JSES

Journal of Sustainable Educational Studies

Geliş/Received: 16.01.2022 Kabul/Accepted: 10.02.2022

KÂĞITTAN ÇEMBER ÇIKARMA: BİR MODELLEME ÇALIŞMASI[1]

Ayşe Nevin TÜRKOĞLU[2]

Derya KARA[3]

Özlem ÇEZİKTÜRK[4]

Özet

Somut bir modelleme çalışması ile etkin bir ders planı için içerik hazırlanması, modelleme aşamasında öğrencilerin karşılaşabileceği zorlukların ve uygulamasındaki çeşitliliklerin belirlenmesi araştırmamızın amacını oluşturmaktadır. Alt amacımız da modelleme çalışmalarındaki aşamaları ve süreç analizini yüksek lisans öğrencileriyle paylaşmak ve modelleme sorusunu geliştirerek ders planı oluşturmaktır. Salgın sürecinde çevrim içi verilen yüksek lisans Modelleme dersi ödevlerinden birisi olarak öğrencilere bir A4 kâğıdından sadece şerit oluşturarak, parçalanmayacak ve kopmayacak şekilde makasla yapılan kesim hareketleriyle yaklaşık bir çember çıkarıp çıkaramayacakları ve bu çemberin içine kaç çocuk sığdırabilecekleri sorulmuştur. Her düzeye uygun olan bu modelleme sorusunda yüksek lisans öğrencilerinin matematiksel modele ulaşma aşamaları incelenmiştir. 2021 yaz döneminde dersi alan 14 öğrenci vardır, bu 14 öğrenciden veriler toplanmıştır. Niteliksel araştırma yöntemlerinden durum çalışması şeklinde düşünülen araştırma metoduyla toplanan veriler içerik analizi yöntemiyle incelenmiştir. Öğrenci cevaplarının analizinde modelleme aşamaları, modelleme süreçleri gözlemlenebilmiştir. Cevaplarda matematiksel model oluşturanlar olduğu gibi, modelleme etkinliğine odaklananlar da olmuştur. Analiz sonucunda öğrencilerin ellerindeki veriyle gerçekçi bir yolla değerlendirmeler yaptığını, farklı ve yaratıcı yollar izleyenler olduğunu gözlemledik. Sorumuzun oyun niteliği taşımasından dolayı aile içi bir etkinliğe dönüştüğü de söylenebilir. Bu gibi modelleme sorularının hem her düzeyde uygulanabilirliği yüzünden, hem de yaratıcılığı arttıracağından modelleme sorusu ve konusu olarak düşünülebilir.

Anahtar Sözcükler: Modelleme; matematiksel düşünme; modelleme aşamaları

MAKING A CIRCLE FROM PAPER: A MODELING STUDY

Abstract

The preparation of the content for an effective lesson with the education program of a concrete school constitutes the purpose of examining the relevant trainings and those included in the scope. Our sub-purpose is to share the stages and process analysis in modeling studies with graduate students and to develop a modeling question to create a lesson plan. As one of the postgraduate Modeling course assignments given online during the pandemic process, the students were asked whether they could make an approximate circle with scissors by creating a strip from an A4 paper, so that it would not break and fit as many children as into this circle. In this question, which is suitable for all levels, we examined the stages of how graduate students reached the mathematical model. There were 14 students taking the course at that time, and data were collected from these. The data was collected with the research method, which is considered as a case study, one of the qualitative research methods. In the analysis of student answers, modeling stages and modeling processes could be observed. While there were those who created a mathematical model in the answers, there were also those who focused on

[1] Bu çalışma 18-19 Aralık 2021 tarihlerinde FSMVU Eğitimde Mükemmeliyet Araştırmaları Kongresi'nde (EMAK-2021) sunulan sözlü bildirinin genişletilmiş hâlidir.

[2] Yüksek Lisans Öğrencisi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği Bölümü, İstanbul-Türkiye, nevinturkoglu@marun.edu.tr , ORCID: 0000-0002-9763-2949

[3] Yüksek Lisans Öğrencisi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Öğretmenliği Bölümü, İstanbul-Türkiye, deryakara@marun.edu.tr , ORCID: 0000-0002-7463-567X

[4] Dr. Öğr. Üyesi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi Bölümü, İstanbul-Türkiye, ozlem.cezikturk@marmara.edu.tr, ORCID: 0000-0001-7045-6028

the modeling activity. In our analysis results, we observed that the students made realistic evaluations with the data they had, and that there were those who followed different and creative ways. We can also say that our question has turned into a family activity due to its gaming nature. We think that such modeling questions can be applied both at all levels and as a modeling question and subject as it will increase creativity.

Keywords: Modeling; mathematical thinking; modeling stages

Makale Türü (Article Type): Araştırma Makalesi/Research Article

Kaynakça Gösterimi: Türkoğlu, A. N., Kara, D., & Çeziktürk, Ö. (2022). Kâğıttan çember çıkarma: Bir modelleme çalışması. *Journal of Sustainable Educational Studies (JSES)*, (Ö1), 45-61.

1. GİRİŞ

Yaşadığımız çağ öğrencilerin okulda öğrendikleri bilgileri hayatlarında kullanabilmelerini gerektirmektedir. Bu açıdan bakıldığında "modelleme" çalışmaları bunu sağlamada anahtar gibi düşünülebilir. Matematik dersi kapsamında da matematiği günlük yaşama entegre etmenin en etkili yollarından biri "matematiksel modelleme" olacaktır. Modelleme araç olarak ta amaç olarak ta düşünülmektedir. Araç olduğunda özellikle matematiksel düşünme için oldukça elverişli bir ortam hazırlayacağı düşünülmelidir. Gerçek yaşamdaki bir problemi ele alarak yapılan bir modelleme çalışması öğrencilere hem problem çözme bağlamında, hem de farklı sunuş teknikleriyle matematik öğretimi açısından yarar sağlamaktadır. Müfredatlarda özellikle üzerinde durulan noktalardan birisi öğrencilerin yaratıcılık becerilerinin de ortaya çıkarılmasıdır ki modelleme çalışmaları buna da olanak sağlamaktadır. Günlük hayatla matematiğin arasındaki açık bağlantıları fark eden öğrenciler daha amaca odaklı ve daha planlı öğrenme yolları göstermektedir.

Doerr ve Lesh'e (2003) göre matematiksel model, bir gerçek durumun yorumlanmasına, çözümlenmesine olanak sağlayan zihindeki yapıların matematiksel bir forma dönüştürülmüş dış temsillerdir. En genel anlamıyla baktığımızda da matematiksel modelleme, gerçek yaşamdaki bir problem durumunun matematiksel olarak ifade edilmesi ve matematiksel modeller yardımıyla açıklanması süreci olarak tanımlanabilir (Berry ve Houstın, 1995; Blum ve Niss, 1989).

Bir problem durumu karşısında zihinde gerçekleşen yapıların ve çözüm aşamalarını somutlaştıran çalışmalar olarak matematiksel modellemeler aynı zamanda öğrencilerin yaratıcıklarını da ön plana çıkartmaktadır. Bu açıdan 21. yy.'ın gereksinimlerine cevap veren yani bir problemle karşılaşıldığı zaman buna çözüm üretecek bireylerin yetiştirilmesi önem kazanmaktadır. Matematiksel modelleme soruları bu ihtiyacımızı karşılamada matematik öğretmenlerine yardımcı olmaktadır.

Doruk ve Umay (2011) matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisini 6. ve 7.sınıf öğrencileri ile yürüttükleri çalışmada matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanıldığı grupların her iki sınıf düzeyinde de matematiksel modelleme etkinliklerinin kullanılmadığı gruplara göre matematiği günlük yaşama transfer etme düzeylerinin yüksek olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Çiltaş ve Işık (2012) ilköğretim matematik öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada matematiksel modellemenin akademik başarıya etkisini araştırmışlardır. Elde edilen sonuçlara göre matematiksel modelleme kullanılarak yapılan ders anlatımının geleneksel yönteme göre anlamlı bir farklılık oluşturduğu ortaya çıkmıştır.

Kal (2013) ilköğretim 6. sınıf öğrencileri ile yaptığı deneysel çalışmada matematiksel modelleme etkinliklerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisini incelemiştir.4 hafta süren çalışmada matematiksel modelleme etkinliklerinin 6. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına olumlu etki yaptığı ve matematiksel modelleme etkinliklerinde zorlanmadıkları, zevk alarak çalıştıkları sonucu ortaya çıkmıştır.

Matematiksel modelleme öğrencilerin matematiksel düşünme becerileri üzerinde olumlu bir etkiye sahip olduğu için öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerine yönelik öz yeterlilik inançları öğretmenlerin matematiksel modelleme problemlerinin sınıf içinde kullanımı konusundaki performanslarını etkileyen önemli bir etkendir (Erdoğan, 2019).

Ülkemiz matematik eğitimine baktığımızda matematiksel modelleme alanının zenginleştirilmeye ihtiyacı vardır. Yapılan çalışmalar da gösteriyor ki matematiksel modellemenin; akademik başarıya, matematiği günlük yaşama transfer etmede geleneksel yönteme göre daha başarılı olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Bu araştırmanın da amacı tasarladığımız bu modelleme sorusuyla alana içerik üretmek, öğretmenlik mezunu öğrencilerin bir matematiksel modelleme sorusunun çözümü için izledikleri yolları gözlemlemektir.

1.1. Çalışmanın Önemi ve Amacı

Türkiye'de matematiksel modelleme yeni yaygınlaşan bir alandır ve yeni olmasından dolayı öğretmen ve özellikle öğretmenleri yetiştirecek olan akademisyenlerin bu alanda bilgilendirilmesi önemlidir. Çalışmada örnek bir modelleme sorusu oluşturup bu soruyla yüksek lisans öğrencilerinin matematiksel modellemede gelişim kazanmalarını ve öğrencilerin modelleme aşamalarını gözlemlemek istenmiştir. Modelleme sorusu olabildiğince somut olarak tasarlamaya çalışılmıştır. Çünkü modellemenin öğrencilere yaparak yaşayarak öğrenmelerini sağlayacak bir ortam sağlamasını istenmiştir. Ayrıca sorunun gerçekçi matematik eğitimine de hizmet ettiğini söylenebilir. Bu açıdan düşünüldüğünde somutlaştırılabilecek bir modelleme sorusu oluşturmak zordur ve geliştirdiğimiz bu soru buna imkân sağlamaktadır.

1.1.1. Çalışmada İncelenen Sorular:

1. Kâğıttan çember çıkarma sorumuzun modellenmesinde öğrenciler hangi düşünsel ve pratik aşamalardan geçmişlerdir?

2. Öğrenciler problemi modellemede ne gibi yaratıcı çözüm önerisi geliştirmişlerdir?

3. Gerçekçi matematik eğitimi çerçevesinde soru ve öğrenciler arasındaki etkileşim nasıl gelişmiştir?

4. Öğrenciler problemi modellemede hangi aşamalarda zorlanmışlardır?

5. Geliştirilen modelleme sorusunda, modellemenin doğal bir özelliği olan çözümlerde çeşitlilik öğrencilerden alınan verilerde de gözlenmiş midir?

2. YÖNTEM

Matematiksel modellemeyi soyut etkileşimlerden çıkararak öğrencilerin elle tutabileceği, gözlemleyip çıkarımlarda bulunabileceği ortamlara dönüştürmek sadece STEM araştırmalarının amacı olmamalıdır. Kâğıt gibi kolay bulunan bir malzeme ile bile öğrencilere düşünsel ve zorlayıcı bir problem oluşturmak, modellemelerde izlenmesi gereken yönlerdendir. Bu bağlamda yüksek lisans modelleme öğrencileriyle bir A4 kâğıdının içerisine özel bir kesme yöntemiyle kaç öğrenci sığdırabiliriz sorusu sorularak matematik öğretmeni yüksek lisans öğrencileriyle bir durum çalışması düşünülmüştür.

2.1. Çalışma Grubu

Araştırmanın desenini nitel araştırma desenlerinden olan durum çalışması oluşturmaktadır. Durum çalışması herhangi bir olayın, durumun, kendi ortamı işçinde nasıl geliştiğinin ayrıştırılması açısından değerlidir. Bu gözlem öğrencilerin ödevlerinden doküman incelemesi yoluyla elde edilmiştir. Çalışma Marmara Üniversitesi matematiksel modelleme dersini 2021-2022 öğretim yılında almış olan 14 öğrenci ile yapılmıştır.

2.2. Veri Toplama Aracı

Öğrencilere yönlendirilen örnek modelleme sorusunun öğrencilerin matematiksel modellemedeki süreçlerine ve aşamalarına nasıl bir etkisi olduğunu anlamak için içerik analizi uygulanmıştır. Bu sayede öğrencilerde meydana gelen gelişimleri detaylı bir şekilde incelenmek hedeflenmiştir. Bulgular sunulurken gizliliği sağlamak ve etik kurallara uygun davranabilmek adına öğrencilerden alınan ödevler, öğrencilere göre yani "Öğrenci-1, Öğrenci-2, …, Öğrenci-14" şeklinde kodlanarak veriler analiz edilmiştir.

Öğrencilere yöneltilen "Bir A4 kâğıdını makasla keserek en uzun çevreye sahip çemberi nasıl oluştururuz ve bu çemberin içinden maksimum kaç çocuk geçirebiliriz?" sorusuyla öğrencilerden bu soruya bir matematiksel model oluşturmaları istenmiştir. Öğrencilerin bu noktada soruyu iyi anlamaları önemlidir. Çünkü olabilecek en uzun çevreli çemberin çıkması için yapılan kesim işlemi kritik öneme sahiptir. Bu kesim işleminin de arkasında aslında bir matematik vardır. Bu kesim işleminin nasıl yapılacağı bazı öğrenciler tarafından kestirilebilse de yaratıcı düşündürme gerektirdiğinden bazen örnek bir kesim gösterimiyle soruyu yapılandırmakta sakınca yoktur.

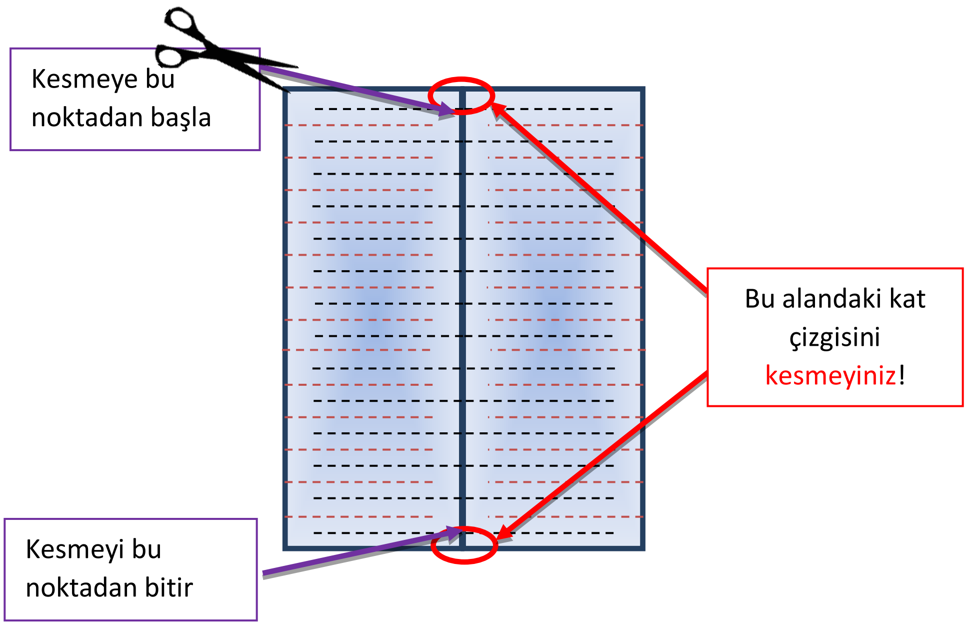
2.3. Veri toplama Tekniği ve Analizi

Sorumuzu burada açıklamaya başlıyoruz. Sorunun anlaşılması açısından soruyu şu şekilde 2 kısma bölmemiz gerekiyor:

1. Yapılan kesim işlemi nasıl olmalıdır?
2. Kesimle beraber çıkartılan çemberin içinden maksimum ne kadar çocuk geçebilir?

1. Yapılan kesim işlemi nasıl olmalıdır?

Kesimi yapmadan önce düşünülmesi gereken birkaç durum vardır. Bunlardan ilki en uzun çevreli çemberin oluşması için kesimden önce kâğıdın enine ya da boyuna olarak katlanılması gerekmektedir. Burada da karşımıza iki değişik durum çıkacaktır, hangi katlamayı yaparsak en uzun çevreli çember oluşacaktır? Bu aşamada öğrenciler bu iki katlamayı da yapıp bunu gözlemlemişlerdir. Ancak burada kesim işlemini açıklandığı için buna öncelik vermeyerek kesime odaklanılmıştır. Boyuna olarak katlanıldığını varsayalım. Ardından katlı kâğıt üzerinde herhangi bir yüzüne çizgiler çizilmiştir. Bu noktada çizgilerin nasıl çizileceğinin anlaşılması için bir öğrencinin oluşturduğu görsele bakılmasında fayda vardır (Şekil 1.) .



Şekil 1. En uzun çevreye sahip çemberi çıkartmak için yapılması gereken kesimin gösterimi

Görüleceği üzere katlı kâğıdın ilk çizgisini çizerken sol tarafından bir miktar boşluk bırakarak çiziyorsak bu ilk çizgiden sonra çizeceğimiz çizgiyi çizerken bu sefer sağ taraftan boşluk bırakarak çizmemiz gerekiyor. Çizgiler bu şekilde bir sağdan(soldan) boşluk bırakıp ardından gelen çizgiyi de soldan(sağdan) boşluk bırakılarak alt alta hizalı olacak şekilde çizilmelidir.

Dikkat etmemiz gereken bir diğer husus kesimden sonra kapalı bir çember yani kopmayan bir çember oluşması için alt alta çizilen o çizgilerin sayısının tek sayı olması gerektiğidir. Aksi takdirde çift sayıda çizgi varsa kesimden sonra çember değil de uzun bir çubuk şeklinde düz bir yapı oluşacaktır.

Çizgilerimizi bu kurallar çerçevesinde oluşturduktan sonra artık makasla kesim işlemine başlayabiliriz. Kesilecek olanlar bu oluşturulan çizgilerdir. Çizgilerin üstünden yapılan kesme işlemi bittikten sonra (yaklaşık) en uzun çevreye sahip çember kendiliğinden oluşacaktır.

Çeşitli kopmaların olmaması için de bırakılan boşluklar ve çizgi aralıklarının iyi belirlenmesi önemlidir. Öğrenciler de modellerini oluştururken bu noktada çeşitli zorluklar yaşamışlardır. Ayriyeten bunu modeline bir değişken olarak atayan öğrenciler de mevcuttur.

Burada şuna tekrar açıklık getirmemiz gerekmektedir: Kâğıdın enine ya da boyuna katlanmasının ardından oluşan çemberlerin çevre uzunlukları da farklıdır. Bizim bunu burada açıklamamız gerekmiyor. Bu durum öğrencilerin modelleme aşamasında saptamaları gereken bir durumdur.

Kesim işleminden sonra incelenen diğer adım oluşan bu çember içerisinden maksimum ne kadar çocuk geçeceğidir.

<u>2. Kesimle beraber çıkartılan çemberin içinden maksimum ne kadar çocuk geçebilir?</u>

Öğrenciler bu aşamaya geldiklerinde çözüm üretebilmek için belli başlı sorular oluşturmuşlardır. Her öğrencinin kendince oluşturduğu sorular kendine hastır, kimi sorular benzerlik gösterirken kimi sorular farklılık göstermiştir. Fakat biz burada genel bir çerçeve oluşturmak için birkaç öğrencinin verilerinden referans alarak birkaç soruyu şu şekilde örneklendirebiliriz:

1. Ortalama bir çocuğun boyutları nasıldır?
2. Çocukları bu çembere sığdırmak için onların kapladıkları hacmi nasıl ele almalıyım?
3. Çocukların düzenli ve düzensiz yerleşmeleri durumunda ne olur?
4. Çocukların dik izdüşümünü mü almalıyım?

Öğrenciler yaptıkları kesimlerle çemberlerini oluşturduktan ve çocuklar için belli hesaplamalarını yaptıktan sonra bunu matematiksel olarak modellemeye çalışmışlardır.

3. BULGULAR

Bu bölümde Marmara Üniversitesi 14 yüksek lisans öğrencisinin kâğıttan çember çıkarma modelleme sorusunda izledikleri süreçteki aşamalar incelenmiştir. Durum değerlendirmesi metoduyla toplanan verilere ait bulgular bu kısımda yer almaktadır. Öğrencilerin modele ulaşma aşamaları adım adım görsellerle desteklenerek incelenmiştir. Öğrencilerin deneme yanılma yoluyla izledikleri adımlar, modele ulaşmak için oluşturdukları tablolar, oluşturdukları çembere çocuk yerine kedi sığdırmak gibi yaratıcı fikirler de görsellerle desteklenerek yorumlanmıştır. Katılımcıların kimliklerinin gizli tutulması amacıyla öğrenciler numaralandırılmıştır (Öğrenci 1, Öğrenci 2...).

Öğrenciler genel olarak bir matematiksel modelleme yaparak probleme çözüm üretmeye çalışmışlardır. Genel bir çerçevede bakıldığında çözüme ulaşmada belli başlı yöntemler benzerlik göstermekle birlikte özellikle çözümü modellemede yaşanan farklılıklar modellemenin doğasından kaynaklanan farklılıkları göstermektedir. Bunun haricindeki bazı farklılıklar da öğrencilerin kendilerine has olan yaratıcılıklarının bir yansımasıdır. Araştırmada amaçlanan öğrencilerin modelleme aşamalarındaki standart çözüm yolundan bahsetmek yerine modelleme kısmında öğrencilerin orijinal fikirler üretip birbirlerinden ayrılan veya benzeşen durumları göstermektir. Öğrencilerin bu örnek modelleme sorusuyla sentez düzeyinde ne gibi fikirler ürettikleri saptanmaya çalışılmıştır. Dolayısıyla burada öğrencilerin özellikle yaratıcılık gösterdikleri kısımlar açıklanmıştır.

<u>Öğrenci-1:</u>

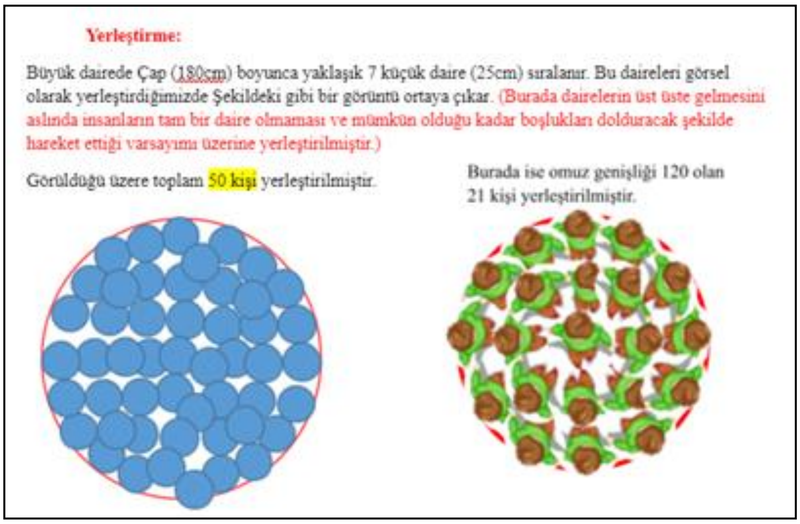
Öğrenci modelleme sorusuna çözüm üretirken yaşadığı zorluklardan ve fark ettiği durumlardan yola çıkarak modelleme aşamasında yaşanılan sınırlılıkları belirleyip bunun bir listesini oluşturmuştur (Şekil2).

Sınırlılıklar:

1. Kâğıdı sadece iki farklı türde katlayabiliriz. (Farklı katlama türlerinde farklı çizgiler ve kesimler olabilir)
2. Kâğıdı keserek halka oluşturabilmek için en az üç çizgi çizmeliyiz ve bu çizgilerden kesmeliyiz. Daha az çizgi ile halka oluşturulamamaktadır.
3. Uzun kenarlar üst üste getirilerek katlandıktan sonra her bir şerit 0 ile 7,4 cm aralığında bir genişliğe, kısa kenarlar üst üste getirilerek katlandığında her bir şerit 0 ile 5,2 cm aralığında bir genişliğe sahip olmalıdır.
4. Uzun kenarlar üst üste katlandığında çizilecek her bir çizgi 5,2 cm ile 10,5 cm aralığında bir uzunluğa, kısa kenarlar üst üste katlandığında çizilecek her bir çizgi 7,4cm ile 14,85cm aralığında bir uzunluğa sahip olmalıdır.
5. Çizilecek çizgi adedi daima tek sayı olmalıdır. Şerit sayısı da çift sayı olmalıdır.
6. Çizgiler sırayla çizildiğinde tek sıradaki çizgiler kâğıdın kat çizgisinin oluşacağı kenardan başlamalı, çift sıradaki çizgiler ise kâğıdın üst üste geldiği kenardan başlamalıdır.
7. Hesaplamalarda pi sayısı yaklaşık olarak 3,14 olarak alınmıştır.

Şekil 2. Öğrenci-1'in modellemede belirlediği sınırlılıkların listesi

Öğrencinin bir diğer saptadığı durum "Öğrencilerin nasıl hizalanacağı" yani "öğrencilerin yerleştirilmesi" konusu olmuştur. Farklı yerleştirme durumlarına göre farklı sayılarda öğrencilerin yerleşebileceğini düşünerek bunu görselle modellemişlerdir (Şekil3).



Şekil 3. Öğrenci-1'in yerleştirme durumlarına göre yerleşebilecek öğrenci sayısını belirlemede oluşturduğu görsel model

Yine Öğrenci-1 belirlediği parametrelere göre değişen sonuçları bir tablo yardımıyla modellemiştir (Şekil4).

KISA KENARLAR ÜSTÜSTE GELECEK ŞEKİLDE KATLADIYSANIZ					
HER BİR ŞERİTİN KALINLIĞI (cm)	HER BİR ŞERİTİN KENARA OLAN UZAKLIĞI (cm)	OLUŞACAK HALKANIN ÇEVRESİ (cm)	HALKANIN KAPLAYACAĞI ALAN (m^2)	BİR ÇOCUĞUN OMUZ ÇEVRESİ(cm)	İÇİNE SIĞABİLECEK ÇOCUK SAYISI
0,95	1	569,40	2,6	80	50

UZUN KENARLAR ÜSTÜSTE GELECEK ŞEKİLDE KATLADIYSANIZ					
HER BİR ŞERİTİN KALINLIĞI (cm)	HER BİR ŞERİTİN KENARA OLAN UZAKLIĞI (cm)	OLUŞACAK HALKANIN ÇEVRESİ (cm)	HALKANIN KAPLAYACAĞI ALAN (m^2)	BİR ÇOCUĞUN OMUZ ÇEVRESİ(cm)	İÇİNE SIĞABİLECEK ÇOCUK SAYISI
0,98	1	514,00	2,1	80	41

Şekil 4. Öğrenci-1'in belirlediği değişkenlere göre çıkan farklı değerleri görselleştirdiği tablosu

Öğrenci-2:

Öğrenci-2 aynı anda iki parametreye bağlı değişen sonuçları bir tablo üzerinde modelleme becerisi göstermiştir (Şekil5).

Katlama Yönü	Şerit Kalınlığı X	Kenar Bağlantı Payı	Şerit Uzunluğu	Bağlantı Sayısı	Oluşan Şeklin Çevresi (cm)	Maximum Alan (cm^2)	İçine Sığabilen Çocuk Sayısı
1.Durum Kısa Kenardan	1,5 cm	1,5 cm	9 cm	38	330 cm	6806,25	11
2.Durum Kısa Kenardan	3 cm	1,5 cm	9 cm	18	186 cm	2162,25	3
3.Durum Uzun Kenardan	1,5 cm	1,5 cm	13,5 cm	26	362 cm	8190,25	13
4.Durum Uzun Kenardan	3 cm	1,5 cm	13,5 cm	12	266 cm	4422,25	7

Şekil 5. Öğrenci-2'nin iki parametreye bağlı değişen sonuçları gösterdiği tablo

Öğrenci-3:

Öğrenci-3 problemin çözümünü modellerken kâğıdın boyutunun değiştiği durumlarda çözümün nasıl değiştiğini gösteren bir tablo oluşturmuştur. Burada öğrencinin çözüme giderken problemin bir durumuna odaklanmayarak değişen kâğıt boyutlarında çözümün nasıl değişeceğine dair bir fikirde bulunması onun modellemesini diğer öğrencilerin oluşturduğu modellerden ayıran bir nokta olmuştur (Şekil6).

Şimdi bu elde ettiğimiz verileri tablolaştıralım ve aralarındaki ilişkiye bakalım.

Kâğıdın kenar uzunlukları (cm)	Kâğıdın çevresi(cm)	Kâğıdın alanı (������)	Kesildikten sonra oluşan şeklin çevresi (cm)	Kesildikten sonra oluşan şeklin alanı (������)	Sığabilecek çocuk sayısı
30 – 21,5	103	645	974	54870	72
15 - 21,5	81	315	434	11310	15
30 – 10,5	81	315	422	10080	15
15 – 10,5	51	157,5	216	2916	4

Şekil 6. Öğrenci-3'ün değişen kâğıt boyutlarına göre değişen sonuçları gösterdiği tablosu

Öğrenci-4:

Öğrenci-4 çözüme oluşturduğu yaklaşım diğer öğrencilerinkinden şu noktada farklılaşmaktadır: Çözümünü farklı şekillerde oluşturduğu yerleşme durumlarına göre belirlemeye çalışmıştır. Yerleşme durumlarını oluşturulan kâğıttan çemberi ve çocuğu daire ya da kare olarak ele alarak çözmeye çalışmıştır. Örneğin "Çocuğu daire olarak kabul edeyim, kâğıttan çemberi de kare şekline dönüştüreyim. Bu durumda kaç çocuk geçebilir?" gibi farklı kabuller alarak bir modellemede bulunmuştur (Şekil7).

Şimdi yaptığım 4 farklı model ve toplamda 8 farklı hesaplamada bulunan sonuçları bir tablo üzerinde görelim ve bize en uygun olanı seçelim.

	Daire + (Daire)	Kare + (Daire)	Daire + (Kare)	Kare + (Kare)
Teorik Hesap	23	18	18	14
Pratik Hesap	18	14	16	9

Görüldüğü üzere dört durumda da teorik ve pratik durumlar arasında bir fark söz konusu. Bu fark ise şekilleri pratikte yerleştirirken oluşan boşluklardan kaynaklanmakta. Bu soruyu gerçek hayatta uygulamış olsaydık bu boşluklar olacaktı. Bu durumdan dolayı pratik hesaplara bakmamız gerekir. Ayrıca bir insanın kesiti daha ziyade elips şekline benzese de biz bunu ihmal edip daire olarak düşünmeliyiz. Ve son olarak aynı uzunluktaki ip ile oluşan dairenin alanı karenin alanından daha fazladır.

Şekil 7. Öğrenci-4'ün kâğıttan çemberi ve çocuğun kapladığı alanı daire ya da kare olarak kabul ederek oluşturduğu modelinin tablosu

Öğrenci-5:

Öğrenci-5'in değişkenlerin birbirleriyle ilişkisini belirtecek bir matematiksel formül modelleyip geometrik çıkarımlarda bulunduğu gözlemlenmiştir (Şekil8).

$k \times 150\pi == \pi(\frac{na}{\pi})^2$ (burada da π sayılarını sadeleştiririz. Çocukların her birinin kapladığı alan, A4 kağıdının eninin yarısı(a) ve π sayısının sabit birer sayı olduğu düşünürsek)

$$k=\frac{n^2a^2}{150\pi^2}$$

- denklemden n sayısı arttıkça k sayısının da artacağını söyleriz.

n sayısı ise b/n değerinin ise n sayısı arttıkça azalacağını yani şeritlerin inceleceğini görürüz.

(n bağımsız değişken olup k sayısı da bağımlı değişkendir.)

Burada aslında sonsuzluk kavramını göz önünde bulundurursak $n \to \infty$

olduğunda şeritlerin kalınlığı 0'a yaklaşır.(şeritleri çok ince kesmeye çalışma sebebim de bu kavramı desteklemekti.)

Buradan çemberin aslında sonsuz kenarlı bir düzgün çokgen olduğu ile ilgili fikirleri de düşünebiliriz.

Şekil 8. Öğrenci-5'in çözüme ilişkin modellediği matematiksel formül ve bu formül üzerinden yaptığı geometrik çıkarımları

Öğrenci-6:

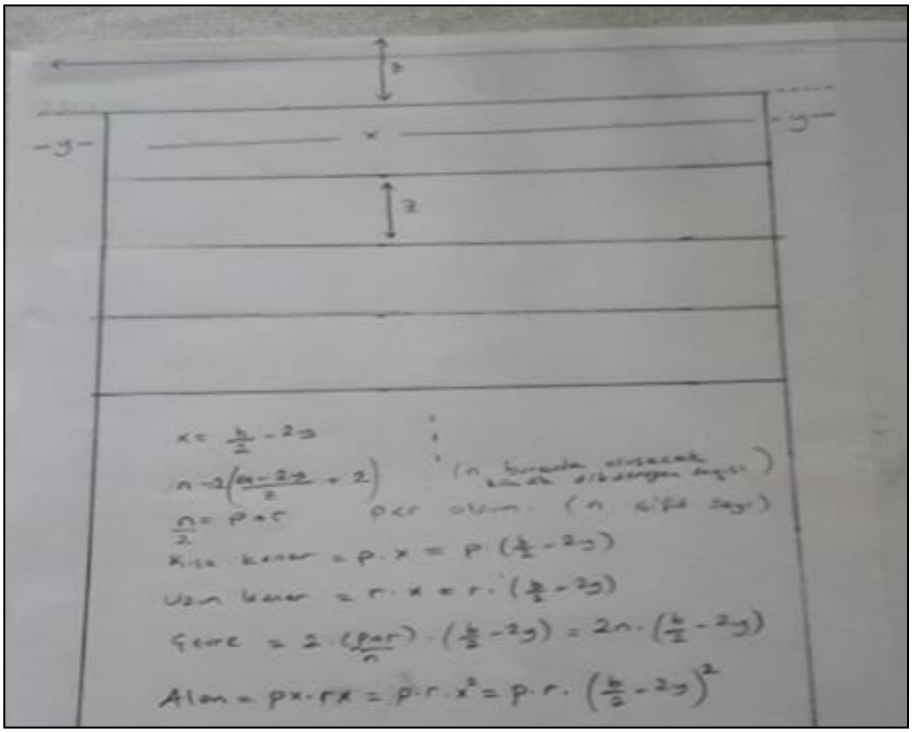
Öğrenci-6'nın modelleme sorumuzu öğretimde kullanma fikriyle öğrencilere ne gibi kazanımlar sağlayabileceğini belirlediği gözlemlenmiştir (Şekil9).

Burada öncelikle bu etkinliğin öğrenciye sunacağı kazanımlar üzerinde duracağız.Bunlar müfredat ve kazanım listelerine bakmadan aklıma gelenlerdir.Tabloyu inceledikten sonraki kazanım listesi de eklenecektir.

- ✓ Öğrenci gerçek ölçme araçları ile uğraşacaktır.Birimler arasında dönüşüm yapma fırsatı bulacaktır.
- ✓ Elde ettiği iki durum için de çevre hesabı yapacaktır.
- ✓ Daha sonra çevreler sabit iken alanlar üzerine düşünecek ve "Toplamları sabit iki sayının çarpımı,sayılar birbirine yaklaşırsa büyür;uzaklaşırsa küçülür." genellemesine ulaşacaktır.
- ✓ Yine çevre hangi durumda büyük ise alanın orada daha büyük olacağı yorumunu yapabilecektir. (616 cm ve 540 cm den hangisi işimize daha çok yaradı ?)
- ✓ Alanları kıyaslarken enine ve boyuna katlamanın her birini de kare için ayrı dikdörtgen için ayrıca hesapladık.Alanlar kare şekillerde daha fazla olmasına rağmen 30a veya yaklaşık 30a bölme işleminde dikdörtgen şekiller amacımıza daha iyi hizmet etmiştir.
- ✓ Burada enine katlamada ile oluşturduğumuz dikdörtgenin kenarları 28 e bölünmede kalan vermemiştir.Diğerlerinde bölünmeler bu kadar düzgün olmamıştır.Demekki bölünmelerin düzgün olması bir diğer faktör olarak karşımıza çıktı.Böylece öğrenci 2ye,3e 30 a veya yaklaşık 30a bölünme konularında düşünme ve değerlendirme egzersizi yapmış olur.

Şekil 9. Öğrenci-6'nın, modelleme sorusunun öğrencilere ne gibi matematiksel katkılar sağladığını belirlediği liste

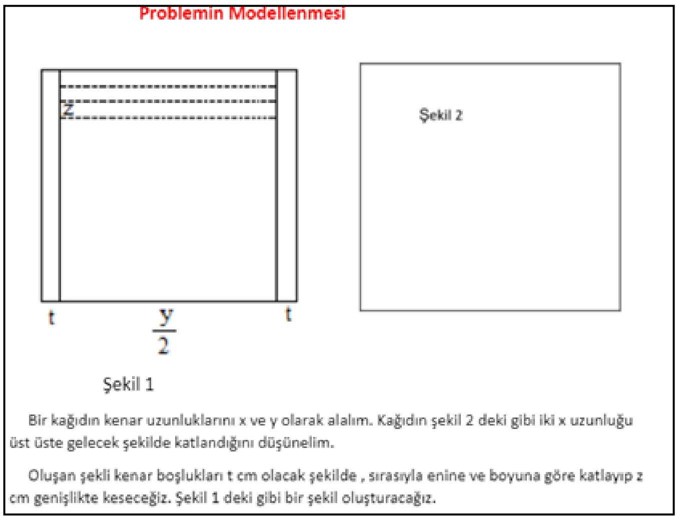
Yine öğrenci-6 problemi görselleştirip ardından bir matematiksel formül geliştirmiş (Şekil10).



Şekil 10. Öğrenci-6'nın önce görselleştirdiği ardından oluşturduğu matematiksel formülü

<u>Öğrenci-7:</u>

Öğrenci-7 de kendine göre problemi görselleştirdikten sonra bir matematiksel formül geliştirmiştir (Şekil10.1 & Şeklil 10.2).



Şekil 10.1. Öğrenci-7'nin problemi görsel olarak modellemesi

Bir kağıdın kenar uzunluklarını x ve y olarak alalım. Kağıdın şekil 2 deki gibi iki x uzunluğu üst üste gelecek şekilde katlandığını düşünelim.

Oluşan şekli kenar boşlukları t cm olacak şekilde , sırasıyla enine ve boyuna göre katlayıp z cm genişlikte keseceğiz. Şekil 1 deki gibi bir şekil oluşturacağız.

T= kağıdın kenarlarında bırakılan boşluk

Z = kesim genişliği

N = kesimler sonucu oluşan parça sayısı (kağıdın genişliğini kesimin genişliğine bölerek buluruz . n=x/z)

Kesim uzunluğu = 2.(y/2-2t) = y-4t (kağıdı açtığımızda y kenarının uzunluğundan iki kenarda bırakılan t birimlik uzunluğu çıkarırız.)

Kesilen kağıt açıldığı zaman oluşan şeklin çevresi n.(y-4t) ile bulunur.

Çevresi bilinen en büyük alanlı dörtgen karedir. Bu sebeple bu dörtgeni kare olarak alacağız.

Karenin çevresini 4e bölerek bir kenar uzunluğunu bulabiliriz.

Karenin bir kenarının uzunluğu = n.(y-4t) / 4

Karenin alanı = (n.(y-4t) / 4) . (n.(y-4t) / 4) = $\frac{n^2.(y-4t)^2}{16}$ ile bulunur.

Yukarıdaki değişkenlere göre modelimizin alanının en büyük değerini veren ifade $\frac{n^2.(y-4t)^2}{16}$

Şekil 10.2. Öğrenci-7'nin probleme yönelik geliştirdiği matematiksel formül

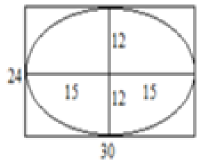
Öğrenci-7 kâğıdı katlama durumlarına göre değişen sonuçları tablolaştırmıştır (Şekil11).

Yapılan katlama ve kesimlere göre çıkan verilerin karşılaştırılması

	2 cm aralık	1,5 cm aralık	0,5 cm aralık	
Enine	312	364	273	Çevre
Katlama	6084	80281	74529	Alan
Boyuna	272	340	1020	Çevre
Katlama	4624	7225	65025	alan

Şekil 11. Öğrenci-7'nin kâğıdı katlama durumlarına göre çıkan farklı sonuçları gösterdiği tablosu

Yine öğrenci-7 çocukların izdüşümünü gerçekçi bir yaklaşımla "elips" olarak kabul edip çözüme o açıdan ulaşmaya çalışmıştır (Şekil12).



Bir öğrencini izdüşüm alanını bu şekilde almıştık.

Dikdörtgensel bölgenin alanı = 24.30 = 720cm^2

Bulduğumuz en büyük alana sahip olan şeklin alanını bir çocuğun izdüşüm alanına bölerek bulabiliriz.

$$\frac{\text{şeklin alanı}}{\text{1 çocuk izdüşüm alanı}} = \frac{74529}{720} = 103,51$$

Yaklaşık olarak bir a4 kağıdının içerisine 103 adet öğrenci sığdırabiliriz.

Şekil 12. Öğrenci-7'nin çocukları elips olarak kabul ederek ulaştığı çözüm

Öğrenci-8:

Problemi görsel olarak gösterdikten sonra matematiksel bir formül modellemiştir (Şekil13).

Bu şeridi maksimum alanı elde etmeye çalışarak dikdörtgensel bölge oluşturacak şekilde serelim:

Uzun kenar d br, kısa kenar e br olsun. Toplamda 2n tane dikdörtgenimiz vardı. Dolayısıyla bir kısa ve bir uzun kenarda n tane dikdörtgen olur. n=x+y olacak şekilde ifade edelim. x<y olsun. Bu durumda kısa kenarda x tane, uzun kenarda y tane dikdörtgen vardır. Buradan hareketle;

Uzun kenar: d= y. $\frac{a}{2}$

Kısa kenar: e= x. $\frac{a}{2}$

olarak ifade edilebilir. O halde;

Alan= d.e= x. $\frac{a}{2}$. y. $\frac{a}{2} = \frac{x.y.a^2}{4}$ olur.

Bu şekilde toplam alanı bulmuş olduk. Bu ifadeyi de istediğimiz alana bölerek kaç çocuk/nesne (verilen probleme göre) yerleştirebileceğimizi bulabiliriz. Biz çocuk yerleştirme problemimizi düşünürsek;

$$\frac{x.y.a^2}{4} : 900 = \frac{x.y.a^2}{3600}$$

elde edilir.

Şekil 13. Öğrenci-8'in problemi görselleştirip oluşturduğu matematiksel formül

<u>Öğrenci-9:</u>

Matematiksel bir formül oluşturmuştur (Şekil14).

Dikdörtgenin katlanan kenar uzunluğu (boyuna katlandıysa uzun kenar, enine katlandıysa kısa kenar): b cm,
Diğer kenar uzunluğu: a cm

Şerit kalınlığı: x cm, **bağlantı payı:** y cm ve $\frac{b}{x}$ değeri çift sayı olmak üzere;

$Ç_{Çocuk}$ = Çocuğun bel çevresi iken,

Çocuk sayısı = $\left[\frac{b.(a-4y)}{x.Ç_{Çocuk}}\right]^2$ dir.

Çocuğun bel çevresi için ortalama değer olarak 83,2 alırsak bağıntımız:

Çocuk sayısı = $\left[\frac{b.(a-4y)}{x.(83,2)}\right]^2$ olur.

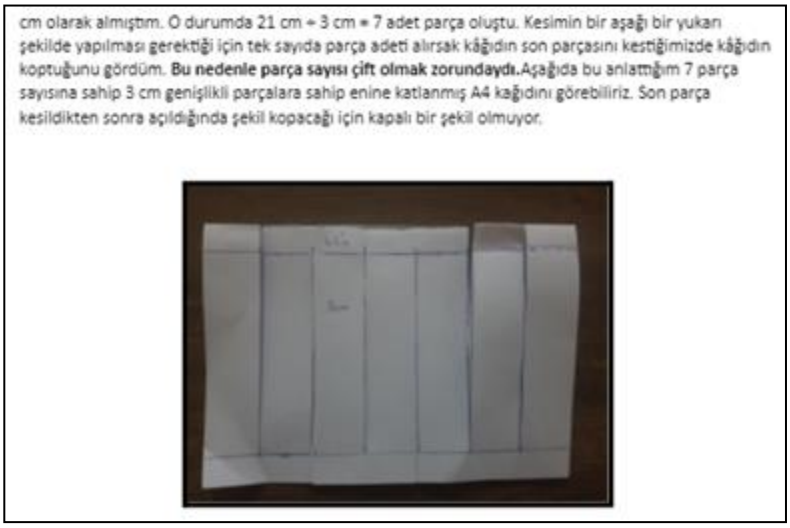
Şekil 14. Öğrenci-9'un modelleştirdiği matematiksel formül

<u>Öğrenci-10:</u>

Öğrenci-10 kâğıt çember içerisine çocuk değil de kaç kedi geçirebileceğini hesaplamış. Bunu yaparken de Şekil 15.da görüldüğü üzere gerçekçi bir yaklaşım sergilemek adına kıvrılmış kedisinin izdüşümünü daire olarak kabul edip cetvelle yarıçapını ölçmüştür (Şekil15).

Şekil 15. Öğrenci-10'un kedisinin izdüşümünü daire olarak kabul ederek cetvelle yarıçapını hesaplaması

Öğrenci-10 kesimden önce yapılan kesim çizgilerinin "tek sayıda olması gerektiğini" ayrı bir şekilde vurgulayıp raporlaştırmıştır. Bu noktanın belirlenmesinin de önemli olduğunu vurgulanmada yarar vardır (Şekil16).



Şekil 16. Öğrenci-10'un kesim çizgilerinin tek sayıda olması gerektiğini belirttiği detayı

11., 12., 13. ve 14. öğrencilerin cevapları ilk 10 öğrencinin cevaplarına benzerlik gösterdiğinden detaylıca incelenmemiştir. Temalar bazında incelendiğinde aşağıdaki temalarla karşılaşılmıştır. Modelleme çıkarımları (farklı değişkenlerle ve farklı sınırlılıklarla), çoklu gösterim kullanımı ile modellerin desteklenmesi (bazıları tablo, bazıları cebir, ve bazıları da şekil ile yollarını açıkladılar), soyuttan somuta gerçekçi düşünme (özellikle ev içinde uygun ortamların oluşturulup bunların en basit şekilde ve açıklayıcı olarak gösterilmeye çalışılması (Şekil17), STEM projesi gibi düşünenler (Şekil18) (bu sayede kâğıdın kolaylıkla kopmamasını da sağlayabildiler), aile içi bir eğlenerek öğrenme ortamının oluşturulması (Şekil19), çocukları sığdırma probleminde küçük çaplı modellemeler giriş (Şekil3).

Şekil17. Somut ve gerçekçi düşünme örnekleri

Şekil 18. Özel bir katlama yoluyla kâğıt sağlamlığının sağlanması

Şekil19. Ev içinde ölçümlerde kolaylık için eğlenceli yolların düşünülmesi

Bütün bu temalar 14 öğrencide de farklı düzeylerde gözlemlenebilmiştir. Ve bir modelleme çalışmasından beklenileceği ölçüde işin içine girebildiklerini ve çözümler üretmeye çalıştıkları fark edilmiştir. Bu da demektir ki modelleme çalışmasını benimsemişlerdir ve uygun çözümler üretmeye çalışmışlardır. Bir modelleme çalışmasının sınıftaki öğrencilerce benimsenmesi öğretmenin işini çok kolaylaştırabilir. Farklı gösterim şekilleri, farklı yaratıcılık gerektiren yollar türemesine sebep olabilir. Nitekim bizim araştırmamızda da bunlar ortaya çıkmıştır.

4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Bulgular incelendiğinde çalışmada öğrenciler deneme yanılma ve hesaplamalarla farklı kesimler deneyerek maksimum öğrenciyi sığdırabilecekleri maksimum çemberi oluşturmak için kesimleri farklı uzunluklarda deneyip tablo yaparak en büyük ve sağlam çemberi oluşturmaya çalıştıkları ve oluşturdukları çemberden yola çıkarak çocukların boyutlarını daire kare gibi geometrik şekillere benzetip formülleştirmeye çalıştıkları görülmektedir. Somut bir modelleme sorusu olduğu için her öğrenci farklı yöntemlerle ve farklı yerlerde uzunluk hesabı yapmışlardır. Öğrenciler çocukların bel çevresini ya da omuz çevresini hesaplamaya çalışmış, hesapladıkları maksimum alanlı çembere en fazla çocuğu sığdırabilecekleri modeli bulabilmek için farklı uzunluklarda hesaplamalar yapmışlardır. Bel çevresini tava, kedi, kâğıttan dairelere benzeterek modele ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bazı öğrenciler modele ulaşmayı başarmış fakat bazı öğrenciler sorunun çözümüne odaklanarak matematiksel bir formül hesaplamayla sınırlı kalmışlardır. Kâğıttan çember çıkarma modelleme sorusunu modellemeye çalışırken karşılaştıkları sınırlılıkları, hesaplamada yaşadıkları zorlukları belirleyip soruya başka bir açıdan bakan öğrenciler de olmuştur (Öğrenci 1, Öğrenci3). Öğretim programındaki kazanımlarla ilişkilendirilebileceğini gösteren, ders planına dönüştürülebileceğini gösteren öğrenciler de olmuştur (Öğrenci 6).

Kâğıttan çember çıkarma modelleme sorusu ödev şeklinde bir çalışma olduğu için evde çözümü yapılan bu modelleme sorusu hem ödevin sahiplerine hem de evdeki diğer fertlere öğretici bir çalışma olduğu gözlenmiştir. Matematik dersini sevmeyen öğrenciler için de eğlendirici ve öğretici bir çalışma olduğu söylenebilir. Öğrencilerden birinin bir çocuğun bel çevresini kedinin kıvrılarak oluşturduğu çember şekliyle ilişkilendirmesi gerçek hayata transfer etmede yaratıcı düşünmede etkili bir modelleme sorusu olduğunu göstermiştir (Öğrenci 10).

Kısacası, seçilen sorunun her düzeye uygun bir soru olduğu düşünülmektedir. Çünkü her bir öğrenci soruyu farklı düzeyde görerek ona göre incelemiştir. Kazanımları her öğrenci farklı sınıf düzeyleri için düşünmüştür. İşi eğlenceli hale getirebilmişlerdir. Bu durum STEM projelerinde bile bu kadar etkili olmamaktadır. Bu arada kendileri de öğrendikleri kadar ailedeki çocuklara da bir şey öğretmiş olmuşlardır. Somut düşünce kadar soyut düşüncenin de örneklerini gözlemlemiştir. Zorda kaldıkları anlarda işi somutlaştırarak çözmeyi denemeleri dikkate değerdir. Özellikle cam çay bardakları yardımıyla çemberi kare, dikdörtgen vs gibi yaklaşıkla düşünmeleri soyut ve somut arasındaki geçişleri de göstermektedir.

Çalışmanın sonuçları göstermektedir ki modelleme örnekleri iyi tasarlandığında, güzel sorulara dönüşebilirler. Sınıf içi öğrenme ortamlarının oluşmasını sağlayabilirler. Öğrencilerin daha verimli düşünmelerini geliştirebilirler. Bu bağlamlarda araştırmamızın sonuçları literatürdeki araştırmalarla paralellikler göstermektedir (Çiltaş ve Işık, 2012; Doruk ve Umay, 2011; Kal, 2013).

Bu çalışmada çoklu temsillerin kullanılabilmesi, somut bir çalışma olması, tek cevabın olmaması, her sınıf düzeyine hitap edecek şekilde uyarlanabilecek olması alternatif bir modelleme sorusu ihtiyacını karşılayacaktır sonucuna ulaşılabilir. Modelleme sorusu geliştirildiğinde her sınıf düzeyine uygun ders planına dönüştürülebilir.

Bu gibi somutlaştırılabilen, yaratıcı düşüncelerin ortaya çıkmasını sağlayan, gerçekçi durumlarla ele alınabilen, etkinlik şekline dönüştürülebilen, öğrenirken zevk alınabilecek matematiksel modelleme çalışmalarının desteklenmesini ve artmasını öneriyoruz. Ayrıca modelleme yapılırken yaşanan zorlukların veya sınırlılıkların da iyi saptanması önemlidir. Çünkü bir olaya farklı şekillerde bakabilmeyi sağlamada bir araç olup kritik düşünme becerisinin gelişimine yardımcı olabilirler.

5. KAYNAKÇA

Çiltaş, A., & Işık, A. (2012). Matematiksel modelleme yönteminin akademik başarıya etkisi. *Çağdaş Eğitim Dergisi*, *1*(2), 57-67.

Doruk, B. K., & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*(41), 124-135.

Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Yenmez, A. A., Şen-Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Tuba Yayınları: Ankara.

Erdoğan, F. (2019). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme özyeterliklerinin belirlenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 15(1), 118-130.*

Güzel, E. B. (2018). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Araştırmacılar, eğitimciler ve öğrenciler için (2.baskı)*. Pegem Akademi: Ankara.

Kal, F. M. (2013). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin matematik problemi çözme tutumlarına etkisi*. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Kocaeli Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kocaeli.

Teachers College (2012). *Mathematical modeling handbook*. H. Gould, D. R. Murray, & A. Sanfrallo (Eds.), COMAP: MA.

6. EXTENDED ABSTRACT

Modelling practices are a must for thoughful, continously and arrogantly learning classrooms. Mathematics can be a good modelling resource. Nevertheless, mathematics teachers should be prepared for indepth questions, possible mathematical challenges, and for some loss of class time. Anyway, it can be very beneficial if important points can be detected. Modelling can establish linkages between mathematics and other disciplines like, ssience, literature, and even sports. In this example, we see an example of this kind of mathematical modelling example since it was suitable for all levels and it was beneficial for those linkages, students both enjoyed and learned a lot. And actually, we could say that two years' of students learnt a lof from this experience. They all came up with creative solutions to their in between questions that arouse from the modelling phases. Mathematical modelling is a unifying procedure for mathematical sub disciplines as well, like algebra, geometry, analytic geometry, topology, etc as in this example.

In this study, q mathematical modelling question which was suitable for all levels was shared with graduate mathematics education students of 2021-2022 fall semester. It was the peak time fort he pandemics hence, most courses were online. As a matter of fact, the results are collected via online system of the university. This year in the graduate modelling class, we have returned to that one year old data and we tried to analyze the results. There were not ethical problems, since all last year examples were almost perfect and well prepared. And this was acknowledged by the this year graduate students as well.

14 students' homework results were extracted from the online system of the university. Results were cross evaluated by three researchers, of which two of the were graduate students of mathematics education. Research study was carried as case study but the data was analyzed as document analysis of those students' online homeworks.

We as researchers wondered if the modelling phases could be acknowledged in the documents, if there were any creative solutions, if realistic mathematics education were of any use, if there were any difficulties, and what kind of multi-representations were used by those students of last year. Results showed that yes we could see modelling phases as was mentioned in the literature but in different ways. Students were mush focused on the creatişve solutions if there were any. For example some used tea glasses, rugs and carpets at home, their chidlren, even their kitchen utensils. Yes, there were some sort of realistic mathematics education examples. Especially, whenever they could not come up with an easy answer, they have used some ways to get over those problems. The long pathways in the homes, long rugs, even ceilings, could carry an answer. There were some difficulties like possible paper tearing apart, or not covering that much elasticity from the paper. Or, it was hard to manage children fitting into the circles made from papers. For that purpose, they have come up with very bright solutions: measuring shoulders, measuring waists and even measuring heads of their children, In the home, they wanted to see how long or how large that cicrle could be, and the solution they come up was very interesting, using peripheral of rugs or even armchairs. In the modelling, most probably they all came up with difficulties since all of the students' modelling practices were different. Their variables were different, their measuring skills were different. Besides these use of multi representations (by figure, by algebra, and by tables), they were able to indicate what they were referring very clearly. We could state that It somehow increased their way of communicating skills with mathematics. But above all, they did enjoy every phase of it. Both last year and this year students learned from the phase very effectively. It is a result, one should not skip it. It was also good to see the possible limitations of the so called modelling procedure by the students. They all ended up with different variables, with different mathematical models may show something about this respect. Each students brings to the classroom very different views and very different specialities , hence we should expect not the same but especiallyy different solutions variety from students, if we want them to be creative and even modelling developers of this question sort.

In short, we could say that modelling and especially mathematical modelling should not be restricted to STEM exercises. We should think more and study more of them, to see possible ways to develop more modelling exercises. They should be honored and studied by both researchers and by graduate students of mathematics education.