



Yanal yol tutuş kararlılığı için merkezi diferansiyel kontrolü tabanlı çekiş torku dağıtımı

Eray Teoman Önder*, S. Çağlar Başlamışlı

Hacettepe Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü, Ankara, 06800, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Binek araçlar için aktif merkezi diferansiyel
- Kararlılığın sağlandığı çoklu model geçişi
- Doğrusal matris eşitsizlikleri kullanımı ile doğru tork aktarımı ve yol tutuşu başarımı

Makale Bilgileri

Geliş: 28.07.2015

Kabul: 09.05.2016

DOI:

10.17341/gummd.79306

Anahtar Kelimeler:

Aktif merkezi diferansiyel,
tork aktarımı,
doğrusal matris eşitsizlikleri,
kutup yerleştirme,
çoklu model geçişi,
geçiş kararlılığı

ÖZET

Karayolu taşıtlarında, merkezi diferansiyelin aktif kontrolü için bir çoklu model geçişli kontrolcü (çmgk) algoritması oluşturulmuştur. aracın yol tutuşunda ve aktif güvenlikte etkin rol alan parametrelerin en kısa tepki süresinde, tasarlanmış kontrolcü kazancı sayesinde, beklenen, makul değerlerine yakınsaması istenmektedir. farklı tutunma katsayılarına sahip yol yüzeyleri baz alınarak doğrusallaştırma yapılmış ve farklı işletim noktaları için sistem modelleri oluşturulmuştur. bu modellerin her biri için, hızı karşı dayanımlı olacak durum geri beslemeli kontrolcü kazancı değerleri doğrusal matris eşitsizlikleri (linear matrix inequalities, lmi) kullanılarak elde edilmiştir. modeller arasında algoritmanın yapacağı geçişlerde kararlılık şartlarının sağlandığı gösterilmiştir. savrulma oranı için referans takibi sağlanmıştır. yol tutuşunda etkin diğer parametreler, kararlı sürüş için beklenen değerlerinde seyrederken, kontrolsüz araca göre yatışma zamanının kısaldığı ve salınımların azaldığı gözlenmiştir.

Torque distribution based on central differential mechanism control for lateral handling stability

H I G H L I G H T S

- Active central differential for an automobile
- Multi model switching with switching stability
- Correct torque distribution by using linear matrix inequalities and its impact on vehicle handling performance

Article Info

Received: 28.07.2015

Accepted: 09.05.2016

DOI

10.17341/gummd.79306

Keywords:

Active central differential,
torque transfer,
linear matrix inequalities,
pole placement,
multi model switching,
switching stability

ABSTRACT

A control algorithm has been proposed for multimodel switching control (mmsc) of the central differential mechanism of road vehicles. in such problems, the performance parameters related to vehicle handling are expected to converge to reference values in the shortest possible time by the use of appropriate controllers. in the present approach, operating points of the system are determined at two different levels of the road friction coefficient and linear system models are obtained around these points. for each of the models, state feedback controllers, which are robust against the change of vehicle speed, are designed by solving linear matrix inequalities (lmi) feasibility problems. it is proved that the proposed algorithm satisfies stability and performance conditions during switching between the system models that are operative under varying road conditions. Yaw rate reference tracking is achieved, driving stability ensured, settling time improved and oscillations in yaw rate and sideslip angle are reduced for the controlled vehicle.

* Sorumlu Yazar/Corresponding author: etonder@hacettepe.edu.tr / Tel: 0 505 374 5661

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Ülkemizde otomotiv ana başlığında birçok farklı alanda araştırma ve geliştirme çalışmaları devam etmektedir [1-3]. Bu çalışma da, yanıl yol tutuşu temelinde katkı sunmaktadır. Araçların savrulma dinamiği, dönemeçlerde, eğimli yollarda iniş-çıkışta ve boyuna ya da yanıl yönde değışen sürtünmenin olduğu durumlarda, güvenli sürüşü olumsuz etkileyecek tepkiler üretebilir. Sürücü ve yolcuyl huzursuz kılan, sürücü davranışını ve araç tepkisini uyumsuzlaştırarak manevra kabiliyetini düşüren kararsızlık durumu [4], büyük maddi kayıplara, daha da önemlisi ciddi yaralanmalara ve hatta ölümlere sebep olabilecek savrulma durumunu doğurabilir. Bu nedenledir ki, otomotiv endüstrisinde “araç kararlılığı kontrol sistemleri” nin kullanımı giderek artmakta, dahası, standart bir ekipman olarak yer almaktadır. Pazarda yaygın olan ABS, ESP, VDC gibi sistemlerin tümü araç kararlılığını frenleme ile sağlamaktadır [4]. Özellikle, sürücünün hızlanmayı dilediği durumlarda, bu sistemler, aracın boyuna başarımını düşürmektedir; başka bir deyişle taşıt yanıl kararlılığını, taşıt hızını düşürerek sağlamaktadır. Bunu aşmak için, dört-çeker araçlarda, savrulma dinamiklerini kontrol ederek, kararlılığın aktif tork dağılımıyla sağlanması üzerine bir çok çalışma yapılmaktadır [5]. Nissan V-TCS [6], Bosch CCC [7], Toyota Estima [8] ve yine merkezi diferansiyelin aktif kontrolüne yönelik [9] örnek gösterilebilir. Jalali, tezinde [10], bulanık mantıkla hesapladığı savrulma momenti kontrolcüsüyle tork aktarımı algoritmasını karşılaştırmaktadır. Bulanık mantık algoritmasına kıyasla, tork aktarımı algoritmasının, aracın savrulma oranı ve kayma açısını düşürerek daha iyi yol tutuşu, daha fazla dümenlemeyle daha yüksek savrulma oranında kontrol sağladığını ve bunların yanında boyuna başarımından kayıp verilmediğini göstermiştir. Bir diğler çalışmada, farklı tutunma katsayılarındaki yollarda, uygun tork dağıtımını yapacak, optimal bir kontrolcü tasarımı yapılmıştır [11]. Bunun için hızlar yerine ivmeler geri beslenmiştir. Oluşacak gerçek kuvvetler ile referans kuvvetler arasındaki

hatayı minimize edecek bir amaç fonksiyonu kullanılmış, ayrıca, değışen yol şartlarına dayanıklılık sağlanmıştır. [12]’de ise aktif sınırlı kaymalı diferansiyel tipi için H-sonsuz (H_∞) tasarımı ile geribeslemeli kontrol yapılmış, aracın savrulma kararlılığının frenlemeye ihtiyaç duymaksızın sağlanabildiği gösterilmiştir. Bu çalışmada; merkezi bir diferansiyel üzerinden yapılacak tork aktarımının kontrolünü frenlemeyle kontrol yapan sistemlere karşı güçlü bir alternatif teşkil edecek yenilikçi bir sürüş güvenliği sistemi sunulmuştur.

2. ARACIN DİNAMİK MODELİ (DYNAMIC VEHICLE MODEL)

Aracın dinamik modellenmesinde sıkça kullanılan ‘bisiklet modeli’, bu çalışmada formülasyonlara kaynaklık edecek model olarak belirlenmiştir. Aracın hız vektörü, Şekil 1’de gösterildiği gibi, aracın β kadar bir açıyla kaydığı dikkate alınarak ifade edildiğinden model β -bisiklet modeli olarak anılmaktadır. Doğrusal hareket denklemleri x ve y eksenleri doğrultusunda elde edilir, β ve $\dot{\psi}$ terimleri için düzenleme yapılırsa:

$$\dot{v} = \frac{F_{f,x} \cos(\delta - \beta) - F_{f,y} \sin(\delta - \beta) + F_{r,x} \cos \beta + F_{r,y} \sin \beta}{M} \quad (1)$$

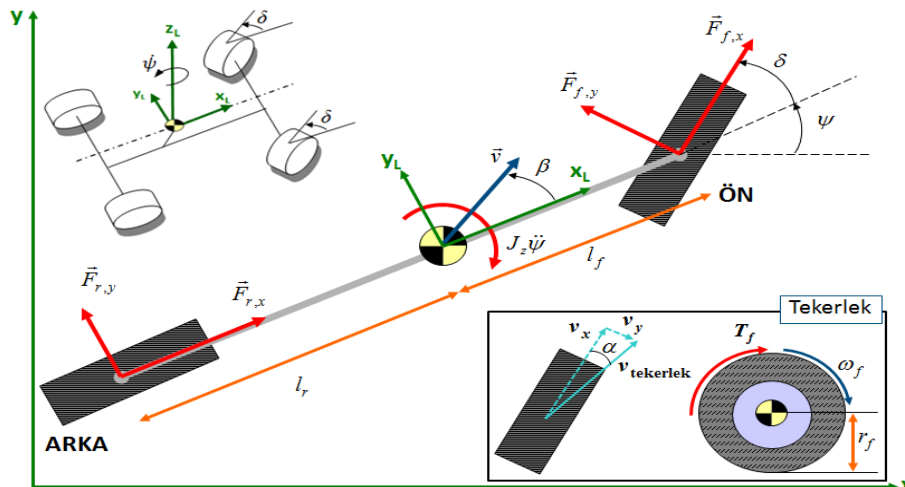
$$\dot{\beta} = \frac{F_{f,x} \sin(\delta - \beta) + F_{f,y} \cos(\delta - \beta) - F_{r,x} \sin \beta + F_{r,y} \cos \beta}{Mv} - \dot{\psi} \quad (2)$$

$$J_z \ddot{\psi} = F_{f,x} l_f \sin \delta + F_{f,y} l_f \cos \delta - F_{r,y} l_r \quad (3)$$

düzlemsel denklemleri elde edilir. β -bisiklet modelinin dinamik formülasyonuna tekerlek dinamiklerinin de eklenmesiyle kontrolcü tasarımında kullanılacak matematiksel araç modeli elde edilmiş olur.

$$J_f \dot{\omega}_f = T_f - F_{f,x} r \quad (4)$$

$$J_r \dot{\omega}_r = T_r - F_{r,x} r \quad (5)$$



Şekil 1. β -bisiklet modeli (β -bicycle model)

Yukarıda Eş. 1, Eş. 2, Eş. 3, Eş. 4 ve Eş. 5'te, M aracın kütleliğini, v aracın hızını, δ direksiyon açısını, $F_{f,x}$, $F_{r,x}$ öndeki ve arkadaki boyuna lastik kuvvetlerini, $F_{f,y}$, $F_{r,y}$ öndeki ve arkadaki yanal lastik kuvvetlerini, ψ savrulma açısını, J_z düzleme dik eksen (z eksen) etrafındaki atalet momentini, J_f , J_r ön ve arka tekerleklerin atalet momentlerini, ω_f , ω_r ön ve arka tekerleklerin açısal hızlarını, l_f , l_r ön ve arka aks ile aracın ağırlık merkezi arasındaki mesafeyi T_f , T_r ön ve arka aksa aktarılan motor torkunu ve r etkin tekerlek yarıçapını göstermektedir.

2.1. Lastik Modeli (Tire Model)

Magic formula [13] olarak bilinen lastik modeli, kayma-kuvvet grafiklerinde görülen doğrusal bölgenin ötesindeki büyük kayma açılarında da geçerli olan bir modeldir. Çalışmanın ana konusu tork aktarımının temelindeki sürtünme çemberi kavramı (Kamm Çemberi) dikkate alındığında, Magic Formula'nın, boyuna ve yanal kuvvetlerin her ikisini de üretmesi gerekir. Boyuna kayma, λ ; dönerken, tekerlek doğrultusundaki kayma miktarının ölçüsüdür ve v_x , tekerleğin boyuna hızı olmak üzere Eş. 6'daki gibi verilir:

$$\lambda = \frac{v_x - \omega r}{v_x} \quad (6)$$

Tekerleğin açısal hızı sıfırlandığında oran 1 olur ve bu tekerleğin kilitlenerek, dönmeyip, yalnızca kaydığını ifade eder. Yanal kayma açısı, α ise lastik temas yüzeyindeki hızın boyuna, v_x ve yanal, v_y doğrultudaki bileşenleri oranı olarak verilir; Eş. 7:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (7)$$

Böylece bileşik kayma modeli olarak anılan modelle birlikte; B sertlik, C şekil, ve E eğrilik çarpanı; D tepe değeri, S_h yatay ve S_v düşey öteleme olmak üzere Magic formula denklemleri Eş. 8, Eş. 9, Eş. 10, Eş. 11, Eş. 12 ve Eş. 13'teki gibi verilir: Boyuna kuvvet,

$$F_x = G_{x\alpha} F_{x0} \quad (8)$$

şeklinde ifade edilir. Burada bahsi geçen F_{x0} terimi sadece boyuna kaymanın olduğu durumlarda üretilen boyuna kuvvettir ve aşağıda ifadesi verilen $G_{x\alpha}$ terimiyle çarpılarak bileşik kayma esnasında oluşan boyuna kuvvet elde edilir.

$$F_{x0} = D_x \sin(C_x \arctan\{B_x(1 - E_x)(\lambda_x) + E_x \arctan[B_x(\lambda_x)]\}) + S_{vx} \quad (9)$$

$$G_{x\alpha} = \cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha}\alpha_S - E_{x\alpha}(B_{x\alpha}\alpha_S - \arctan(B_{x\alpha}\alpha_S))\}] / G_{x\alpha 0}$$

$$G_{x\alpha 0} = \cos[C_{x\alpha} \arctan\{B_{x\alpha}S_{Hx\alpha} - E_{x\alpha}(B_{x\alpha}S_{Hx\alpha} - \arctan(B_{x\alpha}S_{Hx\alpha}))\}] \quad (10)$$

Aynı şekilde yanal kuvvet de aşağıdaki formülasyonlarla elde edilir:

$$F_y = G_{y\kappa} F_{y0} \quad (11)$$

$$F_{y0} = D_y \sin(C_y \arctan\{B_y(1 - E_y)(\alpha_y) + E_y \arctan[B_y(\alpha_y)]\}) + S_{vy}$$

$$G_{y\lambda} = \cos[C_{y\lambda} \arctan\{B_{y\lambda}\lambda_S - E_{y\lambda}(B_{y\lambda}\lambda_S - \arctan(B_{y\lambda}\lambda_S))\}] / G_{y\lambda 0} \quad (12)$$

$$G_{y\lambda 0} = \cos[C_{y\lambda} \arctan\{B_{y\lambda}S_{Hy\lambda} - E_{y\lambda}(B_{y\lambda}S_{Hy\lambda} - \arctan(B_{y\lambda}S_{Hy\lambda}))\}] \quad (13)$$

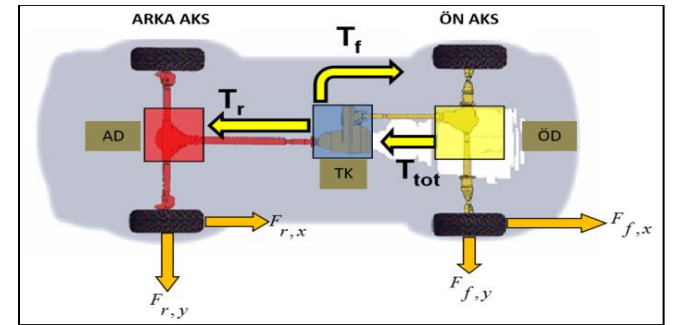
Öte yandan, bir lastikteki boyuna F_x ve yanal F_y kuvvet vektörlerinin bileşkesinin değeri, tutunma katsayısı ile tekerleğe binen dik yükün (F_z) çarpımından büyük olamaz [14]. Bu basit eşitsizlik sürtünme çemberiyle (Kamm Çemberi) ifade edilir ve Eş. 14'teki gibi verilir.

$$\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \leq \mu F_z \quad (14)$$

Bu kavramın işlevi Bölüm 3'de açıklanan Tork Aktarımı bahsinde ayrıntılandırılmıştır.

3. TORK AKTARIMI (TORQUE TRANSFER)

Sürtünme çemberi dikkate alındığında; bir tekerlek üzerindeki boyuna kuvvet arttığında, yanal kuvvet veya yanal kuvvet arttığı görülmektedir. Örneğin, ön aksa yapılan tork transferi, ön tekerlekteki boyuna kaymayı ve boyuna kuvveti arttıracak ve dolayısıyla yanal kuvveti düşürecektir. Eğer ön aksa aktarılan bu tork, arka aksa aktarılandan daha fazla ise arka tekerlekteki boyuna kuvvet düşüşü, ön tekerlektenden daha az olacak ve yine bu nedenle ön tekerlekte üretilen yanal kuvvet, arka tekerlektenden daha fazla düşecektir (Şekil 2).



Şekil 2. Akslara Tork Aktarımı (AD: Arka Diferansiyel, ÖD: Ön Diferansiyel, TK: Transfer Kutusu) [8] (Torque Transfer (AD: rear differential, ÖD: front differential, TK: Transfer Case))

Bu şartlarda önden kopma hadisesi meydana gelirken, torkun arka aksa daha fazla aktarılması durumunda ise arkadan kopma meydana gelecektir. Bu çalışmada, merkezi diferansiyelle sağlanacak, tork transferini kontrol edecek bir algoritma geliştirilerek, önden ve arkadan kopma durumlarına aktif frenlemeyle çözüm getirmeye çalışan; ABS, VDC, ESP gibi sistemlere karşılık önemli bir alternatif sunulacaktır [10], [11], [12], [15]. Motorun sağladığı toplam tork T_{tot} olmak üzere tork aktarımını

düzenleyecek kontrol girdisi olarak bir u değişkeni belirlenmiştir ve çalışma aralığı $-0,5 < u < 0,5$ olarak tanımlanmıştır. Buna göre, ön ve arka aksa aktarılacak tork miktarını aşağıdaki Eş. 15 ve Eş. 16 ile kontrol etmek mümkündür (Şekil 2).

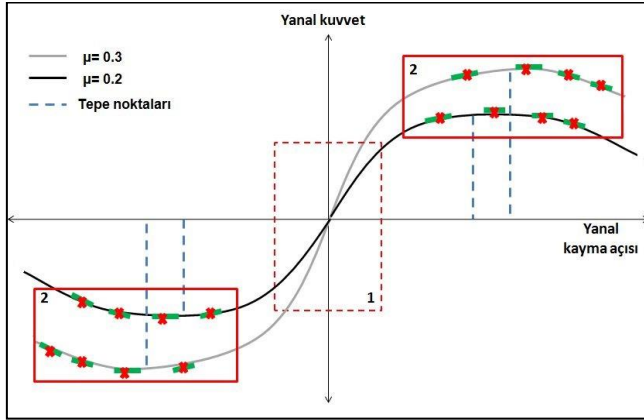
$$T_f = T_{tot}0,5 + T_{tot}u \quad (15)$$

$$T_r = T_{tot}0,5 - T_{tot}u \quad (16)$$

4. SİSTEMİN DOĞRUSALLAŞTIRILMASI, HIZA KARŞI DAYANIKLI KONTROLÇÜ TASARIMI VE DURUM UZAYI GÖSTERİMİ

(LINERIZATION OF THE SYSTEM, ROBUST CONTROLLER DESIGN AGAINST SPEED AND STATE SPACE REPRESENTATION)

Eş. 1-Eş. 5 arası denklemlerle ifade edilen araç modelinin bu bölümde durum uzayındaki gösterimi elde edilmiştir. Sistemin sabit toplam torkla çalıştığı varsayılmaktadır ve dolayısıyla sistem, kontrol girdisi, u ve direksiyon açısı, δ 'nın etkisindedir. Sistemin, kayma-kuvvet grafiklerinde görülen, doğrusal davranışın olmadığı bölgelerde kontrol edilebilmesi için, söz konusu bölgeler, ayrı kontrolcü kazancına sahip, farklı modeller olarak ele alınmıştır; örnek işletim noktaları Şekil 3'te görülmektedir.



Şekil 3. Yanal Kayma-Kuvvet grafiği (1) doğrusal bölge, (2) doğrusal olmayan bölge
(Side slip angle-side force graph (1)linear region, (2) nonlinear region)

Kontrolcü tasarımı ile sistemin hıza karşı dayanım sağlayacağı göz önüne alınarak hız terimi parametrik bırakılacaktır. Böylece hız parametresine bağlı olan sistem durumları cinsinden durum vektörü x ve bozucu büyüklük vektörü w , Eş. 17 ve Eş. 18'deki gibi ifade edilmektedir.

$$x = [\beta \quad \psi \quad w_f \quad w_r]^T \quad (17)$$

$$w = [\delta \quad T_{tot}]^T \quad (18)$$

Farklı tutunma katsayıları için, aracın doğrusal hızı v parametrik olarak bırakılırken; direksiyon açısı değiştirilerek kayma-kuvvet grafiğinde görülen, (Şekil 3), işletim noktaları için kayma değerleri ve savrulma oranları belirlenerek bu noktalar etrafında doğrusallaştırma

yapılmıştır. Tüm işletim noktaları için elde edilecek sistemler hıza bağlıdır. Yapılan doğrusallaştırma işlemi sonucu hıza bağlı elemanlar son derece karmaşık fonksiyonlar olarak elde edilmektedir. Bu nedenle, hız bağımlı sistem matrisi elemanlarına ikinci dereceden polinom eğriler uydurulmuştur. Sistem; polinomun hızın karesi ve hız terimi ($Y_{i,2}, Y_{i,1}$) ile sabit sayıyı (Y_i) içeren üç kısma ayrılmasıyla Eş. 19'daki gibi ifade edilirken; girdi matrisi hıza bağlı değildir, dolayısıyla tüm sistemler için sabit, B_u olarak gösterilmektedir. Eş. 20 ile verilmektedir. Burada, A sistem, B girdi matrislerini ve i indisi farklı direksiyon açılarındaki doğrusallaştırma esnasında elde edilen N adet sistemi ifade etmektedir.

$$A_i = Y_{i,2}v^2 + Y_{i,1}v + Y_i \quad (19)$$

$$B_i = B_u \quad (20)$$

Uygulamada hızın değişken olması kontrolcü tasarımında hızın değişimine karşı dayanıklı bir kontrol algoritması benimsenmesini gerektirmektedir. Bu yaklaşımda $\underline{v} < v < \bar{v}$ ile hız değeri alttan ve üstten sınırlı bir aralıkta tanımlanır ve A ve B matrisleri $\sigma_1 = v$ ve $\sigma_2 = v^2$ zaman değişkeni parametrelerini içeren Y_i ötelemeli ilgin (afin) fonksiyonu olarak ifade edilir [16]. σ_1 ve σ_2 parametreleri Eş. 21'deki gibi sınırlıdır:

$$\underline{\sigma}_1 < \sigma_1 < \bar{\sigma}_1, \underline{\sigma}_2 < \sigma_2 < \bar{\sigma}_2; \underline{\sigma}_1 = \underline{v}, \bar{\sigma}_1 = \bar{v}, \underline{\sigma}_2 = \underline{v}^2, \bar{\sigma}_2 = \bar{v}^2 \quad (21)$$

Buna göre, sisteme $\underline{v} \equiv v_{min}$ ve $\bar{v} \equiv v_{maks}$ aralığında hıza karşı dayanıklı kontrolcüler tasarlanabilmektedir. Değişen hızlar dikkate alındığında sistem parametrisasyonu Eş. 22'deki gibi ifade edilir:

$$A_{i,1} = Y_{i,2}\bar{\sigma}_2 + Y_{i,1}\bar{\sigma}_1 + Y_i, A_{i,2} = Y_{i,2}\bar{\sigma}_2 + Y_{i,1}\underline{\sigma}_1 + Y_i$$

$$A_{i,3} = Y_{i,2}\underline{\sigma}_2 + Y_{i,1}\bar{\sigma}_1 + Y_i, A_{i,4} = Y_{i,2}\underline{\sigma}_2 + Y_{i,1}\underline{\sigma}_1 + Y_i \quad (22)$$

Tasarımı Bölüm 5'te verilen kontrolcü değeri ile birlikte ve B_w, δ ve T_{tot} değerlerini içeren eşitliklerden doğrusallaştırma ile elde edilen, w vektörünü çarpan matris olmak üzere, durum uzayı gösterimi Eş. 23'teki gibi verilir:

$$\dot{x} = (A_{i,n} + B_u K_i)x + B_w w \quad (23)$$

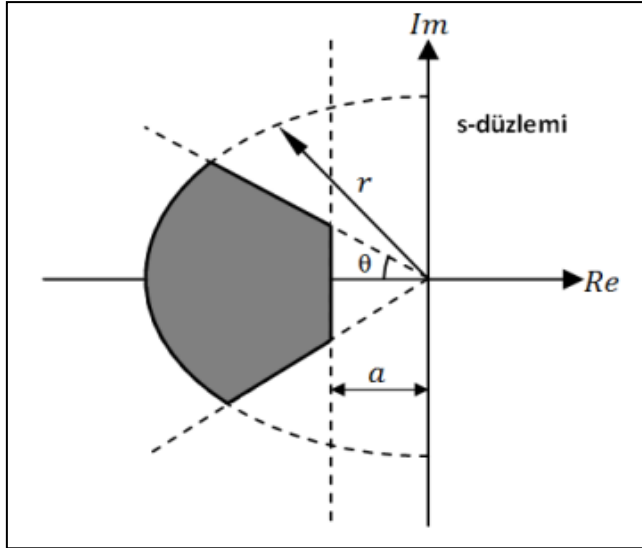
5. DOĞRUSAL MATRİS EŞİTSİZLİKLERİ İLE KONTROLÇÜ TASARIMI: HIZA KARŞI DAYANIKLI VE KUTUP YERLEŞTİRME TABANLI, DURUM GERİ BESLEMELİ KONTROLÇÜ TASARIMI

(CONTROLLER DESIGN BY LINEAR MATRIX INEQUALITIES: ROBUST AGAINST CHANGE OF THE VEHICLE SPEED AND BASED ON POLE PALCEMENT, STATE FEEDBACK CONTROLLER DESIGN)

Bu bölümde, öncelikle, Eş. 23'te verildiği gibi dayanımlı kalınması istenilen hız aralıklarının kombinasyonlarından

oluşan dört alt sistem arasında, izahı *Teorem 5.1*'de verilen, ortak P Lyapunov matrisinin bulunması ile bu dört alt sistemi içeren bir A_i sistemine ait bir K_i kontrolcü kazancı elde edilecektir. Şekil 3'te gösterilen işletim noktasındayken kullanılacak her bir kontrolcünün başarımlarının en yüksek ve kontrolcüler arası geçişlerde sistemin kararlı olmasını sağlamak amacıyla, doğrusal matris eşitsizlikleri ile kazanç değerleri belirlenecektir (Şekil 5'te N adet K_i). Geçici tepkinin istenildiği gibi olması için [17], [18]'de bahsi geçen kutup yerleştirme teoremi kullanılacaktır.

Teorem 5.1: s -kompleks düzlemin solunda bir alt alan olmak üzere, doğrusal $\dot{x} = Ax$ dinamik sisteminin kutupları ancak ve ancak pozitif tanımlı simetrik bir P matrisi bulunabiliyorsa S bölgesindedir ve sistem S -kararlıdır. Öyle ki, Şekil 4'teki $S(a, r, \theta)$ gibi bir S bölgesi için Eş. 24, Eş. 25 ve Eş. 26'da verilen şu eşitsizlikler sağlanmalıdır:



Şekil 4. $S(a, r, \theta)$ Bölgesi ($S(a, r, \theta)$ region)

$$PA + A^T P + 2aP < 0 \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} -rP & PA \\ A^T P & -rP \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (PA + A^T P) & \cos \theta (PA - A^T P) \\ \cos \theta (A^T P - PA) & \sin \theta (PA + A^T P) \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

Burada a en küçük sönüm hızını, r en büyük sönümsüz doğal frekansı, θ ise en küçük sönüm oranını tayin eder. Kontrolcü tasarımı esnasında, *Teorem 5.1* uygulanırken, K kontrolcü kazancı ve durum geri beslemeli kontrolcü girdisi $u = Kx$ olmak üzere sistem matrisi, A , çoklu modeller için Eş. 27'deki gibi yazılır:

$$A = A_{i,n} + B_u K_i \quad i = 1, 2, \dots, N; n = 1, 2, 3, 4 \quad (27)$$

$$L_i = P_i^{-1}, M_i = K_i L_i \quad (28)$$

Değişken değiştirmeleri yapıldıktan sonra çoklu model için durum geri beslemeli kontrolcü tasarımı esnasında kutup yerleştirmenin gerçekleştirilmesi için gerekli olan doğrusal matris eşitsizlikleri, Eş. 28 dikkate alınarak, Eş. 29, Eş. 30 ve Eş. 31'deki gibi ifade edilmiştir:

$$L_i(A_{i,n})^T + A_{i,n}L_i + B_u M_i + M_i^T B_u^T < 0 \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} -rL_i & A_{i,n}L_i + B_u M_i \\ L_i(A_{i,n})^T + M_i^T B_u^T & -rL_i \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta (L_i(A_{i,n})^T + A_{i,n}L_i + B_u M_i + M_i^T B_u^T) \\ \cos \theta (L_i(A_{i,n})^T - A_{i,n}L_i - B_u M_i + M_i^T B_u^T) \\ \cos \theta (-L_i(A_{i,n})^T + A_{i,n}L_i + B_u M_i - M_i^T B_u^T) \\ \sin \theta (L_i(A_{i,n})^T + A_{i,n}L_i + B_u M_i + M_i^T B_u^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

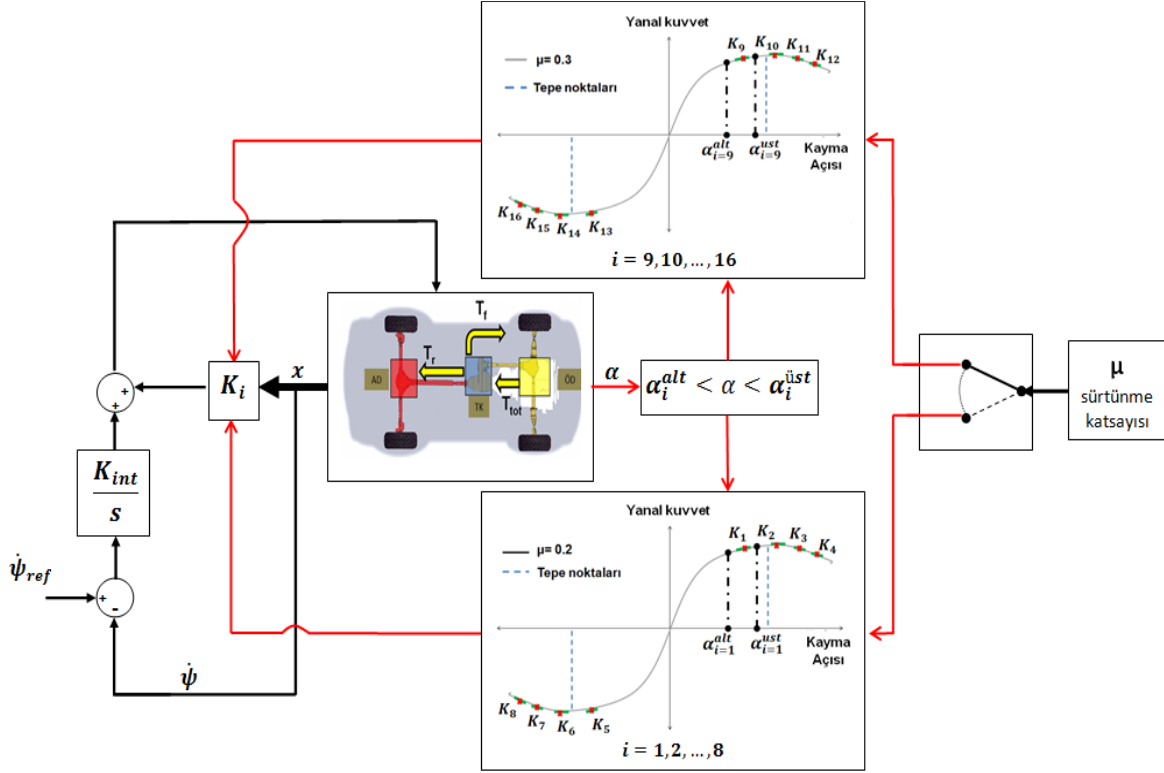
Dayanıklı olması beklenen hız aralığı v_{min} ve v_{maks} değerleri girilip $A_{i,n}$ sistem matrisleri elde edilir. Buradan L_i ve M_i için fizibilite sağlandığında (eşitsizliklerin çözümünden L_i ve M_i matrisleri elde edildiğinde) N sistem için N adet kontrolcü kazancı elde edilir ve son olarak, Eş. 32'deki ifadeyle verilir:

$$K_i = M_i L_i^{-1} \quad (32)$$

5.1. Çoklu Model Geçişi: Durum Geri Beslemeli Kontrolcüler Arası Geçiş Kararlılığı (Multimodel Switching: Switching Stability between State feedback Controllers)

Araç sürücüsü, direksiyonu farklı büyüklük ve yöndeki açılarla çevirdikçe, kayma açısı dolayısıyla sistemin yakınsadığı ilgili işletim noktaları etrafında doğrusallaştırılmış sistemler değişecektir. Ayrıca araç seyir halindeyken tutunma katsayısının da değişebileceği göz önünde bulundurulduğunda yeni işletim noktaları etrafında doğrusallaştırılmış yeni sistemler eklenecektir. Tasarlanan kontrol algoritması, bu sistemler arasında geçiş yapmalıdır. Dahası, geçişler sırasında sistemin hep kararlı davranış göstermesi beklenmektedir. Bu kısımda, Ortak Lyapunov matrisinin varlığının belirlenmesi ile geçişin kararlılığı koruduğu gösterilmiştir. Durum geri beslemeli kontrol formülasyonu uyarınca verilen doğrusal matris eşitsizlikleri; X simetrik pozitif tanımlı bir matris olmak üzere, fizibilite sağlıyor, başka bir deyişle, gerçekleştirilebiliyorsa; birden fazla sistem için elde edilen tek bir X çözümü ile ikilenik Lyapunov fonksiyonu yazılabilir [17]. Böylece, yapılacak geçişlerde sistemlerin kararlı davrandığı söylenir. Çalışmada, Şekil 3'teki işletim noktalarının oluşturduğu sistemler $A_{i,n}$ ve bunlar için Eş. 32 ile elde edilen kontrolcü kazançları kullanılarak, Eş. 33'te gerçekleştirilmiştir.

$$(A_{i,n} + B_u K_i)^T X + X(A_{i,n} + B_u K_i) < 0; X > 0 \quad (33)$$



Şekil 5. Kontrol diyagramı (Control diagram)

5.2. Kontrol Diyagramı (Control Diagram)

Çalışma esnasında yol tutunma katsayısının ve lastik yanal kayma açılarının tahmin edilebildiği kabulü yapılmıştır. Literatürde, bu değerlerin tahmini için gözlemci tasarımları yer almaktadır. Bu çalışmanın yazarlarının bu konu ile ilgili yaptığı çalışmalara kaynakça kısmında yer verilmiştir [19-21]. Şekil 5’teki gibi kontrol diyagramı oluşturulmuştur. Bulunulan tutunma katsayısına ve dümenleme açısına göre oluşan lastik yanal kayma açısı hangi aralıkta ise etrafında sistem doğrusallaştırması yapılan en yakın noktaya ait kontrolcü kazancı seçilmektedir. Mevcut durumda, 16 adet kontrolcü kazancı 2 farklı tutunma katsayısı durumu için elde edilmiştir.

Daha fazla sayıda tutunma katsayısı değeri için daha fazla kontrolcü elde etmek mümkündür ancak yapılan benzetim çalışmalarında merkezi diferansiyel kontrolcüsünün özellikle düşük tutunma katsayılarında oldukça etkin olduğu tespit edilmiştir. Zira, yüksek tutunma katsayılarında boyuna kuvvetin yanal kuvvete etkisi ve dolaylı olarak aracın yanal tepkisindeki etkinliği azalmaktadır. Son olarak Şekil 5’te referans takibinin iyileştirilmesi için tasarlanan integratör kazancı K_{ini} ile ifade edilmiştir.

6. BENZETİM SONUÇLARI (SIMULATION RESULTS)

Araç modeli olarak kullanılan, doğrusal olmayan β -bisiklet modeli, kontrol algoritması olmayan ve kontrol

algoritmasının eklendiği iki sistem olarak, Simulink ortamında kurulmuştur. Her iki modele referans savrulma oranı ve kayma açısı değeri verilerek, referans takibi ve yol tutuşunda, kontrol algoritmasının, kontrolsüz sisteme kıyasla ne derece başarılı olduğunun gösterilmesi için benzetimler yapılmıştır. Benzetimlerden, değişen yol şartları (farklı tutunma katsayıları) ve dümenleme açılarında sonuçlar elde edilmiştir.

6.1. Referans savrulma oranı ve Kayma Sinyalleri (Reference Yaw Rate and Sideslip Angle Signals)

Referans savrulma oranı ve Kayma Sinyalleri yol tutunma katsayısı ile sınırlı olacaktır. Buna göre $\beta_{maks} = 0,9\mu$, $\psi_{maks} = \mu g/v_x$ olmak üzere referans değerleri doğrusal bisiklet modelinden elde edilmektedir [16], Eş. 34 ile verilmiştir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{C_f+C_r}{Mv_x} & -1 + \frac{l_f C_f + l_r C_r}{Mv_x^2} \\ -\frac{l_f C_f + l_r C_r}{J_z} & -\frac{l_f^2 C_f + r^2 C_r}{J_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_f}{Mv_x} \\ \frac{l_f C_f}{J_z} \end{bmatrix} \delta \quad (34)$$

Bu modelde lastikler doğrusal davranmaktadır, böylece yanal kuvvetin yanal kayma açısına oranı yanal kayma katsayısı olarak tanımlanır ön ve arka lastikler için Eş. 35’te verilir:

$$C_f = \frac{F_{f,y}}{\alpha_f}; C_r = \frac{F_{r,y}}{\alpha_r} \quad (35)$$

Tablo 1. Kontrolcü Kazançları (Controller gains)

Tutunma katsayısı	Dümenleme açısı δ (derece)	Geçiş sinyali rengi
$\mu = 0,2$	0,5	K_1
	1	K_2
	1,5	K_3
	2	K_4
	-0,5	K_5
	-1	K_6
	-1,5	K_7
	-2	K_8
$\mu = 0,3$	0,5	K_9
	1	K_{10}
	1,5	K_{11}
	2	K_{12}
	-0,5	K_{13}
	-1	K_{14}
	-1,5	K_{15}
	-2	K_{16}

Sonuç olarak referans sinyaller Eş. 36 ve Eş. 37'deki gibi tayin edilmiştir.

$$\beta_{ref}(t) = \min\{\beta_{maks}(\mu) \text{sign}(\delta(t)), \beta(t)\} \quad (36)$$

$$\psi_{ref}(t) = \min\{\psi_{maks}(\mu) \text{sign}(\delta(t)), \psi(t)\} \quad (37)$$

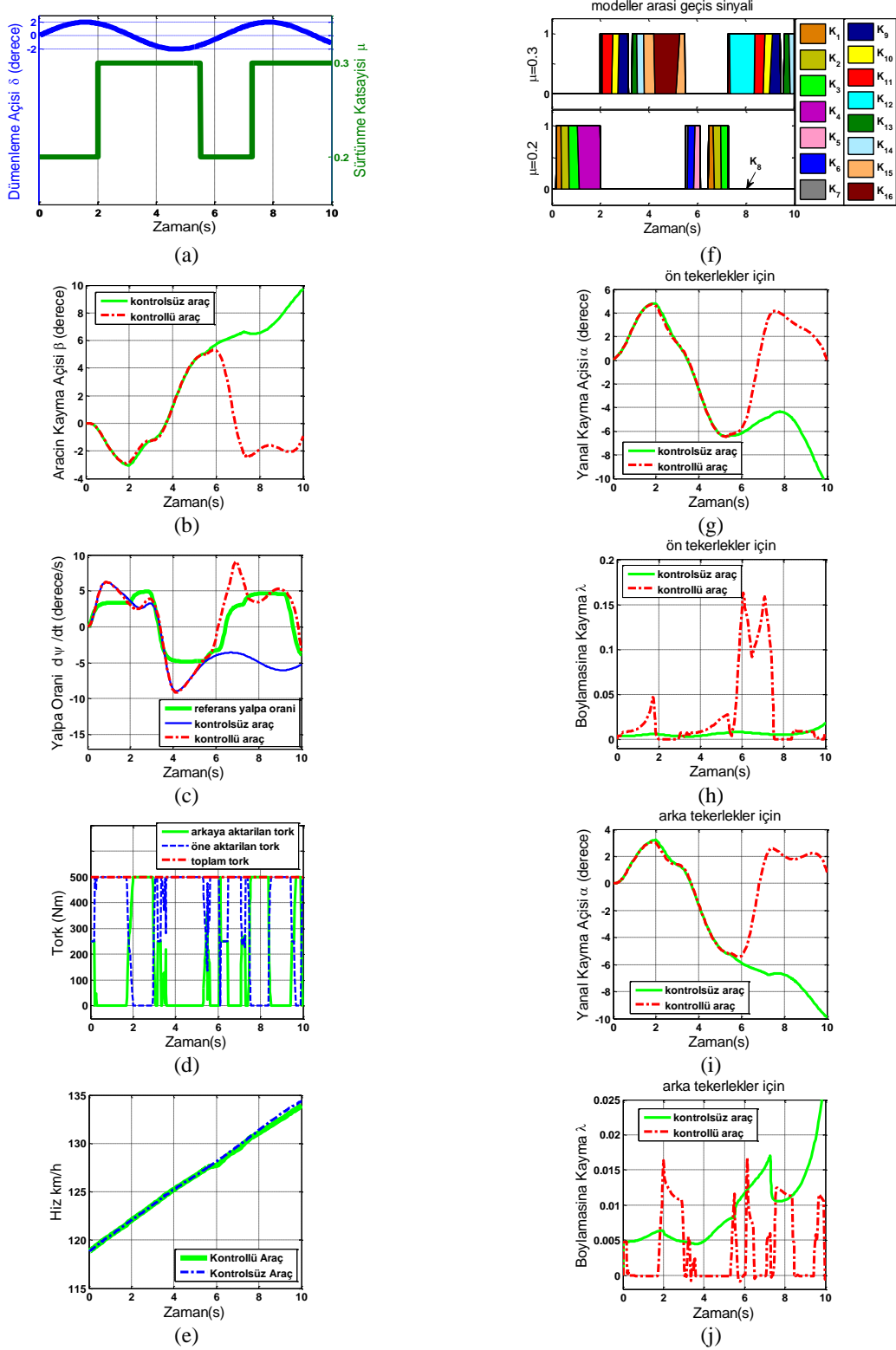
6.2. Benzetim Sonucu Grafikleri (Graphical Results of the Simulations)

Benzetimlerde, modeller arası geçişin gözlenebilmesi için her modele bir renk atanmıştır ve K_i modellere ait, doğrusal matris eşitsizliklerinin çözümü ile elde edilen kontrolcü kazancı vektörünü ifade etmektedir. Modeller arasındaki geçiş (f) isimli sinyal grafiklerinden anlaşılabilir. Çalışan kontrolcüyü işaret eden renk kodları Tablo 1'de verilmiştir.

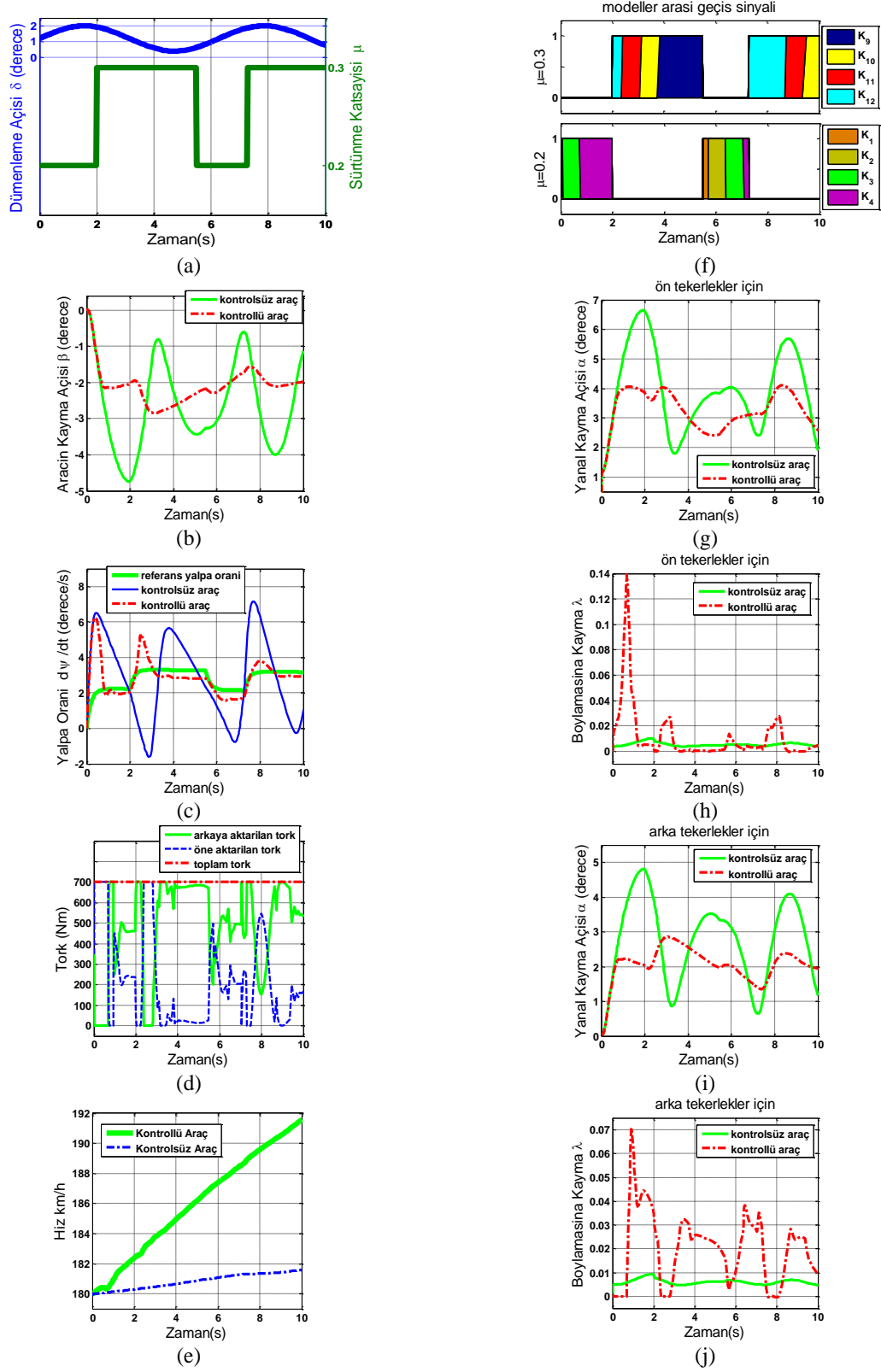
Aktif merkezi diferansiyelin etkinliği, hız, tutunma katsayısı ve dümenleme açısı temelinde gösterilmiştir. Senaryolar iki farklı hız (120 km/h ve 180 km/h), iki farklı tutunma katsayısı 0,2 ve 0,3'ten oluşturulmuş bir sürtünme profili ile $\pm 2, 0,4$ ve 2 derece genlikli sinüs dümenlemenin değişen birleşimlerini içerir. Benzetimlerde; araç kütlesi 1988 kg, ağırlık merkezinin ön-arka aksa uzaklığı 1,15 ve 1,43 m, savrulma atalet momenti 4510 kg-m², tekerleklerin

yarıçapı ve atalet momentleri 0,313 m ve 2 kg-m² model parametre değerleridir. Tasarlanan kontrolcülerin sistem davranışını hızı karşı dayanımlı kıldığı Şekil 6-7 (e)'de görülen hız artışına rağmen kontrolün sağlanıyor olmasından anlaşılmaktadır. Kontrollü aracın tepkisindeki salınımlar, kontrolsüz aracinkinden kayda değer ölçüde düşüktür. Şekil 7 (e)'de görülen, toplam tork artışının getirdiği 10km/h'lik hızlanma makul mertebededir ve tork artışının kontrol başarımını yükselttiği gözlemlenmektedir.

Şekil 6'da görüldüğü gibi kontrolsüz araç kararsızdır ve kaymıştır. Kontrolsüz araç Şekil 7'de kararsız duruma düşmemiş olsa da kayma değerleri oldukça yüksektir. Kontrollü aracın ise, yüksek hızlarda dahi, frenleme yapmaksızın sürüşü dengeleyebilecek potansiyelde olduğu açıktır; kararsız durumdan her koşulda uzaktır ve kaymayı düşürmektedir. Şekil 6'da, öne daha fazla aktarılmış olan tork, ön tekerleklerdeki boyuna kaymayı yükseltmektedir (grafik h). Şekil 7'de, arkaya daha fazla aktarılmış tork ise arka tekerleklerdeki boyuna kaymayı yükseltmektedir (grafik j). Fakat her durumda Şekil 6-7, grafik h ve j'lerdeki boyuna kayma, ABS'nin de çalıştığı 0,1-0,2 kayma değer aralığı göz önüne alındığında, oldukça düşüktür [22]. Savrulma Oranı-Zaman grafiklerinde görülmektedir ki referans değeri her durumda takip edilmektedir.



Şekil 6. Hız 120 km/h ± 2 derece genlikli sinüs dümenleme ve 0,2-0,3 de değişken profilli tutunma katsayısında grafikler (Graphs for sine steering between ± 2 degree at 120 km/h speed and 0,2-0,3 road friction coefficient)



Şekil 7. Hız 180 km/h iken 0,4 ve 2 derece genlikli sinüs dümenleme ve 0,2-0,3 de değişken profilli tutunma katsayısında grafikler (Graphs for sine steering between 0,4 and 2 degree at 180 km/h speed and 0,2-0,3 road friction coefficient)

7. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSION)

Sonuç olarak, çalışmada önerilen yöntemlerin etkin olduğu merkezi diferansiyelin aktif kontrolünün, değişen yol şartlarında (farklı tutunma katsayılarında) araca dinamik kararlık sağlayacağı, bu yönüyle günümüzde yaygınlıkla kullanılan, frenlemeyle kontrol yapan aktif güvenlik sistemlerine önemli bir alternatif olabileceği gösterilmiştir. Farklı işletim noktaları için çoklu modellerin, bunlar için belirlenen kontrolcülerin ve aralarındaki başarılı geçişlerin; lastiklerin doğrusal olmayan davranış gösterdiği bölgelerde sistem denetimi sağlamış olması; dahası, elde edilen kontrolcülerin hıza karşı dayanıklılık sağlaması önemlidir. Geçişlerin, kararlılığı benzetim sonuçlarında görülmektedir. İlerideki çalışmalarda, ayrıca, değişen ihtiyacı karşılamak adına verilecek tork miktarını belirleyecek, bağımsız bir gaz pedalı pozisyonu ayarlama kontrol döngüsünün eklenmesi üzerinde durulacaktır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Erdem M., Altıparmak D., The Effect of Brake Disc Temperature on Braking Performance, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 29 (2), 425-432, 2014.
2. Düzgün M., Improvement of Thermo-Mechanical Characteristic of the Self Ventilated Brake Discs Using FEA, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 29 (3), 625-635, 2014.
3. Altın İ., Bilgin A., The Effect of Spark Advance on Engine Performance Characteristics in a Spark Ignition Engine Having Various Spark Plug Numbers and Locations, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 31 (2), 361-368, 2016.
4. Canale M., Fagiano L., Milanese M., Borodani P., Robust vehicle yaw control using an active differential and IMC techniques, Control Engineering Practice, 15 (8), 923-941, 2007.
5. Piyabongkarn D., Grogg J., Yuan Q., Lew J. et al., Dynamic Modeling of Torque-Biasing Devices for Vehicle Yaw Control, presented at the SAE Automotive Dynamics Modeling Controls, Novi, MI, SAE International, SAE Technical Paper 2006-01-1963, 2006.
6. Torii S., Yaguchi E., Ozaki K., Jindoh T. et al., Electronically Controlled Torque Split System, for 4WD Vehicles, SAE Passenger Car Meeting & Exposition, SAE Technical Paper 861349, Dearborn, Michigan, September 1986.
7. Liebmam E.K., Meder K., Schuh J., Nenninger G., The Bosch ESP, SAE International, SAE Paper No. 2004-21-0060, 2004.
8. Nievelstein M., Vehicle Stabilization with Torque Distribution, DCT 2004.107 Eindhoven, September 2004.
9. Panzani G., Corno M., Tanelli M., Zappavigna A., Savaresi S.M., Fortina A., Campo S., Designing on-demand four-wheel-drive vehicles via active control of the central transfer case, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 11 (4), 931-941, 2010.
10. Jalali K., Stability Control of Electric Vehicles with In-wheel Motors, A thesis Doctor of Philosophy, University of Waterloo, Mechanical Engineering, Waterloo, Ontario, Canada, 2010.
11. Fallah S., Khajepour A., Fidan B., Chen S., Litkouhi B., Vehicle optimal torque vectoring using state-derivative feedback and linear matrix inequality linear matrix inequality, IEEE T. Vehicular Technology, 62 (4), 1540-1552, 2013.
12. Assadian F., Hancock M., Best M. C., Development of a Control Algorithm for an Active Limited Slip Differential, Proceedings of the 10th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), Loughborough, UK, 55-60, 2008.
13. Pacejka H.B., Tire and Vehicle Dynamics (2nd ed.), Elsevier, Oxford, 2006.
14. Rajamani R., Vehicle Dynamics and Control, Springer, New York, 2006.
15. Bozdemir M., Todevski D., Yaw moment control using an active differential and Electronic Stability Control system (ESC), Master's Thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2013.
16. Solmaz S., Topics in Automotive Rollover Prevention : Robust and Adaptive Switching Strategies for Estimation and Control, A thesis for Doctor of Philosophy, Hamilton Institute National University of Ireland, Maynooth, 2007.
17. Chilali M., Gahinet P., H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach, IEEE Transactions on Automatic Control, 41 (3), 358- 367, 1996.
18. Wang J., Wilson D.A., Mixed $GL_2/H_2/GH_2$ control with pole placement and its application to vehicle suspension systems, International Journal of Control, 74 (13), 1353-1369, 2010.
19. Baslamışlı S. C., Development of rational tyre models for vehicle dynamics control design and combined vehicle state/parameter estimation, International Journal of Vehicle Design, 65 (2-3), 144-175, 2014.
20. Solmaz S., Baslamışlı S. Ç., Simultaneous Estimation of Road Friction and Sideslip Angle Based on Switched Multiple Nonlinear Observers, IET Control Theory and Applications, 6 (14), 2235- 2247, 2011.
21. Dousti M., Baslamışlı S. C., Onder E. T., Solmaz S., Design of a multiple-model switching controller for ABS braking dynamics, Transactions of the Institute of Measurement and Control, 37, 582-595, 2015.
22. Kiencke U., Nielsen L., Automotive Control Systems For Engine, Driveline, and Vehicle (2nd ed.), Springer, Heidelberg, Germany, 2005.