coordinates in both coordinate systems. For two dimensional transformation, it become common to use Helmert (similarity) and Affine transformation, in 3 dimensional transformations, Bursa-Wolf transformation model is used. In transformation, positional precision of points with known coordinates in both coordinate systems can be taken into consideration as well. In this study, A DELPHI computer program were developed that it is capable of performing 2 and 3 dimensional transformations with and without positional precision of known points. The program using common points with known positions in both coordinate systems is capable of performing point agreement tests and it computes points coordinates known in the first coordinate system in the second coordinate system after the computation of transformation parameters with respect to points passed agreement test.

Key Words: Coordinate Transformation, Similarity, Afine, Projective, Programming, Bursa-Wolf.

GİRİŞ

Yeryüzünde insanların hayatını kolaylaştırmak ve düzenlemek için çok çeşitli sayıda ve büyüklükte mühendislik projeleri yapılmaktadır. Bir mühendislik projesinin amacına uygun oluşturulması ve kullanılabilmesi için etrafındaki diğer projelerle bağlantılı olması ve yeryüzündeki konumunun belirlenmesi gereklidir. Bu nedenle yeryüzünün her bölgesi için yapılacak çalışmalarla ilgili tek anlamlı farklı koordinat sistemleri tanımlanmıştır. Tanımlanan farklı koordinat sistemlerine dayalı olarak oluşturulan projelerin daha sonra birbirleriyle ilişkilendirilmesi için bir koordinat sisteminde elde edilen koordinatın diğer bir koordinat sistemindeki değerinin hesaplanması gerekmektedir (Uzun, 2003).

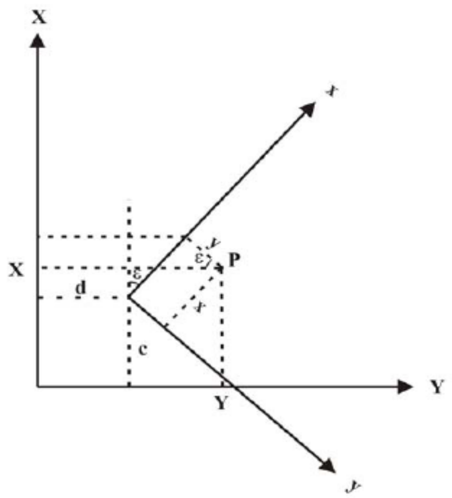
Bir koordinat sisteminde verilmiş ya da hesaplanmış nokta koordinatlarının başka sistemdeki karşılıklarının bulunması işlemine **"koordinat dönüşümü"** denir. Farklı bir koordinat sisteminde yapılmış haritaların yeni seçilen bir sisteme göre yeniden çizilmesinde, seçilmiş bir eksen sisteminin yanlış belirlenmesi ve buna bağlı olarak doğru sistemdeki karşılıklarının bulunmasında, deformasyon araştırmasında datum farklılığının giderilmesinde, AGA noktalarının ve ED50 datumundaki koordinatların TUTGA sistemindeki karşılıklarının hesaplanmasında, fotogrametride; alet koordinatlarından resim koordinatlarına, resim koordinatlarından arazi koordinatlarına ya da piksel koordinatlarından fotoğraf koordinat sistemine geçişte koordinat dönüşümü uygulanır. Yapılacak dönüşümlerin sonucunda noktaların fiziksel yerlerinde herhangi bir değişiklik olmaz. Sadece noktaların koordinatları bir sistemden diğerine dönüştürülür. Koordinat dönüşümü iki ya da üç boyutlu yapılabilir.

İKİ BOYUTLU DÖNÜŞÜMLER

İki boyutlu dönüşümde xy sistemindeki koordinatlar XY sistemine bilinen, ya da yeteri kadar eşlenik nokta koordinatlarından yararlanarak hesaplanan, dönüşüm parametreleri yardımıyla dönüştürülür. Dönüşümde, amaca ve her iki sistemde koordinatları belli nokta sayısına göre benzerlik, afin, projektif dönüşüm yöntemlerinden birisi kullanılır.

Benzerlik Dönüşümü

Bir dönüşümde; dönüşümden sonra oluşan geometrik şekiller benzerliğini koruyorsa buna benzerlik dönüşümü denir. Benzerlik dönüşümünde; düzgün geometrik şekillerin alanları aynı oranda küçülür ya da büyür, şekiller dönüşümden sonra esas şekle benzer, açıların mutlak değerleri değişmez kalır (Pektekin,1989). Sonuçta elde edilen yeni koordinatlar (X, Y) ile hesaplanan semt açıları ve kenar uzunlukları eski sistem (x, y) koordinatları ile hesaplanan değerlere göre farklıdır. Ancak şekiller önceki şeklin benzeridir, dolayısıyla kırılma açıları korunmaktadır (Tanık, 2003).



Şekil 1. İki boyutlu benzerlik dönüşümü.
Figure 1. *2D similarity transformation.*

Şekil 1 deki;
x, y : 1. Sistemin koordinatları
X, Y : 2. Sistemin koordinatları
ε : İki koordinat sistemi arasındaki dönüklük açısı
c, d : Öteleme elemanları
m : Ölçek faktörü

Şekil 1′ de iki dik koordinat sistemi ve bir P noktasının her iki sistemdeki koordinatları gösterilmiştir. Bu noktanın her iki sistemdeki koordinatları arasında,

$$X = x.m.\cos\varepsilon - y.m.\sin\varepsilon + c$$
$$Y = x.m.\sin\varepsilon + y.m.\cos\varepsilon + d \qquad (1)$$

eşitlikleri yazılabilir.

$$a = m\cos\varepsilon\ , \qquad b = m\sin\varepsilon \qquad (2)$$

denirse, benzerlik dönüşümünün eşitlikleri

$$X = a.x - b.y + c$$
$$Y = a.y + b.x + d \qquad (3)$$

olur. Eşitlikteki a, b, c, d katsayıları dönüşüm parametreleri olarak isimlendirilir. Bu dönüşümde m ölçek katsayısı ve iki dik koordinat sistemi arasındaki ε dönüklüğü, parametreler cinsinden;

$$m = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$\tan \varepsilon = \frac{a}{b} \tag{4}$$

olur (Tanık, 2003; Mikhail ve Weerawong, 1997).

Helmert dönüşümü olarak da bilinen Benzerlik dönüşümünde 1 ölçek, 1 dönüklük ve 2 öteleme olmak üzere toplam dört parametre vardır (Mitsakaki, 2004). Dört parametrenin çözümü için bu dört parametreye karşılık gelen her iki sistemde koordinatları bilinen en az iki ortak noktaya ihtiyaç vardır. Ortak nokta sayısının ikiden fazla olması durumunda dönüşüm parametreleri bir parametre kestirim (EKK) yöntemine göre hesaplanır. Nokta sayısının üç ya da daha fazla olması durumunda (3) eşitlikleri kullanılarak nokta sayısının iki katı kadar düzeltme denklemi yazılabilir (Yaşayan, 1978).

$$\begin{aligned} ax_1 - by_1 + c &= X_1 + V_{X_1} \\ ay_1 + bx_1 + d &= Y_1 + V_{Y_1} \\ &\dots \\ &\dots \\ ax_n - by_n + c &= X_n + V_{X_n} \\ ay_n + bx_n + d &= Y_n + V_{Y_n} \end{aligned} \tag{5}$$

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n & -y_n & 1 & 0 \\ y_n & x_n & 0 & 1 \end{bmatrix}_{2nx4}$$

$$X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}_{4x1} \quad l = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \dots \\ \dots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}_{2nx1} \quad V = \begin{bmatrix} V_{X_1} \\ V_{Y_1} \\ \dots \\ \dots \\ V_{X_n} \\ V_{Y_n} \end{bmatrix}_{2nx1} \tag{6}$$

Bilinmeyenler matrisi X;

$$N = A^T PA, \quad n = A^T Pl \text{ olmak üzere}$$
$$X = N^{-1} n \tag{7}$$

eşitliği ile hesaplanır. Bilinmeyenler bulunduktan sonra;

$$V = AX - l \tag{8}$$

eşitliğinden ortak nokta koordinatlarına getirilecek düzeltmeler hesaplanır. Dolaylı ölçüler dengelemesine göre birim ölçünün ortalama hatası ya da x, y ortak koordinatlarından herhangi birinin ortalama hatası;

$$m_0 = m_x = m_y = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{2n-4}} \tag{9}$$

ve bir P noktasının konum hatası;

$$m_p = \pm m_0\sqrt{2} = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{n-2}} \tag{10}$$

ile hesaplanır.

Dönüşümde kullanılan noktaların koordinat duyarlıkları (m_x, m_y) biliniyorsa, hem birinci hem de ikinci sistemdeki koordinatları bir takım hatalar içerdiğinden (3) eşitliği;

$$\begin{aligned} &F(x, y, X, Y) = a(x + V_x) - \\ &b(y + V_y) + c - (X + V_X) = 0 \\ &G(x, y, X, Y) = b(x + V_x) + \\ &a(y + V_y) + d - (Y + V_Y) = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

şeklinde yazılabilir. (11) eşitliklerini lineer hale getirmek için değişkenlere kısmi türev alınır.

$$\begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial x} = a \quad \frac{\partial F}{\partial y} = -b \quad \frac{\partial F}{\partial X} = -1 \\ &\frac{\partial F}{\partial a} = x \quad \frac{\partial F}{\partial b} = -y \quad \frac{\partial F}{\partial c} = 1 \\ &\frac{\partial G}{\partial x} = b \quad \frac{\partial G}{\partial y} = a \quad \frac{\partial G}{\partial Y} = -1 \\ &\frac{\partial G}{\partial a} = y \quad \frac{\partial G}{\partial b} = x \quad \frac{\partial G}{\partial d} = 1 \end{aligned} \tag{12}$$

(12) eşitliklerindeki kısmi türevler kullanılarak her bir nokta için (11) eşitliği matris gösteriminde aşağıdaki gibi ifade edilir (İnal ve Turgut, 2001).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_0 & -b_0 & -1 & 0 \\ b_0 & a_0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_{B} \underbrace{\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_X \\ V_Y \end{bmatrix}}_{V} + \underbrace{\begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \\ d_d \end{bmatrix}}_{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} X-(a_0x-b_0y+c_0) \\ Y-(b_0x+a_0y+d_0) \end{bmatrix}}_{K} \quad (13)$$

Çözüm için aşağıdaki yol izlenir.

- Noktaların koordinat duyarlıkları dikkate alınmadan benzerlik dönüşümü yapılır. a_0, b_0, c_0, d_0 dönüşüm parametreleri hesaplanır. Hesaplanan parametreler 1. iterasyon için B, W ve K matrisinin hesabında kullanılır.
- Ağırlık katsayıları matrisi Q hesaplanır.

$$Q = \frac{1}{\sigma_0^2} \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & & & & & \\ & \sigma_{y_1}^2 & & & & \\ & & \sigma_{X_1}^2 & & & \\ & & & \sigma_{Y_1}^2 & & \\ & & & & . & \\ & & & & & . \end{bmatrix} \quad (14)$$

- Ağırlık matrisi (W), bilinmeyenler vektörü (X) ve düzeltmeler vektörü (V);

$$\begin{aligned} W &= (BQB^T)^{-1} \\ X &= (A^TWA)^{-1}A^TWK \\ V &= AX-K \end{aligned} \quad (15)$$

eşitlikleriyle hesaplanır. 1. iterasyon sonucu hesaplanan parametreler kullanılarak yeniden B, W ve K matrisleri oluşturulur. Hesaplanan parametreler arasında fark görülmeyinceye kadar tekrarlanır (Wolf and Ghilani, 1997; İnal ve Turgut, 2001).).

Afin Dönüşümü

Düzlem koordinatlarının dönüştürülmesinde jeodezide genellikle benzerlik dönüşümü kullanılmasına rağmen fotogrametri ve kartoğrafyada durum aynı değildir, çünkü film, kâğıt veya benzeri maddeler deformasyona uğradıkları zaman her iki eksen boyunca bozulmalar aynı olmaz. Bu durumda afin dönüşümü tercih edilir (Kılıçoğlu, 1995; Turgut ve İnal, 2003; Başçiftçi ve diğ., 2004).

Afin dönüşümü x ve y yönlerinde farklı ölçek içermesi ve koordinat eksenlerinin dik olmaması bakımından benzerlik dönüşümünden farklıdır (Wolf ve Dewitt, 2000). Belirli bir yönde ölçek sabittir. Ancak yön değişirse ölçekde değişir. Paralel doğrular dönüşümden sonra yine paraleldir. Açılar ise dönüşümden sonra değişirler (Yaşayan, 1978).

Afin dönüşümünde x ve y koordinat eksenleri yönünde 2 ölçek faktörü, 2 öteleme ve 2 dönüklük olmak üzere toplam altı parametrenin çözümü için her iki sistemde koordinatları bilinen üç ortak noktaya ihtiyaç vardır. Ortak nokta sayısının üçten fazla olması durumunda dönüşüm parametreleri en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile hesaplanır (İnal ve Turgut, 2001).

Afin dönüşümünde iki ayrı koordinat sistemi arasındaki ilişki;

$$\begin{aligned} X &= ax+by+c \\ Y &= dx+ey+f \end{aligned} \quad (16)$$

eşitlikleriyle ifade edilir. En küçük kareler yöntemine göre dengelemeli çözüm için (16) eşitlikleri kullanılarak nokta sayısının iki katı kadar düzeltme denklemi yazılır.

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 & y_1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_n & y_n & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}_{2nx6}$$

$$;X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix}_{6x1} \quad ;L = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ X_n \\ Y_n \end{bmatrix}_{2nx1} \quad ;V = \begin{bmatrix} V_{X_1} \\ V_{Y_1} \\ \cdots \\ \cdots \\ V_{X_n} \\ V_{Y_n} \end{bmatrix}_{2nx1} \quad (17)$$

Dönüşüm parametreleri (7) eşitliği ile hesaplanır. Dolaylı ölçüler dengelemesine göre bir ölçünün – bir koordinatın - ortalama hatası;

$$m_0 = m_x = m_y = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{2n-6}} \qquad (18)$$

ve bir P noktasının konum hatası;

$$m_p = \pm m_0\sqrt{2} = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{n-3}} \qquad (19)$$

ile hesaplanır.

Dönüşümde kullanılan noktaların koordinat duyarlıkları (m_x, m_y) biliniyorsa (16) eşitliğinden yararlanılarak benzerlik dönüşümündeki yol izlenir.

Dönüşüm parametrelerinin hesabı için (20) denklemi her nokta için yazılır. (14) ve (15) eşitlikleri kullanılarak iterasyonla çözüm yapılır (Wolf and Ghilani, 1997).

$$\begin{bmatrix} a_0 & -b_0 & -1 & 0 \\ d_0 & e_0 & 0 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_X \\ V_Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d_a \\ d_b \\ d_c \\ d_d \\ d_e \\ d_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X-(a_0x+b_0y+c_0) \\ Y-(d_0x+e_0y+f_0) \end{bmatrix} \qquad (20)$$

$$\begin{aligned} F(x,y,X,Y) &= a(x+V_x)+b(y+V_y)+c-(X+V_X)=0 \\ G(x,y,X,Y) &= d(x+V_x)+e(y+V_y)+f-(Y+V_Y)=0 \end{aligned} \qquad (21)$$

$$\begin{aligned} F &= X = \frac{a_1x+b_1y+c_1}{a_3x+b_3y+1} \\ G &= Y = \frac{a_2x+b_2y+c_2}{a_3x+b_3y+1} \end{aligned} \qquad (22)$$

$$A = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial X}{\partial a_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial X}{\partial b_1}\right)_0 & \left(\frac{\partial X}{\partial c_1}\right)_0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial X}{\partial a_3}\right)_0 & \left(\frac{\partial X}{\partial b_3}\right)_0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial Y}{\partial a_2}\right)_0 & \left(\frac{\partial Y}{\partial b_2}\right)_0 & \left(\frac{\partial Y}{\partial c_2}\right)_0 & \left(\frac{\partial Y}{\partial a_3}\right)_0 & \left(\frac{\partial Y}{\partial b_3}\right)_0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} da_1 \\ db_1 \\ dc_1 \\ da_2 \\ db_2 \\ dc_2 \\ da_3 \\ db_3 \end{bmatrix}_{8x1} \quad ; \quad \mathrm{L} = \begin{bmatrix} X_1 - X_{01} \\ Y_1 - Y_{01} \\ X_2 - X_{02} \\ Y_2 - Y_{02} \\ \ldots \\ \ldots \\ X_n - X_{0n} \\ Y_n - Y_{0n} \end{bmatrix}_{2nx1} \qquad (23)$$

$$\begin{aligned} &\frac{\partial X}{\partial a_1} = \frac{x}{a_3x+b_3y+1}, \quad \frac{\partial X}{\partial b_1} = \frac{y}{a_3x+b_3y+1}, \quad \frac{\partial X}{\partial c_1} = \frac{1}{a_3x+b_3y+1} \\ &\frac{\partial Y}{\partial a_2} = \frac{x}{a_3x+b_3y+1}, \quad \frac{\partial Y}{\partial b_2} = \frac{y}{a_3x+b_3y+1}, \quad \frac{\partial Y}{\partial c_2} = \frac{1}{a_3x+b_3y+1} \\ &\frac{\partial X}{\partial a_3} = -\frac{a_1x+b_1y+c_1}{(a_3x+b_3y+1)^2}x, \quad \frac{\partial X}{\partial b_3} = -\frac{a_1x+b_1y+c_1}{(a_3x+b_3y+1)^2}x \\ &\frac{\partial Y}{\partial a_3} = -\frac{a_2x+b_2y+c_2}{(a_3x+b_3y+1)^2}x, \quad \frac{\partial Y}{\partial a_3} = -\frac{a_2x+b_2y+c_2}{(a_3x+b_3y+1)^2}y \end{aligned} \qquad (24)$$

Projektif Dönüşüm

Projektif dönüşüm daha genel bir dönüşüm türü olup, afin dönüşüm projektif dönüşümün bir alt grubunu oluşturur. Bir düzlemden diğer bir düzleme yapılan izdüşümler yardımıyla iki boyutlu projektif dönüşüm tanımlanabilir. İki düzlem birbirine paralel olabilir ya da kesişebilirler (Yaşayan, 1978).

Projektif dönüşümde sekiz parametrenin çözümü için her iki sistemde koordinatları bilinen en az dört eşlenik noktaya ihtiyaç duyulmaktadır. Ortak nokta sayısının dörtten fazla olması durumunda dönüşüm parametreleri en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile hesaplanır. Projektif dönüşümde iki ayrı koordinat sistemi arasındaki ilişki (21 – 22 – 23 – 24) eşitlikleriyle ifade edilir. En küçük kareler yöntemine göre dengelemeli çözüm için nokta sayısının iki katı kadar düzeltme denklemi yazılır ve bilinmeyenlere göre kısmi türev alınarak lineer hale getirilerek katsayılar matrisi (A) hesaplanır (İnal ve Turgut, 2001).

Değişkenlere göre kısmi türevler aşağıdaki gibidir:

- A katsayılar matrisinin hesabı için dönüşüm parametrelerinin yaklaşık değerlerine ihtiyaç vardır. Yaklaşık değerlerin hesabı için önce afin dönüşümü yapılır. $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ katsayıları hesaplanır. $a_3 = b_3 = 0$ alınarak projektif dönüşüm yapılır. Dönüşüm parametrelerinin yeni değerleri hesaplanır. Dönüşüm parametrelerinin son değerleri iterasyonla belirlenir (İnal ve Turgut 2001).
- Dönüşüm parametrelerinin son değerlerinin bulunmasından sonra ortak noktaların koordinatlarına getirilecek düzeltmeler hesaplanır. Hesap sonunda $[V_X] = 0,\ [V_Y] = 0$ olmalıdır. Dolaylı ölçüler dengelemesine göre bir ölçünün – bir koordinatın – ortalama hatası,

$$m_0 = m_x = m_y = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{2n-8}} \qquad (25)$$

ve bir P noktasının konum hatası;

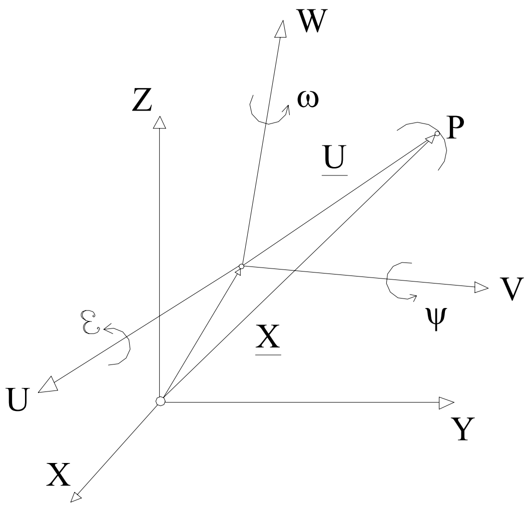
$$m_p = \pm m_0\sqrt{2} = \pm\sqrt{\frac{\left[V_x^2 + V_y^2\right]}{n-4}} \qquad (26)$$

ile hesaplanır.

ÜÇ BOYUTLU DÖNÜŞÜMLER

Uydu ölçmelerinin son yıllarda getirdiği kolaylıklar sadece mutlak koordinatların elde edilmesiyle kalmamış, özellikle bağıl konumlamadaki yüksek hassasiyet ile üç boyutlu konumlamada, ülke jeodezik ağlarının iyileştirilmesi ve nokta sıklaştırılması çalışmalarında da büyük kolaylıklar sağlamıştır. Doğal olarak uydu gözlemleri ile elde edilen verilerle, yersel verilerin ortak bir sistemde değerlendirilmesi gerekir.

Dönüşümün gerçekleşmesi için her iki sistem arasındaki dönüşüm parametrelerinin hassas olarak belirlenmesi, bilinmeyen parametrelerin sayısından daha fazla veri içeren ortak noktalar ile dönüşümün yapılması gerekir. Bir koordinat sisteminden diğer sisteme dönüşüm ölçek, dönüklük ve öteleme parametreleriyle gerçekleşir. Dönüşüm için çok sayıda yöntem geliştirilmiştir. (Üstün, 1996). Bu çalışmada üç boyutlu benzerlik dönüşümünün (Bursa-Wolf modelinin) açıklaması yapılmaktadır.



Şekil 2. Üç boyutta benzerlik dönüşümü.
Figure 2. *3D coordinate transformation.*

Bursa - Wolf Modeli

Üç boyutlu benzerlik, üç boyutlu konformal, üç boyutlu helmert veya 7 parametreli dönüşüm (Featherstone, 1996) olarak bilinen Bursa-Wolf (Bursa, 1962; Wolf, 1963) modelinde üç adet öteleme (X_0, Y_0, Z_0), üç adet dönme ($\varepsilon, \psi, \omega$) ve bir adet ölçek ($1+\Delta$) olamk üzere yedi parametre vardır (Singh, 2002). İki sisteme ait koordinat vektörleri arasındaki ilişki;

$$\underline{X} = \underline{X_0} + (1+\Delta)\underline{RU} \quad (27)$$

ile verilir (Üstün, 1996).

$\underline{X}$:Noktaların 1. sistemdeki (X,Y,Z) koordinatları

$\underline{U}$:Noktaların 2. sistemdeki(U,V,W) koordinatları

$(1+\Delta)$:İki sistem arasındaki ölçek faktörü

$\underline{X_0}$:İki sistemin başlangıç noktalarını çakıştırmak için gerekli olan öteleme parametrelerinden oluşan öteleme vektörü

$\underline{R}$:İki sistemin yöneltmesini çakıştırmak için üç dönüklük parametresini içeren dönme matrisi

$\underline{R}$ dönüklük matrisi ardışık olarak gerçekleşen üç dönüklüğün bir sonucudur ve $\underline{R}$ dönüklük matrisini (28) elde ederiz.

Jeodezik uygulamalarda $\underline{X}$ ve $\underline{U}$ sistemleri arasındaki dönmeler küçük olduğundan (28) eşitliği basitleştirilebilir ve;

$$\underline{R} = \underline{I} + \underline{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \omega & -\psi \\ -\omega & 0 & \varepsilon \\ \psi & -\varepsilon & 0 \end{bmatrix} \quad (29)$$

olarak yazılabilir (Ünal, 1994).

Her bir nokta üç koordinat bileşeninden oluştuğuna göre her nokta için;

$$\begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix} + (1+\Delta)\underline{R}\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

denklemi yazılabilir. (29) ‘ u (30)’ da yerine koyarsak;

$$\underline{X_0} + (1+\Delta)(\underline{I} + \underline{Q})\underline{U} - \underline{X} = 0 \quad (31)$$

elde edilir ve denklem açılıp ölçek ve dönüklüğe bağlı ikinci terimler ihmal edilirse;

$$\underline{X_0} + \underline{QU} + (1+\Delta)\underline{U} - \underline{X} = 0 \quad (32)$$

olarak yazılabilir. Her bir P_i noktası için (32) eşitliği yazılabilir. Genel dengeleme modeli;

$$\underline{A}v + \underline{B}x + w = 0 \quad (33)$$

olarak alınır. Burada;

$$A = \left.\frac{\partial F}{\partial L}\right|_{L_0, X_0} \quad B = \left.\frac{\partial F}{\partial X}\right|_{L_0, X_0} \quad w = F(L_0, X_0) \quad (34)$$

olarak alınır. Bilinmeyenlerin yaklaşık değerlerinin hepsinin sıfır seçilmesiyle her P_i noktası için;

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\omega & \cos\varepsilon\sin\omega + \sin\varepsilon\sin\psi\cos\omega & \sin\varepsilon\sin\omega - \cos\varepsilon\sin\psi\cos\omega \\ -\cos\psi\sin\omega & \cos\varepsilon\cos\omega - \sin\varepsilon\sin\psi\sin\omega & \sin\varepsilon\cos\omega + \cos\varepsilon\sin\psi\sin\omega \\ \sin\psi & -\sin\varepsilon\cos\psi & \cos\varepsilon\cos\psi \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_U \\ V_V \\ V_W \\ V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & U & 0 & -W & V \\ 0 & 1 & 0 & V & W & 0 & -U \\ 0 & 0 & 1 & W & -V & U & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_0 \\ dy_0 \\ dz_0 \\ d\Delta \\ d\varepsilon \\ d\psi \\ d\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U-X \\ V-Y \\ W-Z \end{bmatrix} = 0 \quad (35)$$

yazılır ve datum parametreleri ($dx_0, dy_0, dz_0, d\Delta, d\varepsilon, d\psi, d\omega$) en küçük kareler yöntemine göre bulunur.

DÖNÜŞÜMLERİN PROGRAMLANMASI

Transformatör olarak adlandırılan program yardımıyla iki ve üç boyutlu koordinat dönüşümü yapılabilmekte ve uyuşumsuz noktalar ayıklanabilmektedir. Program için Delphi programlama dili kullanılmıştır.

Delphi

Delphi, kendine dil olarak Object Pascal' ı seçmiş olan, görsel olarak uygulama geliştirmenin yapılabileceği, C++' ın gücüne ve Visual Basic' in kolaylığına sahip, Inprise' ın (eski adıyla Borland) bileşen teknolojisini kullanan, 32-bit derleyici olan, Windows 95, Windows 98 ve Windows NT altında çalışan ve yine bu ortamlarda programlar üretebilen bir uygulama geliştirme aracıdır. Delphi' nin en güçlü yanlarında biri de Windows API fonksiyonlarının tümüne rahatlıkla ulaşılabiliyor olmasıdır. Delphi ile Windows API fonksiyonları rahatlıkla çağrılabilmekte ve bu sayede çok güçlü ve hızlı programlar üretilebilmektedir.

Delphi programlama dili; görsel uygulama geliştirme ortamı, 32-bit derleyici, nesneye yönelik Object Pascal programlama dili, ölçeklenebilir veritabanı erişimi, bileşen teknolojisi, Windows API fonksiyonlarını kullanabilmesi ve hızlı uygulama geliştirebilme gibi özelliklerinden dolayı tercih edilmektedir (Barengi, 2001).

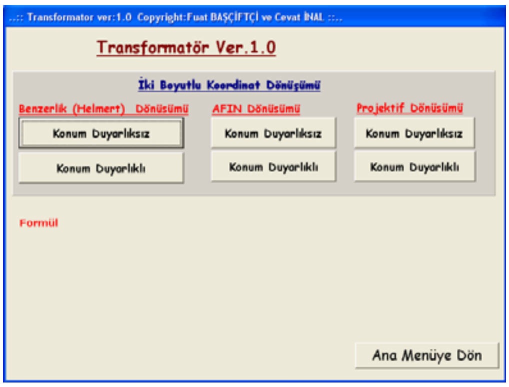
Geliştirilen Uygulama Programının Tanıtılması

Programla iki boyutlu ve üç boyutlu koordinat dönüşüm yöntemlerine göre ortak noktaların her iki sistem koordinatları kullanılarak dönüşüm parametreleri hesaplanabilmekte, uyuşumsuz noktalar ayıklanabilmekte ve birinci sistemde koordinatları bilinen noktaların ikinci sistem koordinatları hesaplanabilmektedir. Şekil 3'de program başlangıç arayüzü ile görülmektedir.

Şekil 3'deki ekranda "**İki Boyutlu Koordinat Dönüşümleri**" butonuna basılması durumunda Benzerlik, Afin ve Projektif dönüşüm yöntemlerinin konum duyarlıksız ile konum duyarlıklı uygulamaları (Şekil 4) ile, "**Üç Boyutlu Koordinat Dönüşümleri**" butonuna basılması durumunda Üç Boyutlu Benzerlik dönüşüm yönteminin konum duyarlıksız ve konum duyarlıklı uygulamaları ile karşılaşılır (Şekil 5).

Şekil 3. Geliştirilen programının başlangıç arayüzü.

***Figure 3**. Introduction screen as a user Interface of the program.*



Şekil 4. İki boyutlu koordinat dönüşümleri arayüzü.

***Figure 4**. User interface of 2D coordinate transformation.*

Şekil 5. Üç boyutlu koordinat dönüşümleri arayüzü.

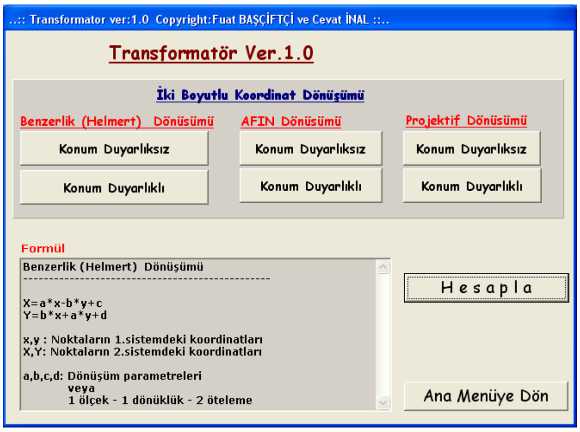
***Figure 5**. User interface of 3D coordinate transformation.*

Şekil 4’deki ekran konumunda, iki boyutlu koordinat dönüşüm yöntemlerden hangisi kullanılmak isteniyorsa, ilgili butona tıklanmakta ve ekrana dönüşümde kullanılacak formüllerinde yazılı olduğu arayüz gelmektedir (Şekil 6).

Üç boyutlu koordinat dönüşümünde ekran Şekil 5 konumunda iken dönüşüm yöntemi seçilir. Bu durumda kullanıcının karşısına dönüşümde kullanılan formüllerinde yazılı olduğu ekran görüntüsü gelmektedir (Şekil 9).

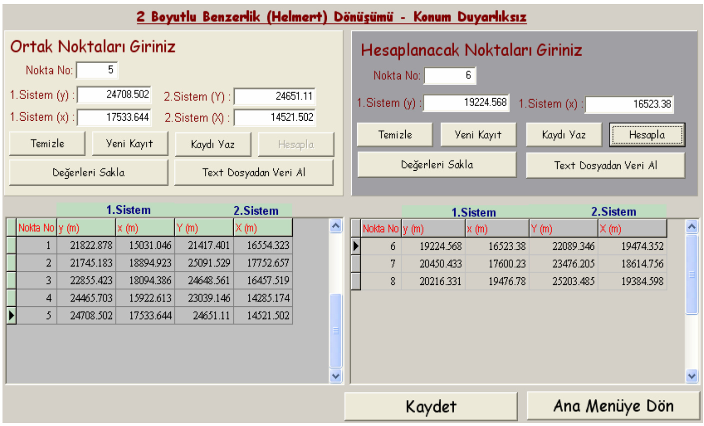
Ekran Şekil 6 konumunda iken “**Hesapla**” butonuna tıklanmak suretiyle Şekil 7’de konum duyarlıksız ya da Şekil 8’de konum duyarlıklı hesaplama arayüzleri ile karşılaşılır.

Ekran Şekil 9 konumunda iken “**Hesapla**” butonuna tıklanırsa istenilen dönüşüm türüne göre Şekil 10 ya da Şekil 11 deki hesaplama arayüzleri ile karşılaşılır.



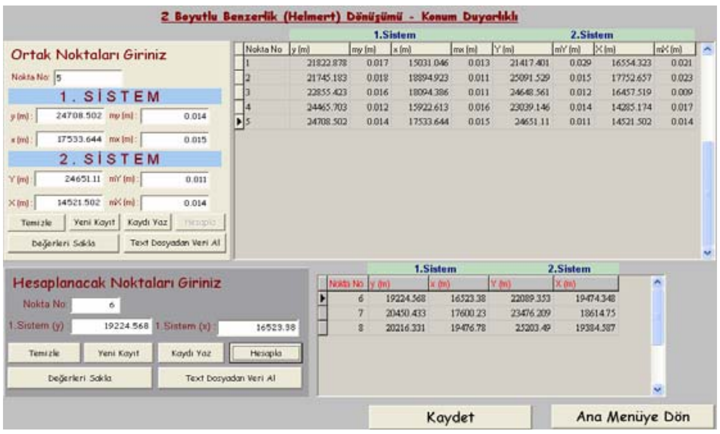
Şekil 6. İki boyutlu koordinat dönüşümleri konum duyarlıksız-konum duyarlıklı başlatma arayüzü.

Figure 6. *User interface for 2D coordinate transformation with and without positional precision.*



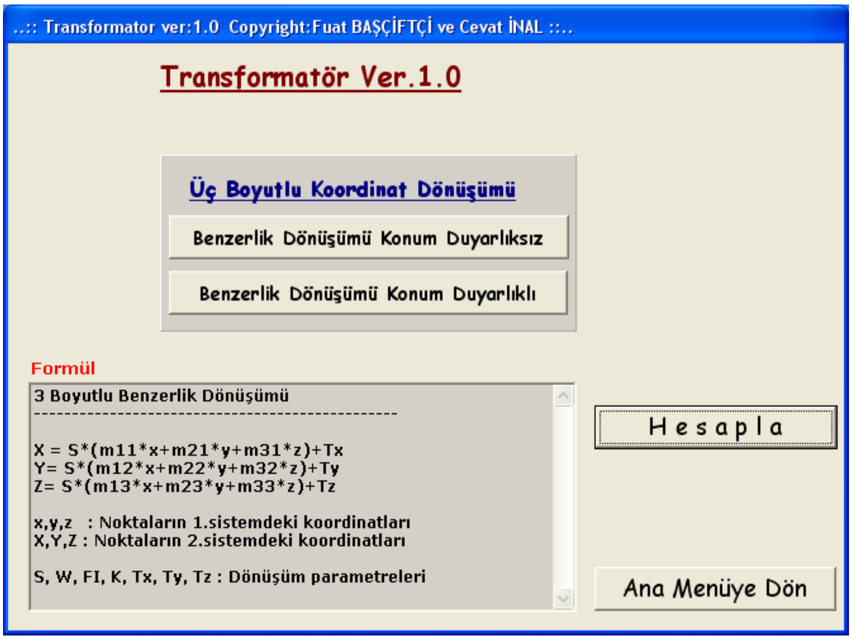
Şekil 7. İki boyutlu koordinat dönüşümleri konum duyarlıksız hesaplama arayüzü.

Figure 7. *User interface for the computation of 2D coordinate transformation without positional precision.*

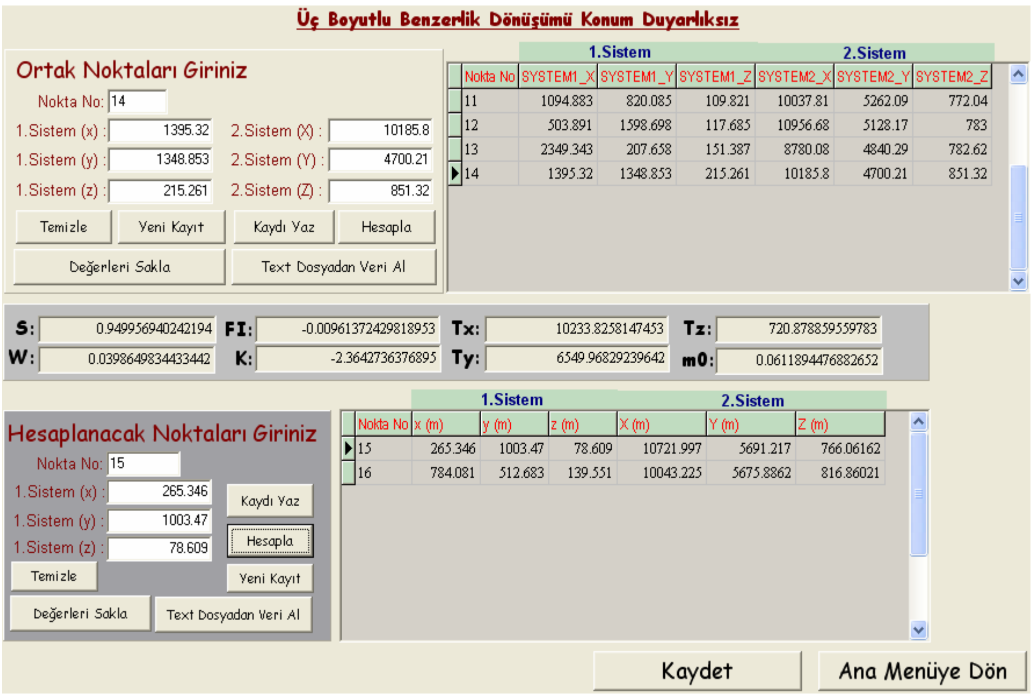


Şekil 8. İki boyutlu koordinat dönüşümleri konum duyarlıklı hesaplama arayüzü.

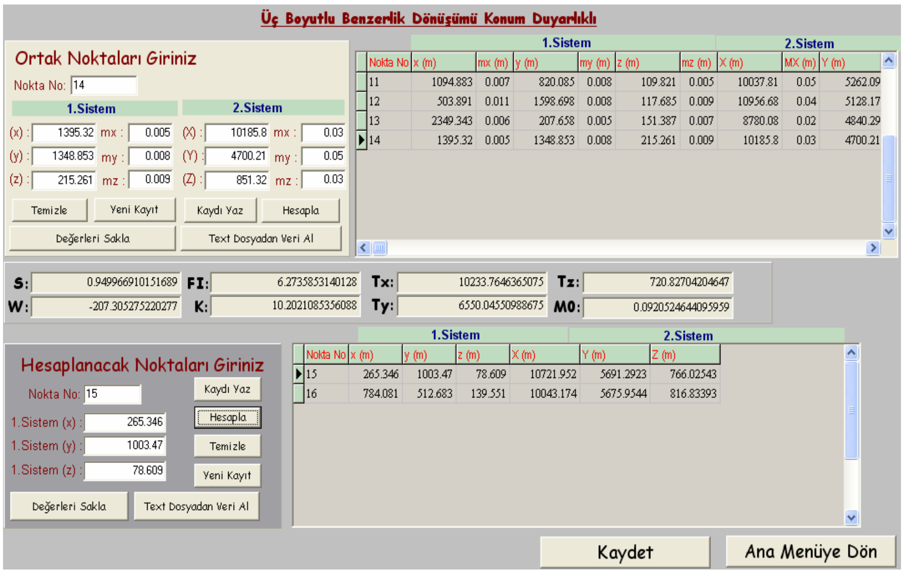
Figure 8. *User interface for the computation of 2D coordinate transformation with positional precision.*



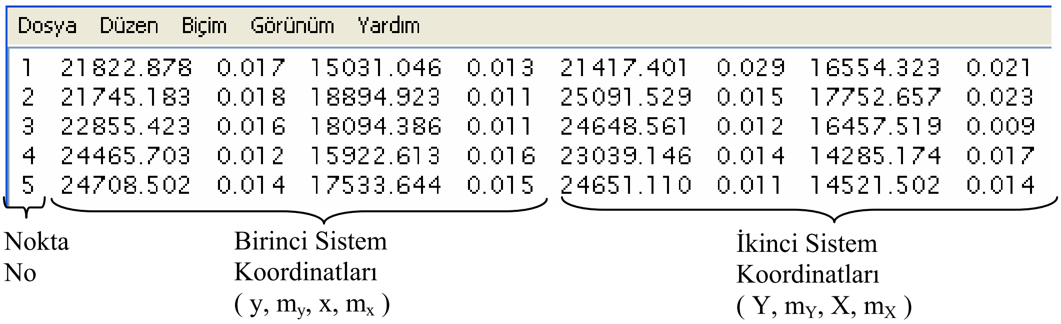
Şekil 9. Üç boyutlu benzerlik dönüşümü konum duyarlıksız-konum duyarlıklı başlatma arayüzü.
Figure 9*. The user interface for 3D similarty transformation with and without positional precision.*



Şekil 10. Üç boyutlu benzerlik dönüşümü konum duyarlıksız hesaplama arayüzü.
Figure 10*. The user interface for 3D similarty transformation without positional precision.*



Şekil 11. Üç boyutlu benzerlik dönüşümü konum duyarlıklı hesaplama arayüzü.
Figure 11. *The user interface for3D similarty transformation with positional precision.*



Dosya Düzen Biçim Görünüm Yardım

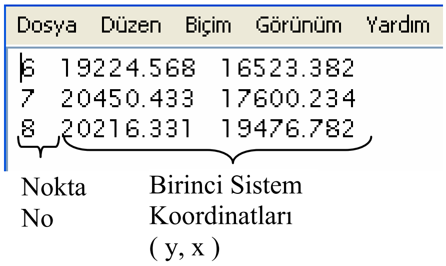
1	21822.878	0.017	15031.046	0.013	21417.401	0.029	16554.323	0.021
2	21745.183	0.018	18894.923	0.011	25091.529	0.015	17752.657	0.023
3	22855.423	0.016	18094.386	0.011	24648.561	0.012	16457.519	0.009
4	24465.703	0.012	15922.613	0.016	23039.146	0.014	14285.174	0.017
5	24708.502	0.014	17533.644	0.015	24651.110	0.011	14521.502	0.014

Şekil 12. İki boyutlu koordinat dönüşümleri konum duyarlıklı noktalara ait dosya yapısı.
Figure 12. *File structure of two dimentional coordinate transformation for the points with positional precision.*

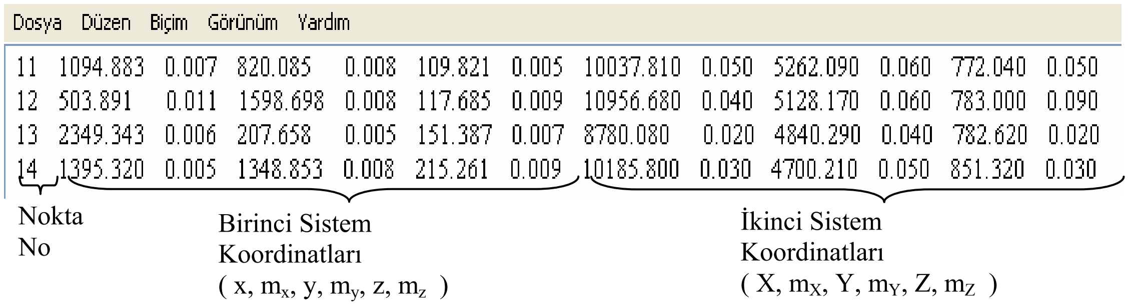
Programda veriler manuel olarak girilebileceği gibi Windows ortamında oluşturulan bir text dosyasından da girilebilir. Ortak noktalara ait veriler manuel olarak girilmek istenirse noktalara ait nokta numaraları; 1. sistem ve 2. sistem koordinatları ilgili yerlerine yazılır ve "**Kaydı Yaz**" butonu ile bir alt satıra geçilerek noktalara ait diğer veriler girilebilir. Arayüzlerdeki "**Temizle**" butonu ile girilen verilerin tamamı silinebilir, değerleri "**Sakla**" butonu ile manuel olarak girilen veriler text dosya alarak saklanabilir, "**Hesapla**" butonu ile dönüşüm parametreleri hesaplanabilmektedir. Hesaplanacak noktalara ait manuel veri girişi de ortak noktalarda anlatıldığı gibi yapılabilmektedir. Burada "**Hesapla**" butonu ile noktaların 2. sistem koordinatları hesaplanmaktadır.

Dosya Yapısı

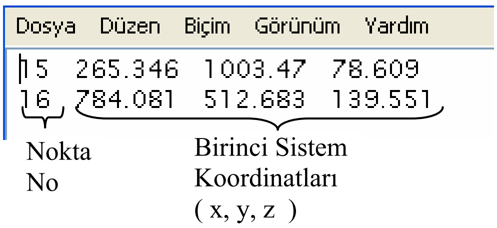
Her iki sistemde koordinatları bilinen ortak noktalara ve ikinci sistem koordinatları hesaplanacak noktalara ait olmak üzere iki adet text dosyası oluşturulmalıdır. İki boyutlu koordinat dönüşümlerinde konum duyarlıkları bilinen ortak noktalara ait text dosyasında nokta no, y, m_y, x, m_x, Y, m_Y, X, m_X değerleri (Şekil 12), ikinci sistem koordinatları hesaplanacak noktalara ait text dosyasında ise nokta no, y, x değerleri bulunmaktadır (Şekil 13). İki boyutlu koordinat dönüşümlerinde konum duyarlıksız ortak noktalara ait text dosyasında m_y, m_x, m_Y, m_X sütunları bulunmamaktadır. Hazırlanan text dosyalarında bütün değerler arasında üç boşluk bulunmaktadır.



Şekil 13. İki boyutlu koordinat dönüşümleri hesaplanacak noktalara ait dosya yapısı.
***Figure 13**. File structure for the points to be computed their two dimentional coordinate transformation.*



Şekil 14. Üç boyutlu koordinat dönüşümleri konum duyarlıklı noktalara ait dosya yapısı.
***Figure 14**. File structure of 3 dimentional coordinate transformation for the points with positional precision.*



Şekil 15. Üç boyutlu koordinat dönüşümleri hesaplanacak noktalara ait dosya yapısı.
***Figure 16.** File structure for the points to be computed their 3 dimentional coordinate transformation.*

Üç boyutlu koordinat dönüşümlerinde konum duyarlıkları bilinen ortak noktalara ait text dosyasında nokta no, x, m_x, y, m_y, z, m_z, X, m_X, Y, m_Y, Z, m_Z değerleri (Şekil 14), ikinci sistem koordinatları hesaplanacak noktalara ait text dosyasında ise nokta no, x, y, z değerleri bulunmaktadır (Şekil 15). Üç boyutlu koordinat dönüşümlerinde konum duyarlıksız ortak noktalara ait text dosyasında m_x, m_y, m_z, m_X, m_Y, m_Z sütunları bulunmamaktadır.

SONUÇLAR

Geliştirilen transformatör isimli program kullanılarak iki ve üç boyutlu dönüşüm yapılabilmektedir. Programda iki boyutlu dönüşümde benzerlik, afin ve projektif dönüşüm yöntemleri, üç boyutlu dönüşümde ise Bursa-Wolf modeli kullanılmaktadır. En küçük kareler yöntemine göre dönüşüm parametrelerinin dengelemeli olarak hesaplanabilmesi için benzerlik dönüşünde en az 3, afin dönüşümünde en az 4, projektif dönüşümde en az 5 noktanın her iki sistemdeki koordinatlarının bilinmesi gerekmektedir. Bursa-Wolf modelinde üç boyutlu dönüşümde ise her iki sistemde koordinatları belli olan üç noktaya ihtiyaç vardır. Programa belirtilen sayılardan daha az nokta girildiğinde uyarı mesajı gelmekte ve dönüşümün yapılamayacağı belirtilmektedir. Programda veriler manuel olarak girilebileceği gibi Windows ortamında oluşturulan bir text dosyasından da girilebilir.

Dönüşüm parametrelerini hesabında kullanılacak koordinatlar genellikle ait oldukları ağların dengelenmesi sonucu hesaplandıklarından bu noktaların koordinat duyarlıklarıda dengeleme sırasında hesaplanabilmektedir. Dolayısıyla noktaların koordinatlarıyla birlikte duyarlıklarıda önceden bilinebilmektedir. Geliştirilen transformatör isimli program yardımıyla, iki ve üç boyutlu dönüşümde, nokta konum duyarlıklarıda dikkate alınarak dönüşüm parametreleri hesaplanabilmekte, ayrıca eşlenik noktalardan uyuşumsuz olan noktalar atılarak dönüşüm tekrarlanabilmektedir. Dönüşümde hangi yöntemin kullanılacağına kullanıcı karar vermekte, programda dönüşüm parametrelerinin testi yapılmamaktadır. Programa bu testin eklenmesiyle birlikte dönüşüm yöntemi otomatik olarak program tarafından seçilebilecek ve dönüşüm parametreleri hesaplanabilecektir.

KAYNAKLAR

Barengi, R. (2001), Delphi 5′ e Bakış, Seçkin Yayınevi, Ankara.

Başçiftçi, F., İnal, C., Başçiftçi, F. (2004), Programming of two dimensional coordinate transformation, 2nd International Symposium on Electrical, Electronic and Computer Engineering, Near East University, Lefkoşa, KKTC.

Bursa, M. (1962), The theory for the determination of the non-parallelism of the minor axis of the reference ellipsoid and the inertial polar axis of the Earth, and the planes of the initial astronomic and geodetic meridians from observations of Earth satellites, Studia Geophysica et Geodetica, **6**, 209-214.

Featherstone, W.E., Barrington, T.R. (1996), A Microsoft Windows-based package to transform coordinates to the geocentric datum of Australia, Cartoraphy, **25**, 1, 81-87.

İnal, C., Turgut, B. (2001), Nokta konum duyarlıkları ile koordinat dönüşümü, S.Ü. Müh. Mim. Fak. Derg. **16**, 2, 39-46.

Kılıçoğlu, A. (1995), Jeodezi'de Dönüşümler, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi., Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Mikhail, M.E., Weerawong, K. (1997), Exploitation of linear features in surveying and photogrammetry, Journal of Surveying Engineering, **23**, 1, 32-47.

Mitsakaki, C. (2004), Coordinate transformations, FIG Working Week, May 22-27, Athens, Greece.

Pektekin, A. (1989), Dönüşümler ve seçmeli noktalara göre programlanması, Türkiye II. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 6-10 Ocak, Ankara.

Singh, S.K. (2002), Coordinate Transformation Between Everest and WGS-84 Datum- a Parametric Approach; Geodetic and Research Branch, Survey of India, Dehradun.

Tanık, A. (2003), Dönüşümler ve Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Turgut, B., İnal, C. (2003), Nokta konum duyarlıklarının iki ve üç boyutlu koordinat dönüşümüne etkisi, Coğrafi Bilgi Sistemleri ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 24-26 Eylül, Konya.

Uzun, Y. (2003), Üç Boyutlu Astrojeodezik Dik Koordinat Sistemlerinde Dönüşüm Modelleri ve Uyuşumsuz Ölçü Gruplarının Belirlenmesi Yöntemlerinin Karşılaştırılması, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Ünal, T. (1994), Uydu Jeodezisi Ders Notları, Y.T.Ü. İnşaat Fak. Jeodezi ve Fotogrametri Bölümü, İstanbul.

Üstün, A. (1996), Datum Dönüşümleri, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Yaşayan, A. (1978), Hava Fotogrametrisinde İki Boyutlu Doğrusal Dönüşümler ve Uygulamaları, K.T.Ü. Yayın No:102, YBF Yayın No: 19, Trabzon.

Wolf, H. (1963), Geometric connection and re-orientation of the three-dimensional triangulation nets, Bulletin Geodesique, **68**, 165-169.

Wolf, P.R., and Ghilani, C.D. (1997), Adjustment Computations, Statics and Least Squares in surveying and GIS, JOHN WILEY & SONS, INC.

Wolf, P.R., Dewitt, B.A. (2000), Elements of Photogrammetry with Applications in GIS, Third Edition, McGraw-Hill Companies.