

# Ludwick Tipi Doğrusal Olmayan Malzemedeki Yapılmış Bir Konsol Kirişteki Doğrusal Kabullerin Yer Değiştirmeler Üzerindeki Etkisinin İncelenmesi

**İbrahim EREN \***

*Yıldız Teknik Üniversitesi Makine Fakültesi Makine Müh. Bölümü, Yıldız Kampüsü, İstanbul.*

## Özet

*Bu çalışmada Ludwick tipi malzemedeki yapılmış bir konsol kirişte, serbest uçtan etkiyen moment etkisiyle meydana gelen büyük yer değiştirmelerin hesabında doğrusal kabullerin etkisi incelenmiştir. Malzeme ve geometrik doğrusallaştırmanın etkileri tablo ve şekillerle açıklanmış, geometrik doğrusallaştırmanın, malzemeyi doğrusal kabul etme durumuna göre yer değiştirmeler üzerindeki saptırma etkisinin daha düşük olduğu gösterilmiştir.*

**Anahtar Kelimeler:** *Büyük yer değiştirmeler, doğrusal olmayan malzeme, geometrik doğrusal olmama.*

## Determining the effect of linearization over the large deflections on cantilever beams made of nonlinear Ludwick type material

### Abstract

*In this study, Linearization effect is investigated for cantilever beams made of Ludwick type material subjected to a moment at the free end. Material and geometrical linearization effects are explained by using tables and figures. It is seen the geometrical linearization effect is lower than the material linearization effect, over the deflections.*

**Keywords:** *Large deflections, geometrical non-linearity, material non-linearity.*

## 1. Giriş

Taşıyıcı sistemlerde farklı yüklemeler altında oluşan büyük yer değiştirmeler ile ilgili uzunca zamandır yapılmış çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Öneme binaen bu alandaki çalışmalar günümüzde de sürmektedir. Değişik mühendislik alanlarında

---

\* İbrahim EREN, er@yildiz.edu.tr, Tel: (212) 383 2830.

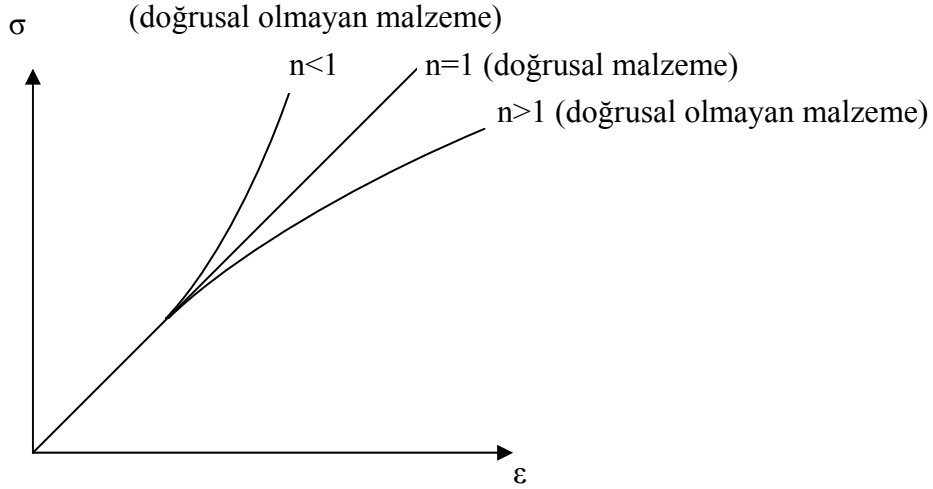
karşılaşılan birçok durumda, yapılan doğrusallaştırmalar ile elde edilen sonuçlar yeteri derecede yaklaşık olabilmektedir. Oysaki elastik eğri için iyi bilinen eğrilik ifadesi doğrusal olmadığı gibi gerçek malzeme de doğrusal gerilme-şekil değiştirme ilişkisine sahip değildir. Bu gerçek göz önüne alındığında yer değiştirmeler, genellikle analitik yöntemlerle belirlenemez, daha ziyade yaklaşık ve sayısal yöntemler kullanmak gerekir. Üniform ve üniform olmayan, tekil ve yayılı yüklü doğrusal elastik konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler, birçok çalışmada incelenmiştir [1-8]. Prathap ve Varadan [9], Serbest ucundan tekil kuvvet etkileyen, Ramberg-Osgood tipi lineer olmayan malzemedan yapılmış konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri incelemiştir. Aynı problem, serbest ucundan moment etkileyen konsol kirişler için Varadan ve Joseph [10] tarafından çözülmüştür. Serbest ucundan tekil kuvvet etkileyen Ludwick tipi lineer olmayan konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler, Lewis ve Monasa [11] tarafından incelenmiştir. Aynı yazarlar [12], aynı problemi serbest ucundan moment etkileyen konsol kirişler için de çözümlenmiştir. Lo ve Gupta [13], eğilme problemlerinde; elastik limitin ötesinde, malzeme gerilme – şekil değiştirme ilişkisini logaritmik olarak, dikdörtgen kesitli kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri incelemiştir. Lee[14], üniform yayılı yüklü ve serbest ucundan tekil kuvvet etkileyen, Ludwick tipi lineer olmayan malzemedan oluşan, konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri hesaplamıştır. Yakın zamanlarda ise Güven, Baykara ve Bayer [15], serbest uç noktasından moment etkileyen Ludwick tipi, doğrusal olmayan, çift modüllü (çekme ve basınçtaki gerilme-şekil değiştirme ilişkisi farklı olan) malzemedan yapılmış konsol kirişlerin, uç noktasındaki büyük yer değiştirmeleri, kapalı formda ifade ederek, sayısal sonuçları, malzeme sabitlerinin değişimine göre tablolaştırarak vermişlerdir. Banerjee ve arkadaşları [16], Shooting Yöntemi ve Adomian ayrıştırma yöntemlerini kullanarak rastgele yükleme koşulları altındaki bir konsol kirişteki büyük yer değiştirmeleri hesaplamışlardır. Solano-Carrillo [17], Ludwick tipi malzemedan yapılmış, serbest ucundan tekil yüklü ve boyunca düzgün yayılı yüklü konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri kendi geliştirdiği ve adını verdiği bir formülle hesaplamıştır. Chen [18], kompleks yük ve değişken kiriş özellikleri için konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri moment integral işlemi kullanarak yeni bir integral yaklaşımı ile incelemiştir. Vaz ve Caire [19] zamana bağlı değişken, serbest ucundan tekil yüklü, lineer viskoelastik malzemedan yapılmış, uzamaz narin kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri quasi-statik ve harcanan-depolanan enerjilerden yararlanarak incelemiştir. Mutyalarao ve arkadaşları [20], kiriş eksenine göre eğimi sabit kalan bir uç yükleme koşulu için konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeleri araştırmışlardır. Humer ve Irschik [21], bir ucu ankastre diğer ucu kayıcı ankastre mesnetli narin kirişlerdeki düzgün yayılı yükün yer değiştirmeler üzerindeki etkisini Reissner geometrik yaklaşımlarını ve St. Venant-Kirchhoff malzemesini kullanarak hesaplamışlardır. Batista [22], Serbest uçta izleyen bir kuvvet etkisindeki konsol kirişin Reissner kayma-şekil değiştirme eşitlikleri yardımıyla büyük yer değiştirmelerini incelemiştir.

## 2. Serbest ucundan moment etkileyen dikdörtgen kesitli Ludwick tipi doğrusal olmayan malzemedan yapılmış konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler

Doğrusal olmayan malzemedan yapılmış kirişler için deneysel gerilme-şekil değiştirme eğrisi, (1) denklemindeki Ludwick bağıntısı ile ifade edilebilmektedir, [12].

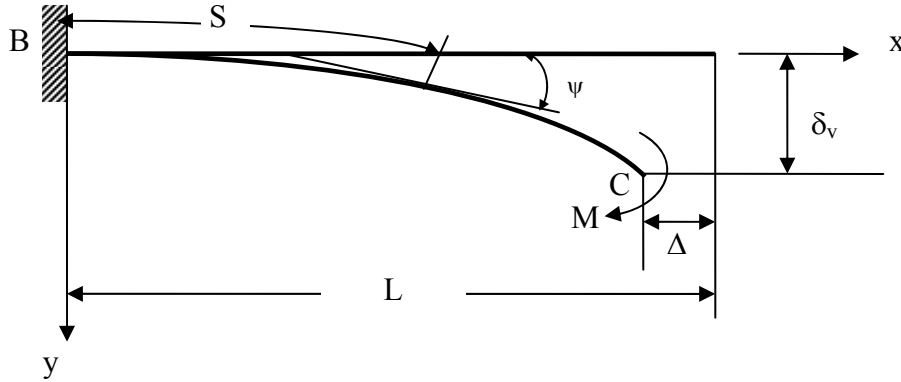
$$\sigma = B\varepsilon^n \quad (1)$$

Burada  $\sigma$  gerilme,  $\varepsilon$  birim şekil değiştirme, B ve n ise malzeme özelliklerine bağlı sabitlerdir.



Şekil 1. Ludwick tipi malzeme için gerilme-birim şekil değiştirme ilişkisi, [12]

Şekil 1’de Ludwick tipi malzeme için malzeme sabiti n’nin değişimine bağlı olarak gerilme – birim şekil değiştirme eğrileri verilmiştir.



Şekil 2. Serbest uç noktasından moment etkileyen konsol kiriş.

Serbest uç noktasından moment etkileyen konsol kirişin, moment etkisinden önceki ve sonraki durumu Şekil 2’de gösterilmektedir. Burada M moment, L kirişin ilk boyunu, S yay uzunluğunu,  $\psi$  eğim açısını,  $\Delta$  yatay yer değiştirmeyi,  $\delta_v$  dikey yer değiştirmeyi göstermektedir. Kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler bulunurken, doğrusallaştırma yapılmaksızın gerçek eğrilik denklemi kullanılmalıdır, [11].

$$\frac{d\psi}{dS} = \kappa = \frac{y''(x)}{(1 + (y'(x))^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

(2) denkleminde  $\kappa$ , eğrilik ifadesi verilmiştir.

Dikdörtgen kesitli, Ludwick tipi malzemeden meydana gelen kiriş kesitinde eğrilik bağıntısı

$$\kappa = \frac{M^n}{K_n} \quad (3)$$

şeklinde alınır, [12]. Burada  $K_n$ , malzemenin ve kesitin geometrik ve fiziksel özelliklerine bağlı bir büyüklüktür, [12].

$$K_n = \frac{B^n h^{2n+1} b^n n^n}{2^{n+1} (1+2n)^n} \quad (4)$$

(2) ifadesinin her iki tarafı integre edildiğinde;

$$\int \kappa dx + C_1 = \frac{y'(x)}{(1+(y'(x))^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (5)$$

Yukarıdaki eşitlik işlem pratikliği açısından aşağıdaki gibi alınmıştır, [8].

$$\int \kappa dx + C_1 = G \quad (6)$$

Buradan,

$$y'(x) = \frac{G}{(1-(G)^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

olarak bulunur.

(3) ve (6) denklemleri kullanılarak;

$$\int \kappa dx + C_1 = \frac{y'(x)}{(1+(y'(x))^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{M^n}{K_n} x + C_1 \quad (8)$$

ifadesi yazılır. (8) denkleminde Şekil 2'den görülebilecek olan sınır şartları kullanıldığında  $x = 0$ 'da  $y'(x)$  sıfır olacaktır. Buradan integral sabiti  $C_1$ 'in de sıfır olduğu görülmektedir. O halde (6) denklemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$G = \frac{M^n}{K_n} x \quad (9)$$

Yay uzunluğu aşağıdaki gibidir, [12].

$$\int_0^{(L-\Delta)} \sqrt{1+(y'(x))^2} = L \quad (10)$$

(7), (9) eşitlikleri ile (10) yay uzunluğu eşitliği kullanılırsa ;

$$\int_0^{(L-\Delta)} \sqrt{\left(1 + \left(\frac{G}{1-(G)^2}\right)^2\right)} = L \quad (11)$$

şeklinde yazılan (11) denklemi Simpson yöntemi yardımıyla integre edilir, elde edilen eşitlikte Newton yöntemi ile kök bulma işlemi uygulanarak  $\Delta$  yatay yer değiştirme değerleri bulunur. Daha sonra düşey yer değiştirmeleri hesaplayabilmek için, konsol kirişin başlangıç noktasındaki  $x = 0$ 'da  $y(x)$  sıfır olmalıdır, şeklinde yazılabilen sınır şartı kullanılıp, Runge-Kutta yöntemi yardımıyla  $y(x)$  enterpolasyon fonksiyonu elde edilmektedir.

$$\sigma = 66.1\varepsilon^{0.209} \quad (12)$$

L, kiriş uzunluğu 50.8 cm, b, dikdörtgen kesitin genişliği 2.54 cm, h, dikdörtgen kesitin yüksekliği 0.635 cm olmak üzere gerilme-birim şekil değiştirme bağıntısı (12)'deki gibi verilen N.P.8 alüminyum alaşımından yapılmış, [12] bir konsol kirişteki yer değiştirmeler, Tablo 1'de verilmektedir.

(12)'deki denklemde  $\sigma$ , gerilme birimi ksi olarak alınmaktadır. Tablo 1'i oluştururken B'nin 66.1 ksi olan büyüklüğünün yerine, birim dönüşümü yaparak  $0.455 \cdot 10^5 \text{ N/cm}^2$  (0.455 GPa) alınmıştır.

### 3. Doğrusal elastik malzemeden yapılmış konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmelerin bulunması

Bu bölümde, yukarıda verilen geometrik kesit özelliklerine sahip alüminyum alaşımından oluşan Şekil 2'deki gibi bir konsol kirişteki yer değiştirmeler geometrik doğrusal olmama durumuna göre incelenmiştir. Burada daha önce malzeme özelliklerine bağlı olarak bahsedilen B değeri için artık doğrusal elastik malzeme kullanıldığından, elastiklik modülü E'ye eşittir denilebilir.

Doğrusal malzeme için  $n=1$  olacağından (1) eşitliğinden aşağıdaki ifade yazılır:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (13)$$

Doğrusal elastik malzeme için (2) ve (3) denklemlerinden;

$$\kappa = \frac{y''(x)}{(1+(y'(x))^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{K_n} \quad (14)$$

elde edilir.  $K_n$ , eğilme rijitliği EI'ya eşittir.

$$K_n = \frac{1}{12} Ebh^3 = EI \quad (15)$$

(14)'deki eşitliğin her iki tarafı integre edildiğinde;

$$\int \kappa dx + C_1 = \frac{y'(x)}{(1+(y'(x))^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{M}{K_n} x + C_1 = G \quad (16)$$

ifadesi yazılır. (16) denkleminde  $x = 0$ 'da  $y'(0) = 0$  olacağından  $C_1$  integrasyon sabiti de sıfır olacaktır.  $G$  aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{M}{K_n} x = G \quad (17)$$

Sırasıyla yay uzunluğu için Simpson yöntemi,  $\Delta$  yatay yer değiştirme değerleri için Newton kök bulma yöntemi, Daha sonra düşey yer değiştirmeleri bulabilmek için Runge-Kutta yöntemi kullanılır.

Üstteki bölümdeki boyutlara sahip olmak üzere gerilme-birim şekil değiştirme bağıntısı (13)'deki gibi verilen alüminyum alaşımdan yapılmış bir konsol kirişteki yer değiştirmeler, Tablo 1'de verilmektedir.  $E$ , Elastiklik modülünün değeri bir alüminyum alaşım için ortalama  $70 \times 10^5 \text{ N/cm}^2$  (70 GPa) olarak alınmıştır.

#### 4. Ludwick tipi, geometrik lineer konsol kirişlerdeki büyük yer değiştirmelerin bulunması

Bir önceki bölümde, malzemenin doğrusal olduğu ve geometrik doğrusal olmama halinin bulunduğu durum incelendi. Şimdi ise malzemenin doğrusal olmadığı ve geometrik doğrusallığın kabul edildiği durum incelenip, Şekil 2'deki gibi bir konsol kirişteki yer değiştirmeler hesaplanacaktır.

Malzeme doğrusal olmadığından gerilme-şekil değiştirme ilişkisi için (1) eşitliğindeki Ludwick bağıntısı kullanılır.

Geometrik doğrusallaştırma yapıldığında eğrilik;

$$\kappa = y''(x) = \frac{M^n}{K_n} \quad (18)$$

olarak yazılır.  $K_n$ , (4) eşitliğindeki gibi alınır.

(18) denkleminin her iki tarafı integre edildiğinde ;

$$y'(x) = \int \kappa dx + C_1 = \frac{M^n}{K_n} x + C_1 \quad (19)$$

ifadesi yazılır. Şekil 2'den de görüleceği gibi sınır şartlarından  $x = 0$ 'da  $y'(0) = 0$  olarak alınabileceğinden,  $C_1$  integrasyon sabiti de sıfır olacaktır. Buna göre;

$$y'(x) = \frac{M^n}{K_n} x \quad (20)$$

olarak yazılır.

(20) eşitliği yerine yazılarak, (10) denkleminde verilen yay uzunluğu integrale edildiğinde;

$$\frac{M^n (M^n \sqrt{K_n^2 + M^{2n} (L-\Delta)^2} (L-\Delta) - K_n^2 \text{ArcSinh}[\frac{M^n (-L+\Delta)}{K_n}])}{2K_n} = L \quad (21)$$

ifadesi elde edilir. Farklı moment değerleri için (4) eşitliğinde verilen  $K_n$  ifadesi de yerine yazılmak suretiyle (21) eşitliğinden, Newton yöntemi yardımıyla kök bulma işlemi uygulanarak  $\Delta$ , yatay yer değiştirme değerleri bulunur.

(18) eşitliğinde verilen denklem iki kere integrale edildiğinde, (13), (14) eşitliklerinde verilen ve Şekil 2'den de görülebilen sınır şartları yerine yazıldığında,  $y(x)$  ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$y(x) = \frac{M^n x^2}{2K_n} \quad (22)$$

Daha önceki bölümlerde belirtilen kesit geometrisine sahip, gerilme-birim şekil değiştirme bağıntısı (12)'deki gibi verilen N.P.8 alüminyum alaşımdan yapılmış bir konsol kirişteki yer değiştirmeler, tablo 1'de verilmektedir.

(22) eşitliğinde  $x = L - \Delta$  yazıldığında Şekil 2'deki kirişte, farklı moment değerleri için hesaplanan, serbest uç noktadaki düşey yer değiştirmelerin büyüklükleri, tablo 1'de gösterilmektedir.

## 5. Doğrusal elastik konsol kirişlerdeki yer değiştirmelerin bulunması

Bu bölümde, malzeme ve geometrik olarak doğrusal bir kirişteki yer değiştirmeler hesaplanmıştır. Doğrusal elastik kirişte aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$\sigma = E\varepsilon \quad (23)$$

$$\kappa = y''(x) = \frac{M}{K_n} = \frac{M}{EI} \quad (24)$$

Yukarıda  $E$ , Elastiklik modülü  $EI$  ise eğilme rijitliğidir. (24) eşitliğinden de görüleceği gibi doğrusal elastik malzemede  $K_n$  ifadesi  $EI$ 'ya eşittir.  $EI$ , ise (15)'de verilen eşitlik yardımıyla bulunur. (24) eşitliğinin her iki tarafı integrale edildiğinde;

$$y'(x) = \frac{M}{K_n} x + C_1 \quad (25)$$

ifadesi elde edilir.  $x = 0$ 'da Şekil 2'den de görüleceği gibi  $y'(0)=0$  sınır şartından  $C_1=0$  olacaktır.

$$y'(x) = \frac{M}{K_n} x \quad (26)$$

(26) eşitliği yerine yazılarak, (10) denkleminde verilen yay uzunluğu, integrale edildiğinde ;

$$\frac{(M\sqrt{K_n^2 + M^2(L-\Delta)^2} (L-\Delta) + K_n^2 \text{ArcSinh}[\frac{M(L-\Delta)}{K_n}])}{2K_n M} = L \quad (27)$$

ifadesi elde edilir. Farklı moment değerleri için (27) eşitliğinden, Newton yöntemi yardımıyla kök bulma işlemi uygulanarak  $\Delta$ , yatay yer değiştirme değerleri bulunur.

Tablo 1. Serbest uç noktasından moment etkileyen bir konsol kirişte doğrusal olmama halinin yer değiştirmeler üzerindeki etkisi, [23].

Moment (N.cm)	Referans Sonuç, [12] (Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+ geometrik lineer olmama hali)		Runge-Kutta yöntemiyle hesaplanan (Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+ geometrik lineer olmama hali)		(Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+ geometrik lineer)		(Lineer malzeme+ geometrik lineer olmama hali)		(Lineer malzeme+ geometrik lineer)	
	$\delta_h$ ( $\Delta$ ) (cm)	$\delta_v$ (cm)	$\delta_h$ ( $\Delta$ ) (cm)	$\delta_v$ (cm)	$\delta_h$ ( $\Delta$ ) (cm)	$\delta_v$ (cm)	$\delta_h$ ( $\Delta$ ) (cm)	$\delta_v$ (cm)	$\delta_h$ ( $\Delta$ ) (cm)	$\delta_v$ (cm)
2259,7	0,0843	2,5321	0,0843	2,5333	0,0838	2,527	0,7716	7,6271	0,7325	7,4655
2485,67	0,2096	3,9901	0,2097	3,9921	0,2067	3,9678	0,9327	8,3763	0,8764	8,1649
2711,64	0,4811	6,0345	0,4815	6,0372	0,4658	5,9553	1,1089	9,1218	1,0306	8,8522
2937,6	1,0315	8,8024	1,0323	8,806	0,964	8,5621	1,2999	9,863	1,1941	9,527
3163,57	2,0833	12,417	2,0848	12,4216	1,8301	11,7856	1,5057	10,5998	1,3663	10,1888
3389,54	3,9848	16,94	3,988	16,9452	3,1783	15,5048	1,7262	11,3318	1,5463	10,8372
3615,51	7,239	22,281	7,2466	22,2841	5,0485	19,4884	1,9613	12,0586	1,7336	11,4719
3841,48	12,484	28,05	12,5515	27,8681	7,3755	23,4645	2,2108	12,7799	1,9272	12,0929
3954,47	16,058	30,838	16,2862	29,3005	8,6671	25,3759	2,3409	13,1384	2,0262	12,3982

(24) eşitliğinde verilen denklem iki kere integrale edildiğinde, (13), (14) eşitliklerinde verilen ve Şekil 2'den de görülebilen sınır şartları yerine yazıldığında  $y(x)$  ifadesi aşağıdaki gibi olur:

$$y(x) = \frac{M x^2}{2 K_n} \quad (28)$$

Önceki bölümlerdeki boyutlara sahip gerilme-birim şekil değiştirme bağıntısı (23)'deki gibi verilen alüminyum alaşımından yapılmış bir konsol kirişteki yer değiştirmeler, tablo 1'de verilmektedir. Farklı moment değerleri için serbest uç noktadaki düşey yer değiştirmelerin büyüklükleri, tablo 1'de gösterilmektedir.

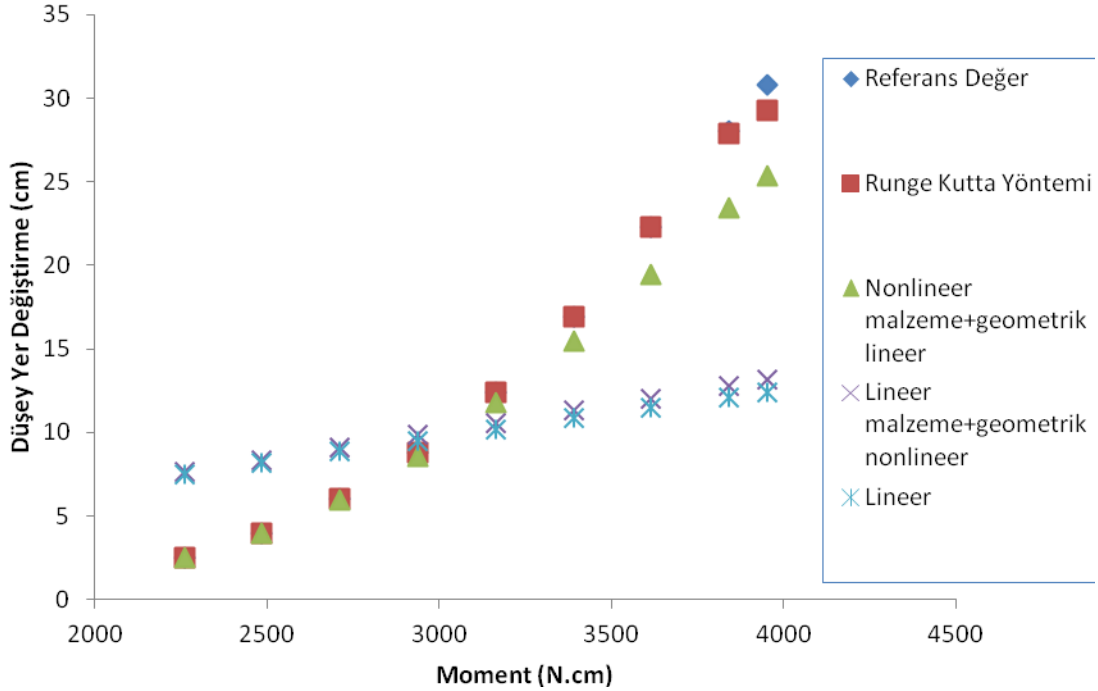


## 6. Sonuçlar

Bu çalışmada incelenen problem için doğrusallaştırmanın yer değiştirmeler üzerindeki etkisinin yorumlanması adına aşağıdaki Tablo 2 ve Şekil 3 yararlı olacaktır.

Tablo 2. Serbest uç noktasından moment etkileyen bir konsol kirişte farklı doğrusallık kabullerine göre büyük düşey yer değiştirmelerin Referans sonuca göre değişimi.

Moment (N.cm)	Referans Sonuç, [12] (Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+geometrik lineer olmama hali)	Runge-Kutta yöntemiyle hesaplanan (Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+geometrik lineer olmama hali)		(Ludwick tipi lineer olmayan malzeme+geometrik lineer)		(Lineer malzeme+geometrik lineer olmama hali)		(Lineer malzeme+geometrik lineer)	
	$\delta_v$ (cm)	$\delta_v$ (cm)	Referansa göre Değişim (%)	$\delta_v$ (cm)	Referansa göre Değişim (%)	$\delta_v$ (cm)	Referansa göre Değişim (%)	$\delta_v$ (cm)	Referansa göre Değişim (%)
2259,7	2,5321	2,5333	0,0474	2,527	-0,2014	7,6271	201,2164	7,4655	194,8343
2485,67	3,9901	3,9921	0,0501	3,9678	-0,5589	8,3763	109,9271	8,1649	104,6290
2711,64	6,0345	6,0372	0,0447	5,9553	-1,3125	9,1218	51,1608	8,8522	46,6932
2937,6	8,8024	8,806	0,0409	8,5621	-2,7299	9,863	12,0490	9,527	8,2318
3163,57	12,417	12,422	0,0370	11,786	-5,0850	10,6	-14,6348	10,189	-17,9448
3389,54	16,94	16,945	0,0307	15,505	-8,4723	11,332	-33,1063	10,837	-36,0260
3615,51	22,281	22,284	0,0139	19,488	-12,5335	12,059	-45,8794	11,472	-48,5126
3841,48	28,05	27,868	-0,6485	23,465	-16,3476	12,78	-54,4389	12,093	-56,8881
3954,47	30,838	29,301	-4,9857	25,376	-17,7122	13,138	-57,3954	12,398	-59,7957



Şekil 3. Serbest uç noktasından moment etkileyen bir konsol kirişte doğrusal olmama halinin yer değiştirmeler üzerindeki etkisinin grafik olarak gösterimi

Tablo 2 ve Şekil 3'ten de görüleceği gibi düşey yer değiştirme açısından kapalı çözüm ile elde edilen Referans sonuçlar, [12] ile Runge-Kutta yöntemiyle bulunan değerler çok yakındır ve sapma % 1'in altındadır. Yalnızca en yüksek moment değerinde sapma % 5'e yakındır ki moment arttığında sapmanın artacağı gözükmemektedir. Doğrusal olmayan malzeme ve geometrik doğrusal olma hali içinse değerlerdeki sapma büyük moment değerlerinde % 17'lere kadar çıkmakta küçük moment değerlerinde ise tolere edilebilecek %1'in altında sapma değerlerinde kalmaktadır. Malzeme doğrusal kabul edildiğinde düşey yer değiştirmeler açısından sapma % 200'lere kadar çıkmaktadır. Buradan da görüleceği gibi geometrik doğrusallaştırmanın yer değiştirmeler üzerindeki etkisi, malzemenin doğrusal kabulünün yer değiştirmeler üzerindeki etkisi kadar büyük değildir.

### Kaynaklar

- [1]. Bisshopp, K. E., Drucker, D.C., Large deflections of cantilever beams, **The Quarterly of Applied Mathematics**, 3, 272-275, (1945).
- [2]. Scott, E. J., Carver, D. R. ve Kan M., On the linear differential equation for beam deflection, **Journal of Applied Mechanics**, 22, 245-248, (1955).
- [3]. Lau, J. H., Large deflections of beams with combined loads, **Journal of Engineering Mechanics**, 108, 180-185, (1982).
- [4]. Rao, B. N., Rao, G. V., On the large deflection of cantilever beams with end rotational load, **ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, 66, 507-509, (1986).
- [5]. Baker, G., On the large deflections of non- prismatic cantilevers with a finite depth, **Computers & Structures**, 46, 365-370, (1993).
- [6]. Lee, B. K., Wilson, J.F. ve Oh, S.J., Elastica of cantilevered beams with variable cross sections, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 28, 579-589, (1993).
- [7]. Frisch-Fay, R., **Flexible Bars**, Butter Worths, London, (1962).
- [8]. Fertis, D. G., **Nonlinear Mechanics**, CRC Pres, New York, (1999).
- [9]. Prathap, G., Varadan, T. K., The inelastic large deformation of beams, **Journal of Applied Mechanics**, 43, 689-690, (1976).
- [10]. Varadan, T. L., Joseph, D., Inelastic Finite Deflections of Cantilever Beams, **Journal of the Aeronautical Society of India**, 39, 39-41, (1987).
- [11]. Lewis, G., Monosa, F., Large deflections of cantilever beams of non-linear materials, **Computers & Structures**, 14, 357-360, (1981).
- [12]. Lewis, G., Monosa, F., Large deflections of cantilever beams of non-linear materials of the ludwick type subjected to an end moment, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 17, 1-6, (1982).
- [13]. Lo, C.C., Gupta, S.D., Bending of a nonlinear rectangular beam in large deflection, **Journal of Applied Mechanics**, 45, 213-215, (1978).
- [14]. Lee, K., Large deflections of cantilever beams of non-linear elastic material under a combined loading, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 37, 439-443, (2002).
- [15]. Güven, U., Baykara, C. ve Bayer, İ., Large deflections of a cantilever beam of nonlinear bimodulus material subjected to an end moment, **The Journal of Reinforced Plastics and Composites**, 24, 12,1321-1326, (2005).

- [16]. Banerjee, A., Bhattacharya, B. ve Mallik, A.K., Large deflection of cantilever beams with geometric non-linearity: Analytical and numerical approaches, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 43, 5, 366–376, (2008).
- [17]. Solano-Carrillo, E., Semi-exact solutions for large deflections of cantilever beams of non-linear elastic behavior. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 44, 2, 253–256, (2009).
- [18]. Chen, L., An integral approach for large deflection cantilever beams, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 45, 3, 301–305, (2010).
- [19]. Vaz, M.A., Caire, M., On the large deflections of linear viscoelastic beams, **International Journal of Non-Linear Mechanics**, 45,1, 75–81, (2010).
- [20]. Mutyalarao, M., Bharathi, D. ve Nageswara Rao, B., Large deflections of a cantilever beam under an inclined end load, **Applied Mathematics and Computation**, 217, 7, 3607–3613, (2010).
- [21]. Hummer, A., Irschik, H., Large deformation and stability of extensible with unknown length, **International Journal of Solids and Structures**, 48, 9, 1301-1310, (2011).
- [22]. Batista, M., Large deflections of shear-deformable cantilever beam subject to a tip follower force, **International Journal of Mechanical Sciences**, 75, 388-395, (2013).
- [23]. Eren, İ., Kirişlerdeki büyük yer değiştirmeler üzerine bazı yeni çözümler, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, (2006).