Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 39:2 (2024) 899-908

Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi
Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Elektronik / Online ISSN : 1304 - 4915
Basılı / Printed ISSN : 1300 - 1884

Mathematical programming based heuristic method for two-dimensional two-stage cutting stock problems

Banu İçmen Erdem*, Refail Kasımbeyli
Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Eskişehir Technical University, 26555, Eskişehir, Türkiye

Highlights:
- A new mathematical programming based heuristic method for two-dimensional cutting stock problem
- Utilization of random key based genetic algorithm
- Mathematical model with new features

Keywords:
- Cutting stock problem
- Local search
- Metaheuristic
- Guillotine cutting

Article Info:
Research Article
Received: 28.12.2021
Accepted: 28.04.2023

DOI:
10.17341/gazimmfd.1049876

Correspondence:
Author: Banu İçmen Erdem
e-mail: bicmen@eskisehir.edu.tr
phone: +90 222 321 3550 / 6489

Graphical/Tabular Abstract

This study considers two-dimensional two-stage guillotine cutting stock problem which includes determination of how stock panels should be cut in an optimal way, by developing and applying different solution approaches. A new mathematical programming based heuristic method for the problem is presented. Figure A depicts the flowchart of this method. Furthermore, a mathematical model with new features and a random key based genetic algorithm is used to solve this problem.

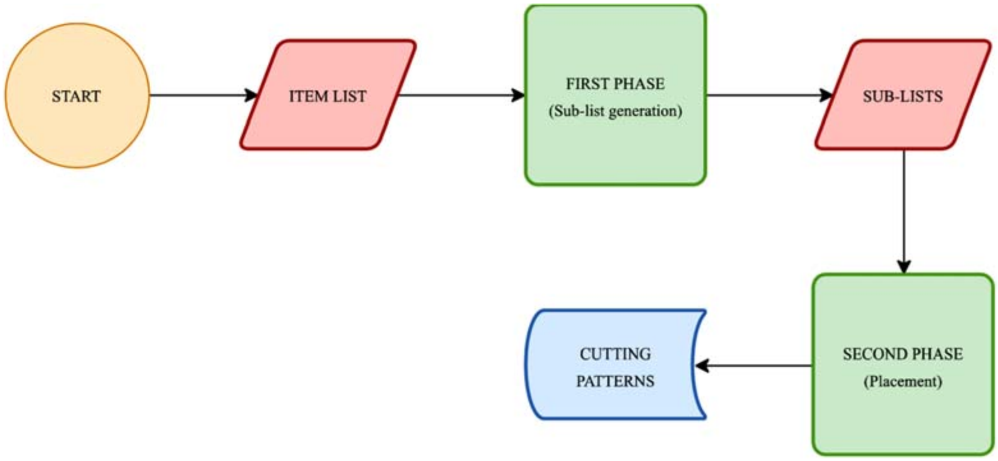


Figure A. Flowchart of the proposed method

Purpose: The aim of this study is to introduce a new mathematical programming based heuristic method for two-dimensional cutting stock problem as well as different solution approaches. This problem is investigated with fixed rotation assumption and under guillotine cutting constraint, where the two-stage cutting operation is used.

Theory and Methods: In this study, an integer programming model with new features is proposed. A random key based genetic algorithm is utilized to obtain feasible solutions, and by applying a local search within the algorithm, a hybrid structure is acquired. Besides, a novel two-stage math-heuristic solution method in the form of solving two consecutive mathematical models, is designed.

Results: To illustrate the efficiencies and the performances of the proposed model and the solution methods, a set of 30 instances of two-dimensional knapsack problems are used. The 26 instances out of 30 are solved to optimality with mathematical model also by using the math-heuristic method, 14 instances out of 30, are solved to optimality. Computational times demonstrates that math-heuristic method has significantly lower run times especially for problems with a large item number.

Conclusion: The paper presents a new version of the mathematical model and new solution approaches for the two-dimensional two-stage guillotine cutting stock problem. This problem includes the determination of how the ordered items should be cut from the single type stock panels by minimizing the total stock area used, or the total trim loss. We proposed a new math-heuristic method and utilized a metaheuristic method for solving this problem. Using these methods, good solutions are obtained in short periods of time for some test problems taken from the literature.

Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University 39:2 (2024) 899-908

Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi
Journal of The Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University
Elektronik / Online ISSN : 1304 - 4915
Basılı / Printed ISSN : 1300 - 1884

İki boyutlu iki aşamalı kesme problemleri için matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem

Banu İçmen Erdem*, Refail Kasımbeyli
Eskişehir Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 26555, Eskişehir, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- İki boyutlu kesme problemi için yeni bir matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem
- Rassal anahtar tabanlı genetik algoritmanın uygulaması
- Yeni özelliklere sahip matematiksel model

Makale Bilgileri
Araştırma Makalesi
Geliş: 28.12.2021
Kabul: 28.04.2023

DOI:
10.17341/gazimmfd.1049876

Anahtar Kelimeler:
Kesme problemleri,
yerel arama,
metasezgisel,
giyotin kesim

ÖZ

Bu çalışmada, ana malzemelerden talep edilen parçaların, en uygun şekilde nasıl kesilmesi gerektiğinin belirlenmesini içeren iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme problemleri için farklı çözüm yaklaşımları geliştirilmiş ve uygulanmıştır. Yeni özelliklere sahip bir kısıt kümesi içeren tamsayılı programlama modeli önerilmiştir. Uygun çözümler elde etmek için rassal anahtar tabanlı bir genetik algoritma kullanılmış ve algoritma içinde yerel arama yapılarak melez bir yapı elde edilmiştir. Ayrıca, iki aşamalı matematik programlama temelli sezgisel bir çözüm yöntemi önerilmiştir. Bu yöntemin ilk aşamasında, problemin gevşetilmiş hali çözülür; ikinci aşamada ise elde edilen çözüm geliştirilir. Geliştirilen iki aşamalı matematik programlama temelli sezgisel çözüm yaklaşımının, sonuçları elde etme süresi makalede verilen diğer yöntemlere kıyasla önemli derecede düşüktür. Önerilen matematiksel model ile literatürden alından 30 test probleminin 26'sında, matematik programlama temelli sezgisel çözüm yaklaşımı ile 14'ünde ve rassal anahtar tabanlı bir genetik algoritma ile 16'sında eniyi çözüm değerleri elde edilmiştir.

Mathematical programming based heuristic method for two-dimensional two-stage cutting stock problems

H I G H L I G H T S

- A new mathematical programming based heuristic method for two-dimensional cutting stock problem
- Utilization of random key based genetic algorithm
- Mathematical model with new features

Article Info
Research Article
Received: 28.12.2021
Accepted: 28.04.2023

DOI:
10.17341/gazimmfd.1049876

Keywords:
Cutting stock problem,
local search,
metaheuristic,
guillotine cutting

ABSTRACT

This paper studies a two-dimensional two-stage guillotine cutting stock problem which includes determination of how the items should be cut from stock panels in an optimal way, by developing and applying different solution approaches. An integer programming model with new features is proposed. A random key based genetic algorithm is utilized to obtain feasible solutions, and by applying a local search within the algorithm, a hybrid structure is acquired. Besides, a novel two-stage math-heuristic solution method is proposed. In the first stage of this method, a relaxation of the problem is solved; in the second, this solution is improved. The time to obtain the results of the developed two-stage math-heuristic solution approach is significantly lower than the other methods given in the article. Optimal solution values were obtained in 26 of 30 test problems taken from the literature with the proposed mathematical model, in 14 with mathematical programming based heuristic method, and in 16 with a random key based genetic algorithm.

*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : *bicmen@eskisehir.edu.tr, rkasimbeyli@eskisehir.edu.tr /
Tel: +90 222 321 3550 / 6489

1. Giriş (Introduction)

Belirlenmiş bir talep listesine göre, kullanılan ana malzeme sayısını veya kesim kaybını en aza indirerek, büyük ana malzemelerden daha küçük parçaların kesilmesi, kesme problemi olarak tanımlanmaktadır. Bu tür problemlerin sınıflandırılmasında kullanılan en önemli özelliklerden biri parça ve ana malzemelerin boyutlarıdır. Ana malzeme ve parçaların, geometrisini tanımlamak için gerekli olan en küçük sayı, boyut olarak tanımlanmaktadır [1]. Bir boyutlu kesme problemi, standart uzunluktaki rulolardan daha küçük ruloların, kesim kaybını enküçükleyecek şekilde kesilmesi problemidir [2-4]. İki boyutlu kâğıt, metal, cam veya ahşap malzemelerden daha küçük dikdörtgen formundaki ürünlerin elde edilmesi durumunda iki boyutlu problemler ortaya çıkar [5-8]. Bir buçuk boyutlu (1.5 boyutlu) kesme problemi, iki boyutlu ana malzemenin bir boyutunun uzunluğunun sabit kabul edildiği durumda diğer boyutun sonsuz ya da yeterince büyük şekilde ele alınmasıdır [9, 10]. Konteyner yükleme problemi olarak da adlandırılan üç boyutlu kesme problemine lojistik sektöründe sıklıkla rastlanmaktadır. Bu problemde kullanılan ana malzeme ve kesilecek ya da yerleştirilecek parçalar üç boyuta sahiptir [11, 12]. İki boyutlu kesme problemleri, kesim işlemlerinin özellikleri, kullanılan ana malzeme türü sayıları ve parçaların döndürülmesi gibi bazı özelliklere göre sınıflandırılabilir. İlk sınıflandırma şekli, kullanılan kesme işleminin özelliğine göre yapılır. Kesim işlemi, ana malzemenin bir kenarından diğer kenarına kadar kesintisiz bir kesim yapılmasına izin veriyorsa, bu durum giyotin kesim olarak tanımlanmaktadır. Ancak ana malzemenin herhangi bir yerinde kesim işleminin yön değiştirmesine izin veriliyorsa, giyotin olmayan kesim olarak tanımlanır. Sadece giyotin kesim işleminin kullanıldığı durumlarda, kesim işlemi sayısına göre farklı bir sınıflandırma ortaya çıkar. Bir ana malzemeden parçanın kesilmesi sırasında en fazla iki kesim işlemi yapılıyorsa iki aşamalı kesim olarak tanımlanır. Üçüncü bir kesim sadece kesim kaybını ayırmak için kullanılabilir. Kesim kaybı olmayan bir parça elde etmek için üçüncü bir kesim daha kullanılırsa, bu kesim işlemine üç aşamalı kesim denir. Ana malzemedeki parçaların döndürülmesi de kesme problemleri için başka bir sınıflandırma özelliğidir. Parçaların 90° döndürülmesine izin verilmiyorsa, bu tür problemler sabit yerleşimli problemler olarak adlandırılır. Son olarak, kullanılan ana malzeme çeşit sayısına göre sınıflandırma yapılabilir. Bu problemler iki sınıfa ayrılır: tek ana malzeme çeşidi kullanılan problemler ve birden fazla ana malzeme çeşidi kullanılan problemler. Böyle bir durumda ana malzeme boyutlarının seçimi de önemli bir konu haline gelmektedir. İki boyutlu iki aşamalı kesme problemlerinin NP-zor sınıfa ait olduğu birçok çalışma ile kanıtlanmıştır [13, 14]. Kesme problemlerine yönelik çözüm yaklaşımları genel olarak üç kategoriye ayrılır: metasezgisel (ve sezgisel) yöntemler [15-18], kesin yöntemler [13, 14, 19] ve melez yöntemler [20]. Melez yöntemlerin farklı problem türlerinde de kullanılıp etkin çözümler elde etmesi bu yöntemlerin kullanım alanlarını arttırmıştır [21]. İki boyutlu kesme problemleri literatürde farklı yönleriyle ele alınmıştır.

Furini ve Malaguti [13] önceden belirlenmiş talep listesinin, iki aşamalı giyotin kesim işlemi ile kesilmesini ele aldıkları çalışmalarında, birden fazla ana malzeme türünün kullanıldığı, iki boyutlu kesme problemini incelemişlerdir. Lodi vd. [22] iki boyutlu kutulama problemi için verilen gelişmeleri; kesin yöntemler, sezgisel ve meta-sezgisel yaklaşımlara vurgu yaparak incelemektedir. Çalışmalarında verilen “iki aşamalı yöntem” tanımına göre, bu makalede önerilen çözüm yöntemi, iki aşamalı matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem olarak sınıflandırılabilir. Lodi vd. [14] kesim kaybını en aza indirecek şekilde, bir dizi dikdörtgen parçayı daha büyük dikdörtgen standart malzemelere atamayı gerektiren problemleri ele almışlardır. Polinom sayıda kısıt ve değişken içeren bir matematiksel modelin önerildiği çalışmalarında, Lodi vd. [23] iki boyutlu kutulama ve seviye paketleme problemleri çalışmışlardır. Asıl problemin iki farklı çeşidi incelenmiştir. Birinci problemde, parçaların 90° döndürülmesine izin verilir. İkinci problemde ise, her seviyeye atanan parça sayısı için bir üst sınırın uygulandığı durum ele alınmıştır. Delorme vd. [24] bir dizi dikdörtgen parçanın, sabit genişlikteki bir şeride atanması problemini çalışmışlar, Benders ayrıştırılmasına dayanan bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Mançapa vd. [25] tarafından, genetik algoritma ile melezlenmiş yeni bir yerleştirme sezgiselinin sunulduğu, 90° döndürme kısıtlaması olan ve olmayan şerit paketleme problemleri araştırılmıştır. Şerit paketleme yaklaşımını kullandıklarından dolayı, elde edilen son yerleşimler, ikiden daha fazla kesme aşamasını içermektedir. Bortfeldt [26] aynı şekilde iki boyutlu şerit paketleme problemini incelemiş ve problemin çözümü için genetik algoritma kullanmıştır. Önerilen yöntem, rotasyon kısıtı ve giyotin kısıtı olmak üzere iki ek kısıtı dikkate alma özgürlüğü sağlamaktadır. Oliveira vd. [27] tüm parçaların dikdörtgen ve büyük nesnenin bir şerit, yani sabit genişlikte ancak sonsuz yüksekliğe sahip bir dikdörtgen olduğu, kesme problemi türünü incelemiştir. Problemin amacı, tüm dikdörtgenleri, yüksekliği enküçükleyecek şekilde şerit üzerine yerleştirmektir ve bu çalışmada sezgisel çözüm yöntemlerine odaklanılmıştır. Lodi vd. [28] iki boyutlu kutulama problemini, giyotin kesim kısıtının kullanıldığı ve parçaların döndürülmesine izin verilmediği versiyonu ile ele almışlardır. Problemin çözümü için kısmi sayımlamaya dayanan bir sezgisel sunulmuştur. Bu yöntem ile problemlerin büyük bir kısmında kanıtlanmış eniyi değer elde edilmiş, kalan kısmında ise eniyi çözüme yakınsama sağlanmıştır. Lori vd. [29] iki boyutlu kesme ve kutulama problemleri için araştırma niteliğinde bir çalışma yapmışlardır. Bu çalışmada ele alınan problemler için geliştirilen kesin çözüm yöntemleri, derinlemesine incelenmiş, problemin dört farklı ana türü için kesin çözüm yöntemlerinin gevşetilmesi ile uygun kesim planlarının varlığı araştırılmıştır. Christensen vd. [30] da aynı şekilde araştırma niteliğinde, farklı çözüm yöntemlerini özetleyen bir çalışma yapmışlardır. Farklı olarak çok boyutlu kutulama problemi için, bulut bilişim kullanan çözüm yöntemleri üzerinde durulmuştur. Bu problemleri hem çevrimdışı hem de çevrimdışı kurgularıyla incelemişlerdir.

Bu makalede, iki boyutlu kesme problemleri tek ana malzeme türü ile ele alınarak çalışılmıştır. Bu problem, iki aşamalı kesme işleminin kullanıldığı giyotin kesim kısıtı ve sabit yerleşim varsayımı ile incelenmiştir. Lodi ve arkadaşlarının önerdiği matematiksel modelde (bakınız [14]) kısmi değişiklikler yapılarak oluşturulan matematiksel model için matematiksel programlama temelli, yeni bir çözüm yöntemi önerilmiştir. İki boyutlu iki aşamalı kesme problemleri için matematiksel programlama temelli çözüm yöntemlerinin literatürde çok fazla yer almadığı görülmüştür. Bu nedenle bu fikre dayanan bir çözüm yöntemi önerilmiştir. Önerilen yöntem iki aşamadan oluşmaktadır ve temeli matematiksel programlama çözümüne dayanmaktadır. Bu nedenle, önerilen yöntem matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem olarak adlandırılır. Matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ile elde edilen sonuçlar, geliştirilen rassal anahtar tabanlı genetik algoritma ve matematiksel modelin Gurobi 9.1.2 çözücüsü ile çözdürülmesi sonucu elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Makalenin devamı şu şekilde planlanmıştır; Bölüm 2'de, iki boyutlu kesme problemi anlatılmış ve bu problem için ikili tamsayılı programlama modeli anlatılmıştır. Çözüm yöntemleri Bölüm 3'te sunulmaktadır. Bu bölümde, tanımlanan problemi çözmek için geliştirilen yeni matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ve kullanılan rassal anahtar tabanlı genetik algoritma açıklanmıştır. Matematiksel model ve çözüm yaklaşımları, literatürden yer alan test problemlerini çözmek için kullanılmış ve sonuçları Bölüm 4’te analiz edilmiştir. Son olarak Bölüm 5’te sonuçlar değerlendirilmiştir.

2. Problem Tanımı ve Matematiksel Model
(Problem Formulation and Mathematical Model)

Bu bölümde iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme problemi için, [13] ve [14] çalışmalarında öne sürülmüş olan atama fikrini temel alan, matematiksel model sunulmaktadır. Lodi vd. [14] tarafından geliştirilen matematiksel modelde, parçalar önce seviyelere, sonra seviyeler ana malzemelere atanır. Furini ve Malaguti [13] de benzer şekilde, parçaları önce seviyelere, sonra seviyeleri ana malzemelere atamaktadır. Ayrıca problem birden fazla ana malzeme türü ile ele alınmaktadır. Bu çalışmalarda, kesilecek parçalar talepleri kadar çoğaltılmaz ve her bir parça türü için ayrı talep miktarları dikkate alınır. Belirtilen makalelerden farklı olarak, parçaların taleplerinin karşıladığı atama kısıtı iki kısıt kümesi ile değil tek kısıt kümesi (2) ile sağlanmıştır. Bu şekilde parçaların, seviyelere ve ana malzemeye aynı anda yerleştirilmesi ele alınmıştır. Ayrıca ana malzemelerin sıralı kullanımını sağlayan ek bir kısıt eklenmiştir. Bu şekilde, yine iki aşamalı giyotin kesim kısıtlarını sağlayan ve ana malzeme kullanım sayılarını enküçükleyen, literatürde verilmiş test problemleri için kesim planları elde edilmiştir.

Bu çalışmada, iki boyutlu kesme problemleri aşağıdaki varsayımlar altında incelenmiştir:

- Kesim planında parçalar üst üste gelemez. Parçaların üst üste gelmesi uygun olmayan çözümlerin elde edilmesine neden olabilir.
- Parçaların elde edilmesinde kullanılan kesimler, ana malzemelerin kenarlarına paralel ya da dik şekilde olmalıdır.
- Kullanılan kesim işlemlerinin genişlikleri ihmal edilecektir.

Bir kesim planında, bir seviyedeki en geniş parça, o seviyenin genişliğini belirlemektedir. Her seviye, o seviyeye atanan ilk (en soldaki) parça tarafından başlatılır. Matematiksel modelde, parçaların genişliklerine göre $w_1 \geq w_2 \geq \cdots \geq w_n$ olacak şekilde sıralandığı varsayılır ve aşağıdaki parametre ile küme gösterimleri kullanılmaktadır.

2.1. Küme ve Parametreler (Sets and Parameters)

n	: Planlama dönemi içerisinde kesilmesi gereken toplam parça türü sayısı;
L	: Ana malzeme uzunluğu;
W	: Ana malzeme genişliği;
K	: Toplam ana malzeme sayısı;
d_t	: t parçasının talep miktarı, $t = 1, \ldots, n$;
$\tilde{n}$	: Toplam talep miktarı, $\tilde{n} = \sum_{t=1,\ldots,n} d_t$.

Bu noktadan itibaren, d_t talep miktarına sahip her t parçası, talebi kadar çoğaltılarak ele alınır ve tüm parçalar, 1'den $\tilde{n}$'a kadar numaralandırılır. Her bir parçanın talebi eşit ve 1 olarak kabul edilir. Her bir parça için i ve j dizinleri kullanılacaktır.

- i ve j dizinleri parçaları temsil eder: $i, j \in \{1, \ldots, \tilde{n}\}$;
- p dizini ana malzemeleri temsil eder: $p \in \{1, \ldots, K\}$;
- l_i: i parçasının uzunluğu, $i \in \{1, \ldots, \tilde{n}\}$;
- w_i: i parçasının genişliği, $i \in \{1, \ldots, \tilde{n}\}$.

2.2. Karar Değişkenleri (Decision Variables)

$$x_{ijp} = \begin{cases} 1, & j \text{ parçası}, p \text{ ana malzemesinde } i \text{ parçası ile başlayan bir seviyeden kesilirse,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

$$y_{jp} = \begin{cases} 1, & p \text{ ana malzemesinde } j \text{ parçası seviye başlatırsa ,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

$$z_p = \begin{cases} 1, & p \text{ ana malzemesi kullanılırsa,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

2.2.1. Matematiksel model (Mathematical model)

Verilen küme ve parametreler ile iki boyutlu kesme problem için ikili tamsayılı programlama modeli formüle edilmiştir. Eş. 1 ile verilen amaç fonksiyonu, kullanılan ana malzemelerin toplam alanını enküçüklemektedir. Eş. 2, parçanın talebinin karşılanmasını sağlar. Bu kısıta göre her *j* parçası ya yeni bir seviye başlatabilir ya da daha önce *i ≤ j – 1* parçası tarafından başlatılmış bir seviyeye atanabilir. Bu kısıt ayrıca her parçanın en fazla bir seviye başlatılabilmesini sağlar. Eş. 3, bir *p* ana malzemesindeki her seviye için uzunluk kısıtını sağlar. Eş. 4, bir p ana malzemesinin kullanılmaması durumunda o ana malzemede herhangi bir seviyenin başlatılmamasını sağlar. Eş. 5, bir p ana malzemesinin genişlik kapasitesinin, o ana malzemede başlatılmış seviyelerin toplam genişliği ile kontrol eder. Eş. 6, ana malzemelerin numaralı bir listeye göre (örneğin depoda) sırayla kullanılmasını sağlar. Bu kısıt, karar verici için sıralama gerekliyse kullanılabilir. Eş. 7, eğer bir seviye başlatılmazsa, o seviyeye hiçbir parçanın atanmamasını sağlar. Son olarak, Eş. 8 karar değişkenlerinin tanımlanması ile ilgilidir.

$$\text{Enk} \sum_{p=1}^{K} LWz_p, \tag{1}$$

$$\sum_{p=1}^{K} \left(\sum_{i=1}^{j-1} x_{ijp} + y_{jp} \right) = 1, \quad \forall j, \tag{2}$$

$$\sum_{j=i+1}^{\tilde{n}} l_j x_{ijp} \leq (L - l_i) y_{ip}, \quad \forall i, \forall p, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{\tilde{n}} y_{jp} \leq M z_p, \quad \forall p, \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{\tilde{n}} w_j y_{jp} \leq W, \forall p, \tag{5}$$

$$z_{p+1} \leq z_p, \quad \forall p, \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{\tilde{n}} x_{ijp} \leq M y_{ip}, \quad \forall i, \forall p, \tag{7}$$

$$x_{ijp} \in \{0,1\}, y_{jp} \in \{0,1\}, z_p \in \{0,1\}, \quad \forall i, \forall j, \forall p. \tag{8}$$

3. Çözüm Yöntemleri (Solution Methods)

Matematiksel programlama temelli sezgisel yaklaşım, matematiksel modeller ile sezgisel çözüm yöntemlerinin gücünü birleştiren, kısa zaman içerisinde, uygun çözümlere ulaşmayı sağlayan melez bir yöntemdir. Bu çalışmada ele alınan problem, ikili tamsayılı programlama problemi olduğundan, bu tür problemler için geliştirilen çözüm yöntemlerinin genellikle iki ana zorluğu bulunmaktadır. Bunlardan ilki, kesin çözüm yöntemi kullanılıyorsa, tamsayılı karar değişkenlerinin sayısına bağlı olarak katlanarak artan çözüm süresidir. İkincisi ise, yine tamsayılı karar değişkenlerinin varlığından kaynaklanan, problemin çözüm uzayının dışbükey olmamasıdır. Bu zorluklardan dolayı, bu tür problemlerde hızlı çözümler elde etmek için sezgisel ve/veya metasezgisel yöntemler tercih edilmektedir.

Bu makalede, verilen matematiksel modeli çözmek için matematik programlama temelli sezgisel bir yöntem geliştirilmiştir. Önerilen yöntemin avantajlarını göstermek ve karşılaştırmalar yapmak için aynı problemin çözümünde rassal anahtar tabanlı genetik algoritma kullanılmıştır. Bu algoritmanın genel akışı, probleme özel yerleştirme sezgiseli ve her yinelemede yerel arama kullanılarak geliştirilmiştir. Bu bölümde, bu iki yöntem hakkında ayrıntılı bilgi verilmektedir.

3.1. Matematik Programlama Temelli Sezgisel Yöntem (Math-heuristic method)

Bu bölümde, iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme probleminin çözümü için geliştirilen matematiksel programlama temelli bir sezgisel yöntem anlatılmaktadır. Toplam n adet parça en az sayıda ana malzeme kullanılarak kesilmek istenmektedir. Yöntemin sonucunda elde edilen çıktı ile belirlenmiş talep listesindeki parçaların tümünün kesilmesi için gerekli ana malzeme sayısı belirlenmektedir.

Yöntem, iki aşamalı ve gevşetme temelli bir matematiksel programlama uygulaması olarak yapılandırılmıştır. İlk aşamada, kesilmesi gereken tüm parçalar, yerleştirme kısıtlamaları dikkate alınmadan ana malzemelere atanır (bunun yerine sadece alan kısıtı uygulanır, bu da uygun olmayan çözümlerin elde edilmesine neden olabilmektedir). İkinci aşamada ise, birinci aşamadan elde edilen, her bir ana malzemeye atanan parçalar listesi, ilgili ana malzemeden, uzunluk ve genişlik kısıtları ile uygun varsayımlar dikkate alınarak kesilir. Her iki aşama da kolay ve hızlı bir şekilde çözülebilir durumdadır, çünkü ilk aşamada yerleştirme kısıtları uygulanmaz ve ikinci aşamadaki problem, tek ana malzeme ve daha az parça için çözdürülür.

3.1.1. Birinci aşama (First stage)

İlk aşamada parçalar, ana malzemelere talep ve alan kısıtı dikkate alınarak atanır. Bölüm 2'de belirtildiği şekilde her bir parça talebi kadar çoğaltılarak, talepleri 1'e eşit parçalar listesi oluşturulur. Bu aşamada kullanılan küme ve parametreler izleyen şekildedir;

S : Toplam ana malzeme sayısı;
$\tilde{n}$: Talep edilen toplam parça sayısı;
i : Parça dizini, $i \in \{1, \dots, \tilde{n}\}$;
j : Ana malzeme dizini, $j \in \{1, \dots, S\}$;
l_i : i parçasının uzunluğu, $i = 1, \dots, \tilde{n}$;
w_i : i parçasının genişliği, $i = 1, \dots, \tilde{n}$;
L_0 : Ana malzeme uzunluğu;
W_0 : Ana malzeme genişliği.

Karar değişkenleri:

$$z_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } j \text{ ana malzemesinden kesilirse,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

$$q_j = \begin{cases} 1, & j \text{ ana malzemesi kullanılırsa,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

Bu modelde, Eş. 9 ile verilen amaç fonksiyonu toplam kesim kaybını enküçüklemektedir. Eş. 10, her parçanın tam olarak talep edildiği kadar kesilmesini sağlar. Eş. 11, her bir ana malzemeye atanan tüm parçaların toplam alanının ana malzemenin alanını geçmemesini sağlar. Eş. 12'ye göre, j ana malzemesi kullanılıyorsa bu ana malzemeden bazı parçaların kesilmesine izin verilir, aksi takdirde bu ana malzemeden herhangi bir parça kesilemez. Bu kısıt için ters eşitsizliğe gerek yoktur, çünkü amaç fonksiyonu ana malzeme sayısını enküçüklemeye zorlamaktadır. İşaret kısıtları Eş. 13 ile gösterilmiştir.

$$\text{Enk} \sum_{j=1}^{S} \left(L_0 W_0 q_j - \sum_{i=1}^{\tilde{n}} l_i w_i z_{ij} \right), \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{S} z_{ij} = 1, \qquad \forall i, \tag{10}$$

$$\sum_{i=1}^{\tilde{n}} l_i w_i z_{ij} \le L_0 W_o, \qquad \forall j, \tag{11}$$

$$M q_j \ge \sum_{i=1}^{\tilde{n}} z_{ij}, \qquad \forall j, \tag{12}$$

$$z_{ij} \in \{0,1\},\ q_j \in \{0,1\}, \qquad \forall i, \forall j. \tag{13}$$

3.1.2. İkinci aşama (Second stage)

İlk aşamadan elde edilen sonuçlar, her bir ana malzemeye atanan parçaların (talep) listeleridir. İkinci aşamada ise her bir ana malzemeye atanan parçalar, ana malzemeye yerleştirilir. Bazı parçaların atandıkları ana malzemelerden kesilmesi, toplam alan kısıtının sağlanmasına rağmen parçaların yerleştirilmesi sırasında kalan uzunluk ve genişlik boyutlarının yeterli olmaması sebebiyle mümkün olmayabilir. Bunun sebebi parçaların yerleşimi sırasında iki aşamalı giyotin kesim varsayımının uygulanmasıdır. Böyle bir durumda, kesilemeyen parça bir sonraki ana malzemeye atanan parçalar listesine eklenir. Bu işlem kesilecek parça kalmayana kadar devam eder.

Bu durumda, birinci aşama sonucu elde edilen ana malzeme sayısının S olduğunu varsayalım. O halde ikinci aşamada en az S $(s = 1, \dots, S)$ adet ana malzeme için yerleştirme yapılması gerektiği söylenebilir. Bir s ana malzemesine toplam n_s parçanın atandığını varsayılır ve talebi 1'e eşit olan parçalar listesi elde edilir. Elde edilen parçalar listesi genişliklerine göre azalan şekilde sıralanarak parça listelerinin son hali elde edilir.

İkinci aşamada kullanılmak üzere izleyen karar değişkenleri tanımlanmıştır.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası } j \text{ parçası ile başlayan seviyeden kesilirse,} \\ 0, & \text{diğer durumda; } i = 1, \dots, j-1;\ j = 1, \dots, n_s. \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & i \text{ parçası seviye başlatırsa,} \\ 0, & \text{diğer durumda.} \end{cases}$$

Eş. 14 toplam kesim kaybını enküçüklemektedir. Eş. 15, Eş. 16 ve Eş. 17; talep, uzunluk ve genişlik kısıtlarıdır. Eş. 18 karar değişkenlerini tanımlamaktadır.

$$\text{Enk}\, L_0 W_0 - \sum_{i=1}^{n_s} \left(l_i w_i y_i + \sum_{j=1}^{n_s} l_j w_j x_{ij} \right), \tag{14}$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} x_{ij} + y_j \le 1 \quad j = 2, \dots, n_s, \tag{15}$$

$$\sum_{j=i+1}^{n_s} l_j x_{ij} \le (L_0 - l_i) y_i \quad i = 1, \dots, n_s - 1, \tag{16}$$

$$\sum_{i=1}^{n_s} w_i y_i \le W_0, \tag{17}$$

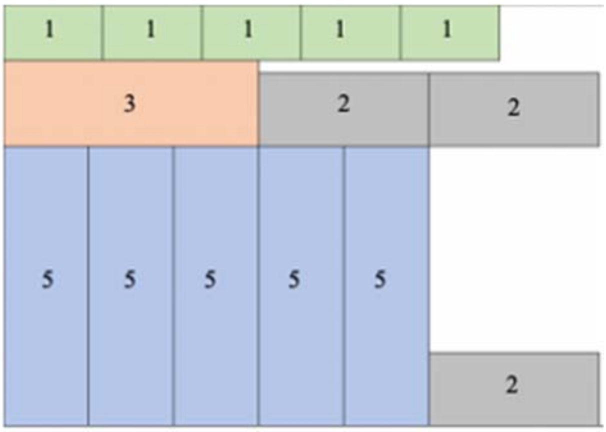
$$x_{ij} \in \{0,1\}, y_i \in \{0,1\}, \qquad \forall i, \forall j. \tag{18}$$

Geliştirilen matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem, literatürde HH olarak adlandırılan test problemi üzerinde görselleştirilmiştir. 5 çeşit parça ve bir çeşit ana malzeme içeren probleme ait veriler Tablo 1'de verilmiştir. Her bir parçanın farklı sayıda talebi bulunmaktadır. İlk aşama Python 3.9 programlama dili ve Gurobi 9.1.2 çözücüsü kullanılarak çözdürülmüş ve Tablo 2'de verilen sonuçlar elde edilmiştir.

Tablo 2'de görüldüğü gibi, ilk aşamada, 5. parça türünün sadece bir tanesi (toplam 6 adet) 2. ana malzemeye, diğerleri 1. ana malzemeye atanmıştır. İkinci aşamadaki alt problemleri çözmek için, her ana malzemeye atanan tüm parçalar, genişliklerine göre azalan sırada sıralanır ve her bir parçanın benzersiz bir dizin numarası olacak şekilde talep sayısı kadar çoğaltılır. 1. ana malzeme için çözüm sonucu: 2. parçanın dört tanesinden biri, 3. parçanın iki tanesinden biri ve 4. parça 1. ana malzemeden kesilemedi. Bu nedenle algoritmaya göre bu parçalar ikinci ana malzemenin parçalar listesine eklenir. Daha sonra, yeniden düzenlenmiş parçalar listesi için ikinci ana malzemenin yerleşimini elde etmek amacıyla ikinci aşama çözdürülür. Elde edilen kesim planları sırasıyla 1. ve 2. ana malzeme için Şekil 1 ve Şekil 2'de gösterilmiştir.

Tablo 1. HH problem verisi (HH problem data)

Parça No	Uzunluk	Genişlik	Talep
1	21	13	5
2	36	17	4
3	54	20	2
4	24	7	1
5	18	65	6
		Toplam	18
Ana Malzeme	Uzunluk	Genişlik	
	127	98	



Şekil 1. HH problemi için ikinci aşamanın sonuçları ve 1. ana malzemenin kesim planı (Illustration of solution results–stage 2, for problem HH and Stock-1 cutting patterns)

Önerilen yöntemin temel avantajı, her aşamadaki problemlerin kolay ve hızlı bir şekilde çözülebilir olması ve bunları çözmek için standart çözücülerin kullanılabilmesidir (örneğin, bu çalışmada Gurobi 9.1.2 çözücüsü kullanılmıştır). Öte yandan, ikinci aşamadaki problemleri ayrı ayrı çözdüğümüz için, alt listelere belirli parçalar eklenebilir veya belirli parçalar alt listelerden çıkarılabilir. Bazı durumlarda, iki farklı parçanın aynı ana malzemeden kesilmesi ya da kesilmemesi istenebilir. İkinci aşama problemlerini ayrı ayrı ele almak, alt listeleri istediğimiz gibi değiştirmemizi sağlayabilir.

3.2. Rassal Anahtar Tabanlı Genetik Algoritma
(Random Key Based Genetic Algorithm)

Rassal anahtar tabanlı genetik algoritma (RAGA), birleşi eniyileme problemlerinin uygun çözümlerini bulmak amacıyla [31] geliştirilmiştir. Bu algoritma, genel bir algoritma çerçevesi oluşturduğundan, bazı değişiklikler ile birçok farklı probleme uygulanabilir. Bu çerçevenin önemli bir özelliği, algoritma mimarisinin problemden bağımsız bileşeni ile probleme özgü kısmı arasındaki net ayrımdır. Bu, algoritma tasarımcısına probleme özgü kodu oluşturma izni verir [32]. Yanlı rassal anahtar tabanlı genetik algoritma (YRAGA), çiftleşme için kullanılan ebeveynlerden birinin daha yüksek uygunluk değerine sahip bireylerden seçilmesini sağladığı için algoritmanın yanlı olarak adlandırılan bir çeşididir. Bu makalede, iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme problemini çözmek için yanlı rassal anahtar tabanlı genetik algoritma uygulanmıştır. Probleme özgü kısım için, problemin giyotin ve iki aşamalı kesim kısıtlamalarını sağlayan bir yerleştirme sezgiseli önerilmiştir. Çözüm uzayındaki arama işlemini yoğunlaştırmak için yerel arama yöntemi kullanılmış ve böylece melez bir metasezgisel yapısı elde edilmiştir.

Şekil 2. HH problemi için ikinci aşamanın sonuçları ve 2. ana malzemenin kesim planı (Illustration of solution results–stage 2, for problem HH and Stock-2 cutting patterns)

RAGA'da kromozomlar, rastgele oluşturulmuş diziler veya [0, 1] aralığında rassal olarak seçilen gerçel sayı vektörleri şeklinde temsil edilir ve önceden tanımlanmış bir uzunluğa sahiptir. Her kromozom bir çözüm adayıdır. Bir kromozom, karşı gelen bir çözümle ilişkilendirilir ve $\tilde{n}$ (toplam parça sayısı) adet rassal anahtardan oluşur. Çözücü adı verilen gerekirci bir algoritma, herhangi bir kromozomu, amaç fonksiyonu veya uyum değerinin hesaplanabileceği, birleşi optimizasyon probleminin bir aday çözümü ile ilişkilendirir. Çözücü rassal anahtarlardan oluşan bir vektörü sıralar ve parçaların bir ana malzemeye atanma sırası anlamına gelen bir sıralamayı elde eder.

Bu çalışmada, iki aşamalı giyotin kesimin kullanıldığı iki boyutlu kesme problemi ele alındığından, bu problemi ilgili kısıtlarla birlikte dikkate alan bir yerleştirme sezgiseli kullanılmıştır. Bu sezgisele göre, bir ana malzemede bir seviyenin en başından kesilen bir parça, o seviyenin genişliğini belirler ve daha büyük genişliğe sahip parçalar o seviyeden kesilemez. Bu nedenle, vektördeki bir parça, başlangıç parçasından daha geniş değil ise o seviyeden kesilebilir. Bu yerleştirme sezgiselinde bir parça bir ana malzemede bir seviye başlattığında, öncelikle parçanın özdeşleri ele alınır. Bu parça ile özdeş olan ve kesilmeyen tüm parçalar incelenerek, bu parçaların mümkünse seviyeye atanması sağlanır. Daha sonra parça ile özdeş olmayan diğer bütün parçalar incelenerek seviyenin doldurulması amaçlanır. Tüm parçalar incelendikten sonra ise ana malzemenin genişliği yeterli ise yeni bir seviye ile devam edilir ya da genişlik yeterli değilse yeni bir ana malzemeye geçilir. Her bir birey için oluşturulan, ana malzemedeki son yerleşim şekli, aday kesme planıdır ve karşı gelen uyum değeri, her bir aday çözüm için kullanılan toplam ana malzeme sayısıdır.

Tablo 2. HH probleminin ilk aşamada elde edilen sonuçları (Solution results of the first stage for problem HH)

Ana malzeme-1				Ana malzeme-2			
Parça No	Uzunluk	Genişlik	Adet	Parça No	Uzunluk	Genişlik	Adet
1	21	13	5	5	18	65	1
2	36	17	4				
3	54	20	2				
4	24	7	1				
5	18	65	5				
Toplam:17				Toplam:1			

Etkili bir metasezgisel tasarlamak için birbiriyle çelişen iki ilke dikkate alınmalıdır: arama uzayının keşfi (çeşitlendirme) ve bulunan en iyi çözümlerin iyi değerlendirilmesi (yoğunlaştırma) [33]. RAGA nüfus tabanlı bir algoritma olduğundan ve makul miktarda çözüm adayı araştırıldığından, algoritma çözüm uzayının keşfedilmemiş bölgelerini ve bu bölgelerde yer alan "iyi" çözümleri arar. Daha iyi çözümler bulmak için "iyi" çözümlerin bulunduğu bölgelerde yoğunlaştırma yapılması gerekmektedir, bu amaçla algoritmada yerel arama kullanılmıştır. Algoritmanın her neslinde, arama uzayındaki en iyi bireye yerel arama uygulanarak, mevcut çözümü iyileştiren en iyi komşu çözüm elde edilebilir. Tanımlanan bireyin kromozomu üzerinde değişim operatörü kullanılarak komşuluklar oluşturulur ve yeni oluşturulan bu komşuluklara daha önce bahsedilen yerleştirme sezgiseli tekrar uygulanır. Tüm bu tanımlamalar ile algoritmanın akışı Tablo 3'te verilmiştir.

4. Hesapsal Sonuçlar (Computational Results)

Önerilen modelin ve çözüm yöntemlerinin verimliliklerini ve performanslarını göstermek için [34] çalışmasındaki 30 adet iki boyutlu sırt çantası test problemi örneği kullanılmıştır. Test problemleri Bölüm 2'de sunulan matematiksel model, matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ve rassal anahtar tabanlı genetik algoritma kullanılarak çözdürülmüş ve elde edilen sonuçlar incelenmiştir. Makalede geliştirilen tüm yöntemler için deneysel hesaplamalar, 3.7 GHz Quad-Core Intel Xeon E5 işlemciye ve 12 GB RAM'e sahip 4 çekirdekli Mac Pro üzerinde ve MacOS işletim sisteminde gerçekleştirilmiştir. Tüm yöntemler PyCharm 2020.3.5 (Community Edition) üzerinde Python 3.9 kullanılarak kodlanmıştır. Bölüm 2'de verilen matematiksel model ve matematik programlama temelli sezgisel yöntemin her iki aşamasında bulunan matematiksel programlama modelleri Gurobi 9.1.2 çözücüsü ve PyCharm 2020.3.5 (Community Edition) üzerinde Python 3.9 kullanılarak çözdürülmüştür.

Test problemlerine ilişkin veriler Tablo 4'te verilmiştir. Verileri açıklamak için izleyen gösterimler kullanılmıştır;

- *Örnek*- test problemlerinin adı;
- n - parça türlerinin sayısı;
- $\tilde{n}$ - toplam parça sayısı;
- L - ana malzemenin uzunluğu;
- W - ana malzemenin genişliği;

4.1. *Matematiksel Programlama Modeli ile Elde Edilen Sonuçlar* *(Solution Results Obtained By Mathematical Programming Model)*

Bölüm 2'de sunulan matematiksel model, Gurobi 9.1.2 çözücüsü kullanılarak çözdürülmüştür. Çözüm için GAP parametresi %0 olarak verilmiştir. Ayrıca çözüm süresi için üst sınır 2000 saniye olarak belirlenmiştir. Böylece belirtilen süre içerisinde modelin çözüm elde edebilme yeteneği incelenmiştir. Elde edilen çözüm sonuçları Tablo 5'te "MIP" isimli satırda verilmiştir. Bu tabloda "Literatür" olarak adlandırılan satır, bu problemler için literatürde verilen çözümleri göstermektedir. 30 örnekten 26'sında eniyi çözüm değeri elde edilmiştir. Elde edilen eniyi çözüm değerleri italik olarak belirtilmiştir. Önerilen yeni kısıt kümesi ile problemlerin büyük çoğunluğunda eniyi çözüm sağlanmıştır ve bu durumda matematiksel modelin başarısı %86,6 olarak belirlenmiştir. Çözümlerin eniyi değerlerinin alındığı [13] çalışmasında tüm çözümlerin üç farklı matematiksel model ile elde edildiği ve hangi problemlerin hangi matematiksel model ile eniyi değeri elde edilecek şekilde çözüldüğü belirtilmemiştir. Bu nedenle önerdiğimiz yeni kısıt kümesini içeren matematiksel modelin başarısının %86,6 olarak elde edilmesi kabul edilebilir bir başarıdır. Tablo 6'da "MIP" satırında ise bu çözümlerin elde edilme süreleri verilmiştir. 6 adet problemde 2000 saniyelik süre sınırına ulaşılmıştır. Bu durum bu modelin toplam parça büyüklüğünün ortalama olarak 50'den büyük olduğu problemlerde kısa sürede çözüm elde etmesinin zor olduğunu göstermektedir. Parça sayısı dışında parçaların boyutlar da çözüm süresini etkilemektedir. Pratikte bu durumun getirdiği zorluklar düşünüldüğünde sezgisel yöntemlerin kullanılması önem kazanmıştır.

4.2. *Matematiksel Programlama Temelli Sezgisel Yöntem ve Rassal Anahtarlı Genetik Algoritma ile Elde Edilen Sonuçlar* *(Solution Results Obtained By Using The Math-Heuristic Method And The Random Key Based Genetic Algorithm)*

Matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ve rassal anahtar tabanlı genetik algoritma ile elde edilen sonuçlar Tablo 5'te verilmiştir. Tablo 5'te verilen sonuçlar, yöntemler sonucu kullanılan toplam ana malzeme sayılarını ifade etmektedir. Bu tabloda "Literatür" olarak adlandırılan satır, bu problemler için literatürde verilen çözümleri göstermektedir. "Mat-sezgisel" satırı, matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ile "RAGA" satırı rassal anahtar tabanlı genetik algoritma ile elde edilen çözümleri göstermektedir. Matematiksel programlama temelli sezgisel yöntemdeki her iki aşama da Gurobi 9.1.2 çözücüsü kullanılarak çözdürülmüştür.

Tablo 3. Rassal anahtar tabanlı genetik algoritmanın akışı (The flow of the random key based genetic algorithm)

Adım 0	(Başlangıç) $\boldsymbol{p}$ birey sayısını, $\boldsymbol{p_e}$ elit birey sayısını, $\boldsymbol{p_m}$ mutasyonlu birey sayısını, $\boldsymbol{\mu}$ nesil sayısını ve $\boldsymbol{\rho}$ olasılığını belirle. Adım 1'e git.
Adım 1	$k = 0$. k. nüfusu oluştur ve Adım 2'ye git.
Adım 2	k. nüfustaki her bir bireyin uyum değerini hesapla. Uyum değerlerini ve karşı gelen bireyleri artan şekilde sırala. Adım 3'e git.
Adım 3	İlk p_e sayıdaki bireyleri nüfustan seç ve elite bireyler olarak $k + 1$ nesline kopyala. Adım 4'e git.
Adım 4	Yerel arama uygulamak için, nüfustaki en iyi birey olan e_k bireyini seç ve Adım 5'e git.
Adım 5	e_k bireyine değişim operatörü uygulayarak komşuluk oluştur. Yeni oluşturulan komşuluktaki tüm bireylere yerleştirme sezgiselini uygula ve yeni en iyi bireyi (e_{k*}) belirle. Eğer $uyum^{e^k} > uyum^{e^{k*}}$ ise $e_k = e_{k*}$, diğer durumda e_k bireyi sabit kalır. Adım 6'ya git.
Adım 6	p_m sayıda mutasyonlu bireyi oluştur. $p - p_e - p_m$ sayıdaki yeni bireyleri oluşturmak için çaprazlama operatörü uygula ve Adım 7'ye git.
Adım 7	Eğer $k = \mu$ ise dur: e_k en iyi çözümdür; değil ise $k = k + 1$ ve Adım 2'ye dön.

Tablo 4. Test problemlerinin özellikleri (Instance's features)

Örnek	n	$\tilde{n}$	W	L
HH	5	18	98	127
CW1	25	67	105	125
CW2	35	63	165	145
CW3	40	96	207	267
Hchl2	35	75	130	130
Hchl9	35	76	76	65
2s	10	23	70	40
3s	20	62	70	40
A1s	20	62	60	50
A2s	20	53	60	60
STS2S	30	78	85	55
STS4S	20	50	99	99
OF1	10	23	40	70
OF2	10	24	40	70
W	10	24	40	70
CHL1S	30	63	100	132
CHL2S	10	19	55	62
A3	20	46	80	70
A4	20	35	70	90
A5	20	45	100	132
CHL5	10	18	20	20
CHL6	30	65	130	130
CHL7	35	75	130	130
CU1	25	82	125	100
CU2	35	90	175	150
Hchl3s	10	51	98	127
Hchl4s	10	32	98	127
Hchl6s	22	60	244	253
Hchl7s	40	90	241	263
Hchl8s	10	18	20	49

Tablo 5. Üç yöntem ile elde edilen çözümler (Computational results obtained by the three methods)

Test Problemi	HH	CW1	CW2	CW3	Hchl2	Hchl9	2s	3s
Literatür	2	10	12	16	6	10	2	23
MIP	*2*	*10*	*12*	17	*6*	11	*2*	*23*
Mat-sezgisel	*2*	12	13	19	7	11	*2*	25
RAGA	*2*	11	13	18	7	11	*2*	*23*
Test Problemi	**A1s**	**A2s**	**STS2S**	**STS4S**	**OF1**	**OF2**	**W**	**CHL1S**
Literatür	23	12	12	5	4	5	24	6
MIP	*23*	*12*	13	*5*	*4*	*5*	*24*	*6*
Mat-sezgisel	24	13	13	*5*	*4*	*5*	28	*6*
RAGA	*23*	13	13	6	*4*	*5*	25	7
Test Problemi	**CHL2S**	**A3**	**A4**	**A5**	**CHL5**	**CHL6**	**CHL7**	**CU1**
Literatür	3	8	5	5	4	6	6	15
MIP	*3*	*8*	*5*	*5*	*4*	*6*	*6*	*15*
Mat-sezgisel	*3*	*8*	*5*	*5*	*4*	7	*6*	16
RAGA	*3*	*8*	*5*	*5*	*4*	*6*	7	16
Test Problemi	**CU2**	**Hchl3s**	**Hchl4s**	**Hchl6s**	**Hchl7s**	**Hchl8s**		
Literatür	12	3	2	5	7	2		
MIP	*12*	*3*	*2*	*5*	8	*2*		
Mat-sezgisel	13	4	*2*	6	8	*2*		
RAGA	13	*3*	*2*	*5*	8	*2*		

Eniyi olarak elde edilen çözümler tabloda koyu renk olarak belirtilmiştir. Bu yöntem ile 30 test probleminin 14'ünde eniyi çözüm elde edilmiştir. Kalan problemlerin 12'sinde de fazladan sadece bir ana malzeme kullanılarak çözümler elde edilmiştir.

Rassal anahtar tabanlı genetik algoritma, PyCharm 2020.3.5 (Community Edition) üzerinde Python 3.9 kullanılarak kodlanmıştır. Kullanılan parametrelerin belirlenmesi amacıyla öncelikle deney tasarımı modeli geliştirilmiştir. Bu amaçla, algoritmada kullanılan 5 parametre için 2'şer seviye belirlenmiş ve 32 adet farklı versiyon oluşturulmuştur. Her versiyon tekrar sayısı 2 olacak şekilde çalıştırılmıştır. Toplamda elde edilen 64 çözüm değeri Minitab (versiyon 20) üzerinde oluşturulan deney tasarım modelinde kullanılmıştır.

Tablo 6. Hesaplama süreleri (Computational times)

Test Problemi	HH	CW1	CW2	CW3	Hchl2	Hchl9	2s	3s
MIP	0,144	2003	42,34	2007	42,88	2003	0,207	*8,66*
Mat-sezgisel	*0,061*	*0,412*	*0,487*	*0,732*	*0,611*	*0,424*	*0,206*	10,34
RAGA	5,18	276,4	258,8	1244	327,7	406,8	9,393	385,4
Test Problemi	**A1s**	**A2s**	**STS2S**	**STS4S**	**OF1**	**OF2**	**W**	**CHL1S**
MIP	9,28	149,1	63,77	3,938	0,429	21,93	2005,16	3,093
Mat-sezgisel	*0,743*	*0,349*	*0,48*	*0,295*	*0,171*	*0,15*	*17,926*	*0,487*
RAGA	319,9	139,8	558,1	84,81	8,944	11,03	282,29	184,6
Test Problemi	**CHL2S**	**A3**	**A4**	**A5**	**CHL5**	**CHL6**	**CHL7**	**CU1**
MIP	0,268	89,3	2,356	3,657	0,239	241,2	5,712	2006
Mat-sezgisel	*0,137*	*0,261*	*0,217*	*0,219*	*0,109*	*0,347*	*0,746*	*1,357*
RAGA	6,274	75,87	26,06	56,3	6,86	198,2	344,2	910,1
Test Problemi	**CU2**	**Hchl3s**	**Hchl4s**	**Hchl6s**	**Hchl7s**	**Hchl8s**		
MIP	158,4	*2,454*	0,364	3,263	2003	0,118		
Mat-sezgisel	*1,101*	2,461	*0,318*	*0,283*	*0,755*	*0,097*		
RAGA	503,2	72,31	17,29	142,6	563,6	5,019		

Yapılan analizlerin devamı olarak parametre eniyilemesi aracı kullanılarak, bu algoritma için en iyi parametre seviyeleri belirlenmiştir. Bu sonuçlara göre RAGA'da kullanılan parametre değerleri Tablo 7'de verilmiştir.

Tablo 7. RAGA için parametre tanımlamaları
(Configuration of parameters for RKGA)

Parametre	Değer
$p =$	75
$p_e =$	$0.3 * \rho$
$p_m =$	$0.4 * \rho$
$\rho =$	0.7
$\mu =$	50

Rassal anahtar tabanlı genetik algoritma, Tablo 7'te belirtilen parametreler ile 10 tekrar yapılarak çözdürülmüş ve elde edilen en küçük ana malzeme sayıları Tablo 5'te "RAGA" satırında verilmiştir. Bu yöntem ile 30 test probleminden 16'sında eniyi çözüme ulaşılmıştır. Geliştirilen sezgisel yöntemler arasında kıyaslama yapıldığında RAGA'nın daha fazla problemde eniyi çözüme ulaştığı görülmektedir. Bölüm 2'de verilen matematiksel model, matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem ve RAGA için hesaplama süreleri ise saniye cinsinden Tablo 6'da verilmiştir. Bu karşılaştırmadan da görüldüğü gibi matematiksel programlama temelli sezgisel yöntemin çözüm sürelerinin diğer yöntemlere göre daha az olduğu görülmektedir. Bunun sebebinin ana malzeme yerleşimlerini tek tek ele alınması olduğunu düşünebiliriz. Özellikle büyük boyutlu problemlerde bu durum büyük avantaj yaratmaktadır. RAGA'da ise 11 adet problemde 200 saniyenin üstünde çözüm süresine ulaşılmıştır. Bu yöntemin çözüm süresinin kısaltılmasının geliştirmeye açık olduğu anlamına gelmektedir.

5. Sonuçlar (Conclusions)

Makale, iki boyutlu iki aşamalı giyotin kesme problemi için yeni bir kısıt kümesine sahip matematiksel model ve yeni çözüm yaklaşımlarını sunmaktadır. Bu problem, kullanılan toplam ana malzeme alanını veya toplam kesim kaybını en aza indirerek, sipariş edilen parçaların tek türdeki ana malzemelerden nasıl kesilmesi gerektiğinin belirlenmesi ile ilgilidir.

Yeni bir matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem önerilmiş ve var olan etkin bir genetik algoritma yeni özellikler ile geliştirilmiştir. Bölüm 2'de sunulan matematiksel modelin, Gurobi 9.1.2 çözücüsü kullanılarak çözümü ile 30 problemden 26'sından en iyi çözüme ulaşılmış ancak, 2000 saniyelik süre sınırına bazı problemlerde ulaşılmıştır.

Rassal anahtar tabanlı genetik algoritma ile ise 30 test probleminden 16'sında eniyi çözüme ulaşılmıştır. Çözümlerin elde edilme süreleri 5 saniye ile 1244 saniye arasında değişmektedir. Çok parçalı problemler için çözüm süresindeki hızlı artışın sebebi her nesildeki en iyi bireye uygulanan yerel arama sezgiselidir. 10 parçalık bir problemde her nesilde incelenen komşu çözüm sayısı 45 iken 100 parçalık problemde bu sayı 4950'ye çıkmaktadır. Bu amaçla sürede iyileştirme yapılmak istenirse yerel arama sezgiseli iptal edilebilir.

Matematiksel programlama temelli sezgisel yöntem kullanılarak elde edilen çözümlerin yaklaşık yarısında en iyi çözümler elde edilmiştir ve kalan çözümlerin 12 tanesinde literatürde bildirilen eniyi değerden sadece 1 tane fazla ana malzeme kullanılmıştır. Ayrıca, yeni yöntemin bu sonuçların çok kısa sürede (çoğu problem için bir saniyeden daha kısa sürede) elde edilmesini sağlaması dikkat çekicidir. Bu nedenle, literatürde bu tür amaçlar için kullanılan mevcut metasezgisel yöntemlere ve ayrıca standart yazılıma iyi bir alternatif olabilir.

Her üç yönteminde gelişmeye açık yönleri bulunmaktadır. Genel olarak yöntemlerin büyük boyutlu problemlerdeki çözüm elde etme yetenekleri konusunda dezavantajları bulunmaktadır. Gelecek çalışmalarda, RAGA'nın büyük boyutlu problemlerde eniyi çözümlerin elde edilmesindeki düşük başarısını arttırmak için, içerisinde kullanılan yerleştirme sezgiselinin geliştirilmesi ve daha etkin yerleştirme sezgisellerinin araştırılması planlanmaktadır. Ayrıca tüm yöntemlerin daha büyük boyutlu problemlerde daha etkin çalışması amacıyla güncellemeler yapılması düşünülmektedir.

Kaynaklar (References)

1. Dyckhoff, H., A typology of cutting and packing problems, European Journal of Operational Research, 44, 145–159, 1978.

2. Delorme M., Lori M., Martello S., Bin packing and cutting stock problems: Mathematical models and exact algorithms, European Journal of Operational Research, 255, 1–20, 2016.

3. Furini F., Martello S., Lori M., Yagiura M., Heuristic and exact algorithms for the interval minmax regret knapsack problem, INFORMS Journal on Computing 27 (2), 392–405, 2015.

4. Kasimbeyli N., Sarac T., Kasimbeyli R., A two-objective mathematical model without cutting patterns for one-dimensional assortment problems, Journal of Computational and Applied Mathematics, 235, 4663–4674, 2011.

5. Coffman E. G., Csirik J., Galambos G., Martello S., Vigo D., Handbook of combinatorial optimization, Springer, New York, A.B.D., 455–531, 2013.

6. Andrade R., Birgin E. G., Morabito R., Two-stage two-dimensional guillotine cutting stock problems with usable leftover, Intl. Trans. in op. Res., 23, 121–145, 2016.

7. Martello S., Monaci M., Models and algorithms for packing rectangles into the smallest square, Computers and Operations Research, 63, 161–171, 2015.

8. Icmen Erdem B., Kasimbeyli R., A Two-Step Math Heuristic Solution Approach for the Two-Dimensional Cutting Stock Problem, Journal of Nonlinear and Convex Analysis, 24 (4), 681–699, 2023.

9. Gasimov R. N., Sipahioglu A., Sarac T., A multi-objective programming approach to 1.5-dimensional assortment problem, European Journal of Operational Research, 179, 64–79, 2007.

10. Sarac T., Sagir M., Mixed-integer programming models for 1.5-dimensional cutting problem with technical constraints, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 36 (1), 291–302, 2021.

11. Chen C. S., Lee S. M., Shen Q.S., An analytical model for the container loading problem, European Journal of Operational Research, 80, 68–76, 1995.

12. Araujo L. J. P., Özcan E., Atkin J. A. D., Baumers M., Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset, International Journal of Production Research, 57 (18), 5920-5934, 2019.

13. Furini F., Malaguti E., Models for the two-dimensional two-stage cutting stock problem with multiple stock size Computers and Operations Research, 40, 1953–1962, 2013.

14. Lodi A., Martello S., Vigo D., Models and Bounds for Two-Dimensional Level Packing Problems, Journal of Combinatorial Optimization, 8, 363–379, 2004.

15. Wei L., Zhang Z., Zhang D., Leung S.C.H., A simulated annealing algorithm for the capacitated vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints, European Journal of Operational Research, 265, 843-859, 2018.

16. Meng T., Pan Q., An improved fruit fly optimization algorithm for solving the multidimensional knapsack problem, Applied Soft Computing, 50, 79-93, 2017.

17. Dodge M., MirHassani S. A., Hooshmand F., Solving two-dimensional cutting stock problem via a DNA computing algorithm, Natural Computing, 20, 145–159, 2021.

18. Gezici H., Livatyalı H., Hybrid flower pollination algorithm approach for the two-dimensional bin packing problem, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 37 (3), 1523–1534, 2022.

19. Durna O., Tor H. B., Icmen Erdem B., Kasimbeyli R., Flexible job shop scheduling problem with setup times and routing structure: a real-life case, Applied Analysis and Optimization, 6 (2), 289–298, 2022.

20. Chauny F., Loulou R., Sadones S., Soumis F., A two-phase heuristic for strip packing: Algorithm and probabilistic analysis, Operational Research Letters, 6 (1), 25–33, 1987.

21. Sarac T., Ozcelik F., A matheuristic algorithm for multi-objective unrelated parallel machine scheduling problem, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 38 (3), 1953–1966, 2023.

22. Lodi A., Martello S., Vigo D., Recent Advances on Two-Dimensional Bin Packing Problems, Discrete Applied Mathematics, 123, 379–396, 2002.

23. Lodi A., Martello S., Vigo D., Monaci M., Two-Dimensional Bin Packing Problems, In: Paradigms of combinatorial optimization: Problems and new approaches, Wiley and Blackwell, 107–129, 2014.

24. Delorme M., Lori M., Martello S., Logic based Benders' decomposition for orthogonal stock cutting problems, Computers and Operations Research, 78, 290–298, 2017.

25. Mancapa V., Van Niekerk T. I., Hua T., A Genetic Algorithm for Two-Dimensional Strip Packing Problems, South African Journal of Industrial Engineering, 20 (2), 145–162, 2009.

26. Bortfeldt A., A genetic algorithm for the two-dimensional strip packing problem with rectangular pieces, European Journal of Operational Research, 172, 814–837, 2004.

27. Oliveira J. F., Junior A. N., Silva E., Carravilla M. A., A Survey on Heuristics for Two-Dimensional Rectangular Strip Packing Problems, Pesquisa Operacional*,* 36 (2)*,* 197–226, 2016.

28. Lodi A., Monaci M., Pietrobuoni E., Partial enumeration algorithms for Two-Dimensional Bin Packing Problem with guillotine constraints, Discrete Applied Mathematics, 217, 40-47, 2017.

29. Lori M., Lima V. L., Martello S., Miyazawa F. K., Exact solution techniques for two-dimensional cutting and packing, 289, 399-415, 2021.

30. Christensen H. I., Khan A., Pokutta S., Tetali P., Approximation and online algorithms for multidimensional binpacking: A survey, Computer Science Review, 24, 63-74, 2017.

31. Bean J. C., Genetic Algorithms and Random Keys for Sequencing and Optimization, ORSA Journal on Computing, 6, 154–180, 1994.

32. Goncalves J. F., Resende M. G. C., Biased random-key genetic algorithms for combinatorial optimization, Journal of Heuristics, 17 (5), 487–525, 2011.

33. Talbi E., Metaheuristics: From Design to Implementation, Wiley, New York, A.B.D, 2009.

34. Hifi M., Roucairol C., Approximate and exact algorithms for constrained (un) weighted two-dimensional two-staged cutting stock problems, Journal of Combinatorial Optimization 5, 465–494, 2001.