

# Kirişlerin Geometrik Doğrusal Olmayan Davranışlarının 3 Boyutlu Sürekli Ortam Modeli ile İncelenmesi

**Şeref Doğuşcan AKBAS\***

*Bursa Teknik Üniversitesi İnşaatMüh. Böl., Yıldırım, Bursa.*

## Özet

*Bu çalışmada, yayılı yük etkisi altında konsol bir kirişin geometrik doğrusal olmayan statik davranışı incelenmiştir. Kirişlerin doğrusal olmayan davranışlarını daha gerçekçi inceleyebilmek için üç boyutlu sürekli ortam kabulü yapılmıştır. Ele alınan problem, üç boyutlu 8 düğüm noktalı toplam Lagrangian sonlu elemanlar modeli kullanılarak çözülmüştür. Kiriş malzemesi homojen, izotrop ve doğrusal-elastik olarak ele alınmıştır. Sonlu eleman ifadeleri artımsal formda doğrusallaştırılmış olarak elde edilmiştir. Bu doğrusallaştırma işlemi sonucunda eleman teğet rijitlik matrisi bulunmuştur. Daha sonra eleman teğet rijitlik matrisleri kullanılarak sistem teğet rijitlik matrisi elde edilmiştir. Son olarak ise Newton-Raphson sayısal çözüm tekniğinin kullanımı ile doğrusal olmayan eşitlikler sisteminin çözümü gerçekleştirilmiştir. Bilindiği gibi kuvvetli doğrusal olmama durumunda yükün de birkaç adımda uygulanması gerekli olabilmektedir ve bu çalışmada da yük parçalara bölünerek son adımda nihai yüke ulaşılmıştır. Bu çalışmada MATLAB programı kullanılarak bir bilgisayar programı yazılmıştır. İntegrasyon hesaplarında beş noktalı Gauss integral kuralı kullanılmıştır.*

*Bu çalışmada, büyük yer değiştirmelerin ve büyük dönmelerin kiriş üzerindeki etkisi detaylı olarak araştırılmıştır. Kirişin geometrik olarak doğrusal ve doğrusal olmayan cevapları arasındaki farklar incelenmiştir. Ayrıca, elde edilen formülasyonların ve sayısal sonuçların doğruluğunu test edebilmek için, literatürde yayınlanmış sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.*

**Anahtar kelimeler:** *Kirişler, Geometrik doğrusal olmayan analiz, Toplam Lagrangian sonlu elemanlar yöntemi, Üç boyutlu sürekli ortam modeli.*

---

\* Şeref Doğuşcan Akbaş, serefd@yaho.com, Tel: (224) 314 18 13.

# Geometrically Non-Linear Behaviour of Beams With Three-Dimensional Continuum Model

## Abstract

*In this paper, the geometrically non-linear static analysis of a cantilever beam subjected to a transversal uniformly distributed load is investigated. For getting more realistic investigation of nonlinear behavior of beams, three-dimensional continuum model is used. The material of the beam is assumed as homogeneous, isotropic and linear-elastic. The problem is solved by using total Lagrangian finite element model of three dimensional continua for an eight quadratic element. The considered highly non-linear problem is solved by using incremental displacement-based finite element method in connection with Newton-Raphson iteration method. In order to use the solution procedures of Newton- Raphson type, there is need to linearized equilibrium equations, which can be achieved through the linearization of the principle of virtual work in its continuum form. As it is known, when the nonlinearity is strong, it is needed to apply the external load step by step. The necessary computer programs are developed by using MATLAB program. In the numerical integrations, five-point Gauss integration rule is used.*

*In the study, the effect of the large deflections and rotations on the beam is investigated in detail. The difference between the geometric linear and the geometric nonlinear cases are studied. Also, in order to establish the accuracy of the present formulation and results, the obtained results are compared with the published results available in the literature.*

**Keywords:** *Beams, Geometrically Nonlinear Analysis, Total Lagrangian Finite Element Model, Three Dimensional Solid Continuum.*

## 1. Giriş

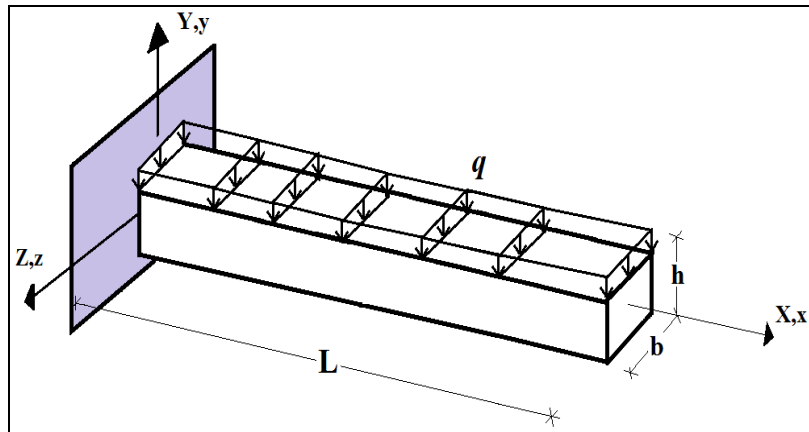
Son yıllarda teknolojideki büyük değişim ile yüksek hızlı ve fakat hafif yapılara olan ihtiyaç kirişlerin lineer olmayan teorilerinin kullanımını gerekli hale getirmiştir. Örneğin, ticari araçlarda kullanılan yaprak yayların incelenmesi kirişlerin lineer olmayan teorileri çerçevesinde olmalıdır. Son 50 yılda, özellikle uzay mühendisliğinde, robotikte ve çeşitli üretimlerde oluşan gelişmeler ile sayısal olarak çözülebilen lineer olmayan modellerin kullanılması kaçınılmaz hale gelmiştir. Çünkü kirişlerin büyük yer değiştirme problemlerinin eliptik integraller kullanılarak elde edilen kapalı çözümleri sınırlıdır [1-7]. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesine paralel olarak sonlu elemanlar yöntemi ile karmaşık mühendislik problemi rahatça çözülebilmektedir. Sonlu elemanlar yönteminin gelişmesi ile kirişlerin büyük yer değiştirme problemlerinin çözümü, analitik çözümlere kıyasla daha pratik olmakta ve istenilen sonuçla rahatlıkla alınabilmektedir. Sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan çözümlere ilişkin bazı çalışmalar izleyen paragrafta verilmiştir:

Bathe ve Bolourchi [8] kirişlerin üç boyutlu sonlu elemanlar modeli ile çözümünü toplam ve güncelleştirilmiş Langragian yaklaşımı ile incelemiştir. Surana [9] eğrisel kirişlerin geometrik doğrusal olmayan sonlu elemanlar formülasyonlarını iki boyutlu toplam Langragian yaklaşımı ile çıkarmıştır. Hsiao vd. [10] Euler kirişlerin doğrusal olmayan dinamik analizini toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile ele almıştır. Lin ve Hsiao [11] iki doğrutuda simetrik ince cidarlı kirişlerin geometrik yönden doğrusal olmayan analizini toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Chen vd. [12] ince cidarlı kirişlerin burkulma ve burkulma sonrası davranışlarını toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile incelemiştir. Akbaş [13] konsol bir kirişin geometrik olarak doğrusal olmayan analizini iki boyutlu toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile çözmüştür. Kocatürk ve Akbaş [14] , Akbaş ve Kocatürk [15,16] ve Kocatürk vd. [17] kirişlerin geometrik doğrusal olmayan statik analizini iki boyutlu toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile ele almıştır. Martin Saravia vd. [18] kompozit ince cidarlı kirişlerin büyük yer değiştirme ve dönmelerini sonlu elemanlar yöntemi ile araştırmıştır. Akbaş ve Kocatürk [19] ve Akbaş [20] fonksiyonel derecelendirilmiş kirişlerin burkulma sonrası davranışlarını üç boyutlu toplam Langragian sonlu elemanlar yöntemi ile araştırmıştır. Akbaş [21] kenar çatlaklı kirişlerin doğrusal olmayan statik davranışlarını incelemiştir.

Bu çalışmada, büyük yer değiştirmelerin ve büyük dönmelerin kiriş üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Kirişin geometrik olarak doğrusal ve doğrusal olmayan cevapları arasındaki farklar incelenmiştir. Ayrıca, üç boyutlu sürekli ortam modeli kullanılarak elde edilen sonuçlar, literatürde yayınlanmış sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.

## 2. Teori ve Formülasyon

Homojen ve lineer elastik özellikli konsol bir kirişin maddesel veya Lagragian koordinat sistemi  $(X,Y,Z)$  ve uzaysal ya da Euler koordinat sistemi  $(x,y,z)$  Şekil 1'de gösterilmiştir. Ele alınan konsol kiriş şekil 1'de gösterildiği gibi düzgün yayılı izleyici olmayan (non-follower) yük etkisindedir.



Şekil 1. Üniorm yayılı yük etkisinde konsol bir kiriş.

Ele alınan problemde, kiriş üç boyutlu sürekli ortam olarak incellenmiştir. Çalışmada, 8 düğüm noktalı elemanın toplam Lagrangian formülasyonu üzerine temellendirilen üç boyutlu ortamın toplam Lagrangian sonlu eleman modeli kullanıldı. Yer değiştirmelerin büyüklüğü üzerinde herhangi bir kısıtlılık yoktur. Üç boyutlu toplam Lagrangian sonlu

elemanlar formülasyonlarının türetilmesinde, Reddy [22] tarafından verilen iki boyutlu toplam Langragian sonlu elemanlar formülasyonlarının türetilmesindeki yol izlenmiştir. Üç boyutlu sürekli ortam problemi için toplam Lagrangian formülasyonlarının çözümünde, bilinen önceki çözümlerden hareketle küçük adımlı artımsal yük yaklaşımı kullanıldı. Bilindiği gibi, tüm yükün tek adımda etkilmesi durumda çözüm ancak lineer olmamanın yumuşak olması halinde mümkündür. Ayrıca artımsal işlem yolunun takibi aşırı sayıda iterasyon sayısını indirgemede ve fiziksel olarak doğru yolu izlemede faydalıdır. Burada artımsal işlem yolu ile birlikte Newton-Raphson ardışık yaklaşım yöntemi kullanılmış olup  $n$  inci yük artımında  $i$  inci iterasyon için çözüm izleyen formda elde edilir:

$$d \mathbf{u}_n^i = (\mathbf{K}_T^i)^{-1} \mathbf{R}_{n+1}^i \quad (1)$$

Bilindiği gibi ardışık yaklaşım yöntemlerinin temel felsefesi, artıklar vektörünü çok küçük bir  $\zeta_{tol}$  ile tanımlanan kıyaslama parametresinden küçük kılacak çözümü elde etmektir. Bu çalışmada kıyaslama parametresi izleyen şekilde alınmıştır:

$$\sqrt{\frac{[(d \mathbf{u}_n^{i+1} - d \mathbf{u}_n^i)^T (d \mathbf{u}_n^{i+1} - d \mathbf{u}_n^i)]^2}{[(d \mathbf{u}_n^{i+1})^T (d \mathbf{u}_n^{i+1})]^2}} \leq \zeta_{tol} \quad (2)$$

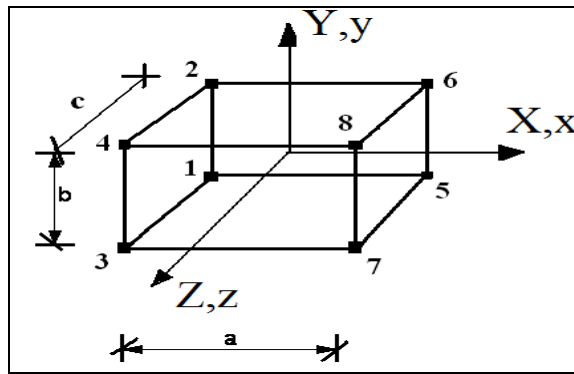
Ardışık yaklaşımların bir serisi

$$\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{u}_{n+1}^i + d \mathbf{u}_{n+1}^i = \mathbf{u}_n + \Delta \mathbf{u}_n^i \quad (3)$$

verir. Burada

$$\Delta \mathbf{u}_n^i = \sum_{k=1}^i d \mathbf{u}_n^k \quad (4)$$

8 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. 8 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman.

8 düğüm noktalı sonlu eleman için üç boyutlu sürekli ortamın toplam Lagrangian sonlu eleman modeli durumunda  $i$  inci iterasyonda kullanılacak olan teğet rijitlik matrisi  $\mathbf{K}_T^i$ , çözüm artım vektörü  $d \mathbf{u}_n^i$  ve artık vektörü  $\mathbf{R}_{n+1}^i$  izleyen şekilde verilir:

$$\begin{bmatrix} [K^{11L}] + [K^{11N}] & [K^{12L}] & [K^{13L}] \\ [K^{21L}] & [K^{22L}] + [K^{22N}] & [K^{23L}] \\ [K^{31L}] & [K^{32L}] & [K^{33L}] + [K^{33N}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{v}\} \\ \{\bar{w}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{^2_0 F^1\} \\ \{^2_0 F^2\} \\ \{^2_0 F^3\} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \{^1_0 F^1\} \\ \{^1_0 F^2\} \\ \{^1_0 F^3\} \end{Bmatrix} \quad (5a)$$

$$\mathbf{R}_{n+1}^i = \begin{Bmatrix} \{^2_0 F^1\} - \{^1_0 F^1\} \\ \{^2_0 F^2\} - \{^1_0 F^2\} \\ \{^2_0 F^3\} - \{^1_0 F^3\} \end{Bmatrix}, \quad d\mathbf{u}_n^i = \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{v}\} \\ \{\bar{w}\} \end{Bmatrix}^i \quad (5b)$$

Burada görülen  $K_{ij}^{11L}, K_{ij}^{12L}=K_{ij}^{21L}, K_{ij}^{13L}=K_{ij}^{31L}, K_{ij}^{22L}, K_{ij}^{23L}=K_{ij}^{32L}, K_{ij}^{33L}, K_{ij}^{11NL}=K_{ij}^{22NL}=K_{ij}^{33NL}, {}^2_0 F^i$  ve  ${}^1_0 F^i$  büyüklükler ve içinde kullanılan değerler Akbaş ve Kocatürk [19]’den bulunabilir.

Green-Lagrange genleme tensörü arasındaki ilişki izleyen şekilde verilmiştir:

$$\{^1_0 S\} = \begin{Bmatrix} {}^1_0 S_{xx} \\ {}^1_0 S_{yy} \\ {}^1_0 S_{zz} \\ {}^1_0 S_{yz} \\ {}^1_0 S_{xz} \\ {}^1_0 S_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}_0C_{11} & {}_0C_{12} & {}_0C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ {}_0C_{12} & {}_0C_{22} & {}_0C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ {}_0C_{13} & {}_0C_{23} & {}_0C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & {}_0C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}_0C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}_0C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} {}^1_0 E_{xx} \\ {}^1_0 E_{yy} \\ {}^1_0 E_{zz} \\ 2 {}^1_0 E_{yz} \\ 2 {}^1_0 E_{xz} \\ 2 {}^1_0 E_{xy} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

Burada  ${}_0C_{ij}$  cismin  $C_0$  konumundaki indirgenmiş bünye tensörünün bileşenleridir. İndirgenmiş bünye tensörü matris formda izleyen şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} {}_0C_{11} = {}_0C_{22} = {}_0C_{33} &= \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ {}_0C_{12} = {}_0C_{13} = {}_0C_{23} &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ {}_0C_{66} = {}_0C_{55} = {}_0C_{44} &= \frac{E}{2(1+\nu)} \end{aligned} \quad (7)$$

Burada indirgenmiş bünye tensörünün bileşenleri Young modülü  $E$ , ve Poisson oranı  $\nu$  cinsinden izleyen şekilde yazılmıştır. Green-Lagrange genleme tensörü iki boyutlu katı sürekli ortam durumunda yer değiştirmeler cinsinden izleyen şekilde ifade edilir:

$$\{ {}^1 E \} = \begin{Bmatrix} {}^1 E_{xx} \\ {}^1 E_{yy} \\ {}^1 E_{zz} \\ 2 {}^1 E_{yz} \\ 2 {}^1 E_{xz} \\ 2 {}^1 E_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial X} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial X} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial v}{\partial Y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial Y} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial w}{\partial Z} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial Z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial Z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial Z} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial Y} + \left( \frac{\partial u}{\partial Y} \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial v}{\partial Y} \frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial Y} \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial X} + \left( \frac{\partial u}{\partial X} \frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{\partial v}{\partial X} \frac{\partial v}{\partial Z} + \frac{\partial w}{\partial X} \frac{\partial w}{\partial Z} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} + \left( \frac{\partial u}{\partial X} \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X} \frac{\partial v}{\partial Y} + \frac{\partial w}{\partial X} \frac{\partial w}{\partial Y} \right) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

Sonlu elemanın yer değiştirme alanları düğüm yer değiştirmeleri cinsinden izleyen şekilde ifade edilebilir:

$$u = (\psi_1 \cdot u_1 + \psi_2 \cdot u_2 + \psi_3 \cdot u_3 + \psi_4 \cdot u_4 + \psi_5 \cdot u_5 + \psi_6 \cdot u_6 + \psi_7 \cdot u_7 + \psi_8 \cdot u_8) \quad (9a)$$

$$v = (\psi_1 \cdot v_1 + \psi_2 \cdot v_2 + \psi_3 \cdot v_3 + \psi_4 \cdot v_4 + \psi_5 \cdot v_5 + \psi_6 \cdot v_6 + \psi_7 \cdot v_7 + \psi_8 \cdot v_8) \quad (9b)$$

$$w = (\psi_1 \cdot w_1 + \psi_2 \cdot w_2 + \psi_3 \cdot w_3 + \psi_4 \cdot w_4 + \psi_5 \cdot w_5 + \psi_6 \cdot w_6 + \psi_7 \cdot w_7 + \psi_8 \cdot w_8) \quad (9c)$$

Burada,  $u_i, v_i, w_i$  sırasıyla, x,y ve z doğrultularındaki yer değiştirmelerdir.  $\psi_i$  ise şekil fonksiyonları olup, 8 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman için izleyen şekilde verilmiştir.

$$\begin{aligned} [\psi_1] &= \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{2X}{a} \right) \left( 1 - \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 - \frac{2Z}{c} \right) & [\psi_5] &= \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{2X}{a} \right) \left( 1 - \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 - \frac{2Z}{c} \right) \\ [\psi_2] &= \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{2X}{a} \right) \left( 1 + \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 - \frac{2Z}{c} \right) & [\psi_6] &= \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{2X}{a} \right) \left( 1 + \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 - \frac{2Z}{c} \right) \\ [\psi_3] &= \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{2X}{a} \right) \left( 1 - \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 + \frac{2Z}{c} \right) & [\psi_7] &= \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{2X}{a} \right) \left( 1 - \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 + \frac{2Z}{c} \right) \\ [\psi_4] &= \frac{1}{8} \left( 1 - \frac{2X}{a} \right) \left( 1 + \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 + \frac{2Z}{c} \right) & [\psi_8] &= \frac{1}{8} \left( 1 + \frac{2X}{a} \right) \left( 1 + \frac{2Y}{b} \right) \left( 1 + \frac{2Z}{c} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

Rijitlik matrisinde görülen integralin sayısal hesaplamaları beş noktalı Gauss kuralı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

### 3. Sayısal Sonuçlar

Bilinen birleştirme işlemlerinin kullanımıyla eşitlik (1) de verilen teğet rijitlik matrisi, 8 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman için toplam Lagrangian formülasyonu üzerine temellendirilen üç boyutlu sürekli ortamın toplam Lagrangian sonlu eleman modeline ilişkin eleman rijitlik matrislerinin kullanımıyla elde edilir. Problemin sayısal olarak çözülmesinde MATLAB'de bir program yazılmıştır. Sayısal hesaplarda, giriş uzunluğu

$L=3\text{m}$ , genişliği  $b=0.1\text{m}$  ve yüksekliği  $h=0.1\text{m}$  alınmıştır. Kiriş malzemesi olarak düşük karbonlu çelik seçilmiştir ( $E=70\text{ GPa}$  ve  $\nu = 0.2875$ ). Kirişin sonlu eleman sayısı,  $X$  doğrutusunda  $m_x=200$ ,  $Y$  doğrutusunda  $m_y=10$  ve  $Z$  doğrutusunda  $m_z=10$  olarak alınmıştır.

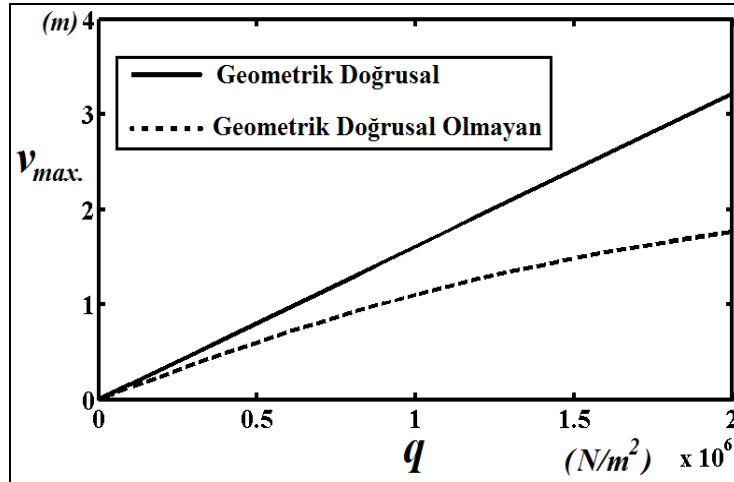
Elde edilen formülasyonların ve Matlab program dilinde yazılan bilgisayar programının doğruluğunu test etmek için, daha önceden yayınlanmış, literatürde mevcut olan çalışmaların sonuçlarıyla karşılaştırmalar yapılmıştır. Bu amaçla, Fertis [23] tarafından sunulan, homojen ve izotrop bir konsol kirişin, yayılı yük altında geometrik olarak doğrusal olmayan düşey yer değiştirmelerin çözümü Tablo 1'da karşılaştırılmıştır. ( $L=25,4\text{ m}$ ,  $EI=516566,63\text{ N}\cdot\text{m}^2$ )

$q$ (N/m)	En büyük Düşey Yerdeğiştirmeler (m)	
	Sunulan	Fertis [23]
175.13	13,463	13,450
262.695	16,603	16,562
350.26	18,447	18,423
437.825	19,621	19,608
525.39	20,424	20,410

Tablo 1. Karşılaştırma Çalışması-Konsol bir kirişin yayılı yük altında en büyük düşey yer değiştirmeleri.

Tablo 1'de görüldüğü gibi, elde edilen sonuçlar, Fertis [23] tarafından elde edilen sonuçlara çok yakın değerlerde çıkmıştır.

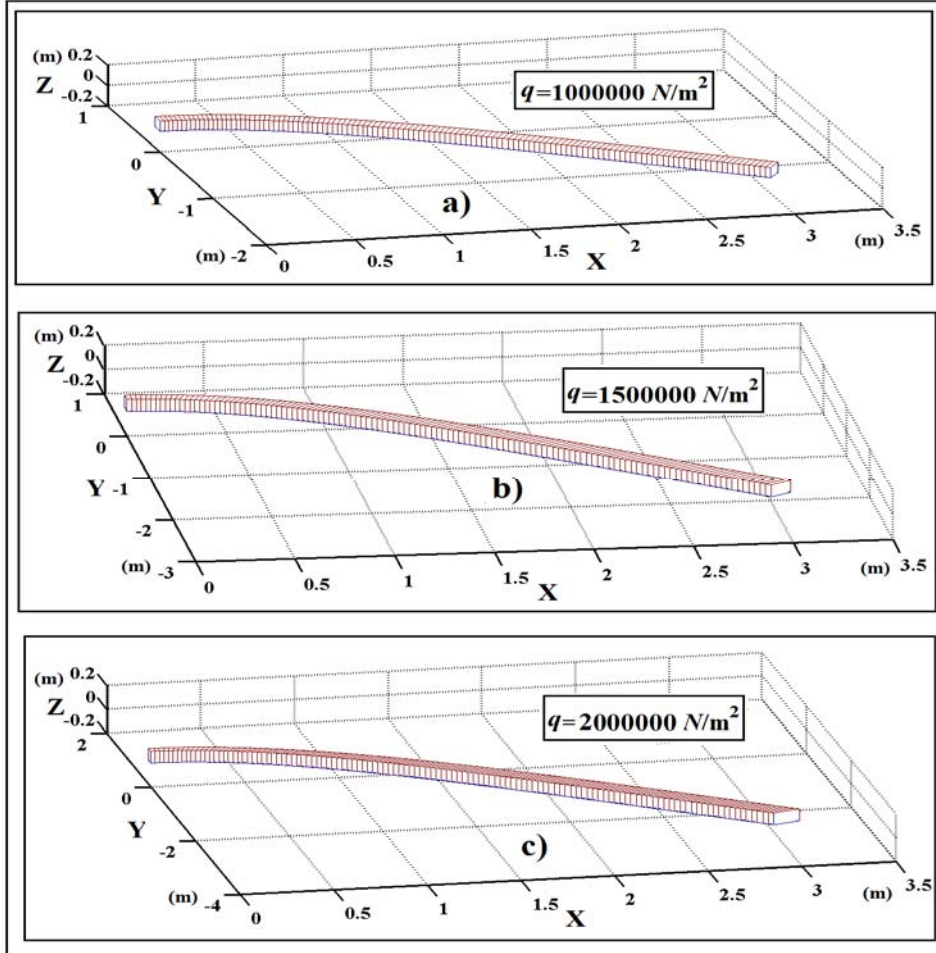
Şekil 3'de Konsol kirişin serbest uçundaki yer değiştirmelerin yük ile arasındaki eğri geometrik doğrusal ve doğrusal olmayan durumlar için verilmiştir



Şekil 3. Geometrik doğrusal ve geometrik doğrusal olmayan durumlar için yük- düşey yer değiştirme eğrisi.

Şekil 3'de görülmektedir ki, yük arttıkça, doğrusal ve doğrusal olmayan çözümler arasındaki fark artmaktadır. Geometrik doğrusal durumda, dış yüklerin kuvvet kolu dış yükün şiddeti ile değişmez ve bu yüzden yer değiştirmeler dış yüklerle doğrusal olarak bağlıdır. Halbuki, doğrusal olmayan durumda, dış yüklerin kuvvet kolu ile dış yükün şiddeti değişir ve dış yükün şiddeti artarken dış yüklerin kuvvet kolu azalır. Yükün

artması durumunda, kirişin konumu dikey bir konuma doğru giderek, yer değiştirmelerde önemli bir artışa sebep olmaz. Bu durum, Şekil 4 ve 5'de gösterilen, değişik yükleme değerleri altındaki konsol kirişin doğrusal ve doğrusal olmayan yer değiştirmiş konumlarında açıkça görülebilir.



Şekil. 4 Değişik yükleme değerleri altındaki konsol kirişin doğrusal yer değiştirmiş konumları, a)  $q=1000000 \text{ N/m}^2$ , b)  $q=1500000 \text{ N/m}^2$  ve c)  $q=2000000 \text{ N/m}^2$ .

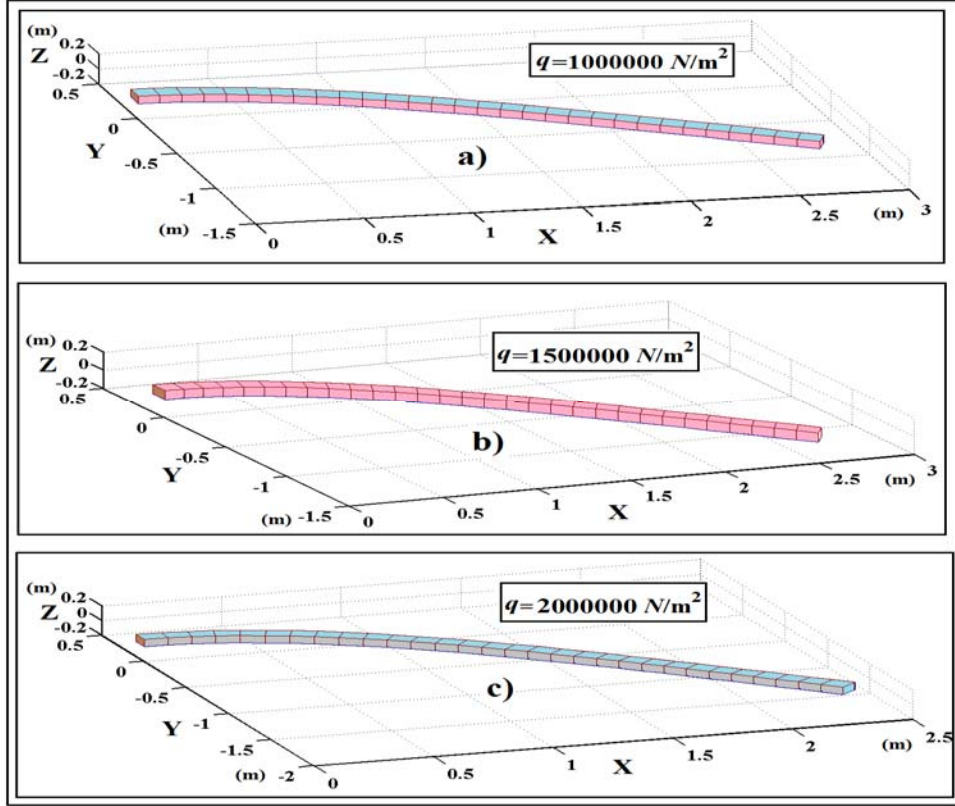
#### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, düzgün yayılı izleyici olmayan yük etkisindeki, homojen ve doğrusal- elastik malzemeden yapılmış bir konsol kirişin doğrusal olmayan statik davranışı incelenmiştir. Çalışmada 8 düğüm noktalı üç boyutlu sonlu eleman için üç boyutlu sürekli ortamın toplam Lagrangian sonlu eleman modelinin kullanımıyla kirişin sonlu eleman modeli oluşturulmuştur. Göz önüne alınan yüksek mertebeden doğrusal olmayan problem Newton- Raphson iterasyon metodu ile birlikte artımsal yer değiştirme tabanlı sonlu eleman yöntemiyle çözülmüştür. Yer değiştirmelerin büyüklüğü üzerinde herhangi bir kısıtlılık yoktur. Geometrik lineer olmamanın yer değiştirmeler üzerindeki etkiler araştırılmıştır.

Sayısal sonuçları göstermektedir ki, yer değiştirmelerin artımıyla, geometrik doğrusal olmama durumunun kirişin statik cevapları üzerinde çok önemli etkisi vardır. Ayrıca, yükün artımına koşut olarak geometrik doğrusal olan ve geometrik doğrusal olmayan



çözümler arasındaki fark çok önemli hale gelmektedir. Yapı elemanlarının mekanik davranışlarının incelenmesi ve bu elemanların tasarımında daha gerçekçi sonuçlar alınabilmesi için üç boyutlu sürekli ortam modelinin göz önüne alınması gerekmektedir.



Şekil 5. Değişik yükleme değerleri altındaki konsol kirişin doğrusal olmayan yer değiştirmiş konumları, a)  $q=1000000 \text{ N/m}^2$ , b)  $q=1500000 \text{ N/m}^2$  ve c)  $q=2000000 \text{ N/m}^2$ .

## Kaynaklar

- [1]. Al-Sadder, A. ve R.A.O., Al-Rawi, Finite difference scheme for large-deflection analysis of non prismatic cantilever beams subjected to different types of continuous and discontinuous loadings, **Archive of Applied Mechanics**, 75, 459-473, (2006).
- [2]. Wang, C.M., Lam, K.Y., He, X.Q. ve Chucheepsakul S., Large deflections of an end supported beam subjected to a point load, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 32,1, 63-72, (1997).
- [3]. Kapania, R.K. ve Li J.A., Formulation and implementation of geometrically exact curved beam elements incorporating finite strains and finite rotations, **Computational Mechanics**, 30, 444-459, (2003).
- [4]. Chucheepsakul, S., Buncharoen, S. ve Wang, C.M., Large deflection of beams under moment gradient, **Journal of Engineering Mechanics-ASCE**, 120,9,1848-1860, (1994).
- [5]. Chucheepsakul, S., Buncharoen, S. ve Huang, T, Elastica of a simple variable-arc-length beam subjected to an end moment, **Journal of Engineering Mechanics-ASCE**, 121,7, 767-772, (1995).
- [6]. Li, S.R. ve Zhou, Y.H., Post-buckling of a hinged-fixed beam under uniformly distributed follower forces, **Mechanics Research Communications**, 32, 359-

- 367, (2005).
- [7]. He, X.Q., Wang, C.M. ve Lam, K.Y., Analytical bending solutions of elastica with one end held while the other end portion slides on a friction support, **Archive of Applied Mechanics**, 67, 543-554, (1997).
- [8]. Bathe, K.-J. ve Bolourchi S., Large displacement analysis of three-dimensional beam structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14,7, 961-986, (1979).
- [9]. Surana, K.S., Geometrically non-linear formulation for two dimensional curved beam elements, **Computers and Structures**, 17,1,105-114, (1983).
- [10]. Hsiao, K.M., Lin, J.Y. ve Lin, W.Y. A, Consistent co-rotational finite element formulation for geometrically nonlinear dynamic analysis of 3-D beams, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 169,1-2, 1-18 (1999).
- [11]. Lin, W.Y. ve Hsiao, K.M., Co-rotational formulation for geometric nonlinear analysis of doubly symmetric thin-walled beams, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 190,45, 6023-6052, (2001).
- [12]. Chen, H.H., Lin, W.Y. ve Hsiao, K.M., Co-rotational finite element formulation for thin-walled beams with generic open section, **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 195,19-22,2334-2370, (2006).
- [13]. Akbaş, Ş.D., Konsol bir kirişin geometrik lineer olmayan statik incelenmesi, Yüksek lisans tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, (2009).
- [14]. Kocatürk, T. ve Akbaş, Ş.D., Geometrically non-linear static analysis of a simply supported beam made of hyperelastic material, **Structural Engineering and Mechanics**, 35 (6): 677-697, (2010).
- [15]. Akbaş, Ş.D. ve Kocatürk, T., Hiperelastik Malzemeden Yapılmış Basit Kirişlerin Geometrik Lineer Olmayan Statik Analizi. **16. Ulusal Mekanik Kongresi**, (2009).
- [16]. Kocatürk, T., Akbaş, Ş.D. ve Şimşek, M., Large deflection static analysis of a cantilever beam subjected to a point load, **International Journal of Engineering and Applied Sciences**, 2,4, 1-13, (2010).
- [17]. Akbaş, Ş.D. ve Kocatürk, T., Post-buckling analysis of a simply supported beam under uniform thermal loading, **Scientific Research and Essays**, 6,4,1135-1142, (2011).
- [18]. Martín Saravia, C., MacHado, S.P. ve Cortínez, V.H. A., Geometrically exact nonlinear finite element for composite closed section thin walled beams, *Computers and Structures*, 89,23-24), 2337-2351, (2011).
- [19]. Akbaş, Ş.D. ve Kocatürk, T., Post-buckling analysis of functionally graded three dimensional beams under the influence of temperature, **Journal of Thermal Stresses**, 36,12, 1233- 1254, (2013).
- [20]. Akbaş, Ş.D., Post-Buckling Analysis of Axially Functionally Graded Three Dimensional Beams, **International Journal of Applied Mechanics**, 7(3), 1550047, Doi: 10.1142/S1758825115500477. (2015).
- [21]. Akbaş, Ş.D., Geometrically nonlinear static analysis of edge cracked Timoshenko beams composed of functionally graded material, **Mathematical Problems in Engineering**, 2013, 2013.
- [22]. Fertis, D.G., **Nonlinear Mechanics**, CRC Pres, New York, (1999).
- [23]. Reddy, J.N., **An introduction to non-linear finite element analysis**, Oxford University Press Inc., New York, (2004).