Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi (http://sbe.gantep.edu.tr)
2010 9(3):581 -605 ISSN: 1303-0094

Matematik Öğretmeni Adaylarının Belirli İntegral Konusunda Kullanılan Temsiller ile İşlemsel ve Kavramsal Bilgi Düzeyleri

Mathematics Teacher Candidates' Multiple Representation and Conceptual-Procedural Knowledge Level in Definite Integral[1]

Ali DELİCE[2], Eyüp SEVİMLİ[3]
Marmara Üniversitesi

Özet

Bir konunun kavramsal olarak öğrenilebilmesi, kavram bilgisi ile işlem bilgisi arasında ilişki kurabilmesi ile mümkündür. Analiz dersinin temel konuları arasında yer alan belirli integral kavramının öğrenilmesi sürecinde de çeşitli zorluklar yaşanmakta ve yaşanan bu zorluğun, kavram-işlem bilgisi arasında bağ kurma olanağı sağlayan çoklu temsil bilgisi eksikliğinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu çalışma, belirli integral konusunda kullanılan temsiller ve bu temsiller ile kavram-işlem bilgisi arasındaki ilişkiyi araştırmayı amaçlamaktadır. Araştırma, nitel yorumlayıcı paradigmaya sahip özel durum çalışması olup, çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği ikinci sınıf programına kayıtlı 45 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak; belirli integral yeterlik testi, temsil tercih ve dönüşüm testi, yarı yapılandırılmış görüşme ve doküman analizi kullanılmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, cebirsel temsillere yöneldiklerini göstermiştir. Kavram bilgisi yönüyle başarılı adaylar, farklı temsilleri ilişkilendirerek kullanabilirken, işlem bilgisi yönüyle başarılı adaylar, cebirsel temsilleri daha çok kullanmışlardır.

Anahtar Kelimeler: Belirli integral, Kavram-işlem bilgisi, Çoklu temsiller

Abstract

Learning a subject conceptually requires establishing a relationship between the conceptual and the operational knowledge. Definite integral, being one of the topics

---

[1]Bu çalışma Marmara Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından desteklenmektedir (proje no: EGT-A-300409-0133).

[2] Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Göztepe-İstanbul, E-posta: alidelice@marmara.edu.tr

[3] Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Göztepe-İstanbul, E-posta: eyup.sevimli@marmara.edu.tr

of the calculus course is where learners face extensive learning difficulties mostly stemming from the lack of the knowledge of multiple representations. It is thought that the conceptual and the operational knowledge that mathematics teacher candidates influences the skill of using multiple representations. The study uses a case study approach which is based on an interpretivist qualitative paradigm. The participants of the study are 45 teacher candidates who are in their second year in the mathematics teacher training program of a state university. The data collection instruments were definite integral competency test, representation preference and transition test, semi structured interviews and document analysis. Findings suggest that algebraic representations are the dominant type in candidates' solutions of integral problems. Candidates who are successful in terms of conceptual knowledge tend to use the representations more interrelated. Candidates who are successful in terms of operational knowledge tend mostly to use algebraic representations.

Keywords: Definite integral, Conceptual-procedural knowledge, Multiple representations

I. GİRİŞ

Matematik eğitimi, diğer disiplinler gibi bütün dünyada sürekli değişen ve gelişen bir yapıya sahiptir (Kilpatrick, 1992). Bu değişim; zaman, toplum, bireyin ihtiyaçları ve teknolojik gelişmelere bağlı olarak gerçekleşmektedir. Birçok disipline temel oluşturan, bazılarında bir araç olarak kullanılan matematiğin, öğretilmesi ve öğrenilmesi sürecinde çeşitli zorluklar yaşandığı, ilgili araştırma sonuçlarından bilinmektedir (Mundy, 1984; Thomas, Mulligan & Goldin, 2002). Yüksek öğretim düzeyinde alınan Analiz dersi, sadece matematik bölümü öğrencilerinin değil, Fen Bilimleri, İktisat, Ekonomi ve İşletme gibi bilimlerin de faydalandığı ve bu bölüme kayıtlı öğrencilerin üniversitenin birinci ya da ikinci sınıfında aldıkları yüksek öğretimin temel derslerinden biridir. Analiz dersi konuları; geometri, cebir ve temel matematik alanlarının kesişiminden oluşan, üst düzey matematiksel becerileri içeren bir dal olduğu için, öğrencilerin sadece bir kısmı, ders sonunda kavramsal anlama becerilerine sahip olabilmektedir (Skemp, 1976; Girard, 2002). Yapılan çalışmalar, öğretimin, sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmayarak, kavramsal anlama seviyesine çıkmasında, farklı temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerinin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durmaktadır (Goldin, 2004; NCTM, 2000; Kendal, 2002; Goerdt, 2007). En genel anlamıyla, matematiğin dili olarak ifade edilen temsiller, soyut kavram veya sembollerin gerçek dünya içinde somut biçimde modellenmesi sürecidir (Kaput, 1998). Sınıf ortamındaki baskın zekâ türü, öğrenme stilleri gibi farklılıklar düşünülürse, farklı temsiller ile zenginleştirilmiş bir öğretim sürecinin, matematiksel kavramların farklı yönlerini gösterebilme, kavramı daha geniş bir bakış açısıyla değerlendirebilme ve farklı temsiller arası dönüşümler ile kavramı daha sağlıklı öğrenebilme fırsatı sağlayabileceği düşünülmektedir (Adu-Gyamfi, 2000, akt: Bingölbali, 2008). Çoklu temsil kullanımı, öğrencilerin çözümlere farklı yollardan yaklaşmasını sağlaması ve kavramın anlaşılmasını kolaylaştırması açısından birer avantaj olarak görülebilir (Keller & Hirsch,1998). Öğrencilerin sahip olduğu kavram ve işlem bilgilerinin geliştirilmesinde de çoklu temsil kullanımının önemine işaret edilmektedir (Goldin, 2004). Özellikle, belirli integral gibi birçok temsil türü ile gösterimin sağlanabileceği bir konuda çoklu temsillerden yararlanmak, kavramsal anlamayı geliştirecektir (Sevimli, Delice & Yengin, 2009). Bu araştırmanın amacı, öğretmen adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsiller ve bu temsillerin kavram-işlem bilgisi bağlamındaki ilişkisini incelemektir.

Kavram ve İşlem Bilgisi Bağlamında Belirli İntegral Konusu

Anlamanın doğasında yer alan terimlerden, kavramsal ve işlemsel bilgi; kullanıldığı ortam, konu ve bağlama göre farklı anlamlara gelebilmektedir. Matematik eğitimine yönelik çalışmaların çoğunda geçen bu kavramların yerine, farklı yapılar da kullanılmaktadır. Bunlardan bazıları; kavramsal-pratik bilgi, ilişkisel-teknik anlama, kavramsal-işlemsel anlama, yapısal-işlemsel düşünme, ilişkilendirme-kurallı anlama, teolojik-şematik bilgi, anlama-algoritmik performans şeklindedir (Haapasalo & Kadijevich, 2000). Bu şekildeki sınıflamalarda bilginin kutuplaşmasına dikkat çekilmektedir. Bazı araştırmacılar kavramların ve işlemlerin bilgisine yönelik sınıflama yapmaktan kaçınıp bunları bir arada incelerken; bazıları da iki kavramın birbirini tamamladığı, ama birbirinden farklı olduklarını belirtmişlerdir. Ersoy (2002) iki türlü matematiksel bilgiden bahsederken, kavramsal bilgiyi “Birey tarafından içsel olarak oluşturulmuş anlamlı ilişkiler”, işlemsel bilgiyi ise “Matematiksel bilgiyi temsil etmekte kullanılan simgeler” olarak tanımlamıştır. Kavramsal ve işlemsel bilgi arasındaki ilişkiyi ise aşağıdaki gibi açıklamıştır.

> “Matematik öğrenmede hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye gereksinim vardır. Kavramsal bilgi işlemsel bilgiye anlam kazandırarak ona destek olur ve anlama da budur. Kavramsal bilgi işlemsel bilgiden daha önemli ya da bunun tersi düşünülmemelidir. Algoritmalar ve bu süreçte izlenen adımlar, işlemsel bilgileri yansıtırlar. Kavramsal bilgiden yoksun işlemsel bilgiler matematik öğretiminin özüne terstir. İşlemsel bilgi ezberlenerek öğrenilebilinirken, kavramsal bilgi anlamayı gerektirir. Bu nedenle, kavramsal bilginin edinilmesi daha uzun süre alır ve daha karmaşık süreçler içerir.”

Skemp (1976), kavramsal bilgi terimi yerine ilişkisel öğrenme terimini tercih etmiş, bir bilginin var olma sürecini o bilgi ile kurulan ilişkiler ile açıklayarak, bilginin kavramsal olarak anlaşılmasında, bilginin kendi içerisinde ve diğer bilgiler ile kurduğu bağların sayısının etkili olacağını belirtmiştir. Yine, Hiebert ve Carpenter (1992), kavramsal bilginin oluşum sürecini bir ağ yapısına benzeterek, bilginin bağlı olduğu bilgi parçacıkları ile var olabileceğini, kavramsal bilginin de bu bağ sayısının artmasıyla oluşabileceğini vurgulamışlardır. Kavramsal bilginin oluşumu, matematiksel bilginin içselleştirilmesi ve ilişkilendirilebilmesi ile sağlanabilir (Hiebert & Lefevre, 1986).

İşlemsel bilgiyi, prosedürel bilgi veya kurallı anlama şeklinde ifade eden araştırmacıların bu kavrama yükledikleri anlamlar benzerdir (Skemp, 1976). Kural-formüllerin uygulanması, hesaplama işlemlerinin gerçeklenmesi anlamları yüklenen işlemsel bilgi, genelde, bir görevi tamamlamak için gereken algoritma ya da kuralları uygulama anlamıyla kullanılmaktadır (Hiebert & Carpenter, 1992). Baki ve Kartal (2004) işlem bilgisinin iki kısımdan oluştuğunu ifade etmektedir. Bunlar, matematiğin dili anlamına gelen çoklu temsiller ve problem çözme adımlarını içeren bağıntı ve işlemlerdir. İşlemsel bilgide, öncelikle, verilen problemin matematik dilinde ifade edilmesi beklenir, daha sonra çözümün uygulanabileceği prosedürler kullanılarak sonuca ulaşılır. Baki ve Kartal'ın (a.g.e.) çalışmasında işlemsel ve kavramsal bilgini ayırt edici özellikleri açıkca vurgulanmaktadır. Bu bölümde de bu özelliklerin vurgulanması yerinde olacaktır.

Matematik problemlerini çözme sürecinde ise, kavram ve işlem bilgilerinin ilişkilendirilerek kullanılması önem taşımaktadır. Kavramsal ve işlemsel bilgiyi, birbirini tamamlayan iki değişken olarak niteleyen Hiebert ve Carpenter (1992), problem çözümlerindeki başarının, her iki bilgi türüne verilen ağırlığın dengelenmesi ile sağlanabileceğini vurgulamışlardır. Ancak yüksek öğretim düzeyinde alınan Analiz derslerinde, kurallı öğrenmelerin daha baskın olduğu, hesap temelli yaklaşımların benimsendiği bilinmektedir (Sevimli, 2009). Bu bağlamda yapılan çalışmalar (Camacho, Depool & Santos-Trigo, 2009; Goert, 2007), öğrencilerin belirli integral'e yükledikleri anlamın, ters türevi alınabilen fonksiyonların hesaplanmasında kullanılan algoritmalar şeklinde olduğunu hesabın ve uygulanan algoritmaların anlamlandırılması yönüyle büyük eksiklerin yaşandığını göstermektedir . Belirli integral konusunun kavramsal anlaşılması; belirsiz ve belirli integral arasında ilişkilerin kurulması, hangi işlemin neden yapıldığının bilinmesi, Riemann tanımının yorumlanabilmesi ve bu bilgilerin başka ortamlara taşınarak problem çözümlerine uygulanabilmesi davranışlarının gerçekleşmesiyle sağlanabilir (Berry & Nyman, 2003; Thompson, 1994).

Kavramsal Öğrenme ve Çoklu Temsiller

Matematik eğitimi araştırmalarında amaç, bilgiyi kullanıp yorumlayabilen, problem çözme ve muhakeme etme becerisine sahip bireylerin yetişmesini sağlamaktır. Matematik eğitimi alanındaki yenilik çalışmaları, öğrencilerin matematik yapmayı öğrenmeleri için, bilişsel olarak güçlendirilmeleri gereği üzerinde durmaktadır (Thomas, Mulligan & Goldin, 2002). Bu bilişsel becerilerden biri olarak gösterilen çoklu temsil kullanımı ve temsiller arası dönüşüm becerisi, kavramsal düzeyde öğrenmenin gerçekleşmesi için zemin oluşturmaktadır (Kaput, 1998). Nitekim belirli integralin kavramsal olarak anlaşılması, bu farklı temsiller arasındaki ilişki ve bağlantıların kurulmasını ve bilinmesini gerektirir (Delice ve Sevimli, 2010). Kuralların, formüllerin, işlemlerin başarıyla gerçekleştirilebildiği birçok soruda, öğrencilerin, bu sürecin arkasında bulunan matematiksel fikri kavrayamamaları, farklı bağlamlar ile ilişkilendirememeleri araştırmacılar için ortak problem durumunu oluşturmuştur (Orton, 1983; Rasslan & Tall, 2002). Matematiksel kavramların öğrenciler tarafından kavramsal olarak anlaşılması için araştırmacıların önerdiği en etkili yöntemlerden biri de farklı temsillerin kullanılabileceği ortamlar oluşturmaktır (Dufour-Janvier, Berdnarz & Belanger, 1987; Porzio, 1999; Goldin, 2004). Bir matematik konusuna yönelik kavram ve işlem bilgisinin, bu konudaki problem çözümlerinde kullanılan temsilleri etkileyeceği düşünülmektedir (Haapasalo & Kadijevich, 2000). Kavramı, farklı bağlamlar ile ilişkilendirebilme, bu kavramı matematik diline çevirebilme ve problemi çözebilmek için gerekli bağıntı ve formülleri kullanabilme yeterliğine sahip bir öğrenci, farklı temsiller arasında kolayca geçiş yapabilir (Lesh & Doerr, 2003).

Bu yaklaşımlara paralel olarak, matematiğin diğer konularında olduğu gibi, belirli integral konusunun öğretiminde de, farklı temsillerden yararlanılması, birçok eğitimci (Girard, 2002; Goldin, 2004) ve NCTM (2000) tarafından desteklenmektedir. Araştırma sonuçları, farklı problem türlerinde farklı temsil kullanımını desteklerken, tek temsil türüne bağlı kalan ya da temsiller arası dönüşüm becerisine sahip olmayan öğrencilerde kavramsal anlama düzeyinin yeterli ölçüde gelişemeyebileceğini göstermektedir (Lesh & Doerr, 2003). Belirli intgeral'e yüklenen anlamların, işlemsel düzeyde kalmasını eleştiren araştırmacılar, problem çözümlerinde çeşitli nümerik ve geometrik-grafik yaklaşımların kullanılmasının, öğrencilerdeki kavram bilgisini geliştireceğini ifade etmişlerdir (Ostebee & Zorn, 1997; Sevimli, 2009). Belirli integralin grafik kullanılarak temsil edilmesiyle, eğrilerin sınırladığı bölgenin alanı ya da döndürülmüş cisimlerin hacimlerinin anlamı öne çıkarken; nümerik olarak temsil edilmesi, birikimli toplamlar (Riemann toplamları) olarak yorumlanması anlamını taşımaktadır (Thompson, 1994; Sealey, 2008). Bir integral fonksiyonunun cebirsel olarak temsili, denklemler yardımıyla ifade edilebilirken; cebirsel temsilin kullanımı integral alma kural ve tekniklerinden yararlanılma bilgisini gerektirir (Finney, Thomas, Demana & Waits, 1994). Bu araştırmada, öğrencilerin büyük çoğunluğu tarafından, öğrenilmesinde güçlük çekildiği ifade edilen belirli integral kavramı (Orton, 1983), çoklu temsil yaklaşımı temelinde ele alınmıştır. Araştırmada kullanılan temsil kavramı, bir matematiksel ilişki veya kavramın, tablo, denklem, grafik gibi değişik biçimlerde ifade edilmesi anlamı taşımaktadır. Öncelikle, matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusuna yönelik kavram ve işlem bilgileri belirlenmiş, daha sonra kavram tanım ve işlem bilgilerinin, problem çözme sürecinde kullanılan temsillere etkisi incelenmiştir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada, genel matematik konuları içerisinde önemli bir yere sahip olan ve öğrenilmesinde güçlük çekildiği ifade edilen, belirli integral kavramı üzerinde durulmuştur. Belirli integral problemlerinde, öğretmen adaylarının kullandıkları çoklu temsillerin belirlenmesi ve kullanılan temsiller ile kavram ve işlem bilgisi arasındaki ilişkinin araştırılması, çalışmanın odağını oluşturmaktadır. Yapılan çalışmada, öğretmen adaylarının sıklıkla problem yaşadıkları konu, adayların bilgi-becerileri yönüyle ele alınmıştır. Bu çalışma, "Matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusunda kullandıkları temsiller ile işlemsel ve kavramsal bilgi düzeyleri arasında bir ilişki var mıdır?" problemine cevap aramaktadır. Bu problemi cevaplamaya yönelik hazırlanan alt problemler ise şu şekilde oluşmuştur;

- Matematik öğretmeni adayları, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, hangi tür temsilleri kullanmaktadırlar?
- Matematik öğretmeni adaylarının, belirli integral konusundaki kavram-işlem bilgi düzeyi nedir?
- Matematik öğretmeni adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile belirli integral konusundaki kavram-işlem bilgi düzeyleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

II. YÖNTEM

Araştırma yöntem ve teknikleri belirlenmeden önce, araştırmanın paradigmasının belirlenmesi önerilmektedir (Guba & Lincoln, 1994). Bu bağlamda, araştırmanın problemi, yöntemi ve elde edilecek verilerin sahip olduğu özellikler düşünüldüğünde, bu araştırmanın yorumlayıcı paradigmayı temel aldığı ifade edilebilir.

Araştırma Modeli

Belirli integral konusunu Analiz II dersi kapsamında alan öğretmen adaylarının, problem çözme sürecinde kullandıkları temsilleri belirlemek ve temsil kullanımı ile akademik başarı arasındaki ilişkiyi incelemek üzere var olan durum kendi koşulları içerisinde betimlenmeye çalışıldığı için, araştırma, nitel araştırma desenlerinden biri olan “durum çalışması” modeli üzerine kurulmuştur (Cohen, Manion & Morrison, 2000). Durum çalışmalarında mümkün olduğu ölçüde birden fazla veri toplama yönteminin kullanılması önerilmektedir..Araştırmada klasik yazılı sınav, yarı yapılandırılmış görüşme ve doküman analizi tekniklerinden yararlanılmıştır.

Katılımcılar

Bu araştırmada matematik öğretmeni adaylarının belirli integral konusundaki kavram-işlem-temsil bilgileri üzerine odaklanılan nitel bir çalışma olduğu için, bireyler ya da olayların olduğu gibi alındığı, olasılıksız örneklem seçiminin, amaçlı örnekleme tekniği kullanılmıştır (Patton, 1990). Dolayısıyla çalışma katılımcıları,problemle ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip kişiler, olaylar ve olgulardan oluşmuştur. Bu bağlamda, 2008–2009 eğitim-öğretim yılı bahar yarıyılında Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Bölümü Matematik Öğretmenliği 2. sınıf programına kayıtlı, toplam 45 öğretmen adayı, araştırmanın katılımcılarını oluşturmaktadır. Öğretmen adaylarının 23’ü kız, 22’si erkek olup, tamamı sayısal alan mezunudur. Başka faktörlerin etkisinin ortadan kaldırılması amacıyla araştırmaya katılan adaylar aynı bölümden ve aynı sınıftan seçilmişler ve ölçme araçları aynı zamanda araştırmacı tarafından adaylara uygulanmıştır. Çalışmaya katılan tüm öğretmen adayları, Analiz I ve II dersini bir önceki yılda almışlardır. Analiz I dersinde, belirli integral konusunun altyapısını oluşturacak limit ve türev gibi kavramlar ele alındığından, Analiz II dersinde de, belirli integral kavramı ve uygulamaları konusuna yer verildiğinden dolayı, adayların bu dersi almış olmaları önemlidir. Ders içeriğinin analiz edilmesi amacıyla dersi veren öğretim üyesi ve katılımcılar arasından amaçlı örnekleme tekniğine göre seçilen 6 aday ile görüşmelerde bulunulmuş ve ders notları incelenmiştir. Analiz II dersi kapsamında öğretilen integral konusu, belirsiz integral, belirli integral ve integral uygulamaları başlıkları altında ele alınmıştır.. Ders notları analizinde, yapılan öğretimin cebirsel ağırlıklı olduğu, günlük hayat uygulamalarından yararlanılmadığı, konuların “Tanım-Teorem-İspat-Uygulamalar ve Test” şeklinde işlendiği bulgularına ulaşılmıştır. Katılımcıların ön bilgi eksikliğinin olmaması, hazır bulunuşluk seviyelerinin yeterli düzeyde olması, çalışma sonuçlarını anlamlı ve etkili kılacağından, katılımcıların Analiz I-II dersini almış olmaları ve araştırmacıların ders içeriğinin farkında olmaları önemlidir.

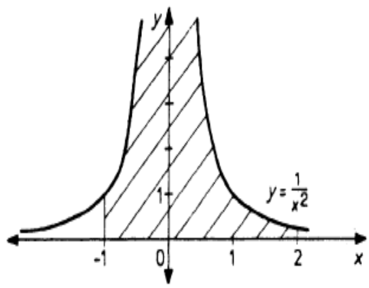
Kullanılan Veri Toplama Araçları

Veri toplama yöntemi veya yöntemleri, araştırmanın başında oluşturulmuş olan alt problemler dikkate alınarak belirlenmiştir. Araştırmada birden fazla teknik kullanıldığından çoklu yöntem yaklaşımı benimsenmiştir. Veri bağlamında ağırlıklı olarak nitel olan çalışmada, aynı zamanda destekleyici olması bakımından nicel tekniklerden de yararlanılmıştır. Veri toplama aracı olarak; Belirli İntegral Yeterlik Testi (BİYT), Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi (TTDT) , yarı yapılandırılmış görüşme ve doküman analizi kullanılmıştır. Ayrıca katılımcıların testlere verdikleri cevapları daha derinden sorgulamak için bazı katılımcılara görüşme formu uygulanmıştır, doküman analizi ile öğretim üyesinin kullandığı kaynak ve katılımcıların ders notları incelenmiştir.

Belirli İntegral Yeterlik Testi

Çalışma, öğrencilerin belirli integral konusunda kullandıkları temsillere etki ettiği düşünülen değişkenlerden biri “kavram ve işlem bilgisi” üzerine odaklandığından, bu değişkenin belirlenmesine yönelik bir veri toplama aracı oluşturulması kararlaştırılmıştır. BİYT bu amaca yönelik olarak, araştırmacı tarafından alan yazınındaki ilgili problemler doğrultusunda hazırlanmıştır. BİYT 14 sorudan oluşmakta olup; test hazırlanırken, ders kitapları, ders notları, sınav sorularından toplanan 102 sorudan seçimler yapılmıştır. Katılımcıların belirli integral konusundaki alt yapıları ve kavrama yükledikleri anlamlar, testteki yönergeler doğrultusunda belirlenmeye çalışılmıştır. Belirli integral konusunun anlatıldığı Analiz II dersinde, öğretmen adaylarının bu konudaki performanslarını belirlemeye yönelik olarak hazırlanan BİYT, bu ders kapsamında alınan bilgilerin değerlendirilmesini amaçlamaktadır. BİYT ile Analiz I-II dersini almış adayların belirli integral konusundaki yeterlikleri ölçülmek istenmiştir. Test, belirli integral konusunda iki alandaki (kavram ve işlem) bilgi düzeylerini ölçmeyi hedeflerken, her bir alanda aynı sayı ve puanda soru bulunmaktadır. BİYT’ teki sorular, klasik yazılı, çoktan seçmeli, boşluk doldurmalı ve eşleştirmeli sorular gibi farklı biçimlerde tasarlanmıştır. BİYT puanlandırılırken, testin cevap anahtarı hazırlanmış ve teste ait 50 önemli nokta belirlenmiştir. Bu önemli noktaların her birine iki puan verilerek, toplam yüz puan üzerinden değerlendirme yapılmıştır. Genel başarı puanının 0–100 arasında değiştiği çalışmada, toplam puan, her bir önemli noktanın iki puanla çarpılmasıyla bulunmuştur. Testin ilk bölümündeki sorular belirli integral kavramıyla ilgili işlem bilgisini, ikinci bölümündeki sorular kavram bilgisini ölçmeye yönelik olarak tasarlanmıştır. Örnek–1 ile kavram bilgisi, Örnek–2 ile işlem bilgisi sorularına örnek verilmiştir.

Örnek–1: Yandaki grafikte gösterilen taralı bölgenin (yaklaşık) alanını hesaplayınız?



Yukarıdaki (Örnek 1) soruda katılımcılardan grafiksel olarak verilmiş bölgenin alanını bulmaları beklenmektedir. Bu grafik, sınırlandırılmış olacağı gibi, sonsuzda eksenler ile de kesişebilir. Bu problem durumu, öğretmen adaylarının belirli integral kavram bilgilerini kullanmaları üzerine tasarlanmıştır. Bunun yanında, nümerik toplamlar anlamına gelen sonsuz toplamların limiti kavramının da, adayda yer etmesini beklemek üzere hazırlanmıştır. Aşağıdaki örnek de belirli integral işlem bilgisini kullanmak üzere hazırlanmıştır.

Örnek–2: $\int_{-1}^{1}(3x^2+\sqrt[3]{x^2}+e^{2x})dx$ belirli integralini hesaplayınız?

Orton (1983), Mundy (1984) ve Calvo'nun (1997) çalışmalarından uyarlanarak öğrencilerin olası kavram yanılgılarını dikkate alacak biçimde hazırlanan BİYT'te, aynı kazanımlara yönelik sorular farklı biçimlerde sorularak testin iç geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. BİYT, deneme çalışması yapılmak üzere katılımcıların bir üst grubuna uygulanmış, karşılaşılan anlam ve mantık hataları giderilmeye çalışılmıştır. Pilot uygulamalarda BİYT'in 50 dakikada tamamlandığı görüldüğünden, BİYT'in orijinal uygulama süresi bu süre referans alınarak belirlenmiştir. Testin geçerliğini sınamak üzere, uzman görüşüne başvurulmuş, matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış beş uzman tarafından testin ölçmeyi hedeflediği davranışlar yönüyle, kapsam ve görünüş geçerliğine sahip olduğu belirlenmiştir. BİYT'in güvenirliğini belirlemek için de puanlayıcılar arası güvenirlik analizi yapılmıştır. Bu sebeple BİYT'i cevaplayan katılımcılardan rastgele 16 tanesinin cevap kâğıtları seçilmiş ve matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış olan üç uzman tarafından bu kâğıtlar puanlanmıştır. Yapılan güvenirlik analizleri testin güvenilir olduğunu göstermiştir (r_1=0.90; r_2=0.87; r_3=0.81).

Temsil Tercih ve Dönüşüm Testi

TTDT adayların problem çözümünde kullandıkları temsilleri belirlemek üzere iki uzman tarafından, araştırma problemleri doğrultusunda geliştirilmiştir. TTDT hazırlanırken, Kendal ve Stacey'nin (2003) Türev Alma Yeterlik Testi çatısından yararlanılmıştır. Bu çalışmada çoklu temsiller yaklaşımı, "Bir matematiksel kavramın, ilişkinin değişik biçimlerde ifade edilmesine olanak sağlayan gösterim biçimleri" şeklinde tanımlandığından ve araştırmada kullanılan çoklu temsiller terimi; grafiksel, cebirsel ve nümerik "dış çoklu temsil" türlerinin belirli integral problemleri çözümünde kullanılması anlamı taşıdığından, TTDT'de bu üç temsil türünün kullanılabileceği şekilde geliştirilmiştir (Goldin & Kaput, 1996). Belirli integral kavramının geometrik, nümerik veya cebirsel anlamını içeren ve ders kitaplarında en çok karşılaşılan örnek sorular bu çalışmada belirli integral problemleri olarak değerlendirilmiştir. TTDT'de yer alan maddeler düzenlenirken, ders kitapları, sınav soruları, okul notları ve konu ile ilgili yapılmış çalışmalar dikkate alınarak 71 soru belirlenmiş, bu sorular arasında, hedeflenen temsil geçişleri doğrultusunda 9 madde seçilmiştir. Her bir madde, içerisinde farklı karakteristikleri bulundurmaktadır. Bunlar girdi temsilleri ve çıktı temsilleridir. Girdi temsilleri problem verilerinin ifade edildiği temsillerdir, çıktı temsilleri ise problem çözümünün amaçladığı temsillerdir. Girdiler büyük harfle ilk, çıktılar küçük harfle ikinci olarak gösterilmiş ve her bir problemin girdi-çıktı sistemindeki yeri ile ilgili tabloya aşağıda yer verilmiştir. Nümerik temsili "N veya n", grafiksel temsil "G veya g", cebirsel temsil "C veya c" ile gösterilmiştir. Tablo 1'de TTDT'de yer alan problem karakteristiklerine yer verilmiştir.

Tablo 1.

TTDT problemleri karakteristiği

Problem No	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Sistem	Ng	Cc	Nn	Cn	Cg	Gc	Nc	Gg	Ng

Örneğin Nc ile gösterilen TTDT'nin yedinci problemi, nümerik olarak verilen bir belirli integral probleminin cebirsel temsil kullanımı ile çözümünü gerektiren bir problemi göstermektedir. TTDT'nin maddeleri, adayların temsil içi ve temsiller arası geçişlere ihtiyaç duyacakları biçimde tasarlanmıştır. Bu bağlamda, test iki alt gruba sahiptir. Temsil içi geçiş grubundaki problemler, girdi ve çıktı temsillerinin aynı olduğu problem türlerini ifade ederken, temsiller arası dönüşüm grubundaki problemler, girdi ve çıktı temsillerinin farklı olduğu durumları içermektedir.

TTDT'nin kapsam geçerliğini belirlemek üzere, testte yer alan problemlerin Tablo 2'deki gibi bir sınıflaması yapılmış ve beş uzman görüşü desteğinde, testin ölçmeyi hedeflediği temsil tercihleri ve dönüşümleri bağlamında yeterliğe ve kapsam geçerliğine sahip olduğu tespit edilmiştir. Test, katılımcıların bir üst grubu olan 35 matematik öğretmen adayına uygulanarak, yapı ve anlam hatalarından arındırılmıştır. Testin uygulama süresi, 45 dakika olarak belirlenmiştir. Yapılan deneme çalışmasından sonra, uzmanlar, testi, tamlık (doğruluk) ve madde formatı bağlamında değerlendirmişlerdir. Sonuçlar, verilen çözüm yollarının doğru olduğu ve madde yapılarının uygunluğu ve dolayısıyla testin görünüş geçerliğine sahip olduğu yönündedir.

Tablo 2.

TTDT'deki problemler ve yer aldıkları alt gruplar

TTDT alt grubu	Problem numarası	Problemin verildiği temsil türü	Çözümün beklendiği temsil türü
Temsil İçi Geçiş	P3	Nümerik	Nümerik
	P8	Grafiksel	Grafiksel
	P2	Cebirsel	Cebirsel
Temsiller Arası Dönüşüm	P9	Nümerik	Grafiksel
	P7	Nümerik	Cebirsel
	P1	Grafiksel	Nümerik
	P6	Grafiksel	Cebirsel
	P5	Cebirsel	Grafiksel
	P4	Cebirsel	Nümerik

TTDT'nin güvenirliğini belirlemek için de, değerlendiriciler arası (inter-rater) güvenirlik katsayısı hesaplanmıştır. Bu sebeple TTDT'yi cevaplayan katılımcılardan rastgele 15 tanesinin cevap kâğıtları seçilmiş ve matematik eğitimi alanında doktorasını tamamlamış olan üç uzman tarafından, bu kâğıtlar değerlendirilmiştir. Değerlendirici cevapları arasındaki korelasyonun yüksekliği (r_1=0.93; r_2=0.86; r_3=0.82), testin yeterli güvenirliğe sahip olduğu biçiminde yorumlanmıştır.

Çalışmanın güvenirliğini arttırmak için, bulgular görüşmeler ile desteklenmiştir. Uygulama sonrası, farklı kavram-işlem bilgi düzeyine sahip altı katılımcı ile çözüm süreçlerini ve temsil kullanma becerilerini, daha derinden sorgulamak amacıyla, yarı yapılandırılmış görüşmelerde bulunulmuştur. Ayrıca Analiz II dersi kapsamında alınan belirli integral konusunun içeriğini analiz etmek üzere, yarı yapılandırılmış görüşmeye alınan adayların defterleri ve öğretim elemanının yararlandığı ders kitabı incelenmiştir.

Veri Analiz Yöntemleri

Belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsilleri belirlemek üzere hazırlanan TTDT katılımcılara 45 dakikalık süre içersinde tek seferde uygulanmıştır. Verilen cevaplar her katılımcı ve problem için değerlendirilmiştir. Kullanılan temsiller nümerik, grafiksel, cebirsel ve karma şeklinde kodlanarak gruplandırılmıştır. Aynı problem için, her üç temsilin de kullanıldığı çözümlere rastlanılmazken, aynı problem için iki temsilin ilişkilendirilerek kullanıldığı çözümler "karma" diye kodlanmıştır. İkinci olarak uygulanan veri toplama aracı BİYT'tir. BİYT'e adayların verdiği cevaplar öncelikle kavram bilgisi ve işlem bilgisi alt boyutlarında yer alan sorular bağlamında değerlendirilmiş ve her bir katılımcının her bir alt boyuttaki puanı hesaplanmıştır. Çözümler doğru, kısmi cevap, yanlış ve boş kategorilerine ayrılırken; doğru çözüm (2) puan, kısmi çözüm (1) puan yanlış ve boş çözüm (0) puan üzerinden değerlendirilmiştir. Böylelikle kavram bilgisi puanı 0–50, işlem bilgisi puanı 0–50 ve genel başarı puanı bu iki puan türünün toplamı ile 0–100 arasında değişmiştir. Çalışmanın odağındaki sorulardan biri olan matematik öğretmen adaylarının, belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsiller ile kavram-işlem bilgisi arasındaki ilişkinin incelenmesi problemi, nitel veri analiz yöntemleri ile incelenmiştir. Veri analiz sürecinde toplanan veriler, kapsamlı bir biçimde tanımlanarak betimlenmiş, kodlanarak sınıflandırılmış, son aşamada ise belirli temalar altında sınıflandırılmış veriler ilişkilendirilerek yorumlanmıştır (Yıldırım & Şimşek, 2006). Bu bağlamda, kullanılan temsillere göre dört (nümerik, grafiksel, cebirsel, karma), kavram-işlem bilgisi puanına göre üç (yüksek, orta, düşük) gruba ayrılan katılımcılar, yer aldıkları gruplar üzerinden kodlanmıştır. Görüşme bulguları, diğer verileri desteklemek üzere kullanılmıştır.

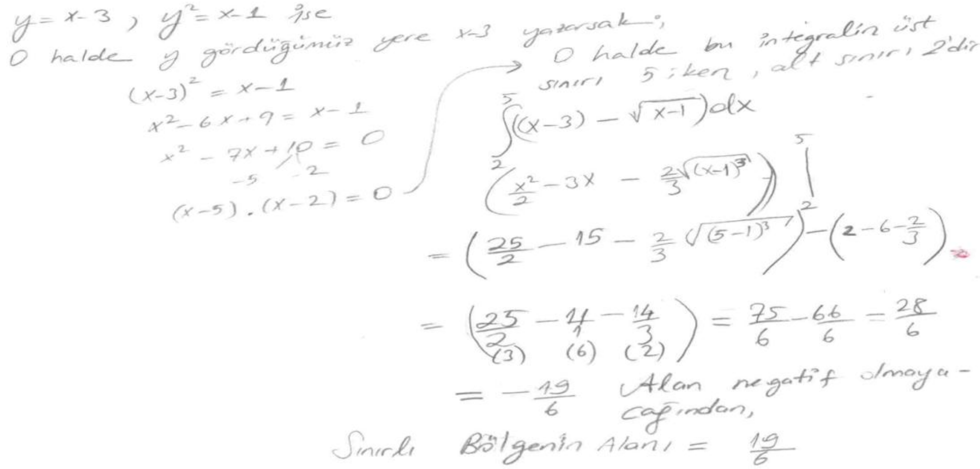
III. BULGULAR VE YORUM

Bu kısımda öncelikle matematik öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsiller belirlenmiş, ikinci olarak öğretmen adaylarının belirli integral konusuna ait kavram-işlem bilgilerini belirlemek üzere uygulanan BİYT bulgularına yer verilmiştir. Son olarak elde edilen bulgular ışığında, matematik öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsiller ile kavram-işlem bilgileri arasındaki ilişki incelenmiştir.

Matematik Öğretmen Adaylarının Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde Kullandıkları Temsillerin Belirlenmesi

Öğretmen adaylarının belirli integral problemleri çözümünde kullandıkları temsillerin belirlenmesine yönelik yapılan uygulamanın bulgularına, Tablo 3'te yer verilmiştir. TTDT'nin Cc karakteristiğine sahip 2. Probleminde (P2) [$\int_0^{\pi}\left(e^{2x}+cos3x+\sqrt{x}\right)dx$ *integralini hesaplayınız?*], adayların %93,3'ünün cebirsel temsilleri kullanarak çözüme ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür. Bunu %64,4 ile Cn karakteristiğine sahip bir problemde (P4) yine cebirsel temsili kullanarak çözüme ulaşmaya çalışan öğretmen adayları takip etmektedir.

P4'te, öğretmen adaylarından nümerik temsil kullanarak çözüme ulaşması beklenirken, katılımcıların büyük bir bölümünün cebirsel temsilleri kullanarak problemi çözmeye çalışmaları dikkat çekmektedir. Gg, Gc ve Cc karakteristiğindeki problemlerde, nümerik ve grafiksel temsilin hiç kullanılmadığı görülmekle birlikte TTDT'deki tüm problemlerde cebirsel temsilin yüksek yüzdeler ile kullanılması, öğretmen adaylarının problem çözümlerinde daha çok cebirsel temsillerden yararlandığını göstermektedir. P5'te "*$y=x-3$ ve $y^2=x-1$ eğrilerinin sınırladığı bölgenin alanını bulunuz*" problemi ile adayların grafiksel temsili kullanarak sonuca ulaşmaları beklenmiştir. Oysa öğretmen adaylarının yalnızca %15.6'sı bu temsili problem çözümünde kullanmıştır; adayların %37.8'i cebirsel temsilleri kullanarak problemi çözmeye çalışmıştır. Cebirsel düşünen adayların tamamının yanlış sonuçlara ulaştıkları belirlenmiş, bu durumu örnekleyen bir çözüme Şekil-1'de yer verilmiştir.



Şekil-1: TTDT'deki 5 no'lu probleme verilen yanlış cevap örneği

Şekil-1'deki çözümü yapan adayın, yalnızca cebirsel temsili kullanarak çözüme yaklaşması, yanlış sonuca ulaşmasına neden olmuştur. Ayrıca, adayın negatif alan yorumunun işlemsel düzeyde olduğu, "sadece bulduğu alanı eksi ile çarpmasından" çıkarılabilir. P8'de, iki temsili bir arada kullananların yüzdesi dikkat çekicidir (%51.1). Bir diğer önemli bulgu ise boş bırakılan problem türleri ile ilgilidir. En çok boş bırakılan problem Gc dönüşümü beklenilen, P5 kodlu problemdir. Bunun yanında grafik yardımıyla ifade edilen belirli integral problemleri ile nümerik çözümlerin beklendiği problemlerin boş bırakılma yüzdelerinin, diğer temsil türlerine göre daha yüksek olduğu görülmektedir.

Tablo 3.
TTDT problemlerinde temsillerin kullanılma sıklığı

Problem no	Girdi Temsili	Çıktı Temsili	Problemden Beklenen Geçiş	Nümerik %	Grafiksel %	Cebirsel %	Karma %	Boş %
P3	N	N	Temsil İçi	31.1	37.8	-	13.3	17.8
P8	G	G		-	-	48.9	51.1	-
P2	C	C		-	-	93.3	6.7	-
P9	N	G	Temsiller Arası	6.7	57.8	13.3	13.3	8.9
P7	N	C		15.6	15.6	40	20	8.9
P1	G	N		35.6	22.2	20	-	22.2
P6	G	C		-	-	62.2	13.3	24.4
P4	C	N		17.8	4.4	64.4	2.2	6.7
P5	C	G		-	15.6	37.8	42.2	4.4

TTDT'ye verilen tüm cevaplar dikkate alındığında, cebirsel temsilin kullanılma sıklığının %46 civarında olduğu, bunu %17 ile grafiksel temsillerin takip ettiği görülmektedir. En çok kullanılan iki temsil olan cebirsel ve grafiksel temsillerin kullanılma yüzdeleri arasındaki fark, öğretmen adaylarının tek temsil baskınlığı yaşadıklarını göstermektedir. En az tercih edilen temsil türü olarak belirlenen nümerik temsilleri, iki farklı temsilin birlikte kullanılması gerektiğini düşünen, yani karma temsilleri tercih eden öğretmen adayları takip etmektedir. Aşağıda, bu yüzdeler, Tablo 4 yardımı ile sunulmuştur.

Tablo 4.
TTDT alt boyutlarına verilen cevaplara göre kullanılan temsiller

%	Nümerik	Grafiksel	Cebirsel	Karma	Boş
Temsil İçi Geçiş	8.9	12.6	55.1	19.3	4.1
Temsiller Arası Dönüşüm	12.6	19.3	39.6	13.7	14.8
Toplam	10.6	17	46.2	15.6	10.6

TTDT'nin alt boyutlarına yönelik bulgular, temsil içi geçiş problemlerinde cebirsel temsillerin baskın olarak kullanıldığını göstermiştir. Temsiller arası dönüşüm gereken problem türlerinde cebirsel temsiller daha çok kullanılmasına karşın, diğer temsil türlerinden de belirli oranlarda yararlanılmıştır.

Öğretmen Adaylarının Kavram ve İşlem Bilgilerinin İncelenmesi

BİYT, kavram bilgisi ve işlem bilgisi gibi iki alt boyutu içermekte, her bir alt boyutta eşit sayıda ve puanda soru yer almaktadır. Öğretmen adaylarının, BİYT'in alt boyutlarına göre aldıkları puanlar kullanılarak hesaplanan toplam puan, genel başarı puanı olarak değerlendirilmiştir. Genel başarı için en yüksek puanın 100, kavram bilgisi ve işlem bilgisi için en yüksek puanın 50 olduğu BİYT'in, katılımcılara uygulanması sonucunda elde edilen puanların özellikleri, Tablo 5'te sunulmuştur. Öğretmen adaylarının işlem-kavram bilgisine ait betimsel istatistik değerleri Tablo 5'de sunulmuştur.

Tablo 5
BİYT'e verilen cevapların puan ortalamaları ve özellikleri

	Minimum	Maksimum	Ortalama	Standart Sapma
Kavram Bilgisi Puanı	16	46	27.35	7.27
İşlem Bilgisi Puanı	18	44	32.01	7.14
Genel Başarı Puanı	42	86	59.36	12.53

BİYT sonuçları, katılımcıların işlem bilgileri ortalamaları ile kavram bilgileri ortalamaları arasında 4.66 puanlık bir fark olduğunu göstermektedir. Katılımcıların işlem bilgileri puan ortalaması (32.01), kavram bilgileri puan ortalamasından (27.35) daha yüksektir. Her adayın genel başarı puanı, bu iki puan türünün toplanması ile elde edilmiş ve genel başarı puanı ortalaması 59.36 olarak bulunmuştur. Toplam puanın 100 olduğu düşünülürse, adayların belirli integral yeterliklerinin düşük düzeyde olduğu söylenebilir. Öğretmen adaylarının genel başarı düzeyleri BİYT performansları doğrultusunda oluşturulmuştur. Öğretmen adaylarının genel başarılarını belirlemek üzere BİYT' teki maksimum ve minimum puanlar dikkate alınmış, ortalamaya bir standart sapma puanı eklenmesi ve çıkartılması yoluyla oluşturulan sınıflamada üç grup yer almıştır.

Tablo 6.

BİYT sonuçlarına göre öğretmen adaylarının başarı düzeyleri

	YDB		ODB		DDB	
	f	%	f	%	f	%
Kavram Bilgisi Puanı	10	22.2	23	51.1	12	26.7
İşlem Bilgisi Puanı	11	24.4	25	55.6	9	20
Toplam Puan	10	22.2	27	60	8	17.8

Ortalamaya eklenen bir standart puan ile (71.89); 72 ve üzeri puan alan adaylar Yüksek Düzeyde Başarılı (YDB), ortalamadan bir standart puanın çıkarılması ile (46.83); 46 ve 46 altındaki puana sahip öğretmen adayları Düşük Düzeyde Başarılı (DDB) öğretmen adayları olarak kodlanmıştır. BİYT sonucunda

47 ile 71 puan aralığında kalan adaylar ise Orta Düzeyde Başarılı (ODB) öğretmen adayları olarak sınıflandırılmış ve kodlanmıştır. Aynı işlemler BİYT'in alt boyutları için de gerçekleştirilmiştir. Bu bağlamda üç gruba ayrılan öğretmen adayları, kavram bilgisi, işlem bilgisi ve genel başarı puanına göre yüzdelik dilimleri ve her gruptaki kişi sayısını betimleyen Tablo 6 aşağıda verilmiştir.

Belirli İntegral Problemlerini Çözme Sürecinde, Kullanılan Temsillerin Kavram-İşlem Bilgisi Bağlamında Değerlendirilmesi

Öğretmen adaylarının belirli integral problemlerini çözme sürecinde, kullandıkları temsiller ile kavram-işlem bilgi düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi, çalışmanın cevap aradığı temel problemlerden biridir. Bu bağlamda BİYT'e verilen cevaplar doğrultusunda yapılan sınıflama ile TTDT'nin bulguları kıyaslanmıştır. Belirli integral problemleri çözümünde kullanılan temsillerin genel başarıya etkisi incelenirken, her bir kişinin TTDT çözümünde kullandıkları temsiller belirlenmiş ve bulundukları genel başarı grubuna göre değerlendirilmiştir. Katılımcılar, kavram bilgisi ve işlem bilgisi alt boyutlarındaki başarıları üzerinden değerlendirildiğinden, her bir alt boyut ile TTDT verileri analiz edilmiştir. Bu bağlamda kavram bilgisi, işlem bilgisi ve genel başarı alt başlıkları altında incelenen BİYT verileri, kendi içerisinde de yüksek, orta, düşük düzeyde başarılılar diye üç gruba ayrılmıştır. Bu gruplama ve her bir gruptaki katılımcı yüzdelerine ilişkin bilgilere BİYT analizi bölümünde yer verilmiştir.

Tablo 7.
Adayların kavram bilgi düzeylerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

Kavram Bilgisi (%)	Nümerik	Grafiksel	Cebirsel	Karma
YDAB	25.7	13.4	39	21.9
ODAB	11.9	22.6	46.6	18.8
DDAB	14.1	16.5	49.4	20

Kavram bilgilerine göre, YDB, ODB, DDB'li öğretmen adayları diye üç gruba ayrılan katılımcıların her birinin, TTDT'ye verdikleri cevaplar analiz edildiğinde YDB'li öğretmen adaylarının %39'unun cebirsel temsilleri kullandıkları, bunu, sırasıyla nümerik ve karma temsillerin takip ettiği Tablo 7 yardımıyla görülmektedir. Başarı düzeyi azaldıkça, cebirsel temsil kullanma sıklığının arttığını ifade eden bulgular, orta ve düşük düzeyde başarılı adayların nümerik temsillerden daha az yararlandığını göstermektedir. Kavram bilgisindeki başarı düşüşünün, tek tip temsil kullanma eğilimini yükselttiği görülmektedir. Katılımcıların büyük bir bölümü ODB'li olup, cebirsel temsilleri kullanmaktadır. İşlem bilgilerine göre, YDB, ODB, DDB'li öğretmen adayları diye üç gruba ayrılan katılımcıların her birinin, TTDT'ye verdikleri cevaplar analiz edildiğinde YDB'li öğretmen adaylarının %49.2'sinin cebirsel temsilleri kullandıkları, bunu sırasıyla, nümerik ve grafiksel temsillerin takip ettiği Tablo 8'den görülmektedir.

Tablo 8.
Adayların işlem bilgilerine göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

İşlem Bilgisi (%)	Nümerik	Grafiksel	Cebirsel	Karma
YDAB	22.4	14.9	49.2	13.4
ODAB	12.7	18.3	48.1	20.9
DDAB	13.1	24.6	41	21.3

İşlem bilgisine göre yapılan analizler, başarı seviyesinin azaldıkça, cebirsel temsillerin kullanılma sıklığının da azaldığını göstermektedir. Başarı düzeyi ile karma temsil kullanımının da ters orantılı olduğu sonucuna varılmıştır. Katılımcıların büyük bir bölümü ODB'li olup, cebirsel temsilleri kullanmaktadırlar. Ayrıca işlem bilgisindeki başarının azalmasıyla, farklı temsillerden yararlanma sıklığının arttığı görülmektedir. BİYT'e verilen tüm cevaplar analiz edildiğinde, katılımcılar YDB, ODB, DDB'li öğretmen adayları diye üç gruba ayrılmışlardır. Her bir grupta yer alan öğretmen adaylarının, TTDT'ye verdikleri cevaplar ile kullandıkları temsiller analiz edildiğinde YDB'lilerin en çok, cebirsel temsillerden yararlandığı, yalnız bu oranın orta ve düşük düzeyde başarılılara göre, daha düşük olduğu Tablo 9'dan görülmektedir. YDB' li öğretmen adaylarının %25.2'sinin karma temsillerden yararlandıklarını gösteren bulgular, karma temsil kullanma yüzdelerinin başarı düzeyiyle paralel olduğuna dikkat çekmektedir. Genel başarı artarken grafiksel ve cebirsel temsillerin kullanılma sıklığının azaldığı, başarıdaki artışın nümerik ve karma temsil kullanımını da olumlu yönde etkilediği belirlenmiştir. DDB'li adaylar en çok cebirsel temsillerden yararlanırken, en az nümerik temsil kullandıkları görülmektedir. Genel başarısı yüksek olan adayların daha çok cebirsel temsilleri kullandıkları belirlenmiştir.

Tablo 9.
Adayların genel başarılarına göre kullandıkları temsillerin incelenmesi

Genel Başarı (%)	Nümerik	Grafiksel	Cebirsel	Karma
YDB	18.3	14.7	41.8	25.2
ODB	13.7	19.4	49.7	17.1
DDB	11.5	21.8	50.9	15.8

IV. TARTIŞMA

Temsil Tercih ve Dönüşüm Testine verilen cevaplar incelendiğinde (Tablo 3), öğretmen adaylarının cebirsel temsilleri daha çok kullandıkları görülmektedir. Problemlerin, farklı temsil türlerinin kullanılacağı şekilde tasarlanmış olmasına rağmen, adayların ısrarcı olmaları tartışılması gerekn bir bulgudur. Cebirsel temsilin bu kadar sık tercih edilmesinin nedenleri arasında, öğretim süreci ve ders kitaplarındaki belirli integral problemlerinin de cebirsel temsil ağırlığıyla ele alınması gösterilebilir (Kendal & Stacey, 2003). Belirli integral problemlerinde cebirsel temsilin baskın olarak kullanıldığı bulgusu, Camacho vd.'nin (2009) sonuçları ile benzerlik göstermektedir. İntegral ile olan ilişkisi dikkate alındığında, türev konusu ile ilgili yapılan çalışmalarda da en çok kullanılan temsil türünün cebirsel, en az kullanılanın ise grafiksel temsil olduğu gözlenmiştir (Kendal, 2002). Nümerik temsiller problem çözümlerinde en az kullanılan temsil türü olup, adaylar aynı zamanda nümerik temsillerin kullanılacağı problem türlerinde başarılı olamamışlardır. Bunun nedenlerinden biri olarak ders içeriği analizi bulgularının ortaya koyduğu, ders kitap ve notlarında nümerik yaklaşımlar ile çözülmesi beklenen belirli integral problemlerinin daha az olması gösterilebilir. Nümerik temsillerin az kullanılmasının ya da bu temsil türü ile çözümün beklendiği problemlerde katılımcıların zorlanmasının, belirli integralin nümerik tanımının bilinmemesi kaynaklı olabileceği düşünülmektedir. Çünkü belirli integralin birikimli toplamlar ya da sonsuz toplamların limiti tanımını bilmeyen adayların, bu tür problemleri yorumlayamadıkları gözlenmiştir. BİYT çözümünde karşılaşılan cevaplar düşünüldüğünde, adayların büyük çoğunluğunun Riemann anlamında integral tanımını yapamadıkları görülmüştür. Bu cevaplar aynı zamanda yapılan görüşmelerle de desteklenmiştir;

> *"Eğri altında kalan alanı dikdörtgenler toplamı yoluyla ifade edebilmeme yarayan bir tür işlem. Bunların alt dikdörtgen ve üst dikdörtgen toplamı diye yaklaşımları mevcuttu. Sanırım bu tanımın deltalı, limitli bir gösterimi vardı ve sonsuz toplamların limiti şeklinde yazılıyordu."*

> *"Şimdi tanım olarak doğrudan ifade edemeyebilirim… Şey, belirli yani sınırlandırılmış alan demek. Belirsiz integral'de sınırların yerine yazılmasıdır."*

Bu noktada kavram ve işlem bilgisi arasında ilişki kurulması gerekmektedir (Baki & Kartal, 2004). Belirli integralin farklı tanımlarını bilen ve bu tanımları farklı bağlamlar ile ilişkilendirebilen adaylar kavram bilgisi yönüyle başarılı adaylardır. Çalışma bulguları ise belirli integraldeki baskın imajın bir hesap aracı biçiminde sınırlı olduğunu göstermektedir. Belirli integralde kural ve formülleri kullanarak problem çözmeyi amaçlayan adayların bu yaklaşımı, işlem bilgilerinin kavram bilgileri ile ilişkilendirilememesinin bir göstergesi sayılabilir. Kavram bilgisi ve işlem bilgisinin arasında bir bağ kurulması yoluyla kavramsal öğrenme sağlanabilir (Hiebert & Carpenter, 1992). Bu bağlamda, BİYT'e verilen cevaplar adayların belirli integral kavramını anlamlandırmada zorlandıklarını, buna karşın hesaplama işlemlerini yapabildiklerini göstermiştir (Tablo 5). Yani belirli integral problemlerinde adaylar, işlem becerisine sahipken, hangi işlemi neden yaptıkları, hangi temsil ile çözümün sağlanabileceği türündeki kavramsal bilgilerde zorluklar yaşamaktadır.

Analiz dersini veren öğretim üyesi ile yapılan görüşme bulguları analiz dersinin işlenişi ile ilgili çeşitli eksikliklerin varlığına işaret etmektedir. Derslerin işlenişi sürecinde görsel öğelerden yararlanılmamakta, farklı temsil türlerinin kullanılabileceği problemlere yer verilmemektedir;

> *"Ben görselliği derse girişte Riemann integralini anlatırken grafikte eğri altında ki alan için kullanırım sonrasında pek kullanmam ...matematik soyuttur ve formüllerle işlemleri yaparak görsellemeye gerek kalmadan sürece ulaşılabilir."*

Doküman analizi sonuçları da, cebirsel temsil ağırlığıyla verilen derslerin, adayların integral işlemlerini sebepler olmadan, hızlı bir şekilde, kuralsal uygulamalar eşliğinde hesaplamalarına yardımcı olduğunu göstermiştir. Yalnız, ilişkilendirme ve muhakeme becerilerinin geliştirilmediği kavramsal dayanağı olmayan bu süreçler, adayların farklı problem türleriyle karşılaşması durumunda zorlanmasına neden olmuştur (Hiebert & Carpenter, 1992). Analizin Temel Teoremi'ni bilme ve uygulayabilmeye yönelik sorulara verilen cevaplar, süreçte kavram bilgisi yönüyle düşük düzeyde başarılı adayların cebirsel temsil baskınlığıyla çalışma eğiliminde olduklarını göstermektedir (Şekil-1). Bunun dışında öğretmen adayları belirli integral problemlerini çözme sürecinde Analizin Temel Teoremi'ni teorik olarak ifade etmelerine karşın, çözüm sürecinde bunu dikkate almamışlardır. Örneğin, Analizin Temel Teoreminin kullanılarak yapılacak bir integral hesabı probleminde fonksiyonun belirlenen aralıkta tanımlı, sürekli ve türevlenebilir olması gerektiğini ifade eden adaylar, problem çözümlerinde fonksiyon sürekliliğini dikkate almamışlardır. Calvo'nun (1997) çalışma bulgularına benzer olan bu hataların, cebir temelli düşünmeden kaynaklandığı söylenebilir. Fonksiyonun grafiksel temsillerini kullanan adayların bu hatayı daha az tekrarladıkları belirlenmiştir.

İşlem bilgisinin kavram bilgisiyle ilişkilendirilmediği durumlarda kuralların nedenlerinin anlaşılmadığı ezbere dayalı öğrenme gerçekleşir (Hiebert & LeFevre, 1986). Bu bağlamda cebirsel temsil kullanımının işlemsel sorularda pratik çözüm sağladığı ve problem çözümlerinde, esnek bir araç olarak kullanılabildiği, birçok araştırmada olduğu gibi bu araştırmanın da dikkat çektiği noktalar arasındadır (Keller & Hirsch, 1998; Özgün-Koca, 2004). Ancak her soru için cebirsel temsilleri kullanma düşüncesi yanlış çözümlere yol açabilir. Ayrıca, öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun belirli integral tanım bilgisi ve temsiller arası geçiş becerisi yönüyle başarı gösteremedikleri belirlenmiştir. Bu başarısızlığa, mevcut sistemdeki, cebirsel temsil baskınlığıyla işlenen derslerin (Kendal & Stacey, 2003), kavram tanımlarına gereken önemin verilmemesinin (Rasslan & Tall, 2002), işlem ve prosedür bilgilerini ölçmeye dayalı değerlendirme yöntemlerinin neden olduğu söylenebilir (Aydın & Delice, 2008).

Bu araştırmanın sonucu olarak, öğretmen adaylarının belirli integral konusunda temsil bilgileri ve farklı temsil kullanma becerileri yönüyle yeterli bilgiye sahip olmadıkları belirlenmiştir. Cebirsel temsilleri temsil içi geçiş problemlerinin çözümü sürecinde kullanan adayların yüzdesi, temsiller arası dönüşüm gerektiren problemlerde kullananların iki katı kadardır. Sonuçlar, temsil içi geçiş problemlerinde tek temsile (cebirsel) doğru bir yığılmanın olduğunu göstermektedir. Öğretmen adaylarının en az kullandıkları temsil türü nümerik temsillerdir. TTDT'de problemler, temsiller arası dönüşüm ve farklı temsil kullanma becerilerinin ortaya çıkmasına yönelik olarak geliştirilmesine rağmen, cebirsel temsilin kullanılma sıklığı, öğretmen adaylarının işlem becerilerinin yüksek olmasına karşın, kavramsal anlama yönüyle güçlük çektiklerini göstermektedir. Bununla birlikte, adayların belirli integral konusundaki genel başarıları da düşük düzeydedir.

Matematik öğretmen adaylarının, belirli integral konusunda kullandıkları temsiller ile kavram-işlem bilgi düzeyleri arasında da ilişki bulunmuştur. TTDT'nin çözümleri, BİYT'e verilen cevaplar ve doküman analizi sonuçları incelendiğinde, öğretmen adaylarının kullandıkları temsillerin belirli integral konusundaki performanslarını etkilediği belirlenmiştir. Bu bağlamda, genel başarısı yüksek olan öğretmen adayları en çok cebirsel temsillerden yararlanmalarına karşın, diğer temsilleri de belirli yüzdeler ile kullanmışlardır. Bunun yanında, genel başarı düzeyi azaldıkça, cebirsel temsil kullanımının arttığının belirtildiği sonuçlarda, orta ve düşük düzeyde başarılı adayların nümerik temsillerden daha az yararlandığı belirtilmiştir. Genel başarı düşüşüyle, tek tip temsil kullanma eğiliminin yükseldiği görülmektedir. Katılımcıların büyük bir bölümü, orta düzeyde başarılı olup, cebirsel temsilleri kullanmaktadırlar. Belirli integral konusunda işlem bilgisine göre, yüksek düzeyde başarılı adayların çoğu, problem çözümlerinde cebirsel temsilleri kullanmış, başarısız adayların cebirsel temsilleri kullanma yüzdelerinin daha düşük olduğu belirlenmiştir. Bu bulgudan hareketle, işlem bilgisi gerektiren sorularda cebirsel temsilleri kullanmanın süreci kolaylaştırdığı, formüllerin hızlı uygulanmasına yardımcı olarak doğru cevaba ulaşmayı sağladığı sonucuna ulaşılmıştır. Belirli integral konusundaki kavram bilgilerine göre yüksek düzeyde başarılı katılımcılar, problem çözümlerinde daha çok karma temsili kullanırken; başarı düzeyinin azalması, cebirsel temsilleri kullanma sıklığını arttırmıştır. Kavram bilgisinin yüksek olduğu grupta, diğer gruplara oranla, nümerik temsiller yüksek yüzde ile kullanılmıştır. Kavram tanım bilgisinin Riemann toplamlarını gerektirmesi ve bu toplamların nümerik temsiller yoluyla ifade edilebiliyor olması; nümerik temsilin kullanılmadığı diğer gruplarda, kavram bilgisi puanının düşüklüğüne yol açmıştır.

Kavram ve işlem bilgileri arasında kurulan bağ, özellikle, iki temsilin bir arada ilişkilendirilerek kullanıldığı "karma temsilleri" etkilemektedir. Bu bağlamda, kavram-işlem bilgi düzeyleri yönüyle gelişen adayların, nümerik ve grafiksel temsillerden daha fazla yararlanacağı düşünülmektedir. Bir diğer önemli nokta, öğretim içeriğinin değerlendirilmesi üzerinedir. Öğretim ortamına farklı temsillerin kullanılabileceği durumlar getirilmeli, integralin farklı tanımlarının farkına varılması ve kullanılması sağlanmalıdır. Kullanılan temsillerin katılımcı performanslarını etkilediği belirlenmiştir. Belirli integral konusunda yeterli başarıya sahip adayların, temsiller arasında esnek dönüşümler yapabilen ve belirli integralin farklı tanımlarının farkına varabilen öğretmen adayları olduğu bulgusu, Sealey'in (2008), çalışmasını destekler niteliktedir. Özellikle nümerik temsillerden faydalanabilen adayların, integralin Riemann anlamındaki tanımını daha kolay yapabildikleri ve belirli integral'e daha zengin anlamlar yükledikleri sonuçlarına ulaşılmıştır. Derslerin farklı temsillerden yararlanılarak sunulması ve değerlendirme sürecinde temsil geçişlerini ölçen sorulara yer verilmesinin, işlem bilgisi kadar kavram bilgisindeki gelişimi de etkileyeceği düşünülmektedir (Goerdt, 2007). Bununla birlikte, Analiz dersine yönelik yapılan ders notu analizi sonucunda, öğretim elemanının belirsiz integral kavramını belirli integral kavramından önce sunduğu, öğretim sürecinin büyük çoğunluğunda cebirsel temsillerden yararlandığı, belirli integralin Riemann anlamındaki tanımını formal olarak sunduğu belirlenmiştir. Ders içeriğinin farklı temsiller ile zenginleştirilmesinin, belirli integral kavramının belirsiz integralden önce verilmesinin, belirli integrale yönelik farklı tanımların sunulmasının, adayların kavram imajları yönüyle zenginleştirilmesinin, bu dersin verimliliğini arttıracağı düşünülmektedir. Bu araştırma, var olan durum değerlendirmesi üzerinden öğretmen adayı bilgi ve becerilerini ele almış, herhangi bir yazılım ve materyalin etkisine bakılmamıştır. Bu nedenle bilgisayar cebir sistemlerinin, belirli integral konusunda kullanılan çoklu temsil türlerine etkisine yönelik bir çalışmanın alan yazında bulunmadığı ve bu alanda yapılacak bir çalışmanın araştırmacılara faydalı olabileceği önerilmektedir.

Kaynakça

Aydın, E., & Delice, A. (2008). Ölçme ve değerlendirmeye kavram yanılgıları perspektifinden bir bakış. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Edt.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri içinde (393-436).* Ankara: PegemA.

Baki, A., & Kartal, T. (2004). Kavramsal ve işlemsel bilgi bağlamında lise öğrencilerinin cebir bilgilerinin karakterizasyonu. *Türk Eğitim Bilimleri Dergisi, 2(1),* 27-46.

Berry, J., & Nyman, M. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *Journal of Mathematical Behavior, 22,* 481-497.

Bingölbali, E. (2008). Türev kavramına ilişkin öğrenme zorlukları ve kavramsal anlama için öneriler. M. F. Özmantar, E. Bingölbali & H. Akkoç (Edt.), *Matematiksel kavram yanılgıları ve çözüm önerileri* içinde (223-255). Ankara: PegemA.

Calvo, C. (1997). *Bases para una propuesta dida´ctica sobre integrales,* Tesis de Maestrı´a, Universitat Auto`noma de Barcelona.

Camacho, M., Depool, R, & Santos-Trigo, M. (2009). Students' use of *derive* software in comprehending and making sense of definite integral and area concepts. *CBMS Issues in Mathematics Education, 16,* 35-67.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2000). *Research methods in education).* London: Routledge.

Delice,A. & Sevimli, E. (2010). "Öğretmen Adaylarının Çoklu Temsil Kullanma Becerilerinin Problem Çözme Başarıları Yönüyle İncelenmesi: Belirli İntegral Örneği". *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri / Educational Sciences: Theory & Practice. 10 (1),* 111-149

Dufour-Janvier, B., Berdnarz, N., & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Eds.), *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp.109-122). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Ersoy, Y. (2002) "Matematik okur yazarlığı-II:Hedefler, geliştirilecek yetiler ve beceriler". (Düzenleme:O. Çelebi, Y. Ersoy, G. Öner) *Matematik*

Etkinlikleri Sempozyum-2002 Bildiriler Kirtabı, Ankara: Matematikçiler Derneği Yay.

Finney, R., Thomas, G., Demana, F., & Waits, B. (1994). *Calculus.* Redwood City, CA: Addison-Wesley Publishing Company.

Girard, N. R. (2002). *Students' representational approaches to solving calculus problems: Examining the role of graphing calculators*. Unpublished EdD, Pittsburg: University of Pittsburg.

Goerdt, L. S. (2007). *The effect of emphasizing multiple representations on calculus students' understanding of the derivative concept*. Unpublished doctoral dissertation, Education, Curriculum and Instruction, The University of Minnesota.

Goldin, G. A. (2004). Representations in school mathematics: A unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397-430). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Guba, E. G., & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin, & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (pp. 105-117). London: Sage Publications.

Haapasalo, L., & Kadijevich, Dj. (2000). Two types of mathematical knowledge and their relation. *Journal für Mathematik-Didaktik*, **21**, 2, 139-157.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Macmillan.

Hiebert, J., & LeFevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Janvier, C. (1987). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscripions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *Journal of Mathematical Behavior, 17* (2), 265-281.

Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal in Mathematics Education Science Technology, 29* (1), 1-17.

Kendal, M., & Stacey, K. (2003). Tracing learning of three representations with the differentiation competency framework *Mathematics Education Research Journal, 15* (1), 22- 41.

Kendal, M. (2002). *Teaching and learning introductory differential calculus*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Melbourne, Australia. Available: http://thesis.lib.unimelb.edu.au/.

Kilpatrick, J. (1992). *A history of research in mathematics education*. Handbook of research on mathematics teaching and learning. D. Grouws. New York, Macmillan: 3-38.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh, & H. Doerr (Eds.) *Beyond constructivism* (pp. 3-34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Mundy, J. (1984). Analysis of Errors of First Year Calculus Student's. *In Theory* Research and Practice in Mathematics Education. In Bell, A.; Low B. and Kilpatrick J., (eds.). *Proceedings, ICME 5. Adelaide, 1984. Working group reports and collected papers. Shell Center, Nottingham, UK*, 170-172.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM Publications.

Orton, A. (1983). Student's understanding of integration. *Educational Studies in Mathematics, 14* (1), 1-18.

Ostebee, A., & Zorn, P. (1997). *Calculus from graphical, numerical and symbolic points of view*. Fort Worth, TX: Saunder College Publishing.

Özgün-Koca, S. A. (2004). Bilgisayar ortamındaki çoğul bağlantılı gösterimlerin öğrencilerin doğrusal ilişkileri öğrenmeleri üzerindeki etkileri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 26,* 82-90.

Patton, M. Q. (1990). *How to use qualitative methods in evaluation.* London: Sagem Publications.

Porzio, D. (1999). Effects of differing emphases in the use of multiple representationsand technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus On Learning Problems in Mathematics, 21* (3), 1-29.

Rasslan, S., & Tall, D. (2002). Definitions and images for the definite integral concept. In Cockburn A., & Nardi, E. (Eds.). *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (July 21-26), Vol. 4, 89-96, Norwich: England.

Sealey L. V. (2008). *Calculus students' assimilation of riemann integral into a previously established limit structure.* Unpublished doctoral thesis, Mathematics education, The Arizona State University.

Sevimli, E. (2009). *Matematik öğretmen adaylarının belirli integral konusundaki temsil tercihlerinin uzamsal yetenek ve akademik başarı bağlamında incelenmesi.* Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Sevimli, E., Delice, A., & Yengin, N. E. (*2009*). Analiz dersi öğrencilerinin belirli integral konusundaki çoklu temsil kullanma becerilerinin incelenmesi. *18. Ulusal Eğitim Bilimleri Kongresi,* Ege Üniversitesi. İzmir.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding', *Mathematics Teaching* 77, 20–26.

Thomas, N., Mulligan, J. T., & Goldin, G. A. (2002). Children's representations and cognitive structural development of the counting sequence 1-100. *Journal of Mathematical Behavior, 21*, 117-133.

Thompson, P. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics, 26* (2), 229-274.

Yıldırım, A. & Şimsek, H. (2006). *Sosyal Bilimlerde Nitel Arastırma Yöntemleri*, (6.Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara.

Mathematics Teacher Candidates' Multiple Representation and Conceptual-Procedural Knowledge Level in Definite Integral

Introduction

Conceptual learning of a subject requires establishing a relationship between the conceptual and the operational knowledge. Definite integral, which is being one of the topics of the calculus course, is where learners face extensive learning difficulties mostly stemming from the lack of the knowledge of multiple representations. Multiple representations are accepted as an advantage by many educators and NCTM (2000) due to the reasons that students perform approaches to solving problems from different perspectives and form a cognitive relationship (Keller & Hirsch, 1998). Different multiple representations can be used in definite integral to demonstrate concepts and relations among them, however, the results based upon routine procedural approach and the lack of conceptual interpretation should be discussed. The concept of multiple representations in this study means the use of graphical, algebraic and numerical external representations in solving definite integral problems (Kendal & Stacey, 2003). It is thought that the conceptual and the procedural knowledge of mathematics teacher candidates influence the skill of using multiple representations. The aim of the study is to investigate the possible relations between mathematics teacher candidates' use of multiple representations and conceptual-procedural knowledge level in definite integral

Methods

In this study, a case study approach is used based on an interpretivist qualitative paradigm. The participants of the study are 45 teacher candidates who are in their second year in the mathematics teacher training program of a state university. Multi-method approach is preferred for data collection where the data is mostly of the qualitative type. Qualitative data, were analyzed by categorization method, is presented as descriptive. Two tests and interviews are used as research techniques in this study; Definite Integral Competency Test (DICT) is used to determine conceptual-operational knowledge, Representation Preference and Transition Test is used to determine variety of representations and semi-structured interviews are used for deeper investigation of teacher candidates. The relation between teacher candidates' representations and level of teacher candidates' conceptual-operational knowledge were investigated. For this reason, firstly, the correct answers in DICT into account and the criteria of conceptual-operational knowledge was constructed by the addition and subtraction of standard deviation to the average of the numbers of correct answers. Secondly, the representations teacher candidates used were coded as numerical, graphical, and algebraic and mixed. When more than one representation is interrelatedly used for the same question, it is named as mixed representation.

Results

Findings suggest that algebraic representations are the dominant in teacher candidates' solutions of integral problems. The level of teacher candidates' conceptual-operational knowledge is low. In parallel to these findings, it was determined that the candidates, who have low conceptual knowledge, used predominantly algebraic representation. The candidates, who did not use graphical representations, experienced difficulties in the process of solution in terms of algebraic-based thinking, misuse of graphical data and interpretation. Teacher candidates who are successful in terms of conceptual knowledge tend to use the representations more interrelated. Candidates who are successful in terms of procedural knowledge mostly tend to use algebraic representations.

Discussion

Mathematics teachers generally preferred algebraic representations in their solutions. On the other hand, the less used representation by teacher candidates were numerical representations in overall questions. The reasons for these findings seems to be the privilege given to algebraic representation and very few questions expected to be solved by using numerical representations in textbooks teachers use and notes teacher candidates take during teaching. Teacher candidates' weakness to give the numerical definition of definite integral may cause the difficulties they have in questions the use numerical representations expected and their rare use of numerical representations.

This study implies that teacher candidates approaches the definite integral as a stage to do operations and merely some calculations, so that solving questions by using rules and formulae may show that teacher candidates cannot associate conceptual knowledge to procedural knowledge. Namely, although teacher candidates know how to calculate or do operations in definite integral questions they are not certain about what representation to use. This seems to be relevant to teachers' teaching style in the lesson as well. Teachers did not use any visual resource/material and different questions which might be solved by using different representations.

Overall, it is found that the teacher candidates are weak with respect to conceptual knowledge and representation transition ability. The failure in these abilities implicitly influenced the performances in definite integral. Possible reasons for this tendency may include lecturers' reliance on a single representation in their teaching. Lecturers' reluctance to show textbook examples that enable the use of multiple representations leads to students' lack of knowledge of alternative definitions.