

## ORTA ANADOLU KAPALI HAVZASININ YILLIK ORTALAMA AKIMLARININ STOKASTİK MODELLEMESİ

Meral BÜYÜKYILDIZ

S. Ü. Müh. Mim. Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, KONYA

Makalenin Geliş Tarihi: 06.04.2004

**ÖZET:** Bu çalışmada, Orta Anadolu Kapalı Havzası'nda EİE tarafından işletilen 1611, 1612 ve 1622 numaralı akım gözlem istasyonlarında ölçülen yıllık ortalama akımların stokastik modelleri kurulmuştur. İstasyonlara ait yıllık ortalama akımların otoregressif (AR) ve otoregressif hareketli ortalama (ARMA) modellerinin metodolojisi verilerek matematiksel ifadeleri elde edilmiştir. Korelogram ve kısmi korelogramların incelenmesi neticesinde muhtemel otoregressif (AR) ve otoregressif hareketli ortalama (ARMA) model tipi hakkında bir ön değerlendirme yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda incelenen akım gözlem istasyonlarına ait yıllık ortalama akım serileri için her üç istasyonda da en uygun otoregressif modelin AR(1), 1611 ve 1612 numaralı istasyonlarda en uygun otoregressif hareketli ortalama modelin ARMA(1,1), 1622 numaralı istasyonda ise ARMA(2,1) olduğu tespit edilmiştir. Daha sonra kurulan modeller kullanılarak her bir istasyonun gözlem periyodu ile aynı N uzunluğuna sahip 50'şer adet sentetik seri üretilmiştir. Bu sentetik serilerin istatistiksel karakteristikleri (ortalama, standart sapma, çarpıklık katsayısı, korelogram gibi) hesaplanmış ve bunlar tarihi (orijinal) serinin istatistiksel karakteristikleri ile kıyaslanmıştır. Sonuç olarak; her üç istasyonda da kurulan stokastik modellerin tarihi serilere ait istatistiksel karakteristikleri muhafaza ettiği gözlenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Akım, otoregressif model, korelogram, kısmi korelogram, stokastik

### Stochastic Modeling of Annual Mean Streamflows in Central Anatolia Closed Basin

**ABSTRACT:** In this study, stochastic models were determined for annual mean streamflows of gauging stations operated by EIE and numbered as 1611, 1612 and 1622 in Central Anatolia Closed Basin. For these stations, mathematical expressions were obtained by using the methods of analyses of autoregressive (AR) models and autoregressive moving average (ARMA) models for annual streamflow data. A preliminary study about possible AR and ARMA model types was made after examining the correlograms and partial correlograms. In conclusion, the AR(1) model was found to be suitable for annual mean streamflow series of the selected gauging stations. The best ARMA(p,q) model was also found as ARMA(1,1) model for stations 1611, 1612 and ARMA(2,1) model for station 1622. Then 50 synthetic series having the same N length period were generated for each gauging station by using the developed models. Statistical characteristics (mean, standard deviation, skewness coefficient, correlogram) of these synthetic series were calculated and compared with the statistical characteristics of the historical (original) series. Consequently, it was observed that stochastic models established for the gauging stations of 1611, 1612 and 1622, preserved the statistical characteristics of the historical series.

**Key words:** Streamflow, autoregressive model, correlogram, partial correlogram, stochastic

### GİRİŞ ve LİTERATÜR ARAŞTIRMASI

Sürekli olarak artan dünya nüfusuna paralel olarak suya olan ihtiyaç da önemli bir artış

göstermektedir. Bu durum su ve su kaynaklarının önemini gün geçtikçe daha çok artırmaktadır. Nehirler de en önemli doğal su kaynaklarıdır. Bu yüzden nehirlerin rasyonel

kullanımı bilimsel araştırmaların temel konuları arasındadır. Belirli bir zamanda, bir nehirdeki akımın tam olarak büyüklüğünü tahmin etmek hemen hemen imkansız ya da çok zordur. Ülkenin su kaynaklarının miktar ve kalite olarak potansiyelinin belirlenmesinde, su kaynakları yönetimi stratejilerinin ortaya konulmasında, su kaynakları projelerinin planlama, tasarım, inşaat ve işletilmesinde büyük önem taşıyan hidrolojik çalışmalar günümüzde su kaynakları mühendisliğinin temelini oluşturmaktadır. Su kaynaklarını geliştirme çalışmalarının hızla sürdürüldüğü ülkemizde hidrolojik model çalışmaları büyük önem taşımaktadır (Bayazıt, 1998).

Su kaynakları sistemlerinin boyutlandırılmasında ve işletilmesinde karşılaşılan karar vermeye yönelik problemlerde, sentez ve simülasyon gibi matematiksel yaklaşımlara ihtiyaç duyulur. Simülasyon, bir su kaynağı sisteminin belli bir periyot boyunca davranışının matematiksel tarzda ifadesi olarak tanımlanabilir. Hidrolojik simülasyon modelleri çeşitli şekillerde sınıflandırılmalarına rağmen akım modelleri başlıca iki grup altında toplanır: (i) Hidrolojik sistemin deterministik veya fiziksel simülasyonu, (ii) Hidrolojik sistemin istatistiksel veya stokastik simülasyonu (Salas ve diğ., 1980). Stokastik yaklaşım eldeki tarihi serinin istatistiksel karakteristikleriyle ilgilidir. Bu tür modeller arasında en kolay ve en yaygın kullanılanları otoregressif modellerdir. Pek çok tipteki su projelerinin analizinde ve tasarımında, ilgilenilen akarsudaki akım miktarıyla ilgili bilgilere ihtiyaç duyulur. Çoğu akarsularda, sürekli olarak ölçüm yapılmasına rağmen, araştırmacılar zaman zaman eldeki kayıtların az ya da kullanılamaz olması durumuyla karşılaşmaktadır. Bu durumda, sentez ve simülasyon metotları ile, analizlerde kullanılmak üzere sentetik akım serileri üretilmektedir. Stokastik modeller genellikle sentetik serilerin üretilmesi ve geleceğe yönelik tahmin amacıyla kullanılırlar. Sentetik akım serileri, hidrolojiye gelecekteki muhtemel varyasyonları izleme ve pek çok alternatifi değerlendirerek üstlenilen riski azaltma imkanı vermektedir. Üretilen serinin tarihi seriye ait

istatistiksel karakteristikleri muhafaza etmesi gerekmektedir (Salas et al., 1980).

Zaman serisi modellemesi mevcut serinin karakteristiklerine bağılı olarak basit ya da kompleks olabilir ve işlem basamakları genel olarak şu basamaklardan oluşur: Model tipinin seçimi, model derecesinin tanımlanması, model parametrelerinin tahmini ve modelin güvenilirliğinin kontrolü (Box ve Jenkins, 1970).

Stokastik modellerle ilgili olarak dünyada ve ülkemizde birçok çalışma yapılmıştır. Nguyen ve Rousselle (1981), saatlik yağış rasgele bir değişken olarak kabul etmek suretiyle bu data'nın olasılık dağılımlarını elde etmek için stokastik bir model teklif etmiş ve bu metodu 32 yıllık saatlik yağış kayıtları üzerinde deneyerek kullanılabilir olduğu sonucuna varmışlardır. Salas ve Obeysekera (1982), genelleştirilmiş kısmi otokorelasyon fonksiyonunu ele alarak bu fonksiyon yardımıyla ARMA modellerinin derecesinin belirlenebileceğini göstermişlerdir. Te ve Singh (1994), otoregressif modellerin parametrelerinin hesabında kullanılmak üzere yeni bir otokorelasyon fonksiyonu metodu teklif etmiş ve bazı durumlarda Yule-Walker denklemlerinden daha iyi sonuç verdiğini göstermişlerdir. Ayrıca teklif edilen modelin kullanımının AR(p) modelleri için daha kolay olduğunu savunmuşlardır.

Merzi ve diğ. (1995), Çoruh Havzası'nda Oltu Nehri'ne ait aylık akımların stokastik modellemesini yapmışlardır. Modelleme sırasında AR(1), AR(2), AR(3) ve ARMA(1,1) modelleri denenmek suretiyle en uygun modelin ARMA(1,1) modeli olduğuna karar verilmiştir. Karabörk ve Kahya (1998) tarafından yapılan çalışmada, Seyhan Havzasında Göksu Nehri üzerindeki 1801 nolu Himmetli Akım Gözlem İstasyonunda ölçülen yıllık ve aylık akımların otoregressif (AR) modelleri ve otoregressif hareketli ortalama (ARMA) modelleri kurulmuştur. Yapılan analizler sonucunda yıllık akımlar için AR(1) ve ARMA(2,1); aylık akımlar için PAR(2) ve PARMA(2,1) modellerinin en uygun modeller olduğu görülmüştür. Ayrıca ARMA modellerinin söz konusu akım kayıtları için AR modellerinden hem yıllık bazda hem de aylık bazdaki simülasyonlarda daha iyi sonuç verdikleri de vurgulanmıştır.

Kahya ve diğ. (1998), Yeşilirmak Havzasında EİE 1401, 1402, 1413 ve 1414 numaralı akım gözlem istasyonlarında ölçülen yıllık ortalama akımların çok değişkenli stokastik modeli kurmuşlardır. İncelenen istasyonlarda seçilen modeller ile bunların bir alt ve bir üst otoregressif modelleri arasında AIC (Akaike Bilgi Kriteri) değerleri kullanılarak kıyaslama yapılmış ve minimum AIC değerini veren (optimum) modeller sırasıyla ARMA(2,1), ARMA(0,1), ARMA(3,1) ve ARMA(2,1) olarak belirlenmiştir. Ayrıca aynı istasyonlardaki yıllık ortalama akımların ARIMA(p,d,q) modelleri kurulmuştur. İstasyon verileri normal dağıldığı için herhangi bir dönüşüm yapılmamış ve serideki düşük frekanslı bileşenlerin yok edilmesi/azaltılması için bir kez fark alınmıştır. Farkı alınan seriler için ARIMA(2,1,1), ARIMA(0,1,1), ARIMA(3,1,1) ve ARIMA(2,1,1) modellerinin uygun olduğu sonucuna varılmıştır.

Yiğit (1998), Sakarya Havzası Ankara Çayı üzerindeki 1226 numaralı Meşecik istasyonunun 28 yıllık aylık ve yıllık akımlarının stokastik modellemesini yapmıştır. Yıllık akımlar için  $\phi_1=0.43$  parametrelili AR(1) modelinin en uygun model olduğu tespit edilmiştir. Aylık akımlar için ise en uygun model  $\phi_1=0.8268$  ve  $\phi_2=-0.1239$  otoregressif parametrelili AR(2) modeli seçilmiştir.

Karabörk ve Kahya (1999) tarafından yapılan çalışmada, Sakarya havzasında bulunan 12 akım gözlem istasyonunda ölçülen aylık akımların çok değişkenli periyodik otoregressif (PAR) ve periyodik otoregressif - hareketli ortalama (PARMA) modellerinin matematiksel ifadeleri elde edilmiştir. Bu modellerin metodolojisi ayrıntılı olarak beş aşamada (ön analiz, parametrelerin tahmini, uygunluk testi, ilave testler ve parametrelerin güvenilirliğinin kontrolü) verilmiştir. Açıklamaların kolay anlaşılabilir olması için yıllık çok değişkenli AR ve ARMA modellerinin metodolojileri öncelikle ele alınmıştır.

Analizlere daha pratik olduğu için PAR(1) modeli ile başlanmış, fakat bu modelin tarihi seriye ait çapraz korelasyon yapısını muhafaza etmediği görülmüştür. Ön analiz aşamasında tarihi seri korelogramlarında uzun dönemli zaman bağımsızlık yapısı gözlemlendiğinden

modelleme işlemlerine çok değişkenli ARMA(1,1) modeli ile devam edilmiştir. Bu modelin tarihi serilerin hem ayrı ayrı istatistiksel momentlerini hem de çapraz korelasyon yapısını muhafaza etmesi sebebiyle Sakarya Havzası için geçerli bir model olduğu gösterilmiştir.

Yücel ve Topaloğlu (1999), Adana Meteoroloji İstasyonuna ilişkin uzun yıllık (1929-1990) günlük minimum, ortalama ve maksimum sıcaklık değerlerinin zaman serisi analizi içinde gidiş, periyodik ve stokastik bileşenlerini incelemiştir. Zaman serisi analizi sonucunda gidiş bileşeninin bulunmadığı, periyodik analiz sonucunda sıcaklık serilerini ilk harmoniklerin açıkladığı görülmüş ve stokastik analizde ise stokastik bileşenin ikinci mertebe otoregressif model ile açıklanabileceği görülmüştür.

Yürekli ve Öztürk (2003), Kelkit Deresi günlük ekstrem akımlarının stokastik modellemesini yaptığı çalışmasında öncelikle Mann Kendall testini kullanarak günlük ekstrem akımlarda herhangi bir trend olup olmadığını incelemiş ve sonuçta hiçbir trend bulamamıştır. Bu nedenle ARIMA modeli yerine ARMA modelini kullanmıştır. Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarını kullanarak, korelogram ve kısmi korelogramlar çizilmiş ve alternatif ARMA modelleri belirlenmiştir. Korelogramların incelenmesi neticesinde günlük maksimum akımların birbirine bağımlı olmadığı, günlük minimum akımların ise lineer bağımlı olduğu gözlenmiştir. Bu nedenle günlük maksimum kayıtların modellemesi yapılmamıştır. Günlük minimum akım kayıtları için korelogram ve kısmi korelogramlardan tüm diagnostik kontroller yapılarak dört ARMA modeli belirlenmiştir. Schwarz Bayesian Kriteri (SBC) dikkate alınarak ARMA(1,0) modeli en uygun model olarak belirlenmiştir. Yapılan hata tahminleri neticesinde de Kelkit Deresi günlük minimum akımlarını temsil eden en uygun modelin ARMA(1,0) modeli olduğu tespit edilmiştir.

Şarлак ve Şorman (2004), normal dağılım dışında genel lojistik ve gamma dağılımı için düzenlenmiş maksimum olabilirlik (MML) metodu ile AR(1) zaman serilerinin model parametrelerinin bulunması üzerinde durmuş ve maksimum olabilirlik metodu ile karşılaştırmıştır. Ayrıca bu metotlar EIE 1501

yıllık akım gözlem istasyonu verilerine uygulanmıştır. Her üç dağılım (genel lojistik, gamma ve normal) için elde edilen model parametreleri ile kurulan AR(1) model yapıları kullanılarak yazılan bilgisayar programı ile elde edilen yapay seriler gözlemlenmiş verilerle karşılaştırılmıştır.

Özçelik ve Benzeden (2004), tarafından yapılan çalışmanın ilk bölümünde, Türkiye'deki 45 doğal gölün aylık seviye kayıtları uyumsuzluk ve homojenlik açısından görsel olarak incelenmiştir. Sadece 12 gölün kayıtları uyumlu hale getirilebilmiş ve birkaç eksik gözlem tamamlanmıştır. Daha sonra, bu 12 göldeki aylık seviye kayıtlarının yaklaşık matematik yapıları nispi periyodogram ve otokorelasyon teknikleri kullanılarak saptanmıştır.

Çalışmanın ön sonuçları, aylık göl seviyelerinin, ortalamalarda ve kısmen de standart sapmalardaki bir kaç harmonikle oldukça iyi tanımlanabilen periyodik bileşenler ile AR(1), AR(2), AR(3), ARMA (1,1) gibi doğrusal durağan modellerle yeterli ölçüde tanımlanabilen stokastik bileşenlerden oluştuğunu göstermiştir.

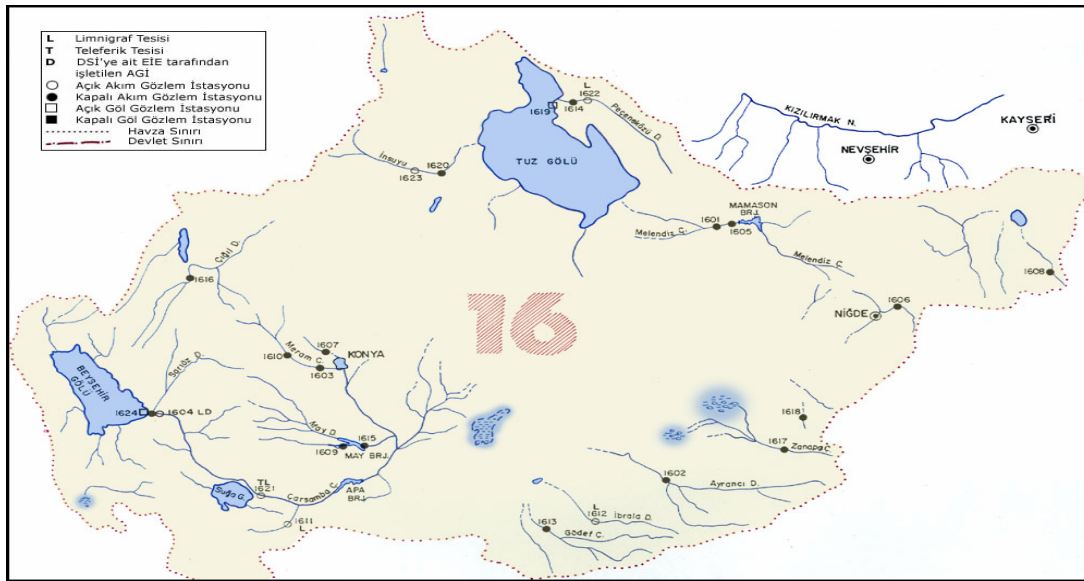
Bu çalışmada nehir akımlarının modellenmesinde yaygın olarak kullanılan yıllık otoregressif (AR) ve (ARMA) modelleri ele

alınarak modelin kurulma aşamaları adım adım verilmiştir.

## MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, Orta Anadolu Kapalı Havzasında (Şekil 1) bulunan istasyonlar arasından akıntıya karşı herhangi bir düzenleme veya çevirmenin olmadığı ve uzun süreli gözlem periyoduna sahip olan 3 adet istasyona ait yıllık ortalama akım verileri kullanılmıştır.

Bu istasyonlar, Çarşamba Çayı üzerindeki 1611 numaralı Bozkır, İbrala Çayı üzerindeki 1612 numaralı Denircik ve Peçeneközü Deresi üzerindeki 1622 numaralı Şereflikoçhisar akım gözlem istasyonlarıdır. Bu istasyonlara ait yıllık ortalama akımların stokastik modelleri (otoregressif model (AR) ve Otoregressif hareketli-ortalama modeli (ARMA)) kurulmuştur. Çalışmada kullanılan veriler EİE akım gözlem yıllıklarından alınmıştır ve yıllık ortalama akım değerleri 1611 ile 1612 numaralı istasyonlar için 1962-2000, 1622 numaralı istasyon için ise 1969-2000 yıllarını kapsamaktadır. Modelin metodolojisi için Salas ve diğ. (1980)'nin önerdikleri yol izlenerek gerekli formülasyonlar verilmiş ve modellemeye ait işlem basamakları ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.



Şekil 1. Orta Anadolu Kapalı Havzası.

Figure 1. Central Anatolia Closed Basin.

### Yıllık Otoresgressif Modeller (AR)

Otoresgressif modeller 1960'lı yılların başlarından itibaren yıllık ve periyodik zaman serilerinin modellenmesi amacıyla hidrolojide ve su kaynaklarının planlanmasında, zaman bağımlılığı gerektiren bir yapıya sahip olmaları ve basit bir modelleme şekli olması açısından yaygın olarak kullanılmıştır. Bu tipteki modeller sabit parametrelili ya da zamanla değişen parametrelere sahip olabileceği gibi, bunların kombinasyonları şeklinde de olabilir. Sabit parametrelili modeller yıllık serilerin modellenmesinde kullanılırken diğer tipteki modeller periyodik seriler için kullanılırlar.

Zaman bağımlılığı gösteren normal dağılmış, ortalaması  $\mu$  ve varyansı  $\sigma^2$  olan kararlı (stasyoner) bir  $y_t$  zaman serisi ele alalım. Normal dağılmış değişkenler bu çalışmada "y<sub>t</sub>" notasyonu ile gösterilmiştir. AR(p) ile gösterilen p derecesindeki bir otoresgressif model aşağıdaki gibi ifade edilir (Salas et al.,1980).

$$y_t = \mu_t + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \quad (1)$$

Yukarıdaki (1) denklemindeki  $y_t$  zaman bağımlılığı olan bir değişkeni,  $\varepsilon_t$ : ortalaması sıfır, varyansı  $\sigma_\varepsilon^2$  olan normal dağılıma uyan zamandan bağımsız rastgele değişkeni,  $\phi_1, \dots, \phi_p$ , otoresgressif katsayıları ifade etmektedir. Yıllık serilerin modelleme aşamaları aşağıda verilmiştir;

**Ön analiz** aşamasında; ilk olarak tarihi (orijinal) zaman serisinin normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilmelidir. Bu test çarpıklık katsayısı testi kullanılarak yapılabilir. Bu test sonucunda serinin normal dağılmadığı tespit edilirse, uygun bir transformasyon ile seri normal dağılmış hale dönüştürülür. Daha sonra model derecesi hakkında bir ön değerlendirme yapmak amacıyla kapalı, seri varsayımına dayalı (2) denklemi yardımıyla seriye ait  $r_k$  otokorelasyon katsayıları hesaplanır.

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad (2)$$

%95 olasılık seviyesi için Anderson limitleri ile birlikte hesaplanan otokorelasyon değerlerinin k ötelemesine göre değişimini gösteren korelogram çizilir. Herhangi bir  $r_k$  değerinin istatistiksel olarak önemli çıkması durumunda, seride birbirleri arasında k kadar gecikme olan terimlerin birbiriyle bağımlı oldukları sonucuna varılır. Modelin otoresgressif derecesinin belirlenmesinde kullanılan diğer bir metot da, verilen bir modelin ya da serinin zamansal bağımlılığını temsil eden kısmi otokorelasyon fonksiyonu ve bunun kısmi korelogram ile ifade edilmesidir. Seride N adet eleman varsa  $L=0.3N$  olacak şekilde  $\phi_1, \dots, \phi_L$  terimlerinin hesaplanması kısmi korelogramın çizilmesi için yeterli olur. k'ncı dereceden bir AR(k) sürecindeki kısmi otokorelasyon katsayısı  $\phi_k(k)$ ,  $Q_j$  ve  $Q_{j-k}$  (popülasyon otokorelasyon katsayıları) terimleri arasındaki lineer ilişkinin bir ölçüsüdür. Bir AR(k) modeli için aşağıdaki farklar denklemini yazmak mümkündür.

$$\rho_j = \phi_1(k)\rho_{j-1} + \phi_2(k)\rho_{j-2} + \dots + \phi_k(k)\rho_{j-k}, j = 1, \dots, k \quad (3)$$

Yukarıdaki farklar denkleminde faydalanmak suretiyle, bir zaman serisinin kısmi otokorelasyon fonksiyonuna ait k. gecikme derecesindeki  $\phi_k(k)$  terimini elde etmek için, bir lineer denklem takımı oluşturulabilir ve buradan  $\phi_k$  vektörü elde edilerek sonuca gidilebilir.  $\phi_k(k)$  değerleri, alternatif olarak bu çalışmada da kullanılan Durbin formülleri ile de hesaplanabilir.

Sürecin AR(p) modeli olduğu hipotezi ile  $k > p$  için tahmin edilen (örnekten hesaplanan)  $\phi_k(k)$ ; sıfır ortalaması ve  $1/N$  olan varyansı ile asimptotik olarak normal dağılıma uyar. Böylece sıfır kısmi otokorelasyon için  $(1-\alpha)$  güven limitleri (4) denklemi ile hesaplanır.

$$\left\{ -u_{1-\alpha/2} / \sqrt{N}; u_{1-\alpha/2} / \sqrt{N} \right\} \quad (4)$$

Burada, N örnekteki eleman sayısı,  $\alpha$  ise seçilen önem seviyesidir.  $u_{1-\alpha/2}$  ise  $1-\alpha/2$  olasılığındaki standart normal değişkendir.

$\phi_k(k)$  değerlerinin k gecikme derecesine göre değişimini veren korelogramın çizilmesinden sonra (4) ifadesi ile hesaplanan güven limitleri de aynı grafik üzerinde işaretlenir. Güven

limitlerinden daha büyük değerler alan  $\phi_k(k)$  terimlerinin istatistiksel açıdan önemli olduğu sonucuna varılır ve hangi gecikme derecelerinde kestikleri dikkate alınarak model derecesi için karar verilir.

*Parametre tahmini* aşamasında modele ait parametreler tahmin edilir ve bu parametrelerin kararlılık şartları kontrol edilir. Parametre tahmininde momentler, maksimum olabilirlik, en küçük kareler (Salas ve diğ., 1980) ve otokorelasyon fonksiyonu (Te ve Sing, 1994) metotlarından biri kullanılır. Bu çalışmada parametre tahmininde yaygın ve basit bir kullanım alanı olduğu için momentler metodu kullanılmıştır. İlk olarak örnek ortalaması ( $\bar{y}$ ) ve varyansı ( $\sigma^2$ ) bulunarak ortalama sapmaları ifade eden  $z_t = y_t - \bar{y}$  serisi elde edilir. Seçilen AR(p) modeline ait  $\phi_j$  otoregressif parametreleri aşağıda verilen denklemin ardışık kullanımı ile hesaplanır.

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} + \dots + \phi_p r_{k-p}, \quad k > 0 \quad (5)$$

Daha sonra artık seri varyansı olan  $\sigma_\varepsilon^2$  değeri hesaplanır. Sabit parametrelili bir AR(p) modelinin kararlı olması için verilen karakteristik denklemin köklerinin birim daire içinde kalması gerekir (Salas ve diğ., 1980).

*Seçilen modelin uygunluk testi* için aşağıda verilen denklem yardımıyla  $\varepsilon_t$  artık serileri bulunur.

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} \quad (6)$$

Eğer seçilen modelin derecesi  $p=0$  ise  $\varepsilon_t = z_t$  olduğuna dikkat edilmelidir. Daha sonra hesaplanan  $\varepsilon_t$  artık serilerinin bağımsızlık kontrolü yapılır. Bu Port Monteau metodu ile yapılabilir. Bunun için aşağıdaki denklem kullanılarak Q istatistiği hesaplanır:

$$Q = N \sum_{k=1}^L r_k^2(\varepsilon) \quad (7)$$

Bu denklemde N örneğin eleman sayısı,  $r_k(\varepsilon)$  ise artık serilerin (2) denklemi ile hesaplanan otokorelasyon katsayılarıdır. L ise göz önüne alınan en büyük gecikme değeridir. Hesaplanan

Q değeri (L-p) serbestlik derecesindeki ve istenilen olasılıktaki  $\chi^2$  (ki-kare) değeri ile kıyaslanır. Olasılık seviyesi olarak  $1-\alpha=0.95$  almak yeterli olur. Q değerinin  $\chi^2$  değerinden küçük olması durumunda artık serilerin bağımsız olduğu sonucuna varılır ve işlemlere devam edilir. Aksi halde modelin derecesi  $p=p+1$  alınarak geriye dönülür.  $\varepsilon_t$  artık serilerinin çarpıklığı da kontrol edilmelidir, fakat bu noktada inisiyatif kullanmak mümkündür (Salas ve diğ., 1980). Seçilen modelin derecesinin uygunluğunu araştırmak için Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion; AIC) kullanılır. Bunun için eğer seçilen model AR(p) ise AR(p-1), AR(p) ve AR(p+1) modelleri arasında AIC değerleri arasında bir kıyaslama yapılır ve aşağıdaki denklem kullanılır:

$$AIC(p) = N * \ln(\sigma_\varepsilon^2) + 2p \quad (8)$$

Daha sonra bu üç model için hesaplanan AIC değerleri kıyaslanır ve minimum AIC değerini veren model, en uygun model kabul edilir.

*Modele ait ilave testler* aşamasında, sentetik seriler üretilerek, bu sentetik serilerle tarihi serinin istatistiksel karakteristikleri (ortalama, standart sapma, çarpıklık katsayısı ve korelogram gibi) karşılaştırılır. Bunun için kurulan AR(p) modeli ile (1) ifadesi kullanılarak, tarihi seri ile aynı uzunluğa sahip sözgelimi 100 adet seri üretilir. Daha sonra her bir serinin istatistiksel karakteristikleri olan ortalama  $\mu(i)$ , standart sapma  $\sigma(i)$ , çarpıklık katsayısı  $\gamma(i)$  ve korelogram  $r_k(i)$  hesaplanır ( $i=1, \dots, 100$ ). Hesaplanan sentetik serilere ait bu istatistiksel karakteristikler ile tarihi seriye ait önceden hesaplanan istatistiksel karakteristikler kıyaslanır. Burada örnek olarak korelogramların kıyaslanması verilecektir. Her bir öteleme değeri (k) için önce  $r_k$ 'ların örnek ortalaması, sonra  $r_k$  değerlerinin örnek standart sapması hesaplanır. Böylece  $r_k$  için güven aralığı  $[\bar{r}_k - c \times s(r_k), \bar{r}_k + c \times s(r_k)]$  ifadesi ile bulunur. Burada c katsayısı testin önem derecesine bağlı olup bu çalışmada %5 önem seviyesine karşılık gelen 1.96 değeri seçilmiştir. Bu metod diğer istatistiksel karakteristiklerin mukayesesi için de kullanılabilir.

Bu kontrollerin sonucunda eğer bir ya da daha fazla tarihi karakteristiklerin model

tarafından muhafaza edilmediği ortaya çıkarsa, modeli kabul ya da reddetmek araştırmacının sonuçları ne derece önemli bulduğuna bağlıdır.

### Yıllık Ototoregressif Hareketli Ortalama Modelleri (ARMA)

Yıllık serilerin ARMA modelleri için yıllık AR modellerinde verilen prosedür takip edilerek, önce orijinal tarihi serinin normal dağılıp dağılmadığı kontrol edilir. Normal dağılmamış seriler uygun bir transformasyon ile normal dağılmış hale dönüştürülür. Daha sonra otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları elde edilerek çizilen korelogram ve kısmi korelogramlar yardımı ile modelin derecesi için bir ön seçim yapılır. ARMA modeline ait otokorelasyon fonksiyonu AR modeline nazaran sifıra daha yavaş yakınsamaktadır. Bu nedenle çizilen korelogramın sifıra hemen birkaç değerden sonra yakınsamaması bir hareketli ortalama bileşenine, dolayısıyla ARMA modeline işaret eder. Eğer herhangi bir q gecikme derecesinden sonra gelen bütün otokorelasyon değerleri seçilen güven sınırları içerisinde ise, bu durum q derecesinden bir MA süreci anlamına gelir. Hareketli ortalama bileşeninin derecesi genellikle q=1 alınmaktadır. Kısmi korelogramda kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının güven seviyesine ait sınırları kestiği noktalar otoregressif bileşenin derecesini seçmek için önemli bir ipucu verir. Bu şekilde bir ARMA(p,q) modeline ait p ve q değerleri belirlenmiş olur.

Serinin  $\bar{y}$  ortalaması ve  $\sigma^2$  varyansı belirlendikten sonra,  $z_t = y_t - \bar{y}$  serisi elde edilir. Seçilen muhtemel modele ait  $\phi$  ve  $\theta$  parametrelerinin bulunması gerekmektedir. Bunun için Salas ve diğ. (1980) ilk olarak bu parametrelere ait bir ön saptama yapılmasını ve daha sonra bu değerlerin komşuluğundaki çeşitli kombinasyonlar için artık serilerin kareleri toplamının hesaplanarak minimum değeri veren kombinasyonun kesin parametreler olarak seçilmesini önermektedir. Box ve Jenkins (1970), ARMA(1,1) modeli için  $\rho_1$  ve  $\rho_2$  değerlerinden hareketle  $\phi$  ve  $\theta$  parametrelerini pratik olarak bulmaya yarayan bir abak vermiştir. Artık

serilerin karelerinin toplamı  $S = \sum_{t=1}^N \varepsilon_t^2$  formülü

ile ifade edilirse, minimum S değerini veren  $[\phi, \theta]$  değerleri model parametreleri olarak kullanılabilir. Bu çalışmada  $[\phi, \theta]$  değerleri bilgisayar yardımıyla optimizasyon işlemi yapılarak elde edilmiştir. Bu işlem için, bilgisayar  $\phi$  ve  $\theta$  parametrelerini [-1,1] aralığında değiştirecek şekilde programlanır ve bu aralıkta minimum S değerini veren kombinasyona yakınsaması sağlanır. Bu, daha hızlı ve güvenilir bir şekilde sonuca gitmeyi sağlamaktadır. S ifadesindeki  $\varepsilon_t$  artık serileri ARMA(p,q) modelleri için aşağıdaki (9) ifadesi ile hesaplanır.

$$\varepsilon_t = z_t - \sum_{i=1}^p \phi_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i \varepsilon_{t-i} \quad (9)$$

(9) denklemi ile  $\varepsilon_t$  değerleri hesaplanırken başlangıç  $\varepsilon_t$  değerleri p ya da q değerlerinden hangisi büyük ise o değere kadar sıfır alınır. Optimizasyon sonucu bulunan  $\phi_i$  değerlerinin kararlılık şartlarını,  $\theta_i$  değerlerinin ise invertibilite şartlarını sağlaması gerekmektedir (Salas ve diğ., 1980). Modelin uygunluk testi için, minimum S değerini veren  $\phi$  ve  $\theta$  parametreleri kullanılarak elde edilen  $\varepsilon_t$  artık serilerinin önemli bir içsel bağımlılığı olup olmadığı araştırılır. Seçilen muhtemel modelin, bir alt ve bir üst dereceli modeli ile kıyaslanması gerekir. Bu kıyaslama işlemi için  $AIC(p,q) = N \times \ln(\sigma_\varepsilon^2) + 2 \times (p+q)$  denkleminde faydalanılır. Bu ifadede  $\sigma_\varepsilon^2 = S / N'$  dir. Seçilen muhtemel modele ait AIC değeri, bir alt ve bir üst modele ait AIC değerlerinden önemli derecede büyük ise modelin derecesi değiştirilir, küçük ise seçilen model ile işlemlere devam edilir. Modelin derecesi ve parametreleri bu şekilde belirlendikten sonra aşağıda verile (10) denklemi ile sentetik  $z_t$  serisi elde edilerek  $y_t$  serilerine geçilir.

$$z_t = \sum_{j=1}^p \phi_j z_{t-j} + \varepsilon_t \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (10)$$

Daha sonra modelin tarihi seriye ait karakteristikleri muhafaza edip etmediği kontrol edilir. ARMA(p,q) modellerine ait  $\phi$  ve  $\theta$  parametrelerinin güven aralıklarının hesaplanması da mümkündür (Salas ve diğ., 1980).

## ARAŞTIRMA SONUÇLARI

### Yıllık Akımların AR Modellemesi

İlk olarak her bir istasyona ait yıllık ortalama akım serilerinin normal dağılıp dağılmadığını tespit etmek için akım serileri çarpıklık testine tabi tutulmuş ve elde edilen çarpıklık katsayısı ( $\gamma$ ) değerleri Snedecor ve Cochran' tarafından önerilen (Salas ve diğ., 1980)  $\alpha=0.02$  önem seviyesindeki limit değerleri  $[\gamma_{\alpha}(N)]$  ile karşılaştırılmıştır ve sonuçlar Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Akım gözlem istasyonlarına ait çarpıklık katsayıları

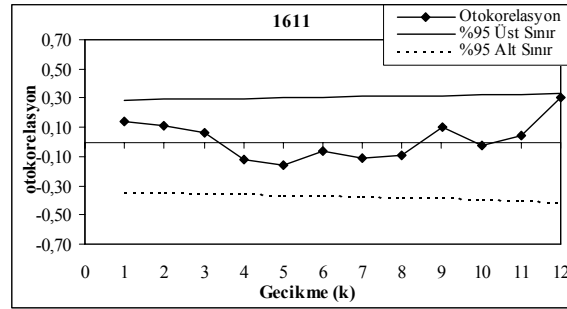
Table 1. Skewness coefficient of gauging stations.

| İstasyon no | Gözlem süresi (N, yıl) | Çarpıklık katsayısı ( $\gamma$ ) | $\gamma_{\alpha}(N)$ |
|-------------|------------------------|----------------------------------|----------------------|
| 1611        | 39                     | -0.075                           | 0.881                |
| 1612        | 39                     | 0.232                            | 0.881                |
| 1622        | 32                     | 0.698                            | 0.961                |

Tablo 1'de görüldüğü gibi çarpıklık katsayısı( $\gamma$ ) değerleri  $\gamma_{\alpha}(N)$  değerlerinden küçük olduğu için üç istasyonda da yıllık ortalama akım serilerinin normal dağılıma uygun olduğu kabul edilmiştir. Uygulanacak modelin derecesi hakkında fikir sahibi olabilmek için akım serilerine ait k=12'ye kadar otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon katsayıları hesaplanmıştır. Söz konusu istasyonlara ait korelogram ve kısmi korelogramlar 1611 numaralı istasyon için Şekil 2 ve 3'de, 1612 numaralı istasyon için Şekil 4 ve 5'de, 1622 numaralı istasyon için de Şekil 6 ve 7'de verilmiştir.

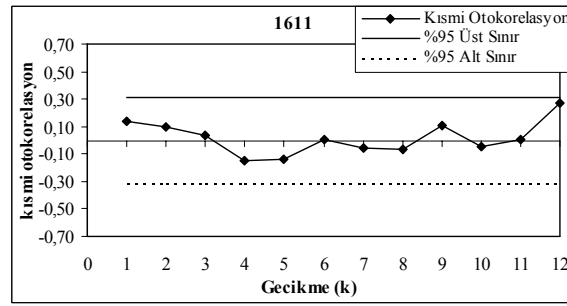
1611 nolu istasyonun korelogramı (Şekil 2) incelendiğinde akım serilerine ait terimler arasında önemli bir zaman bağımlılığı olmadığı görülmektedir. Kısmi korelograma (Şekil 3) göre de kısmi otokorelasyon katsayıları istatistiksel açıdan önemsizdir. Korelogram ve kısmi korelogramın incelenmesi sonucunda 1611 nolu

istasyona ait yıllık ortalama akımlar için AR(0) modeli uygun görülmüştür.



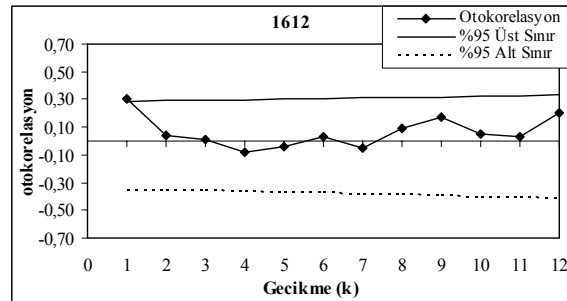
Şekil 2. 1611 nolu AGİ'ye ait yıllık ortalama akımların korelogramı ve %95 güven limitleri.

Figure 2. Correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1611.



Şekil 3. 1611 nolu AGİ'ye ait yıllık ortalama akımların kısmi korelogramı ve %95 güven limitleri.

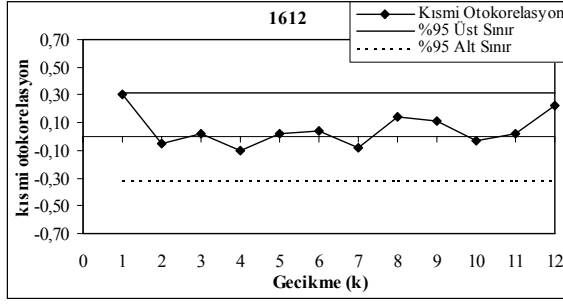
Figure 3. Partial correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1611.



Şekil 4. 1612 nolu AGİ'ye ait yıllık ortalama akımların korelogramı ve %95 güven limitleri.

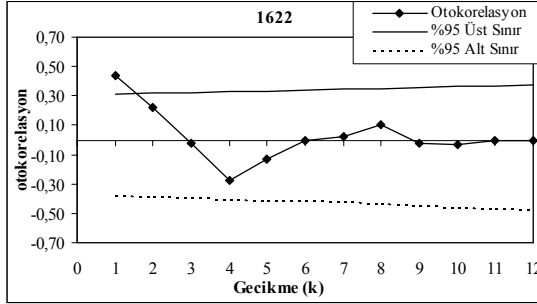
Figure 4. Correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1612.





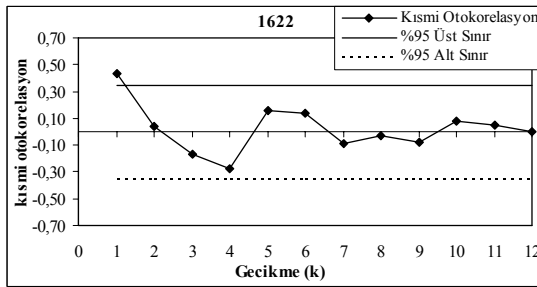
Şekil 5. 1612 nolu AGİ' ye ait yıllık ortalama akımların kısmi korelogramı ve %95 güven limitleri.

Figure 5. Partial correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1612.



Şekil 6. 1622 nolu AGİ' ye ait yıllık ortalama akımların korelogramı ve %95 güven limitleri.

Figure 6. Correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1622.



Şekil 7. 1622 nolu AGİ' ye ait yıllık ortalama akımların kısmi korelogramı ve %95 güven limitleri.

Figure 7. Partial correlogram and %95 confidence intervals of annual mean streamflows of gauging station with the number of 1622.

Bu istasyona ait kısmi korelogramın da yaklaşık birinci ötelemede önemli çıkması 1612 numaralı akım gözlem istasyonuna ait yıllık ortalama akımlar için AR(1) modelinin muhtemel model olduğunu göstermektedir. 1622 numaralı akım gözlem istasyonu için de hem korelogram (Şekil 6) hem de kısmi korelogram (Şekil 7) incelendiğinde akım serilerinin birbirine bağımlı olduğu görülmektedir. Her iki şekilde de korelogramların birinci ötelemede önemli çıkması akım serilerini temsil eden muhtemel modelin AR(1) modeli olduğunu işaret etmektedir.

1612 numaralı akım gözlem istasyonuna ait yıllık ortalama akımları temsil eden Şekil 4' deki korelogram incelendiğinde  $r_1$  değerinin istatistiksel açıdan önemli olduğu gözlenmiştir. Akım serisindeki ardışık değerlerin birbirine bağımlı olması ve  $r_1$  değerinin istatistiksel açıdan önemli çıkması sebebi ile AR(1) modelinin geçerli olabileceği düşünülmüştür.

Öngörülen modellere ait parametreleri tahmin etmek ve bu parametrelerin kararlılık şartlarını kontrol etmek amacıyla, her bir istasyonun akım serilerine ait ortalamalar ( $\bar{y}$ ) ve varyanslar ( $\sigma^2$ ) hesaplanmış,  $z_t = y_t - \bar{y}$  denklemi ile  $z_t$  serisi elde edilmiştir. Akım serilerine ait ortalamalar, varyanslar ve otoregressif parametreler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2'deki değerler dikkate alındığında her üç istasyon için bulunan otoregressif parametrenin  $-1 < \phi_1 < 1$  şartına uyduğu ve sonuç olarak parametrelerin kararlılık şartlarını sağladığı görülmektedir.

Seçilen modelin uygunluk testlerinin yapılması amacıyla öncelikle her üç akım serisi için artık seriler ( $\epsilon_t$ ) elde edilmiş ve bu serilerin bağımsızlık testleri yapılmıştır. Bunun için önce artık serilerin korelogramı hesaplanmış ve  $L=0.3N \approx 12$  alınarak Porte Monteau metodu kullanılarak Q istatistikleri bulunmuş ve bu değer (L-p) serbestlik derecesindeki ve %95 olasılıktaki  $\chi^2$  değeri ile kıyaslanmıştır. Ayrıca  $\epsilon_t$  artık serilerinin normal dağılıp dağılmadığı da bu serilere ait çarpıklık katsayısı değerleri dikkate alınarak kontrol edilmiştir. Bu işlemlerin sonuçları Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 2. Akım serilerine ait ortalamalar, varyanslar ve otoregressif parametreler.

Table 2. Means, variances and autoregressive parameters of streamflow series.

| İstasyon no | Ortalama ( $\bar{y}$ ) | Varyans ( $\sigma^2$ ) | $\phi_1=r_1$ |
|-------------|------------------------|------------------------|--------------|
| 1611        | 3.626                  | 1.527                  | 0.138        |
| 1612        | 2.394                  | 0.979                  | 0.303        |
| 1622        | 1.021                  | 0.071                  | 0.436        |

Tablo 3. Porte Monteau ve normalite testi sonuçları.

Table 3. Results of Porte Monteau and normality tests.

| İstasyon no | Q     | L-p | $\chi_{0.95}^2$ | $\gamma_\epsilon$ | $\gamma$ |
|-------------|-------|-----|-----------------|-------------------|----------|
| 1611        | 8.49  | 12  | 21              | -0.075            | 0.881    |
| 1612        | 7.418 | 12  | 21              | 0.232             | 0.881    |
| 1622        | 4.322 | 11  | 19.68           | 0.271             | 0.961    |

Tablo 3'deki sonuçlar dikkate alındığında her üç istasyon için bulunan Q değerlerinin söz konusu L-p değerlerine göre bulunan  $\chi_{0.95}^2$  değerlerinden küçük olduğu dolayısı ile  $\epsilon_t$  artık serilerinin bağımsız olduğuna karar verilmiştir. Tablo 3'deki  $\gamma_\epsilon$  değerleri de  $\gamma$  değerlerinden küçük olduğu için artık serilerin normal dağıldığı kabul edilmiştir.

1611 ve 1612 numaralı istasyonlar için seçilen modelin bir üst, 1622 numaralı istasyon için seçilen modelin ise bir alt ve bir üst modelleri arasında AIC (Akaike Bilgi Kriteri-Akaike Information Criterion) kullanılarak bir kıyaslama yapılmıştır. Bunun için 1611 numaralı ve 1612 numaralı istasyonlarda AR(1) modeli için, 1622 numaralı istasyonda ise AR(0) ve AR(2) modeli için artık seri varyansları ( $\sigma_\epsilon^2$ ) bulunmuştur (Tablo 4).

Tablo 4. AR(p) modellerine ait artık seri varyansları.

Table 4. White noise variances of AR(p) models.

| İstasyon no | $\sigma_\epsilon^2$ |       |       |
|-------------|---------------------|-------|-------|
|             | AR(0)               | AR(1) | AR(2) |
| 1611        | 1.527               | 1.538 | --    |
| 1612        | 0.979               | 0.913 | --    |
| 1622        | 0.071               | 0.060 | 0.061 |

Daha sonra her model için AIC değerleri elde edilerek en küçük AIC değerini veren model o istasyonun yıllık ortalama akımlarını temsil eden en uygun model olarak seçilmiştir (Tablo 5). Tablo 5'e göre en küçük AIC değerini veren model 1611 numaralı istasyonda AR(0),

1612 numaralı istasyonda AR(1) ve 1622 numaralı istasyonda ise AR(1) modelidir.

Tablo 5. AR(p) modellerine ait AIC değerleri

Table 5. AIC values of AR(p) models

| İstasyon no | AIC     |         |         |
|-------------|---------|---------|---------|
|             | AR(0)   | AR(1)   | AR(2)   |
| 1611        | 16.515  | 18.778  |         |
| 1612        | -0.821  | -1.569  |         |
| 1622        | -84.516 | -88.259 | -85.266 |

Kurulan modeller kullanılarak her bir istasyonun gözlem periyodu ile aynı N uzunluğuna sahip 50'şer adet sentetik seri üretilmiştir ve bu serilerin tarihi seriye ait karakteristikleri (ortalama, standart sapma, çarpıklık ve korelogram) muhafaza edip etmediklerini kontrol etmek için üretilen sentetik serilerin korelogramı, ortalaması, standart sapması ve çarpıklık katsayısı ile %95 güven aralıkları hesaplanmıştır. Her bir istasyona ait olan tarihi serilere ait istatistiksel karakteristikler ve güven aralıkları Tablo 6'da verilmiştir.

Tablo 6 incelendiğinde 1611 numaralı istasyonda tarihi seriye ait standart sapma değerinin güven aralığında olmadığı görülmektedir. Diğer karakteristikler her üç istasyonda da güven aralıkları içine düşmektedir. Bu nedenle 1611 numaralı istasyonun model derecesi bir derece artırılmış ve AR(1) modeli yeni model olarak seçilmiştir. 1612 ve 1622 numaralı istasyon için seçilen modeller ise en başta seçilen AR(1) modelidir.

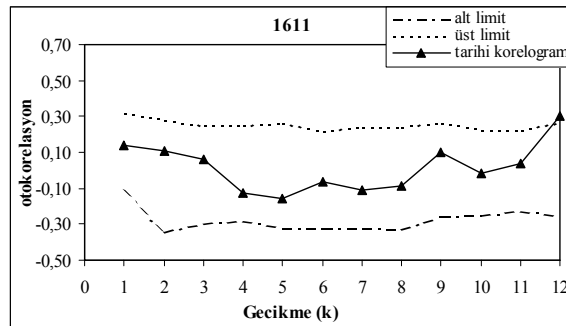
Tablo 6. Tarihi serinin istatistiksel karakteristikleri ve güven limitleri.

Table 6. %95 confidence intervals and statistical characteristics of historical series.

| İstasyon no | Ortalamanın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait ortalama | Standart sapmanın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait standart sapma | Çarpıklığın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait çarpıklık |
|-------------|---------------------------|-----------|----------------------------|---------------------------------|-----------|----------------------------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|
|             | Alt limit                 | Üst limit |                            | Alt limit                       | Üst limit |                                  | Alt limit                 | Üst limit |                             |
| 1611        | 3.374                     | 3.891     | 3.626                      | 0.619                           | 1.135     | 1.236                            | -0.715                    | 0.788     | -0.075                      |
| 1612        | 2.095                     | 2.724     | 2.394                      | 0.368                           | 1.001     | 0.990                            | -0.677                    | 0.720     | 0.232                       |
| 1622        | 0.900                     | 1.137     | 1.021                      | 0.081                           | 0.313     | 0.267                            | -0.806                    | 0.764     | 0.698                       |

1611 numaralı istasyonda belirlenen yeni model olan AR(1)'e göre model karakteristikleri tekrar hesaplandığında ortalama için güven aralığı [3.273;3.988] olarak bulunmuştur. Tarihi seriye ait ortalama ise 3.626 m<sup>3</sup>/s olup güven aralığı içine düşmektedir. Standart sapmanın güven aralığı ise [0.491;1.241] olup tarihi seriye ait olan 1.236 standart sapma değeri de güven aralığı içine düşmektedir. Çarpıklık katsayısına ait olan güven aralığı da [-0.766;0.741]'dir ve tarihi seriye ait çarpıklık katsayısı değeri olan -0.075 değeri de bu güven aralığı içinde kalmaktadır. Bu sonuçlar 1611 numaralı istasyon için belirlenen AR(1) modelinin uygun model olduğu sonucunu göstermektedir.

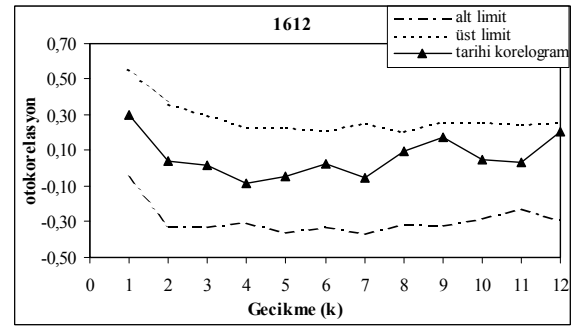
Her bir istasyon için korelogramların kontrolü de yapılmış ve üç istasyona ait tarihi korelogramların %95 güven aralıkları içinde olduğu belirlenmiştir (Şekil 8, Şekil 9 ve Şekil 10).



Şekil 8. AR(1) modeli için 1611 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve %95 güven aralığı.

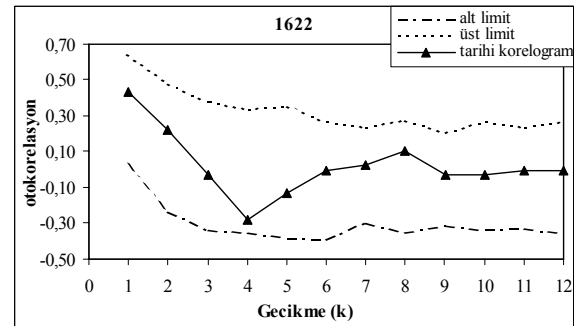
Figure 8. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1611 for AR(1) model.

Şekil 8, 9 ve 10 incelendiğinde her üç istasyona ait tarihi korelogramların %95 güven limitleri içinde kaldığı görülmektedir. 1611 numaralı istasyon için k=12 gecikme değerinde tarihi korelogram güven limitlerinin dışına çıkmıştır. Ancak bu durum kabul edilebilir sınırlar içinde kalmaktadır ( $12 \times \alpha = 12 \times 0.05 \approx 1$ ).



Şekil 9. AR(1) modeli için 1612 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve %95 güven aralığı.

Figure 9. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1612 for AR(1) model.



Şekil 10. 1622 numaralı istasyon için tarihi korelogram ve %95 güven aralığı

Figure 10. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1622.

Sonuç olarak; AR(1) modelinin  $y_t = x_t = \mu + \phi_1 \times z_{t-1} + \sigma_\varepsilon \times \xi_t$  şeklindeki ifadesine göre incelenen üç istasyona ait kurulan AR(1) modellerinin matematiksel ifadesi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

1611 numaralı istasyon için AR(1) modeli

$$y_t = x_t = 3.626 + 0.138 \times z_{t-1} + 1.240 \times \xi_t \quad (11)$$

1612 numaralı istasyon için AR(1) modeli

$$y_t = x_t = 2.394 + 0.303 \times z_{t-1} + 0.956 \times \xi_t \quad (12)$$

1622 numaralı istasyon için AR(1) modeli

$$y_t = x_t = 1.021 + 0.436 \times z_{t-1} + 0.245 \times \xi_t \quad (13)$$

Bu ifadelerdeki  $z_t$  standardize seriyi,  $\xi_t$  standart normal rastgele sayıları,  $\sigma_\varepsilon$  ise rastgele değişkenin standart sapmasını ifade etmektedir.

#### Yıllık Akımların ARMA modelleri

Çalışmada kullanılan istasyonlara ait yıllık akımların AR modellemesinde çizilen korelogram ve kısmi korelogramlar neticesinde, 1611 numaralı istasyon için ARMA(0,1), 1612 ve 1622 numaralı istasyonlarda da kısmi korelogramların  $k=1$  gecikme değerinde önemli çıkması sebebiyle ARMA(1,1) modelleri muhtemel model olarak seçilmiştir. Her 3 istasyona ait yıllık akım serilerinin ortalaması, varyansı ve  $z_t$  serileri daha önce belirlenmiştir. Öngörülen ARMA modellerine ait  $\phi$  ve  $\theta$  parametreleri, artık serilerin kareleri toplamı (S) minimum olacak şekilde bilgisayar yardımıyla hesaplanmış ve bu minimum S değeri kullanılarak artık seri varyansları ( $\sigma_\varepsilon^2$ ) belirlenmiştir. Daha sonra 1611 numaralı istasyon için seçilen modelin bir üst, 1612 ve 1622 numaralı istasyonlar için ise seçilen modelin bir alt ve bir üst modelleri arasında AIC (Akaike Bilgi Kriteri-Akaike Information Criterion) kullanılarak bir kıyaslama yapılmıştır. Bunun için öncelikle 1611 numaralı istasyon için seçilen ARMA(0,1) modelinin bir üst modeli olan

ARMA(1,1) modeli için, 1612 ve 1622 numaralı istasyonlarda ise seçilen ARMA(1,1) modelinin bir alt ve bir üst modeli olan ARMA(0,1) ve ARMA(2,1) modelleri için minimum S değerini veren model parametreleri ve artık seri varyansları ( $\sigma_\varepsilon^2$ ) bulunarak sonuçlar Tablo 7'de verilmiştir.

Daha sonra her model için AIC değerleri elde edilerek en küçük AIC değerini veren model o istasyonun yıllık ortalama akımlarını temsil eden en uygun ARMA(p,q) modeli olarak seçilmiştir (Tablo 8). Tablo 5'e göre en küçük AIC değerini veren model 1611 numaralı istasyonda AR(0), 1612 numaralı istasyonda AR(1) ve 1622 numaralı istasyonda ise AR(1) modelidir. Seçilen modellere ait artık serilerin önemli bir içsel bağımlılığının olup olmadığı da

Porte Monteau testi ile incelenmiştir. Bunun için artık serilerin korelogramı hesaplanmış, Porte Monteau metodu kullanılarak Q istatistikleri bulunmuş ve bu değer (L-p-q) serbestlik derecesindeki, %95 olasılıktaki  $\chi^2$  değeri ile kıyaslanmıştır.  $\varepsilon_t$  artık serilerinin normal dağılıp dağılmadığı da bu serilere ait çarpıklık katsayısı hesaplanarak kontrol edilmiştir (Tablo 9).

Tablo 9'daki sonuçlara göre her üç istasyon için bulunan Q değerlerinin söz konusu L-p-q değerlerine göre bulunan  $\chi_{0.95}^2$  değerlerinden küçük olduğu dolayısı ile  $\varepsilon_t$  artık serilerinin önemli bir içsel bağımlılığının olmadığı, dolayısıyla bağımsız olduğu, ayrıca hesaplanan çarpıklık katsayılarına göre de artık serilerin normal dağıldığı sonucuna varılmıştır.

Bu kontrollerden sonra yıllık ortalama akımlar için belirlenen ARMA(p,q) modellerine ait ifadeler kullanılarak 50 adet sentetik seri üretilmiş ve istatistiksel karakteristiklere ait güven aralıkları bulunmuştur (Tablo 10).

1611 ve 1612 numaralı istasyon için ARMA(1,1) ve 1622 numaralı istasyon için ARMA(2,1) şeklinde belirlenen modellere ait korelogramların kontrolü yapılmış ve tarihi korelogramların %95 güven aralıkları içinde olduğu belirlenmiştir (Şekil 11-13).

Tablo 7. Seçilen muhtemel ARMA(p,q) modelleri ile bir alt ve bir üst dereceli modellere ait  $\phi$  ve  $\theta$  parametreleri ve artık seri varyansları.

Table 7.  $\phi$  and  $\theta$  parameters, white noise variances for selected possible ARMA(p,q) models and one up and one down degree models.

| İstasyon no | ARMA(0,1) |            |        |            | ARMA(1,1) |            |       |            | ARMA(2,1) |          |            |       |            |
|-------------|-----------|------------|--------|------------|-----------|------------|-------|------------|-----------|----------|------------|-------|------------|
|             | $\phi_1$  | $\theta_1$ | S      | $\sigma^2$ | $\phi_1$  | $\theta_1$ | S     | $\sigma^2$ | $\phi_1$  | $\phi_2$ | $\theta_1$ | S     | $\sigma^2$ |
| 1611        | 0.000     | -0.662     | 283.07 | 7.258      | 0.988     | 0.761      | 67.07 | 1.720      | 0.498     | 0.447    | -0.014     | 67.70 | 1.736      |
| 1612        |           |            |        |            | 0.990     | 0.848      | 37.40 | 0.959      | 0.912     | 0.066    | 0.674      | 39.27 | 1.007      |
| 1622        |           |            |        |            | 0.956     | 0.144      | 1.70  | 0.053      | 0.589     | 0.376    | -0.363     | 1.43  | 0.044      |

Tablo 8. ARMA(p,q) modellerine ait AIC değerleri.

Table 8. AIC values of ARMA(p,q) models.

| İstasyon no | AIC       |           |           |
|-------------|-----------|-----------|-----------|
|             | ARMA(0,1) | ARMA(1,1) | ARMA(2,1) |
| 1611        | 79.304    | 25.148    | 25.507    |
| 1612        |           | 2.369     | 6.269     |
| 1622        |           | -89.955   | -93.558   |

Tablo 9. ARMA(p,q) modelleri için Porte Monteau ve normalite testi sonuçları.

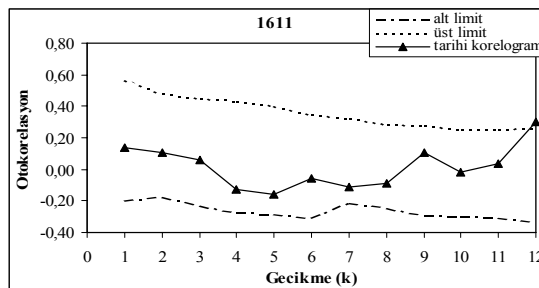
Table 9. Results of Porte Monteau and normality tests for ARMA(p,q) models.

| İstasyon no | Q     | L-p       | $\chi^2_{0.95}$ | $\gamma^e$ | $\gamma$ |
|-------------|-------|-----------|-----------------|------------|----------|
| 1611        | 8.060 | 12-1-1=10 | 18.31           | 0.054      | 0.881    |
| 1612        | 6.990 | 12-1-1=10 | 18.31           | 0.237      | 0.881    |
| 1622        | 8.743 | 12-2-1=9  | 16.92           | -0.769     | 0.961    |

Tablo 10. ARMA(p,q) modelleri için tarihi serinin istatistiksel karakteristikleri ve güven limitleri.

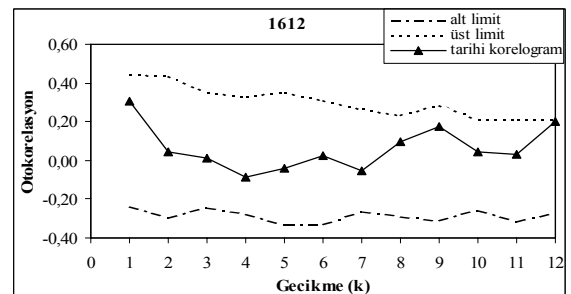
Table 10. %95 confidence intervals and statistical characteristics of historical series for ARMA(p,q).

| İstasyon no | Ortalamanın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait ortalama | Standart sapmanın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait standart sapma | Çarpıklığın güven aralığı |           | Tarihi seriye ait çarpıklık |
|-------------|---------------------------|-----------|----------------------------|---------------------------------|-----------|----------------------------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|
|             | Alt limit                 | Üst limit |                            | Alt limit                       | Üst limit |                                  | Alt limit                 | Üst limit |                             |
| 1611        | 1.530                     | 5.633     | 3.626                      | 1.105                           | 2.980     | 1.236                            | -0.600                    | 0.688     | -0.075                      |
| 1612        | 1.128                     | 3.149     | 2.394                      | 0.344                           | 1.720     | 0.990                            | -0.850                    | 0.760     | 0.232                       |
| 1622        | 0.431                     | 1.750     | 1.021                      | 0.177                           | 0.952     | 0.267                            | -0.798                    | 0.956     | 0.698                       |



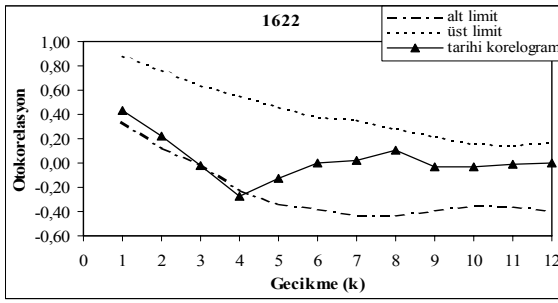
Şekil 11. ARMA(1,1) modeli için 1611 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve %95 güven aralığı.

Figure 11. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1611 for ARMA(1,1) model.



Şekil 12. ARMA(1,1) modeli için 1612 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve %95 güven aralığı.

Figure 12. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1612 for ARMA(1,1).



Şekil 13. ARMA(2,1) modeli için 1622 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve %95 güven aralığı.

Figure 13. Historical correlogram and %95 confidence interval of gauging station with the number of 1622 for ARMA(2,1) model.

Korelogramlar incelendiğinde, her üç istasyona ait tarihi korelogramların %95 güven limitleri içinde kaldığı görülmektedir. 1611 numaralı istasyon için  $k=12$ , 1622 numaralı istasyon için ise  $k=4$  gecikme değerinde tarihi korelogram güven limitlerinin dışına çıkmıştır. Ancak bu durum kabul edilebilir sınırlar içinde kalmaktadır ( $12 \times \alpha = 12 \times 0.05 \approx 1$ ).

Yapılan bütün kontroller sonucunda üç akım gözlem istasyonu için belirlenen ARMA(p,q) modellerine ait matematiksel ifadeler aşağıda verilmiştir:

1611 numaralı istasyon için ARMA(1,1) modeli

$$y_t = x_t = 3.626 + 0.988z_{t-1} - 0.761\epsilon_{t-1} + 1.311 \times \xi_t \quad (14)$$

1612 numaralı istasyon için ARMA(1,1) modeli

$$y_t = x_t = 2.394 + 0.990z_{t-1} - 0.848\epsilon_{t-1} + 0.979 \times \xi_t \quad (15)$$

1622 numaralı istasyon için ARMA(2,1) modeli

$$y_t = x_t = 1.021 + 0.589z_{t-1} + 0.376z_{t-2} + 0.363\epsilon_{t-1} + 0.210 \times \xi_t \quad (16)$$

## SONUÇLAR

Bu çalışmada nehir akımlarının stokastik modellemesinde yaygın olarak kullanılan modellerden biri olan AR(p) ve ARMA(p,q) modellerinin metodolojisine ve Orta Anadolu Kapalı Havzasında yer alan üç istasyona ait yıllık ortalama akım serilerine uygulanmasına yer verilmiştir. Gerekli tüm kontroller yapılarak akım serilerini temsil eden modellere karar verildikten sonra sentetik seriler üretilmiş ve kurulan modellerin, tarihi seriye ait istatistiksel karakteristikleri muhafaza ettiği gösterilmiştir. Bütün bu yapılan analizler sonucunda 1611, 1612 ve 1622 numaralı akım gözlem istasyonlarına ait yıllık ortalama akımlarını temsil eden en uygun otoregressif modelin her üç istasyonda da AR(1) modeli olduğu, en uygun otoregressif hareketli ortalama modelinin ise 1611 ve 1612 numaralı istasyon için ARMA(1,1), 1622 numaralı istasyon için ise ARMA(2,1) olduğuna karar verilmiştir. Elde edilen bu model Orta Anadolu Kapalı Havzası'ndaki üç nehrin yıllık ortalama akım tahminlerinde kullanılabilir.

## KAYNAKLAR

- Bayazıt, M., 1998, Hidrolojik Modeller, İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- Box, G. E. P. and Jenkins; G. M., 1970, Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco
- Kahya, E., Karabörk, Ç. ve Kalaycı, S., 1998, Yeşilirmak Havzasında ARIMA ve Çok Değişkenli Stokastik Modelleme Uygulamaları, II Uluslar Hidrometeoroloji Sempozyumu, 195-203, 18-20 Kasım, Ankara
- Karabörk, Ç., 1997, Yıllık ve Aylık Akımların Stokastik Modellemesi, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya, Türkiye
- Karabörk, Ç. ve Kahya, E., 1998, Göksu Nehrinin Yıllık ve Aylık Akımlarının Stokastik Modellemesi, S. Ü. Müh.-Mim. Fak.Derg., c. 13, s. 1, Konya
- Karabörk, Ç. ve Kahya, E., 1999, Multivariate Stochastic Modeling of Monthly Streamflow of Rivers in the Sakarya Basin, Turk. J. Engin. Environ. Sci., 23, 133-148
- Merzi, N., Usul, N. ve Usul, G., 1995, Çoruh Havzası'nda Oltu Nehrinin (2323 Numaralı İstasyonun) Aylık Akımlarının Stokastik Modellemesi, Cilt 6, Sayı 4

- Nguyen, V.T.V. and Rouselle, J., 1981, A Stochastic Model For the Time Distibution of Hourly Rainfall Depth, *Water Resources Research* 17:399-409
- Özçelik, C. ve Benzeden, E., 2004, Göl Seviyelerinin Matematik Modelleri, IV Ulusal Hidroloji Kongresi, 247-259, İstanbul
- Salas, J. D. Delleur, J. W., Yevjevich, V., Lane, W. L., 1980, *Applied Modelling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Colerado
- Salas, J.D. and Obeysekera, J.T.B., 1982, ARMA Model Identification of Hydrologic Time Series, *Water Resources Research* 18:1011-1021
- Şarlak, N. ve Şorman, Ü., 2004, Otoresif Zaman Serileri Modelleri Parametrelerinin Yeni Bir Metotla (MML) Elde Edilmesi ve Maksimum Olabilirlik Metodu İle Karşılaştırılması Uygulama: Kızılırmak Havzası, IV Ulusal Hidroloji Kongresi, 235-245, İstanbul
- Te, W. G. and Singh, V.P., 1994, An Autocorrelation Function Method for Estimation Parameters of Autoregressive Models, *Water Resources Management* 32:33-56
- Yiğit, U., 1998, *Stochastic Modeling of Monthly Flows of Ankara Creek in Sakarya Basin*, Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye
- Yücel, A. ve Topaloğlu, F., 1999, Adana İli Uzun Yıllık (1929-1990) Günlük Minimum, Ortalama ve Maksimum Sıcaklık Verilerinin Zaman Serisi Analizi İle İncelenmesi, *Turkish Journal of Agriculture And Forestry* 23, Ek Sayı 4, 863-868, Tübitak
- Yürekli, K. and Öztürk, F., 2003, Stochastic Modeling of Annual Maximum and Minimum Streamflow of Kelkit Stream, *Water International*, Volume 28, Number 4, Pages 433-441

