Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi

Esin KÖKSAL BABACAN [1,*], Levent ÖZBEK[1], Cenker BİÇER[1]
[1] *Ankara Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, Sistem Belirleme ve Simülasyon Laboratuarı, 06100 Tandoğan/ANKARA*

Özet

Bilinen Geleneksel Kalman Filtresi doğru bir sistem modeli ve tam stokastik bilgi gerektirir. Fakat, pek çok gerçek uygulamada sistem bilgisi tam olarak bilinmez veya yanlış bilinir. Bu nedenle filtre ıraksayabilir veya yanlı tahminler elde edilebilir. Bu ıraksama probleminin giderilebilmesi için filtreleme işleminde bazı değişikliklerin ve güçlendirmelerin yapılması gerekir. Uyarlı filtre kavramı burada ortaya çıkar.
Bu çalışmada, lineer olmayan durum-uzay modellerinde, eksik sistem bilgisinden meydana gelebilecek problemlerin üstesinden gelebilmek için yeni bir Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi önerilmiş ve bir simülasyon çalışmasıyla tahmin sonuçları değerlendirilmiştir.

Anahtar kelimeler: *Kokusuz dönüşüm, Kokusuz Kalman Filtresi, Uyarlı Kalman Filtresi.*

Adaptive Unscented Kalman Filter

Abstract

The well known conventional Kalman Filter requires an accurate system model and exact stochastic information. However, in a number of practical situations, the system information is partly known or incorrect. In this situation, the filter may diverge or give based estimate. To overcome the problem of divergence, it is necesary to made some changes and robustness in filtering process. Here arises the notion of adaptive filter.
In this study, we propose a new adaptive Unscented Kalman Filter to compensate the effects of incomplete information and the estimation results are evaluated with a simulation study.

Keywords: *Unscented transform, Unscented Kalman Filter, Adaptive Kalman Filter.*

[*] Esin Köksal BABACAN, ekoksal@science.ankara.edu.tr.

1. Lineer olmayan durum-uzay modellerinde durum ve parametre tahmini

Kesikli zaman stokastik durum-uzay modelleri fen ve mühendislikte sıkça kullanılır. Durum-uzay modellerinde asıl problem gözlenemeyen durum vektörünün gözlem vektörleri kullanılarak tahmin edilmesidir. Bu problem dik izdüşüm yöntemi kullanılarak R. E. Kalman tarafından (1960) çözülmüştür. Kalman Filtresi olarak bilinen bu yöntem lineer durumda, kurulan model sistem dinamiğini tam olarak temsil ediyorsa durumun en iyi tahminini verir. Fakat lineer olmayan durumda filtrenin optimalliği için herhangi bir iddiada bulunulmaz. Bu nedenle, son yıllarda lineer olmayan model uygulamalarında, durum ve parametre tahmini için, İlerletilmiş Kalman Filtresine göre daha iyi sonuç verdiği gözlenen Kokusuz Kalman Filtresi kullanılmaya başlanmıştır. Kokusuz Kalman Filtresinin temelinde lineer olmayan sistemler için ortalama etrafında yer alan noktaların bir kümesinin deterministik olarak seçilmesi esasına dayanan kokusuz dönüşüm tekniği vardır. İlerletilmiş Kalman Filtresinde yapılan lineerleştirme işlemi burada yapılmamaktadır.

Kalman Filtresinin iyi bir şekilde işleyebilmesi, durum-uzay modelinde yer alan matrislerin ve gürültü süreçlerinin istatistiklerinin tam olarak bilinmesine bağlıdır. Bununla birlikte pek çok gerçek uygulamada bu özellikler tam olarak bilinmez veya yanlış bilinir. Bu nedenle filtrede yanlı tahminler elde edilebilir veya filtre ıraksayabilir. Bu ıraksama probleminin giderilebilmesi için filtreleme işleminde bazı değişikliklerin ve güçlendirmelerin yapılması gerekir. Uyarlı filtre kavramı burada ortaya çıkar.

Bu çalışmada, lineer olmayan durum-uzay modellerinde, çeşitli nedenlerden dolayı filtrede meydana gelebilecek ıraksama probleminin giderilmesi için yeni bir Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi önerilmiş ve bir simülasyon çalışmasıyla tahmin sonuçları değerlendirilmiştir.

1.1. İlerletilmiş Kalman Filtresi

Lineer olmayan durum uzay modeli;

$$x(k+1) = f\big(x(k),u(k)\big) + w(k) \tag{1}$$

$$y(k) = g\big(x(k)\big) + v(k) \tag{2}$$

olsun. Burada $f(k)$ ve $g(k)$ vektör değerli birinci dereceden türevlenebilir fonksiyonlar, $w(k)$ ve $v(k)$' lar ilişkisiz, kovaryans matrisleri sırayla $Q(k)$ ve $R(k)$ olan beyaz gürültü süreçleridir.

$$\hat{x}(0) = E\big(x(0)\big), \qquad P(0) = Var\big(x(0)\big)$$

başlangıç değerlerine bağlı olarak $k=1,2,...$ için Uyarlı İlerletilmiş Kalman Filtresi $k=1,2,\ldots$ için aşağıdaki gibi verilir [2], [3],

$$P(k|k-1) = \alpha\left(\left[\frac{\partial f}{\partial x}\big(\hat{x}(k-1)\big)\right]P(k-1)\left[\frac{\partial f}{\partial x}\big(\hat{x}(k-1)\big)\right]' + Q(k-1)\right) \tag{3}$$

$$\hat{x}(k|k-1) = f\big(\hat{x}(k-1)\big) \tag{4}$$

$$K(k) = P(k|k-1)\left[\frac{\partial g}{\partial x}\big(\hat{x}(k-1)\big)\right]'\left[\begin{matrix}\left[\frac{\partial g}{\partial x}\big(\hat{x}(k-1)\big)\right]P(k-1)\left[\frac{\partial g}{\partial x}\big(\hat{x}(k-1)\big)\right]' \\ +R(k-1)\end{matrix}\right]^{-1} \tag{5}$$

$$P(k) = \left[I - K(k)\left[\frac{\partial g}{\partial x}\left(\hat{x}(k-1)\right)\right]\right] P(k|k-1) \tag{6}$$

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)\left[y(k) - g\left(\hat{x}(k|k-1)\right)\right] \tag{7}$$

1.2. Kokusuz dönüşüm ve Kokusuz Kalman Filtresi

x rasgele değişkeninin f lineer olmayan fonksiyonu ile y rasgele değişkenine dönüştürüldüğü ($y = f(x)$) durum göz önüne alınsın. Bu x rasgele değişkeninin ortalamasının $\bar{x}$ ve kovaryansının P_{xx} olduğu varsayılsın. Kokusuz dönüşüm lineer olmayan dönüşüm altındaki rasgele değişkenin istatistiklerini hesaplamak için geliştirilmiş alışılmışın dışında bir dönüşümdür. Sigma noktaları olarak adlandırılan noktaların kümesi örneklem ortalamaları $\bar{x}$ ve örneklem kovaryansları P_{xx} olacak şekilde seçilir. Lineer olmayan fonksiyon seçilen her bir noktaya uygulanır ve dönüşüm altındaki noktalar ve bu noktaların $\bar{y}$ ve P_{yy} istatistikleri elde edilir [4]. Burada dikkat edilmesi gereken bu noktaların rasgele değil aksine deterministik bir algoritmaya göre belirleniyor olmasıdır. Bu dönüşüm ile, $\bar{x}$ ortalama ve P_{xx} kovaryanslı $n-$boyutlu x rasgele değişkeni, $2n+1$ tane ağırlıklandırılmış noktaya dönüştürülür. Burada χ_i deterministik örnekleme noktalarıdır (sigma noktaları) ve $i = 1, 2, ..., n$ için aşağıdaki gibi seçilir [4];

$$\begin{cases} \chi_0 = \bar{x} & , \quad W_0 = \kappa/(n+\kappa) \\ \chi_i = \bar{x} + \left(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}}\right)_i & , \quad W_i = 1/2(n+\kappa), i = 1, \dots, n \\ \chi_i = \bar{x} - \left(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}}\right)_{i-n} & , \quad W_{i+n} = 1/2(n+\kappa), i = n+1, \dots, 2n \end{cases}$$

Burada, $\kappa \in R$ ve $\left(\sqrt{(n+\kappa)P_{xx}}\right)_i$, $(n+\kappa)P_{xx}$ matrisinin karekökünün i. satır veya sütunu ve ayrıca W_i, i. noktanın ağırlığıdır. İlerletilmiş Kalman Filtresinin geliştirilmişi olan yeni bir filtre bu anlatılan kokusuz dönüşüm kullanılarak oluşturulan Kokusuz Kalman Filtresidir ve (1)- (2) ile verilen lineer olmayan durum-uzay modeli için Kokusuz Kalman Filtresi tahmini algoritması aşağıdaki gibi verilir [4];

Adım 1.

$$\begin{cases} \chi_i(k-1) = \hat{x}(k-1) & , \quad i = 0 \\ \chi_i(k-1) = \hat{x}(k-1) + \left(\sqrt{(n+\kappa)P(k-1)}\right)_i & , \quad i = 1, \dots, n \\ \chi_i(k-1) = \hat{x}(k-1) + \left(\sqrt{(n+\kappa)P(k-1)}\right)_{i-n} & , \quad i = n+1, \dots, 2n \end{cases} \tag{8}$$

Adım 2.

$$\chi_i(k|k-1) = f\left(\chi_i(k-1)\right) \tag{9}$$

$$\hat{x}(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i \chi_i(k|k-1) \tag{10}$$

$$P(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i\,[\chi_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)][\chi_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)]' + Q(k) \tag{11}$$

Adım 3.

$$\begin{cases} \chi_i(k|k-1) = \hat{x}(k|k-1) & , \quad i = 0 \\ \chi_i(k|k-1) = \hat{x}(k|k-1) + \left(\sqrt{(n+\kappa)P(k-1)}\right)_i & , \quad i = 1,\dots,n \\ \chi_i(k|k-1) = \hat{x}(k|k-1) + \left(\sqrt{(n+\kappa)P(k-1)}\right)_{i-n} & , \quad i = n+1,\dots,2n \end{cases} \tag{12}$$

$$Y_i(k) = g\left(\chi_i'(k|k-1)\right) \tag{13}$$

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=0}^{2n} W_i Y_i(k) \tag{14}$$

$$P_{yy}(k) = \sum_{i=0}^{2n} W_i[Y_i(k) - \hat{y}(k)][Y_i(k) - \hat{y}(k)]' + R(k) \tag{15}$$

$$P_{xy}(k) = \sum_{i=0}^{2n} W_i\,[\chi_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)][Y_i(k) - \hat{y}(k)]' \tag{16}$$

$$K(k) = P_{xy}(k)P_{yy}^{-1}(k) \tag{17}$$

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)\left(y(k) - \hat{y}(k)\right) \tag{18}$$

$$P(k) = P(k|k-1) - K(k)P_{yy}(k)K'(k) \tag{19}$$

Adım 4. Yeni örnek için Adım 1-3 tekrarlanır.

2. Durum ve gözlem kovaryanslarının uyarlanması ile Uyarlı Kalman Filtresi

Kalman Filtresinin iyi bir biçimde işleyebilmesi, durum-uzay modelinde yer alan matrislerin ve gürültü süreçlerinin kovaryanslarının tam olarak bilinmesine bağlıdır. Bununla birlikte pek çok gerçek uygulamada bu özellikler tam olarak bilinmez. Yani modelle gerçek arasında her zaman bir farklılık oluşur. Kalman Filtresinin işletilmesinde yanlış önsel istatistiklerin kullanılması, sistem ve gözlem matrislerindeki belirsizlik, büyük tahmin hatalarına ya da hatanın ıraksamasına neden olabilir. Uyarlı filtrenin amacı bunu önlemek ya da bu hataları sınırlamaktır. Filtrenin uyarlı hale getirilmesi işlemi, gerçek veriye göre uyum sağlanarak gerçekleştirilir. Kalman Filtresinin gelen veriye uyum sağlayabilecek şekilde değiştirilmesini sağlayacak pek çok yöntem geliştirilmekle birlikte her şeye uyarlı bir algoritma yoktur. Bu bölümde, lineer durum-uzay modelleri için Almaigle and et. all. (2000) de verilen, durum gürültü ve gözlem gürültü kovaryanslarının uyarlanması ile oluşturulan Uyarlı Kalman Filtresi anlatılacak ve bu yöntem lineer olmayan durum-uzay modellerinde kullanılarak Kokusuz Kalman Filtresinin bir uyarlanması elde edilecektir.

2.1 Gözlem gürültü kovaryansının innovasyon dizisi kullanılarak uyarlı tahmini,

Durum-uzay modeli,

$$x(k+1) = Ax(k) + w(k) \tag{20}$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k) \tag{21}$$

şeklinde olsun. $x(k) \in R^q$ sistem durum vektörü, $y(k) \in R^r$ sistem gözlem vektörü olmak üzere model varsayımları ,

$$E(x(0)) = \bar{x}(0), E(w(k)) = 0, E(v(k)) = 0$$
$$Cov(x(0)) = E(x(0) - \bar{x}(0))(x(0) - \bar{x}(0))' = P(0)$$
$$E(w(k)w'(j)) = \begin{cases} Q(k) & , \quad k = j \\ 0 & , \quad k \neq j \end{cases}, E(v(k)v'(j)) = \begin{cases} R(k) & , \quad k = j \\ 0 & , \quad k \neq j \end{cases},$$
$$E(w(k)v'(j)) = 0, E(x(0)w'(0)) = 0, E(x(0)v'(k)) = 0$$

şeklindedir. Buna göre Kalman Filtresi,

$$\hat{x}(k|k-1) = A\hat{x}(k|k-1) \tag{22}$$
$$\hat{x}(k|k-1) = \hat{x}(k|k) + K(k)[y(k) - H\hat{x}(k|k-1)] \tag{23}$$
$$K(k) = P(k|k-1)H'(HP(k|k-1)H' + R(k))^{-1} \tag{24}$$
$$P(k|k-1) = AP(k-1)A' + Q(k-1) \tag{25}$$
$$P(k) = (I - K(k)H)P(k|k-1) \tag{26}$$

eşitlikleri ile verilir. İnnovasyon serisi

$$d(k) = y(k) - H\hat{x}(k|k-1) \tag{27}$$

ile tanımlanmak üzere filtre optimal ise $d(k)$ sıfır ortalamalı beyaz gürültü vektörü olur.

$$E(d(k)d'(k)) = HP(k|k-1)H' + R(k) \tag{28}$$

olur. Buna göre, optimal filtre durumunda, öngörülen innovasyon kovaryansı ile innovasyon gözlemlerinden hesaplanan kovaryansın aynı olması gerekir. İnnovasyon kovaryansı elimizde olduğunda gözlem hatası kovaryansı $R(k)$ bu formülden tahmin edilebilir. İnnovasyon kovaryansı innovasyon gözlemlerinden;

$$\hat{C}(k) = E(d(k)d'(k)) = \frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1} d(k-i)d'(k-i) \tag{29}$$

ifadesi ile hesaplanır, burada m hareketli pencere boyutudur. Buna göre; gözlem hatası kovaryansı $R(k)$

$$\hat{R}(k) = \hat{C}(k) - HP(k|k-1)H' \tag{30}$$

ile tahmin edilir [5].

2.2 Süreç gürültüsünün ölçeklendirilmesi ile Kalman Filtresinin uyarlanması,

Optimal filtre durumunda, öngörülen innovasyon kovaryansı ile innovasyon gözlemlerinden hesaplanan kovaryansın aynı olması gerektiği ifade edilmişti. Buna göre;

$$\frac{1}{m}\sum_{i=0}^{m-1} d(k-i)d'(k-i) = H\tilde{P}(k|k-1)H' + R(k) \tag{31}$$

olmalıdır. Eğer, (31) eşitliği sağlanmıyor ise bu ikisi arasındaki farklılık $P(k|k-1)$ ve/veya $R(k)$ nın yanlış tanımlanmasından kaynaklanabilir. $\tilde{P}(k|k-1)$ süreç gürültü öngörüsünün tahmini olsun. Süreç gürültü öngörüsünün tahmini ve gözlem gürültü kovaryans matrisleri bilindiğinde, $Q(k)$ kovaryans matrisi aşağıdaki ölçeklendirme oranı kullanılarak tahmin edilebilir;

$$\alpha = \frac{trace\{\hat{C}(k) - R(k)\}}{trace\{H\tilde{P}(k|k-1)H'\}} = \frac{trace\left\{H\left(A\hat{P}(k-1)A' + \hat{Q}(k-1)\right)H'\right\}}{trace\left\{H\left(A\hat{P}(k-1)A' + Q(k-1)\right)H'\right\}} \tag{32}$$

Buna göre sezgisel adaptasyon kuralı,

$$\hat{Q}(k-1) = Q(k-1)\sqrt{\alpha} \tag{33}$$

biçiminde tanımlanır. İfadede yer alan kareköklü ifade düzgünleştirme etkisi olarak denkleme ilave edilmiştir [5].

2.3 Durum ve gözlem kovaryanslarının uyarlanması ile Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi

Birinci bölümde anlatılan Kokusuz Kalman Filtresi göz önüne alınsın ve gözlem ve ölçüm kovaryanslarının bilinmediği varsayılsın. Bu durumda Kokusuz Kalman Filtresinde bu kovaryans matrislerinin yanlış tanımlanmasından kaynaklanabilecek ıraksamayı ortadan kaldırmak için, filtre Bölüm 2.2 de verilen yöntem kullanılarak uyarlanabilir. Buna göre Kokusuz Kalman Filtresi eşitliklerinde, Adım2' de $P(k|k-1)$ eşitliği yerine

$$P(k|k-1) = \sum_{i=0}^{2n} W_i\,[\chi_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)][\chi_i(k|k-1) - \hat{x}(k|k-1)]' + \sqrt{\alpha}Q(k) \tag{34}$$

eşitliği ve $P_{yy}(k)$ eşitliği yerine de

$$P_{yy}(k) = \sum_{i=0}^{2n} W_i[Y_i(k) - \hat{y}(k)][Y_i(k) - \hat{y}(k)]' + \hat{R}(k) \tag{35}$$

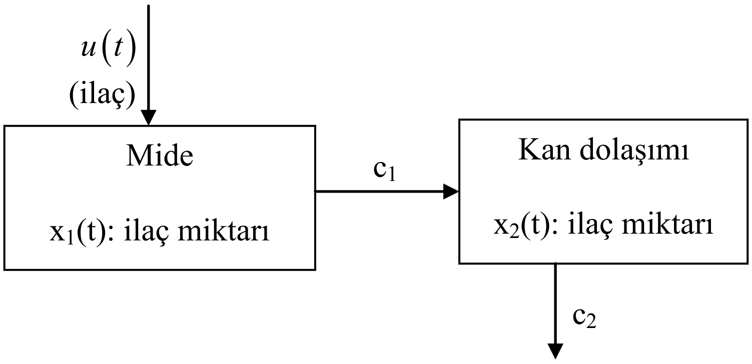
eşitliği kullanılarak Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi tahminine ulaşılır. Burada;

$$\alpha = \frac{trace\{\hat{C}(k) - R(k)\}}{trace\{\sum_{i=0}^{2n} W_i[Y_i(k) - \hat{y}(k)][Y_i(k) - \hat{y}(k)]'\}} \tag{36}$$

dır.

3. Deneysel çalışma ve Tartışmalar

Kompartman Analizi bir biyolojik sistemin homojen kompartmanlara bölündüğü ve bu kompartmanlar arasında metaryal alışverişi olduğu varsayımıyla birlikte kullanılan biyo matematiksel modelleme yöntemlerinden birisidir. Kompartman Modelleri farmokinetikte kullanıldığında kompartmanlardaki materyal konsantrasyon değişimi kendi farmokinetik parametresi ile zamana bağlıdır. Eğer parametreler bilinirse uygun farmokinetik denklemlerin uygulanmasıyla kompartmanlardaki konsantrasyon düzeyi tahmin edilebilir. Fakat parametreler bilinmezse bunların tahmini problemi ortaya çıkar. Parametre belirleme problemi lineer olmayan tahmin problemidir. Bu tahmin problemi durum tahmin problemi ile birlikte çözüldüğünde lineer model lineer olmayan modele dönüşecektir. İlerletilmiş Kalman Filtresi ve Kokusuz Kalman Filtresi lineer olmayan sistemlerde durum tahmini için kullanılan en yaygın tahmin yöntemlerinden biridir. Bölüm 2.3' de önerilen Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresinin, Kokusuz Kalman Filtresine ve İlerletilmiş Kalman Filtresine göre durum ve parametre tahmini için performanslarını karşılaştırabilmek için şu şekilde bir kompartman modeli göz önüne alınsın; sindirim sistemine (ağızdan tablet olarak-kesikli, mideye sıvı akıtarak-sürekli) verilen bir ilaç, mevcut miktarın c_1 oranını kan dolaşım sistemine ve kanda bulunan ilaç mevcut miktarın c_2 oranını başka yerlere aktarmaktadır.



Şekil 1. Kompartman Modeli

Bu şekilde verilen kompartman modelinin matematiksel modeli, Δt küçük bir zaman aralığı olmak üzere, fark denklemi sistemi biçiminde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$x_1(t+\Delta t) = x_1(t)\Delta t + u(t)\Delta t$$
$$x_2(t+\Delta t) = x_2(t) + c_1 x_1(t)\Delta t - c_2 x_2(t)\Delta t$$
$$x_1(0), x_2(0)$$

t yerine t=kΔt alınırsa $t+\Delta t = (k+1)\Delta t$ olur ve

$$x_1(t+\Delta t) = x_1((k+1)\Delta t)$$
$$x_2(t+\Delta t) = x_2((k+1)\Delta t)$$

ve $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$ olup,

$x(k)=\begin{bmatrix} x_1(k\Delta t) \\ x_2(k\Delta t) \end{bmatrix}$ gösterimi altında,

$$x(k+1)=\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1-x_3(k+1)\Delta t & 0 & 0 & 0 \\ x_3(k+1)\Delta t & 1-x_4(k+1)\Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$y(k)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}x(k) \quad (38)$$

durum-uzay modeli elde edilir [6]. Burada, Δt çok küçük bir değer olmak üzere örnekleme aralığıdır ve simülasyon çalışmasında 0.01 olarak alınmıştır. c_1 parametresi üçüncü durum değişkeni ve c_2 parametresi dördüncü durum değişkeni olarak modele eklenmiş ve böylece lineer olan model lineer olmayan modele dönüşmüştür. Lineer olmayan bu modelde durum ve parametre tahmini için İlerletilmiş Kalman Filtresi ve Kokusuz Kalman Filtresi yöntemleri kullanılabilir. Tahminleri karşılaştırmak amacı ile simülasyon çalışmasında parametrelerin değerleri,

a) $x_3(k)=0.7, x_4(k)=0.3$, $k=1,2,\ldots$ (parametreler zaman içinde sabit)

b) $x_3(k)=\begin{cases} 0.8 & , \quad k=1,2,\ldots,40 \\ 0.7 & , \quad k=41,42,\ldots,100 \end{cases}$

$x_4(k)=\begin{cases} 0.2 & , \quad k=1,2,\ldots,40 \\ 0.3 & , \quad k=41,42,\ldots,100 \end{cases}$ (parametreler zamanla değişiyor)

olarak üretilmiş ve tahminlerin hata kareler ortalaması hesaplanmıştır. Her üç yöntemde de başlangıç değerleri ve kovaryansları aynı alınarak sonuçlar hesaplanmıştır. Bu iki ayrı durum için sonuçlar aşağıda verilen Tablo 1 ve Tablo 2 ile özetlenmiştir.

a) Tablo 1. Parametreler zaman içinde sabit iken hata kareler ortalamaları

	Hata Kareler Ortalaması		
	İlerletilmiş Kalman Filtresi	**Kokusuz Kalman Filtresi**	**Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi**
x_1	0.041473	0.015340	0.014873
x_2	0.005537	0.002173	0.001927
x_3 (c_1)	0.004217	0.001891	0.001784
x_4 (c_2)	0.001183	0.000975	0.000597

b) Tablo 2. Parametreler zaman içinde değişiyorken hata kareler ortalamaları

	Hata Kareler Ortalaması		
	İlerletilmiş Kalman Filtresi	Kokusuz Kalman Filtresi	Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi
x_1	0.164664	0.070023	0.025069
x_2	0.060686	0.012322	0.011097
$x_3\ (c_1)$	0.028797	0.013736	0.003216
$x_4\ (c_2)$	0.002627	0.002051	0.001848

4. Sonuç

Simülasyon çalışmasının sonuçlarından da görüldüğü gibi önerilen Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi ile tahmin edilen durumların hata kareleri ortalamaları İlerletilmiş Kalman Filtresi ve Kokusuz Kalman Filtresi ile elde edilenlerden daha düşüktür. Yani, Uyarlı Kokusuz Kalman Filtresi ile elde edilen durum ve parametre tahminleri İlerletilmiş Kalman Filtresi ve Kokusuz Kalman Filtresine göre gerçek değerlere daha yakındır.

Kaynaklar

[1] Kalman, R. E. (1960), *A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, **Journal of Basic Engineering**, Vol. 82; 35-45.
[2] Chui, C. K. and Chen , G. (1991), *Kalman Filtering with Real-time Applications,* **Springer-Verlag**.
[3] Özbek, L.,Aliev. F. (1998), *Comments on Adaptive Fading Kalman Filter with an Application*. **Automatica,** Vol. 34, No:12, pp. 1663-1664.
[4] Julier, S. and Uhlmann, J. (1997), *A New Extension of The Kalman Filter to Nonlinear Systems,* In Int. Symp. Aerospace/Defense Sensing, **Simul. and Controls**, Orlando.
[5] Almagbile, A., Wang, J. and Ding, W. (2010). Evaluating the Performances of Adaptive Kalman Filter Methods in GPS/INS Integration, ***Journal of Global Positioning Systems,*** *Vol.9, No.1 :33-40.*
[6] Özbek, Levent; Köksal Babacan, Esin; Efe, Murat. Stochastic Stability of the Discrete-Time Constrained Extended Kalman Filter, **Turk J. Elec. Eng. & Comp. Sci**, Tübitak, Vol.18, No.2, 2010