

**Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kümeler Konusunda
Kurdukları Problemlerin İncelenmesi**
Analyzing The Problems About Sets Posed by The Sixth Grade Students

DOI= [10.17556/jef.22237](https://doi.org/10.17556/jef.22237)

Abdullah Çağrı BİBER *, Abdulkadir TUNA **

Özet

Bu çalışmada, 6. Sınıf öğrencilerinin kümeler konusunda problem kurma becerileri incelenmiştir. Kümeler konusu ile ilgili yürütülen bir problem kurma etkinliğinde öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların betimlenmesi amaçlanmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen 4 maddelik Problem Kurma Testi kullanılmıştır. Kümeler konusunda 6.sınıf öğrencilerinin problem kurabilme becerileri araştırılmıştır. Betimsel yöntemle yürütülen araştırmanın örneklemini, Kastamonu Merkez Ortaokulunda öğrenim gören 72 altıncı sınıf öğrencisidir. Yapılan çalışmada öğrencilerin genel olarak alıştırma düzeyinde problem kurma becerisine sahip olduğu ancak kurdukları problemlerde yaratıcılıklarını beklenen düzeyde ortaya koyamadıkları tespit edilmiştir. Bu noktadan hareketle, derslerde daha çok öğrencilerin yorum ve yaratıcılık güçlerini geliştirebilecekleri sorular üzerinde durulması gerektiği önerilmektedir.

Anahtar Sözcük: Problem kurma, problem kurma yaklaşımı, kümeler

Abstract

This study dwells on the problem posing skills of the 6th grade students in relation to the subject of sets. The purpose is to define the difficulties encountered by students within a problem posing activity about sets. 4-item Problem Posing Test

* Doç. Dr., Kastamonu Üniversitesi, acbiber@kastamonu.edu.tr

** Doç. Dr., Kastamonu Üniversitesi, atuna@kastamonu.edu.tr

developed by the researchers was used as a data collection tool. The problem posing skills of the 6th grade students were researched. This is a descriptive study. Sample of the study covers 72 sixth grade students studying in Kastamonu Merkez Middle School. At the end of the study, the students were generally seen to have problem posing skills at the level of practice. However, it was also seen that they cannot reveal their creativity at the expected level with the problems they pose. In this sense, this study suggests that the problems with which students can improve their interpretation and creativity skills should be attached more importance.

Key Words: Problem posing, problem posing approach, sets.

Giriş

Kümeler konusu günümüzde pek çok ülkenin ortaöğretim düzeyinde öğretilen matematik konuları içerisinde yer almaktadır ve matematikteki temel konulardan biri olarak görülmektedir. Hem matematik, hem de matematik eğitimi için bu denli öneme sahip bir konu olan kümelerle ilgili öğrencilerin kavramsal ve işlemsel düzeydeki öğrenme durumlarının incelenmesi ve öğrencilerde var olan yanlış ve hataların belirlenmesinin hem kümeler konusunun hem de matematik öğretiminin daha nitelikli kılınmasına katkı sağlayacağı düşünülmektedir (Moralı & Uğurel, 2010).

Öğrenme kuramcılarını bilişsel gelişimin büyük bir oranda sınıflama becerisine dayandığını savunurlar. Sınıflama becerisi ise küme kavramını temel alır (Olkun & Toluk, 2003). Küme kavramını matematiğin temelini oluşturduğundan, küme kavramının ve kümeler ile yapılan işlemlerin sağlıklı bir şekilde öğrenilmesi gerekir. Bu nedenle temel teşkil eden kümeler ile ilgili kavramsal bilgilerin edinilmesi ve

bu kavramlarla ilgili problemler kurulabilmesi için çaba gösterilmesi gerekmektedir.

Problem kurma bir takım zihinsel etkinlikleri yerine getirmeyi icap ettiren bir süreçtir. Problem kurma yeni problemler üretme ya da verilen bir problemi yeniden oluşturmadır (Ticha ve Hospesova, 2009). Problem kurma, problem çözme ile birlikte matematik eğitimi ve matematiksel düşünmenin merkezindedir (Silver, 1997). English (1998) problem kurmanın öğrencilerin düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirdiğini, onlara problem çözerken dikkat etme becerisi ve güven duygusu kazandırdığını ve matematiksel kavramların öğrenilmesine büyük katkı sağladığını gözlemiştir. Bazı matematik eğitimi araştırmacıları ve bazı kurumlar, problem kurmanın öğrencilerin matematik eğitimleri ile ilgili yönlerini geliştirmede önemli fırsatlar sağladığını vurgulamışlar; bu bağlamda matematik derslerinde problem kurma etkinliklerinin düzenlenmesini önermişlerdir (Silver ve Cai, 1996; Nakano, Hirashima ve Takeuchi, 2000). Alan yazında yapılan çalışmalar matematik eğitimi programlarında bu tür etkinliklerin desteklenmesinin öğrencilerin matematiksel düşünebilme becerilerinin gelişimine katkı sağlayacağını ortaya koymaktadır (Crespo, 2003; English, 1998; Lowrie, 2002; NCTM, 2000; Silver ve Cai, 1996).

Literatürde matematikte problem kurma üzerine birçok çalışma olduğu görülmektedir. Bu çalışmalardan bazılarında öğrencilerin problem kurma durumlarının analizi yapılmıştır. Işık (2011)'ın çalışmasında öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye

yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi yapılmıştır. Tam sayılı kesirlerde çarpma, iki kesrin bölümüne yönelik işlem ve kesir sayılarına anlam yüklemede eksiklikler olduğu görülmüştür. Işık ve Kar (2012a), çalışmasında sınıf öğretmeni adaylarının problem kurma becerilerini incelemişlerdir. Yarı yapılandırılmış durumlara yönelik farklı problemler kurabilme becerilerinin düşük olduğu belirlenmiştir. Basit hesaplamalar gerektiren problemlerin çok sayıda kurulduğu ancak ilişkilendirmeye yönelik problemlerin oldukça az olduğu görülmüştür. Işık ve Kar (2012b)'ın çalışmasında 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerin analizi yapılmıştır. Yedi güçlük düzeyi tespit edilmiş ve soruların zorluğuna göre güçlüğün değiştiği görülmüştür. Yine, Işık ve Kar (2012c)'ın çalışmasında ilköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerdeki hata analizine bakılmıştır. 7 hata türü tespit edilmiş, öğrencilerin kurdukları problemlerde bölmenin kavramsal boyutunu göz ardı ettikleri belirlenmiştir.

Bazı çalışmalarda ise öğrencilerin başarıları, yaratıcılıkları ya da problem çözme yetenekleri gibi farklı durumlar ile problem kurma durumları arasındaki ilişkinin incelendiği görülmektedir. English (1998)'in çalışmasında sayısal ve sözel problem çözmeye farklı başarı düzeylerinde olan öğrencilerin problem kurma yetenekleri incelenmiştir. Farklı başarı düzeylerindeki öğrencilerin problemin yapısına ve karmaşıklığına göre farklı cevaplar sergiledikleri görülmüştür. Ayrıca öğrenciler formal bağlamdaki problemlerde, informal bağlamdaki problemlere göre daha fazla zorlanmışlardır. Silver ve Cai

(1996)'nin çalışmasında öğrencilerin aritmetik problemi kurmaları istenmiş, kurdukları problemler çözülebilirlik, dil bilgisi, matematiksel karmaşıklık, kurulan problemler arasındaki ilişkiler yönlerinden analiz edilmiştir. Öğrencilerin kurdukları problemlerinin birçoğunun belirtilen kriterlere uyduğu, daha iyi problem çözme becerisine sahip olanların daha matematiksel ve karmaşık problemler kurabildikleri görülmüştür. Dede ve Yaman (2005)'in çalışmasında ise matematik öğretmen adaylarının hem problem çözme becerileri hem de problem kurma becerileri incelenmiştir. Genellikle problemleri çözebildikleri ancak yeni problemler kurmakta zorluk yaşadıkları görülmüştür. Van Harpen ve Sriraman (2013), öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarını problem kurma yeteneklerini analiz ederek incelemişlerdir. Öğrencilerin matematikte başarılı olsalar bile sözel ve sayısal problemler oluşturmada sorunlar yaşadıkları, yaratıcılıklarını istenilen düzeyde kullanamadıkları görülmüştür.

Problem kurma çalışmaları ile ilgili farklı türde çalışmalara da rastlanmaktadır. Nakano, Hirashima ve Takeuchi (2000)'nin çalışmasında öğrencilerin akıllı öğrenme ortamını kullanarak basit aritmetik problemler kurma uygulamaları yapmaları sağlanmıştır. Problem kurma üzerine yapılan çalışmalardan bazıları öğretmenin yönlendirmesinin problem kurma üzerine etkisini inceleme üzerinedir. Bu çalışmalardan Lowrie (2002)'nin çalışmasında öğrencilerin problem kurma durumlarında ürettikleri problem türleri tanımlanmıştır. Öğrenciler, öğretmen rehberliğinde gittikçe daha karmaşık, açık uçlu ve yeni problemlerle karşı karşıya bırakılmışlardır. Sonuçlar öğret-

menin yönlendirmesi ile problem kurma aktivitelerinin geliştirilebileceğini ve bu durumun öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine katkı sağlayacağını göstermektedir. Bazı çalışmalarda ise öğrencilerin problem kurma becerilerinin süreç içerisindeki değişimi incelenmektedir. Bu çalışmalardan olan Crespo (2003)'nun çalışmasında öğrencilerin üst düzey beceriler gerektiren problemlerin çözümünde zorlandıkları görülmüştür. Buradan yola çıkarak öğrencilerin problem kurma stratejilerindeki değişim incelenmiş, süreç içinde problem kurma becerilerinin değiştiği ve geliştiği gözlenmiştir. Öğrenciler zamanla daha karmaşık, farklı yaklaşımların bir arada kullanılmasını gerektiren problemler kurabilmişlerdir.

Bazı çalışmalar ise problem kurma ile ilgili görüşlerin alınmasına dayalıdır. Akay ve Boz (2009), problem kurma aktiviteleri ile ilgili öğretmen adaylarının görüşlerini almışlardır. Bu görüşler doğrultusunda problem kurma aktivitelerinin avantaj ve dezavantajları tartışılmıştır. Literatürde öğretim programlarında problem kurma çalışmalarına ne kadar yer verildiğinin incelendiği çalışmalar da mevcuttur. Kılıç (2011)'in çalışmasında matematik dersi (1-5) öğretim programında yer alan problem kurma çalışmaları incelenmiştir. Öğrenme alanlarına göre inceleme yapılmış, hangi kazanımlarda problem kurma aktivitelerine yer verildiğine bakılmıştır. Kazanımlara ve öğrenme alanlarına göre problem kurma aktivitelerine ayrılan yerin farklılık gösterdiği, daha çok serbest problem kurma çalışmaları olduğu görülmüştür. Matematiksel düşünmeyi geliştirici en temel unsurlardan biri de problem kurmadır, problem kurmanın söz konusu

olduğu her durumda matematiksel düşünme de gerçekleşmektedir. Problem kurma, matematiksel durumların keşfi, muhakeme etme, matematiksel fikirlerin yazılı olarak nasıl ifade edildiği ve kavramların nasıl anlaşılmasına yönelik önemli ipuçları içerir (Dickerson, 1999; Stoyanova, 2003). Bu nedenle, problem kurma kavramsal ve işlemsel öğrenmenin bir uygulama alanı olarak düşünülebilir ve bir değerlendirme aracı olarak kullanılabilir (Simon, 1993). Bu açıdan, öğrencilerin matematiksel bir problem kurarken nasıl düşündükleri ve nasıl bir çıkarımda bulduklarını anlamak, matematiksel düşünme ve problem kurma becerileri hakkında ipucu verebilir. Bu nedenle, bu çalışmada problem kurma sürecine odaklanarak matematiksel düşünme süreci incelenmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin kurdukları problemler incelenerek kümeler konusuna olan hakimiyetleri ortaya çıkarılmak istenmiştir. Bunun yanı sıra, öğrencilerin kavramsal olarak yaptıkları hatalar tespit edilip, bunların giderilmesine yönelik önerilerde bulunulmuştur. Dolayısıyla bu araştırmanın en genel amacı ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin kümeler kavramı ile ilgili bilgilerinin ve problem kurma becerilerinin betimlenmesidir.

Yöntem

Nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması yaklaşımı kullanılarak (Meriam, 1988; Stake, 1994) yürütülen bu çalışmada, ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin kümeler kavramı ile ilgili bilgilerinin ve problem kurma becerilerinin betimlenmesi amaçlanmıştır.

Bu amaç doğrultusunda, çalışmanın verileri betimsel araştırma analiz yöntemi temel alınarak gerçekleştirilmiştir. Betimsel araştırmalar bir katılımcı grubunun davranışını, tutumunu ve başarısını belirlemek için kullanılır ve bu tip çalışmalarda ne, nasıl sorularına cevap aranır (McMillan ve Schumacher, 2010). Araştırmanın amacı doğrultusunda, betimsel araştırmanın analiz yönteminin bu amacı gerçekleştirmede en uygun yöntem olduğu düşünülmüştür.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu belirlerken kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemi izlenmiştir (Patton, 1987). Buna göre araştırmanın katılımcıları, 2013-2014 öğretim yılı güz yarısında Kastamonu ilinin İlköğretim okulunun 6. sınıfında öğrenim gören toplam 72 öğrenciden oluşmaktadır.

Veri Toplama Aracı

Lin (2004) problem kurma çalışmalarının öğrencilerin matematiksel öğrenmeleri hakkında öğretmenlere bilgi veren kullanışlı bir değerlendirme aracı olduğunu söylemiştir. Problem kurma matematik öğretiminde önemli bir değerlendirme aracı olarak kullanılabilir (Lin& Leng, 2008). Çalışmada kümeler konusu ile ilgili 4 maddelik “problem kurma testi” veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Bu test 4 tane açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Literatürden faydalanılarak hazırlanmış olan sorular üç matematik eğitimcisi tarafından araştırmaya uygun olarak değerlendirilmiştir. Hazırlanan veri toplama araçlarında bulunan problemlerin ölçme amacına uygun olup olma-

dığı, ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği “uzman görüşüne” göre saptanmaktadır (Karasar, 1995). Bunun için önce bir grup uzman tarafından ölçme amaçları ve bu amaçların gerektirdiği içerik çözümlenmeleri yapılarak hazırlanmış problemlerin bu amaçları ve içeriği temsil edip edemeyeceği tartışılmıştır. MEB (2009) 6.sınıf matematik müfredatında “kümeler” alt öğrenme alanıyla ilgili kazanımları;

1. Bir kümeyi modelleri ile belirler, farklı temsil biçimleri ile gösterir.

2. Kümelerle birleşim, kesişim, fark ve tümeleme işlemlerini yapar ve bu işlemleri

problem çözmede kullanır.

3. Bir kümenin alt kümelerini belirler.

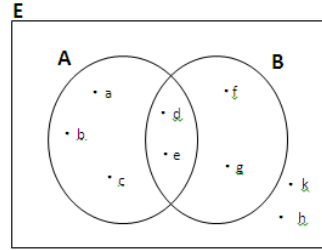
şeklinde sıralamıştır. Bu kazanımlar dikkate alınarak veri toplama aracı olarak kullanılan sorular oluşturulmuştur. Buna göre 1. Soru ile liste biçiminde verilen kümelerden yola çıkarak kümelerin kesişimi ile ilgili, öğrencilerden fark ve tümeleme işlemi yaparak sonuçta ulaşmaları beklenmektedir. Burada öğrencilerin yorumlama ve ilişkilendirme yapmaları gerekmektedir. 2. Soruda sözel bir açıklama verilerek öğrencilerden alt küme belirleme işlemi yürütmeleri istenmiştir. 3. Soru ile Venn şeması ile verilen kümelerle öğrencilerin birleşim, fark, kesişim ve tümeleme işlemlerindeki becerileri incelenmek istenmiştir. 4. Soruda eleman sayıları verilen kümelerle öğrencilerin işlem yapma becerileri sorgulanmaktadır. Ayrıca genel olarak kümelerle ilgili ilk kazanım olan “Bir kümeyi modelleri ile belirler,

farklı temsil biçimleri ile gösterir.” ifadesinin etkililiği bütün olarak veri aracı olan bu 4 soruda ayrı ayrı ele alınmaktadır. “Problem kurma testi” aşağıdaki sorulardan oluşmaktadır.

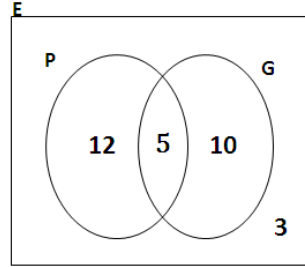
1) $A = \{1,2,3,a,b,c, \star\}$ $C = \{a, \star\}$ olmak üzere A ve C kümeleri veriliyor. Cevabı C kümesi olacak şekilde, A kümesini ve sizin oluşturacağınız herhangi bir kümeyi kullanarak bir problem cümlesi yazınız.

2) Günlük hayattan bir örnek vererek alt kümeyle ilgili bir soru oluşturunuz.

3) Aşağıda verilen Venn şemasını kullanarak 2 tane küme sorusu oluşturunuz.



4) Aşağıdaki şekilde verilen kümelerin eleman sayıları ilgili yerlerde belirtilmiştir. E bir sınıftaki öğrencilerin oluşturduğu kümeyi, P bu sınıftaki piyano çalanların kümesini ve G ise gitar çalanları ifade ettiğine göre, bu kümeleri kullanarak bir küme problemi oluşturunuz.



Verilerin Toplanması

Araştırma sorularının uygulaması 2013–2014 eğitim-öğretim yılının güz döneminin sonunda araştırmacılar ve belirtilen okullardaki ders öğretmenleri tarafından 1 ders saatinde yapılmıştır. Uygulamadan önce öğrencilere kuracakları problemlerin herhangi bir not ile değerlendirmeye tabi tutulmayacağı, araştırmanın sadece bir akademik çalışma için yapıldığı ve araştırmanın sonuçlarının onlarla paylaşılacağı söylenmiş ve gönüllü katılım sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

Bu çalışmada kullanılan Problem Kurma Testinde öğrencilerin kurmuş olduğu problemler betimsel araştırma analiz yöntemine uygun analiz edilmiştir. Analizlerde kurulan problemler doğru ve yanlış olarak katagorize edilmiştir. Katılımcı öğrencilerin çalışma sorularına yönelik kurdukları problemler için soruda verilen ifade çözüm olarak kabul edilebiliyorsa, soru “doğru” şeklinde kodlanmıştır. Bunun dışındaki her ifade “yanlış” olarak değerlendirilmiştir. Doğru kurulan problemler sözel ve sözel olmayan (sadece notasyon kullanarak), yanlış kurulan problemler ise eksik ya da konu ile alakasız olarak sınıflandırılmıştır. Birinci soruda öğrencilerden A kümesi ve “kendi

oluşturacakları başka bir küme” ile C kümesini elde edecek şekilde problem kurmaları istenmektedir. İstenen durumu kurduğu problem ile doğru ifade edebilenlerin cevapları “doğru” kabul edilmiştir. Burada öğrencinin C kümesini verecek şekilde kendi oluşturacağı kümeyi nasıl kurguladığı, bunu yaparken ne tür temsillerden (sözel ve sözel olmayan) yararlandığı da ayrıca incelenmiştir. İkinci soruda öğrencilerden günlük yaşamdan esinlenerek alt küme oluşturacak şekilde problem kurmaları istenmektedir. Burada öğrencilerin küme kavramını günlük hayattan örnekler ile nasıl bağdaştırdıkları görülmek istenmiştir. Ayrıca kurdukları problemlerde öğretmenin derslerde verdiği örneklerin etkisi de değerlendirilmiştir. Üçüncü maddede öğrencilerden şekilde verilen Venn şemasını kullanarak küme problemleri kurmaları istenmektedir. Bu soruda öğrencilerin Venn şeması ile ilgili okumalarını ne derecede kullanabildikleri incelenmiştir. Öğrenciler burada Venn şemasında verilen herhangi bir eleman grubunu ifade edecek şekilde problem kurmakta serbest bırakılmışlardır. Böylece öğrencilerin kendilerinden beklenen “Kümelerle birleşim, kesişim, fark ve tümlenme işlemlerini yapar” kazanımını ne kadar edindikleri de değerlendirilmiştir. Son soruda 3. maddeden farklı olarak verilen şemada kümenin elemanları değil, eleman sayıları belirtilmiştir. Öğrencilerden verilen şemadan yararlanarak bir küme problemi kurmaları istenmektedir. Burada da yine üçüncü maddedeki değerlendirme unsurları benzer bir şekilde dikkate alınmıştır. Çalışmanın verilerini Problem Kurma Testinde belirtilen sorular doğrultusunda 72 öğrencinin kurduğu problemler oluşturmaktadır. Problem kurma

testinden elde edilen puanlamanın güvenilirliğini test etmek için kodlayıcılar arasındaki uyuma bakılmıştır. Katılımcılara ait yanıtlar, üç gözlemci tarafından bağımsız olarak kodlandıktan sonra her madde için Cohen kappa uyum katsayısı hesaplanmıştır. Yapılan uyum istatistiğinde genel Cohen kappa katsayısı 0,87 bulunmuştur. Bu sonucun kodlayıcıların analizleri arasındaki tutarlığı ölçme konusunda yeterli olduğu görülmüştür.

Bulgular

Bu bölümde araştırmanın amacına uygun olarak belirlenen bulgulara ve yorumlara yer verilmiştir. Her bir soru ayrı ayrı incelenmiş ve elde edilen veriler tablolar halinde sunulmuştur.

Birinci Madde İçin Kurulan Problemlere Yönelik Bulgular

Öğrencilerin kurdukları problemlerin analiz bulguları Tablo 1’de verilmiştir.

Öğrencilerin 1. soruya vermiş oldukları cevapların analizi Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Birinci Madde İçin Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Analizi

Değerlendirme		f	Toplam f	%
<i>Doğru</i>	Sözel	4	20	27,78
	Notasyon	16		
<i>Yanlış</i>	Eksik	32	47	65,28

Alakasız	15		
Boş	5	5	6,94

Tablo 1 incelendiğinde öğrencilerin %27.78'nin doğru problem kurduğu, ancak buna karşın %65,28'nin ise istenilen şekilde bir problem kuramadıkları, %6,94'nün ise bu soruyu boş bıraktıkları görülmektedir. Burada öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (%72,22) yanlış problem kurmaları ya da bu soruyu boş bırakmaları dikkat çekicidir.

Tablo 1'e göre doğru problem kuran 20 öğrenciden 16'sı (%80) problemini notasyon kullanarak, sadece 4'ü (%20) ise problemini sözel ifadelerle oluşturmuştur. Aşağıda öğrencilerin doğru kurdukları problemlerden örnekler verilmiştir.

$A = \{1, 2, 3, a, b, c, \star\}$ bunların kesisi mi nedir.
 $B = \{a, \star, f\}$

Şekil 1. Sözel ifade edilen doğru kurulmuş problem örneği.

$a = \{1, 2, 3, a, b, c, \star\}$ $b = \{1, 2, 3, b, c\}$ buna göre
 $A/B = ?$

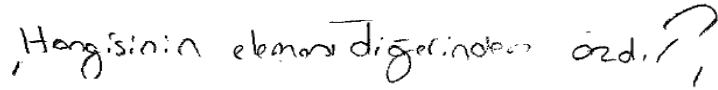
Şekil 2. Notasyon kullanılarak oluşturulan doğru problem örneği.

1.soruda yanlış problemlere bakıldığında, kurdukları problemleri eksik olan 32 öğrenci (%68.09) var iken, alakasız problemler oluşturan 15

öğrenci (%31.91) vardır. Yanlış kurulan problemlerden bazı örnekler aşağıda verilmiştir.



Şekil3. Eksik problem örneği



Şekil 4. Alakasız problem örneği

İkinci Madde İçin Kurulan Problemlere Yönelik Bulgular

Öğrencilerin kurdukları problemlerin analiz bulguları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. İkinci Madde İçin Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Analizi

Değerlendirme		f	Toplam f	%
Doğru	Sözel	34	35	48,61
	Notasyon	1		
Yanlış	Eksik	8	29	40,28
	Alakasız	21		
Boş		8	8	11,11

Tablo 2 incelendiğinde öğrencilerin %48.61’nin doğru problem kurduğu, ancak %40,28’nin ise yanlış problemler kurdukları, %11,11’nin

ise soruyu boş bıraktıkları anlaşılmaktadır. Burada doğru problemlerin sayısının fazlalığı ön plana çıkmaktadır.

Bu verilere göre doğru problem kuran 35 öğrenciden sadece 1'i (%2.86) problemini notasyon kullanarak, 34'ü (%97.14) ise problemini sözel ifadelerle oluşturmuştur. Aşağıda öğrencilerin doğru kurdukları problemlerden örnekler verilmiştir.

Bir tane bir tabağa elma, armut, ve kiraz koymuş bunları kaç farklı şekilde yiyebilirim.

Şekil 5. Sözel ifade edilen doğru kurulmuş problem örneği.

Öğrenci \subset Sınıf =
Sınıf \subset öğretmen =
Öğretmen \subset okul =
} Yandaki sorulara
doğru ve yanlış
şeklinde yazınız.

Şekil 6. Notasyon kullanılarak oluşturulan doğru problem örneği.

2. Soruda yanlış problemler incelendiğinde, eksik problem kuran 8 öğrenci (%27.59) varken, alakasız problemler oluşturan 21 öğrenci (%72.41) vardır. Yanlış kurulan problemlerden bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Elma ve armutun alt kümesi nedir.

Şekil 7. Eksik problem örneği

Venn kümesini çiziniz?

Şekil 8. Alakasız problem örneği

Üçüncü Madde İçin Kurulan Problemlere Yönelik Bulgular

Öğrencilerin kurdukları problemlerin analiz bulguları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3. Üçüncü Madde İçin Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Analizi

Değerlendirme	f	Toplam f	%
Doğru	Sözel	4	95,83
	Notasyon	65	
Yanlış	Eksik	0	4,17
	Alakasız	3	
Boş	0	0	0

Tablo 3 incelendiğinde öğrencilerin %95.83’nün doğru problem kurduğu, fakat %4,17’sinin ise istenilen şekilde bir problem kuramadıkları ve bu soruyu boş bırakmadıkları görülmektedir. Bu soruda kurulan problemlerin neredeyse tamamının (%95.83) doğru olması ve bu problemlerde %95 oranında (65 problem) notasyon kullanılmış olması dikkat çekicidir.

Buna göre doğru problem kuran 69 öğrenciden 65’i (%94.20) problemini notasyon kullanarak, yalnız 4’ü (%5.80) problemini sözel ifadelerle oluşturmuştur. Öğrencilerin doğru kurdukları problemlerden örnekler aşağıda verilmiştir.

A kümesinin elemanları nelerdir?
B kümesinin elemanları nelerdir?

Şekil 9. Sözel ifade edilen doğru kurulmuş problem örneği.

$$A \cup B = ?$$
$$A \setminus B = ?$$

Şekil 10. Notasyon kullanılarak oluşturulan doğru problem örneği.

3. soruda yanlış problemlere bakıldığında ise alakasız problemler oluşturan 3 öğrenci (%100) vardır. Aşağıda yanlış kurulan problemlerden bazı örnekler verilmiştir.

$$A' \setminus B = ?$$

Şekil 11. Alakasız problem örneği

Dördüncü Madde İçin Kurulan Problemlere Yönelik Bulgular

Öğrencilerin kurdukları problemlerin analiz bulguları Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4. Dördüncü Madde İçin Öğrencilerin Kurdukları Problemlerin Analizi

Değerlendirme	f	Toplam f	%
---------------	---	-------------	---

Doğru	Sözel	32	32	44,44
	Notasyon	0		
Yanlış	Eksik	28	40	55,56
	Alakasız	12		
Boş		0	0	0

Tablo 4 incelendiğinde öğrencilerin %44.44'ünün doğru problem kurduğu, ancak buna karşın %55,56'sının ise uygun bir problem kuramadığı anlaşılmaktadır. 4. soru, 3. soruya şekil itibariyle benzerdir. Verilen şekillerde 3. Soruda kümelerin elemanları, 4. Soruda ise eleman sayıları belirtilmiştir. 3. Soruda öğrencilerin problem kurmada gösterdikleri yüksek başarı, bu soruda gözlemlenmemiştir. Burada yanlış problem kuran öğrencilerin oranı (%55,56) dikkat çekicidir.

Buna göre doğru problem kuran 32 öğrencinin hepsi (%100) problemini sözel ifadelerle oluşturmuştur. Aşağıda öğrencilerin doğru kurdukları problemlerden örnek verilmiştir.

Bir sınıfta bulunan öğrencilerden 17'si piyano 15'i gitar çalmaktadır. Hem gitar hem piyano çalanlar ise 5 kişidir bunlara dışında 3 kişide hiçbir şey çalmamaktadır. Buna göre sınıf mevcud kaçtır?

Şekil 12. Sözel ifade edilen doğru kurulmuş problem örneği.

4. soruda yanlış problemlere bakıldığında ise, kurdukları problemleri eksik olan 28 öğrenci (%70) var iken, alakasız problemler oluşturan 12 öğrenci (%30) vardır. Yanlış kurulan problemlerden bazı örnekler aşağıda verilmiştir.

Bir sınıfta 17 kişi piyano, 15 kişi gitar çalmakta 5 kişi de her ikisinde de çalmaktadır buna göre sınıf mevcudu kaçtır?

Şekil 13. Eksik problem örneği

Kümenin elemanlarında kalan sayıların toplamı, kümenin elemanlarında kalan sayıların çarpımında kaç çıkar?

Şekil 14. Alakasız problem örneği

Sonuç ve Tartışma

İlköğretim 6.sınıf öğrencilerinin kümeler kavramı ile ilgili bilgilerinin ve problem kurma becerilerinin betimlenmesinin amaçlandığı bu çalışmada elde edilen sonuçlar, mevcut literatür ışığında değerlendirilmiştir. Problem kurma becerilerine yönelik sorulan sorulara tek tek bakılacak olursa birinci soruya öğrencilerin büyük

çoğunluğunun yanlış cevap verdiği görülmektedir. Bu soruda öğrencilerin verilen kümeler dışında kendilerinin de bir küme oluşturması ve verilen kümeler ile kendi oluşturdukları küme arasındaki ilişkileri göz önünde bulundurarak bir problem kurmaları istenmiştir. Bu yönüyle bu problem yorumlama, ilişkilendirme gibi becerileri gerektiren bir problemdir ve öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu yüzden yanlış cevap verdiği düşünülmektedir. Ayrıca doğru cevap veren öğrencilere bakıldığında büyük çoğunluğunun problemi notasyonla ifade ettikleri, sözel olarak ifade eden öğrenci sayısının çok az olduğu görülmektedir. Bu sorunun sözel ifadesinin notasyonla gösterime göre öğrenciler için daha kolay olduğu düşünülmektedir.

Problem kurma becerisine yönelik sorulardan ikincisi daha çok günlük hayatla matematiği ilişkilendirme üzerine sorulmuş bir sorudur. Bu soruya verilen cevaplar incelendiğinde doğru cevap veren öğrenci sayısının yanlış cevap veren öğrenci sayısından fazla olduğu görülmektedir. Ancak yanlış cevap veren öğrenci sayısı da oldukça fazladır. Buradan hareketle öğrencilerin günlük hayatla matematiği ilişkilendirmede zorlandıkları söylenebilir. Ayrıca doğru cevap veren öğrencilere bakıldığında çoğunun derste öğretmenlerinin kullandığı ifadeleri kullanarak ve aynı tip soru kalıbı ile problemler kurdukları, soruya kendilerinden pek bir şey katmadıkları görülmektedir. Doğru cevap veren öğrencilerin problemi ifade ediş şekillerine bakıldığında ise sadece bir öğrencinin problemi notasyonla ifade ettiği, diğer öğrencilerin tümünün sözel problem kurdukları görülmektedir. Soru kökünde matematiksel bir ifade verilmediği, öğrencilerden doğrudan

kendilerinin problem kurmalarının istendiği için notasyon kullanmadıkları, problemi sözel olarak ifade ettikleri düşünülmektedir.

Problem kurma becerisine yönelik sorulardan üçüncüsü öğrencilerin kümelerle ilgili derslerde sıkça rastladıkları alışılmış problem tipine benzemektedir. Burada öğrencilerden soruda verilen bir Venn şeması üzerinden problem kurmaları istenmiştir. Öğrencilerin neredeyse tamamının kümelerde işlem kavramına hâkim olduğu; birleşim, kesişim, fark vb. işlemleri anladıkları ve doğru biçimde kullanabildikleri görülmektedir. Venn şeması öğrenciler için somut bir gösterim olduğu için öğrenciler bu problemi kurmada zorluk yaşamamışlardır. Ayrıca doğru cevap veren öğrencilerin de neredeyse tamamı bu problemi notasyonla ifade etmişlerdir. Bu durumun soru tipinin sözel ifadeden çok notasyonla gösterime uygun olmasından kaynaklı olduğu düşünülmektedir.

Son soruda ise eleman sayıları verilen kümelerle öğrencilerin işlem yapma becerileri sorgulanmaktadır. Öğrencilerin büyük çoğunluğunun bu soruya yanlış cevap verdiği, buradaki yanlışın özellikle kesişim işleminde eleman sayısını dikkate almamaktan kaynaklı bir hata olduğu görülmektedir. Öğrenciler birden fazla kümenin eleman sayısını bir arada düşünme, yorumlama, ilişkilendirme gibi becerileri kullanmada sorunlar yaşamışlardır. Ayrıca doğru cevap veren öğrencilerin tamamı problemi sözel şekilde ifade etmiştir.

Genel olarak bakıldığında öğrencilerin soruları notasyonla ya da sözel olarak ifade edişlerinin soru türüne göre değiştiği

görülmektedir. Bu çalışma bu yönüyle literatürde problem kurma becerileri üzerine yapılan bazı çalışmalar ile benzerlik göstermektedir (Crespo, 2003; Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012a). Yine bu çalışmada öğrencilerin problem kurma sorularına yanlış cevap vermesinin bir sebebinin de konu ile ilgili kavramsal eksiklikler olduğu görülmektedir. Bu yönüyle çalışma problem kurmada kavramsal eksikliklerden kaynaklı yetersizliklerin olduğunu gösteren başka çalışmalarla benzerlik göstermektedir (Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012c). Çalışmadan elde edilen diğer bir sonuç ise öğrencilerin problem kurma durumlarında özgün olamadıklarıdır. Öğrenciler genelde öğretmenlerinin derslerde kullandığı soru kalıplarını kullanmış, kurdukları sorulara kendi düşüncelerinden pek bir şey katmamışlardır. Bu durum öğrencilerin problem kurarken pek yaratıcı olamadıklarını gösterir. Bu yönüyle çalışmanın matematiksel yaratıcılık ile problem kurma durumları arasındaki ilişkinin incelendiği Van Harpen ve Sriraman (2013)'ın çalışması ile benzerlik gösterdiği söylenebilir.

Bu çalışmadan farklı olarak literatürde başarı ya da problem çözme becerileri ile problem kurma durumları arasındaki ilişkinin incelendiği (Silver ve Cai, 1996; English, 1998; Dede ve Yaman, 2005), problem kurma becerisinin süreç içinde gelişiminin incelendiği (Lowrie, 2002), problem kurma durumları ile ilgili görüşlerin alındığı (Akay ve Boz, 2009) ve öğretim programında problem kurmaya ayrılan yerin tespit edildiği (Kılıç, 2011) çalışmalar gibi problem kurma durumları ile ilgili farklı araştırmalar da mevcuttur.

Bu çalışmada ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin verilenlerden yola çıkarak problemler kurmakta zorlandıkları, ayrıca öğrencilerin kümeler konusuna ait kavramsal hatalarının olduğu görülmüştür. Bu sonuca dayalı olarak aşağıdaki öneriler getirilmiştir.

- Öğretim programında ve sınıf içi etkinliklerde özellikle ilişkilendirme, yaratıcılık gibi becerilerin kullanılmasını gerektiren, matematiğin günlük hayatla ilişkisini gösteren problem kurma çalışmalarına daha fazla yer verilebilir.
- Öğrencilerin kurdukları problemler incelenip hatalı problemler tespit edildikten sonra bu problemler ders sürecinde tartışılarak öğrencilerin konu ile ilgili kavramsal hataları ve kavram yanlışlıkları giderilebilir.
- Öğretmen adaylarının problem kurma becerileri araştırılabilir. Eğer problem kurma becerilerinde eksiklikler varsa bu eksiklikleri gidermeye yönelik çalışmalar yapılabilir.
- Nitel ve nicel yöntemler bir arada kullanılarak öncelikle problem kurma sürecinde karşılaşılan güçlükler belirlenip daha sonra bu güçlükleri gidermeye yönelik deneysel çalışmalar yapılabilir.
- Daha geniş bir örneklem grubu ile çalışılarak öğrencilerin problem kurma becerileri incelenebilir.
- Öğretim programları, ders kitapları, öğretmen kılavuz kitapları ve öğrenci çalışma kitapları problem kurma çalışmaları açısından incelenebilir.

- Öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının problem kurma ile ilgili görüşleri alınabilir.
- Öğrencilerin problem kurma becerilerini geliştirici çalışmalara yer verilerek, süreç içerisinde problem kurma becerisinin nasıl geliştiği incelenebilir.

Kaynaklar

- Akay, H., & Boz, N. (2009). Prospective teachers' views about problem-posing activities. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 1(1), 1192-1198.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 243-270.
- Dede, Y., & Yaman, S. (2005). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem kurma ve problem çözme becerilerinin belirlenmesi [Investigation of prospective teachers' mathematical problem posing and problem solving skills]. *Eurasian Journal of Educational Research*, 18, 236-252.
- Dickerson, V.M. (1999). The Impact of Problem-posing instruction on the mathematical Problem Solving achievement of seventh-graders. *Unpublished doctoral dissertation. Emory University*, Umi Microform 9931793.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(1), 83-106.
- Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41(41), 231-243.
- Işık, C., & Kar, T. (2012a). Pre-service elementary teachers' problem posing skills. *Mehmet Akif Ersoy University Journal of Education Faculty*, 23, 190-214.
- Işık, C., & Kar, T. (2012b). Analyzing problems posed by 7 th grade students for addition operation with fractions. *Elementary Education Online*, 11(4), 1021-1035.
- Işık, C., & Kar, T. (2012c). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 12(3), 2289-2309.

- Karasar, N. (1995). *Bilimsel Araştırma Yöntemi (7. Baskı)*. 3A Araştırma Eğitim Danışmanlık Ltd.
- Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programında yer alan problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 54-65.
- Lin, K. M. & Leng, L. W. (2008). Using problem-posing as an assessment tool. *Paper presented at the 10th Asia-Pacific Conference on Giftedness*, Singapore.
- Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: The influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 87-98.
- MEB (2009). İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı. Ankara: MEB Basımevi.
- Moralı, S.. & Uğurel, I. (2010). Ortaöğretim öğrencilerinin kümeler konusundaki öğrenmelerinin değerlendirilmesi-I. *Akademik Bakış Dergisi*, 22 (1), 1-25.
- McMillan, H. J., & Schumacher, S. (2010). *Research in education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Nakano, A., Hirashima, T., & Takeuchi, A. (2000). A Learning environment for problem posing in simple arithmetical word problem. *Proceedings of International Conference on Computers in Education ICCE*, 14, 91-98.
- NCTM (2000). *Principals and Standarts for School Mathematics*, Reston, Va: National council of Teachers of Mathematics Pub.
- Olkun, S., Toluk, Z. (2003). *İlköğretimde Etkinlik Temelli Matematik Öğretimi*, Anı Yayıncılık, Ankara, s.221
- Pirie, S.E.B. (2002). Problem posing: What can it tell us about students' mathematical understanding. *Paper presented at the Proceedings of the 24th Annual Meeting North American Chapter of the International group for the Psychology of Mathematics Education*, (p.925-958). GA,Athens.
- Rivzi, N. F. (2004). Prospective teachers' ability to pose word problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 12,1-22.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM*, 29 (3), 75-80.
- Silver, E., A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school. *Journal For Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Simon, M.A. (1993). Pre-service elementary teachers' knowledge of division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 233-254.
- Stoyanova, E. (2003). Extending students' understanding of mathematics via problem-posing. *Australian Mathematics Teacher*, 59 (2), 32-40.

Tichá, M., & Hošpesová, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. In meeting of CERME (Vol. 6).

Van Harpen, X. Y. & Sriraman, B. (2012). Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 201-221.

Extended Summary

Employing case study approach, one of the qualitative research methods (Meriam, 1988; Stake, 1994), this study aims at describing the knowledge and problem posing skills of primary 6th grade students about the concept of sets. In this sense, the research data were collected via descriptive research analysis method. Descriptive studies are used to define the behaviors, attitudes, and achievements of a participant group and search for answers to the questions of what and how (McMillan and Schumacher, 2010). Considering the purpose of the present study, descriptive analysis method was deemed to be the most appropriate method for it.

In the study, a “problem posing test” including 4 items about the subject of sets was employed as a data collection tool. This test covers 4 open-ended questions. The questions which were prepared based on the literature were evaluated by three mathematics educators. Whether the problems in a prepared data collection tool are appropriate for the purpose of a measurement and whether they represent the area that needs to be measured are determined according to “expert views” (Karasar, 1995). Thus, a group of experts discussed whether or not the problems prepared based on the measurement purposes and the content analyses required by such purposes represented such purposes and contents.

It was seen that the forms of expression of the questions posed by the students (through notation or verbally) change by question type. The students were able to pose problems for practice whereas they had difficulty in posing problems requiring high-level thinking skills. In this sense, the results of this study are similar to those of some studies on problem posing skills in literature (Crespo, 2003; Işık,

2011; Işık and Kar, 2012a). In the present study, another reason for the students to give incorrect answers to problem posing questions was seen to be conceptual deficiencies. In this sense, this study is similar to some other previous studies revealing incompetence resulting from conceptual deficiencies (Işık, 2011; Işık and Kar, 2012c). Another result obtained from the study is that students are not capable of using their creativity for problem posing. In this sense, it is possible to say that the study provides similar results to those of Van Harpen and Sriraman (2013) exploring the relationship between mathematical creativity and problem posing.

Apart from this study, there are other studies in literature dwelling on the exploration of the relationship between achievement or problem-solving skills and problem posing (Silver and Cai, 1996; English, 1998; Dede and Yaman, 2005); analyzing the development of problem posing skills in time (Lowrie, 2002); receiving opinions about problem posing capabilities (Akay and Boz, 2009); determining the space allocated for problem posing within curricula (Kılıç, 2011); and so on. Based on the study results, recommendations below are put forward:

- In curricula and in-class activities, more space may be allocated for problem posing studies that require the use of high-level skills such as association and creativity and reveal the relationship between mathematics and daily life.
- After the problems posed by students are analyzed and the incorrect problems are determined, these problems may be discussed during the class, which may eliminate the relevant conceptual errors and misconceptions possessed by students.
- Problem posing skills of pre-service teachers may be investigated. If there are deficiencies in problem posing skills, appropriate steps may be taken to eliminate such deficiencies.
- The difficulties encountered during the problem posing process may be identified through qualitative and quantitative methods, and experimental studies may be carried out to remove such difficulties.

- The problem posing skills of students may be analyzed on a larger sample group.
- Curricula, textbooks, teacher guidance books, and students' workbooks may be analyzed in terms of problem posing activities.
- The views of in-service teachers and pre-service teachers regarding problem posing may be taken.

How problem posing skills are improved within the learning process may be analyzed by allocating space for activities which can improve students' problem posing skills.
