



Analyzing the effects of uncertainties on fatigue life by using interval numbers

Ayşe Erdölen*¹, Zafer Kütüğü²

Department of Civil Engineering, Yıldız Technical University, 34220, Istanbul, Türkiye

Highlights:

- Effects of uncertainties in Fatigue Crack Growth life prediction
- Analysis of uncertainties with interval numbers
- Fatigue Crack Growth life is defined within a safe range determined by the upper and lower limits

Keywords:

- Fatigue
- Fatigue Crack Growth
- Uncertainty
- Interval Analysis
- Paris Law

Article Info:

Research Article
Received: 16.02.2022
Accepted: 14.05.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1074423

Correspondence:

Author: Ayşe Erdölen
e-mail:
erdolen@yildiz.edu.tr
phone: +90 212 383 5144

Graphical/Tabular Abstract

Defining the fatigue crack growth (FCG) life within a reliable interval is highly critical for a system to operate under working loads. Therefore, the sudden occurrence of such damage can be prevented by predicting the appropriate maintenance and service intervals. On the other hand, there are some uncertainties in determining the fatigue performance in the design process due to insufficient information and generalizations. In this study, the effects of the uncertainties in material, load and geometrical parameters in predicting the fracture mechanics-based FCG life have been presented using the Interval Analysis Method (Interval Numbers) (Figure A).

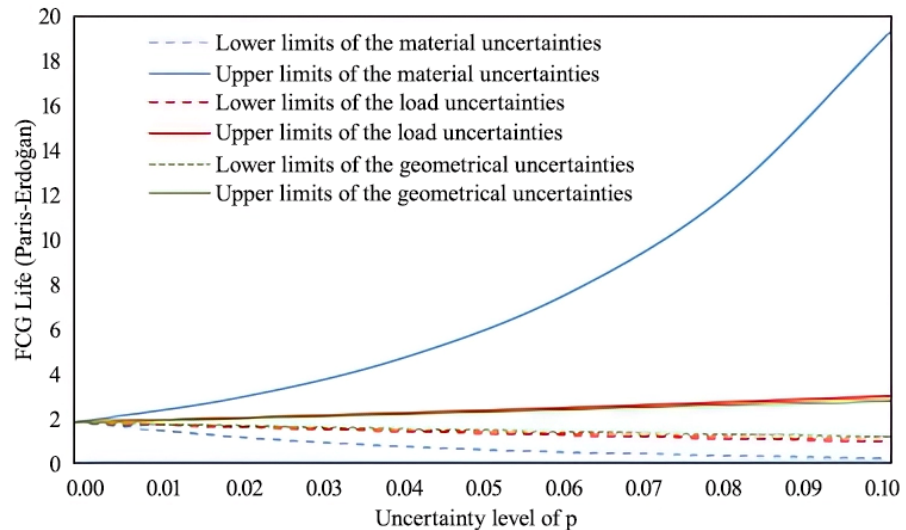


Figure A. FCG life interval bands under material, load and geometrical uncertainties

Purpose:

This study aimed to compare the effects of uncertainties in material, load and geometrical parameters in different equations proposed to predict FCG life using the Interval Analysis Method (Interval Numbers).

Theory and Methods:

In the study, the effects of uncertainties in the proposed parameters to predict FCG lifetime are compared using the Interval Analysis Method.

Results:

The uncertainties were defined as the interval values where the real value was defined between two limits and used in the calculations. In this way reliable interval values were obtained by providing a solution interval including the real value for FCG life, ensuring the correct result. When the efficiency of the roles of the uncertainties in the FCG life were examined, it was seen that the bandwidths of the load and geometrical uncertainties were relatively close to each other, and the bandwidth of the material uncertainty had a much wider bandwidth than the other uncertainties.

Conclusion:

When the effects of the uncertainties of the parameters predicted for FCG life were measured, it was seen that the highest effect was material uncertainty, followed by geometrical and load uncertainties. It is thought that the present study will provide an insight into FCG predictions while determining the effects of material, load and geometrical parameter uncertainties for practical engineering during the design stage



Belirsizliklerin yorulma ömrü üzerindeki etkilerinin aralık sayılar kullanarak analizi

Ayşe Erdölen*^{ID}, Zafer Kütüğ^{ID}

Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 34220, İstanbul, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- Yorulma Çatlak Büyümesi ömür tahminindeki belirsizliklerin etkileri
- Belirsizliklerin aralık sayılar ile analizi
- FCG ömrü, üst ve alt sınırlar tarafından belirlenen güvenli bir aralık içinde tanımlanmıştır

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 16.02.2022

Kabul: 14.05.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1074423

Anahtar Kelimeler:

Yorulma,
yorulma çatlak büyümesi,
FCG,
belirsizlik,
aralık analizi,
Paris kanunu

ÖZ

Büyükklüğü zamanla değişen yüklemeler altında mühendislik yapılarındaki küçük yorulma çatlakları, daha sonrasında gelişerek ani ve yıkıcı hasarların oluşması gibi tehlikeli sonuçlara ulaşabilmektedir. Yorulma Çatlak Büyümesi (FCG) ömrünün güvenli bir aralıkta tanımlanması, bir sistemin işletme yükleri altında emniyetli bir şekilde çalıştırılması için son derece önemlidir. Bu sayede doğru bir bakım ve servis aralığının tespiti öngörülerek söz konusu hasarların aniden ortaya çıkması önlenebilmektedir. Diğer taraftan tasarım sürecinde yorulma performansının belirlenmesinde, yetersiz bilgilerden ve genellemelerden kaynaklanan bazı belirsizlikler söz konudur. Bu çalışmada, kırılma mekaniğine dayalı yorulma çatlak büyümesi tahmininde yer alan malzeme, yük ve geometri parametrelerindeki belirsizliklerin etkileri Aralık Analizi Yöntemi (Aralık Sayılar) kullanılarak sunulmuştur. Dolayısıyla, farklı türden parametrelerin belirsizlikleri dikkate alınarak, FCG ömrü için alt ve üst sınırları ile belirlenmiş güvenli aralık değerlerinin elde edilmesi hedeflenmiştir. Önerilen yöntem, EN-GJS-600-3 malzeme özelliklerine sahip bir plakanın yorulma çatlak büyüme ömrünün tahminine uygulanmıştır. Matematiksel işlemlerde MatLab ara yüzü için geliştirilen interval toolboxlar kullanılarak, aralık aritmetiğine özgün olarak hazırlanan bilgisayar kodu ile birlikte çalışması sağlanmıştır.

Analyzing the effects of uncertainties on fatigue life by using interval numbers

H I G H L I G H T S

- Effects of uncertainties in Fatigue Crack Growth life prediction
- Analysis of uncertainties with interval numbers
- FCG life is defined within a safe range determined by the upper and lower limits

Article Info

Research Article

Received: 16.02.2022

Accepted: 14.05.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1074423

Keywords:

Fatigue,
fatigue crack growth,
uncertainty,
interval analysis,
Paris law

ABSTRACT

Small fatigue cracks in engineering structures can lead to severe results, such as sudden and destructive damage with increasing growth under time-varying. Defining the Fatigue Crack Growth (FCG) life within a reliable interval is highly critical for a system to operate under working loads. Therefore, the sudden occurrence of such damage can be prevented by predicting the appropriate maintenance and service intervals. On the other hand, there are some uncertainties in determining the fatigue performance in the design process due to insufficient knowledge and generalizations. In this study, the effects of the uncertainties in material, load and geometrical parameters in predicting the fracture mechanics-based FCG life have been presented using the Interval Analysis Method (Interval Numbers). Therefore, the aim was to obtain reliable interval values specified with lower and upper limits for FCG life by considering the uncertainties of different types of parameters. The proposed method has been applied to predicting the FCG life of a plate having EN-GJS-600-3 material properties. Using interval toolboxes developed for the MatLab interface in terms of mathematical operations enabled the proposed method to run with the computer code prepared specifically for interval arithmetic.

1. Giriş (Introduction)

Yorulma kırılması, tekrarlı ve/veya değişken yük sürekliliği altında, bünyede bulunan kusur veya çatlakların yavaşça ilerleyerek belli bir kritik uzunluğa ulaşması sonucu parçanın tamamen kırılması ile oluşan bir hasar türüdür. Yorulma hem kristalli hem de kristalsiz malzemelerde ortaya çıkmakla birlikte özellikle metallerde ve polimerlerde oldukça yaygındır. Yapısal parçalardaki yorulma hasarlarının oluşum nedenlerini genel olarak; malzeme hataları, çentikler, kuvvet etki noktaları, yüzey zedelenmeleri, segregasyonlar, yüzey kabarcıkları, malzeme tane sınırlarındaki oksitlenmeler, içyapı farklılıkları, iç gerilmeler, üretim süreçlerinden kaynaklanan olumsuzluklar olarak sıralayabiliriz. Yorulma olayının iki önemli aşaması olan çatlakların başlaması ve ilerlemesi durumunda çatlak ne şekilde gelişeceği kırılma mekaniği sayesinde karakterize edilebilir. Kırılma mekaniğini prensipleri ile uygun malzeme parametreleri kullanılarak ve tekrarlı yükün özellikleri göz önüne alınarak sistem parçalarının geriye kalan yorulma ömürlerini hesaplamak mümkün olmaktadır [1, 2].

Yorulma çatlak büyümesi (FCG) nedeniyle bileşenlerin arızalanması, üstün bütünlük ve yapısal güvenilirliğin korunması adına ana sorunlardan biridir. Sonuçlarının felaketlere yol açabilme olasılığı bakımından yorulma kırılmasına karşı yapının uzun bir hizmet ömrü boyunca direnmesi gerekmektedir. FCG ömrünün analizi, hasar toleransı analizi ve bileşendeki olası imalat ve malzeme hatalarından kaynaklanan yorulma çatlaklarının tasarım ömrü boyunca artmamasını veya en azından arızalanmamasını sağlayabilen algılama süresinin belirlenmesi açısından çok faydalıdır [3].

Yapının tasarım ömrü esas alınarak süreç içinde ortaya çıkan yorulma performansı, malzemenin özelliklerine, çatlak çevresindeki geometrik form ve gerilme/şekil değiştirme faaliyetleri gibi faktörlere bağlıdır ve rastlantsal olarak da ortaya çıkabilir. Dolayısıyla tasarım sürecinde yorulma performansının belirlenmesinde, yetersiz bilgilerin neden olduğu, genellemelerden kaynaklanan belirsizlikler söz konudur. Yorulma süreci ve yapının ömrü ile ilgili olarak etkili olan bu türden belirsizlikler nedeniyle yapı bileşenlerinin güvenilirliği konusunda farklı değişkenlerin gösterdiği rastlantsal tepkimelerin başından itibaren dikkate alınarak hesap adımlarına dâhil edilmesi, kesine yakın tahminler için gerekli olmaktadır. Bu yüzden yorulma çatlak ilerlemesi için belirsizlik teorilerinin kullanılması, problemin doğasına oldukça uygun bulunmaktadır. Yorulma çatlak ömrü tahmini için belirsizlik analiz yöntemleri özellikle son yirmi yılda oldukça popüler olmuştur ve üzerinde yoğun bir şekilde çalışılmaktadır. Örnek vermek gerekirse; Besterfield vd. [4] çalışmalarında, karışık modlu ve tekrarlı yükler için sonlu elemanlar füzyonu ve olasılıksal yorulma çatlak büyümesi için güvenilirlik analizi sunmuşlardır. Liu vd. [5] eğrisel FCG problemlerine üç güvenlik metodu uygulamıştır: toplam türev yöntemine dayalı birinci dereceden bir güvenilirlik yöntemi, Lagrange çarpan formülasyonuna dayalı birinci dereceden güvenilirlik yöntemi ve Monte Carlo Simülasyonu. Leonel vd. [6] karışık modlu çatlak büyüme sürecinde belirsizlikleri dikkate alan güvenilirlik analizini sınır elemanı yöntemi ile birleştiren bir prosedüre odaklanmışlardır. Sankararaman vd. [7] makalelerinde “ karmaşık geometriye sahip ve çok eksenli değişken genlikli yüklemeye maruz kalan yapıların yorulma çatlak büyüme analizine uygulanan model kalibrasyonu” için bir Bayesian metodolojisi sunmuşlardır. Sankararaman vd. [8] çalışmalarında, karmaşık geometriye sahip ve değişken genlikli çok eksenli yüklemeye maruz kalan yapılara uygulanan, yorulma çatlak büyüme prognozundaki belirsizliği ölçmek için bir metodoloji sunmuşlardır. Çalışmada sonlu elemanlar analizi kullanılmıştır. Farklı belirsizliklerin (fiziksel değişkenlik, veri belirsizliği, modelleme hataları, yüklemeye koşulları, malzeme parametreleri, deneysel veriler)

çatlak büyüme tahmini üzerine etkileri araştırılmıştır. Sankararaman vd. [9] yorulma çatlak büyüme analizinde belirsizlik ölçümü ve model doğrulaması için bir metodoloji sunmuşlardır. Çalışmaya farklı belirsizlik türleri dâhil edilmiştir. Cohen vd. [10] Paris yasası parametrelerinin sabit değil, dağılımsal olduğu gerçeğine yönelik olasılıksal bir değerlendirme, Paris yasasının stokastik bir versiyonu ve bir Monte Carlo simülasyonu kullanarak ele almışlardır. Köksal vd. [11] çelik malzemeli çentikli konsol bir giriş yorulma analizini Ansys Workbench kullanılarak gerçekleştirilmişlerdir. Elastik bölgedeki yüklemeler için yapılan analizlerde malzemenin güvenli tasarım ömrü ve kritik çentik boyutları belirlenmiştir. Robinson vd. [12] çalışmalarında, aralık tekniklerini kullanan deterministik bir yöntem ve Bayesian filtrelemeye dayalı iki stokastik yöntem, yani genişletilmiş Kalman filtresi ve parçacık filtresi olarak üç algoritmayı kullanmışlardır. Wang vd. [13], sınırlı belirsizlik altında, yapısal hasar tolerans tasarımı için, belirlenen çatlak büyüme modelini aralık matematiği ile birleştiren zamana bağlı bir güvenilirlik tahmin prosedürünü teorik bir temel olarak sunmuşlardır. Çalışmada, servis içi, çatlak barındıran mühendislik yapılarının güvenli ömrünü kesin olarak değerlendirmek için olasılık dışı zamana bağlı güvenilirliğin yeni bir ölçü endeksi önerilmiştir. Demir vd. [14] çalışmalarında, çatlaklı yapıların mod-I kırılma tokluğunu belirlemede kullanılan standart CT (compact tension) numunesine eğik çatlak yerleştirilerek mod-I dış yüklemesi altında çatlak üç boyutlu modelleme ve çatlak ilerleme simülasyonlarını gerçekleştirmişlerdir. Kırılma ve çatlak ilerleme analizleri FCPAS (Fracture and Crack Propagation Analysis System) programı ile gerçekleştirilen çalışma, FCPAS ile üç boyutlu karışık modlu çatlak ilerleme olgusunun modellenmesinin ilk adımını oluşturmaktadır. Long vd. [15] olasılıksal FCG ömür tahmini için bir belirsizlik yayılımı yöntemi önermişlerdir. Yöntemde, FCG ömrünün olasılık yoğunluk fonksiyonu, kümülatif dağılım fonksiyonu, çatlak yayılma hızının malzeme özellikleri ve çatlak geometrisi dikkate alınmaktadır. Yöntemin, hesaplama verimliliği açısından Monte Carlo simülasyonundan daha iyi performans gösterdiği görülmektedir. Mallor vd. [16] çalışmalarında Pearson dağılım ailesine dayalı bir olasılık dağılımının parametrelerine uyması için ikinci dereceden yaklaşım tarafından tahmin edilen yorulma çatlak büyüme ömrünün ilk dört anını kullanan bir prosedür sunmuşlardır. Sarıbay [17] çalışmasında üç boyutlu ve karışık modlu yorulma çatlak büyümesi problemini çatlak büyüme kanunu NASGRO modelini kullanarak ve ilerleme açısının belirlenmesini de maksimum çevresel gerilme kriteriyle gerçekleştirmiştir. Problemin çözümde FRAC3D programı bünyesindeki elemanlar ile yeni geliştirilmiş çatlak büyüme araçları kullanılmıştır. Demirkaya vd. [18] çalışmalarında yorulma kullanım ömrü ve yorulma çatlak büyüme deneyleri ile doğrulanmıştır. Demir [20] mod-I/II yüklerle maruz çatlaklı yapıların kırılma ve çatlak ilerleme davranışının tahminine yönelik olarak Demir ve Ayhan hasar modelinin çatlak ilerleme profili tahmini ve ömür tahmininde uygulanabilirliğini literatürdeki mevcut hasar modelleri ile birlikte değerlendirmiştir. Çalışma çatlak ilerleme profil tahminlerinde, analiz edilen tüm durumlar için, çok az farklılıkların dışında hasar modellerinin tahmin ettiği yorulma çatlak ilerleme profillerine benzer bir eğilim sergilediğini göstermiştir. Sözen vd. [21] çalışmasında, ince cidarlı silindirik basınçlı ekipmanlarda, değişken iç basınca bağlı olarak yorulma hasarının meydana gelme olasılığı zamana bağlı olarak tahmin edilmiştir. Kaynaklı birleştirmeler gibi hassas noktalarda; tasarım kapasitesini aşan iç basınç, değişken iç basınç için çevrim sayısı, kaynaklı birleştirmelerin geometrik ve

mekanik özellikleri güvenilirliği etkileyen rastgele değişkenler olarak hesaplamalarda değerlendirmeye alınmıştır. Çalışma dâhilindeki olasılık hesaplamaları için Monte Carlo benzetimi yöntemi kullanılmıştır.

Adı geçen çalışmalar, genellikle olasılıksal FCG analizine odaklanarak, belirsiz FCG ömür tahmininin gelişimini büyük ölçüde geliştirmiş ve desteklemiştir. Pratik yapılarda, özellikle tasarımın erken aşamasında deneysel koşulların ve maliyetlerin sınırlandırılmasından kaynaklanan örnek yetersizliğinden dolayı parametrelerin kesin olasılık yoğunluk fonksiyonlarının elde edilmesi genellikle zordur. Bu durumda, belirsiz parametreleri ele almak için geleneksel olasılıksal yöntemler kullanıldığında, parametrik olasılık dağılımları için varsayımlar yapmak zorundayız, ancak bu, tahmin edilen sonuçlarda büyük bir hataya neden olabilmektedir [3, 22]. FCG ömrünü analiz ederken, sadece belirsiz parametrelerin varyasyon aralıklarına dayanarak FCG ömrünün üst ve alt sınırlarının nasıl tahmin edileceğine dair önemli bir problemle sıklıkla karşılaşırız. FCG ömrünün sınırlarıyla, yapıların güvenliğini sağlamada anlamlı roller oynayabilecek yapıların yorulma ömrü veya algılama süresi için güvenli bir değer belirlemek mümkündür [3].

Çalışmada kullanılan, Aralık Analizi Yöntemine en büyük katkısı Moore yapmıştır [23, 24]. Daha sonrasında yöntem özellikle yapı sistemleri problemlerinin çözülmesinde sıklıkla kullanılmıştır. İlk örnek olarak, yüklerin aralık değerler olarak tanımlandığı Nuding vd. [25] ve sistem tepkilerinin aralık sayılar ile ifade edildiği, doğrusal analiz için kesin sonuç veren Rao vd. [26] çalışmaları verilebilir. Daha sonrasında yapılan çalışmaları kısaca özetlersek; Muhanna ve Mullen [27, 28, 29], yapıların statik hesabında belirsiz yükleri dikkate alarak aralık sayılar esaslı fuzzy sonlu elemanlar metodu üzerine çalışmalar yapmışlardır. Köylüoğlu vd. [30], elastisite modüllerinin belirsizliğini perdeli sistemlere uygulamış, aralık sayıların dâhil edildiği sonlu elemanlar uygulamasını sunmuşlardır, ancak sonuçların geniş aralıklarda olduğu görülmüştür. Muhanna vd. [31], malzeme ve yük belirsizliklerini aralık sayılar ile tanımlamış, Lagrange çarpamı üzerine geliştirdikleri sonlu elemanlar yöntemini kullanarak, kafes sistem düğüm noktaları ötelenmelerini aralık sınırları çok dar sonuçlar olarak elde etmişlerdir. Muhanna vd. [32] çalışmalarında, aralık analizini kullanarak yeni bir sonlu elemanlar formülasyonu geliştirerek çerçeve sistemleri çözümlenmişlerdir. Rao vd. [33], yapı sistemlerinin tasarımında aralık parametrelerini ve fuzzy set parametrelerini kullanarak bir metod sunmuşlardır. Qui vd. [34], kırılma güvenilirlik analizi için yeni bir 'aralık güvenilirlik' modeli geliştirmişlerdir. Zhang vd. [35], yapısal güvenlik değerlendirmesi için bir Aralık Monte Carlo metodu geliştirmişlerdir. Çalışmada parametre tahminlerindeki belirsizlikler aralık sayılar kullanılarak modellenmiştir. Impollonia vd. [36], sınırlı eksenel rijitliğe sahip yapıların statik tepkisini değerlendirmek üzere aralık sayıları kullanarak bir yöntem önermişlerdir. Zhang vd. [37], doğrusal çok serbestlik dereceli yapı parametrelerindeki belirsizlikler için aralık analizinden faydalanmışlardır. Hao vd. [38], stabilite problemlerinin çözümünde aralık analizi metodunu kullanarak bilim dünyasına katkıda bulunmuşlardır. Gau vd. [39], aralık analizine dayalı yapısal olasılık dışı güvenilirlik analizi için yeni bir yöntem önermişlerdir. Liu vd. [40] çalışmalarında, belirsizlikler için aralık analizini kullanarak yapısal sağlık izleme özellikleri aracılığıyla yerinde bir yapısal değerlendirme gerçekleştirmişlerdir. Qiu vd. [41], yapılarda çatlak yayılma analizi için aralık matematiği kullanarak bir pertürbasyon metodu sunmuşlardır.

Bilimsel araştırmalarda, aralık analizi yöntemi FCG ile birlikte özellikle son 5 yılda görülmeye başlanmıştır. Spesifik örnekler vermek gerekirse; Long vd. [3], FCG ömrü tahmini için bir aralık analizi yöntemi sunmuşlardır. Tüm aralıklar, FCG ömrünün hesaplanmasında yer alan büyük belirsizlik problemiyle başa çıkmak

için standart aralıkların daha sonra alt aralıklara bölündüğü bağımsız bir standart alana eşit şekilde dönüştürülmüş daha sonrasında alt aralık analiz yöntemi FCG ömrünün üst ve alt sınırlarını tahmin etmek için kullanılmıştır. Parametrelerde geniş belirsizlik olsa bile, bu yöntemin kabul edilebilir bir hesaplama doğruluğuna sahip olduğu gösterilmiştir. Wang vd. [42], FCG ömür tahmini pertürbasyon serisi açılımlarını aralık matematiği ile birleştiren zamana bağlı yeni bir güvenilirlik yöntemi sunmuşlardır. İstatistiksel analiz işlemlerinden farklı olarak, yapısal çatlak yayılımı modelinde bulunan karakteristik parametreler, geometrik boyutların, malzeme özelliklerinin ve yüklem koşullarının değişkenliği nedeniyle pertürbasyon terimleri ile bilinmeyen ancak sınırlı değişkenler olarak tanımlanmaktadır. Çalışmada daha sonra, pertürbasyon ilkesine ve Taylor açılımına dayalı olarak, zamana bağlı yorulma çatlak uzunluğunun sınır kurallarını tahmin etmek için yeni bir aralık pertürbasyon serisi genişletme yöntemi türetilmiştir. Wan vd. [43], polimorfik belirsiz ortamda V-kayışının yorulma ömrünü maksimize etmek için doğrusal olmayan bir programlama modeli kullanmışlar ve aralık çözümü önermişlerdir. Qiu vd. [44], belirsiz ancak sınırlı parametrelere sahip yapılarda çatlak yayılmasının tahmini için bir aralık pertürbasyon metodu sunmuşlardır. Pertürbasyon yöntemini aralık matematiği ile birleştirerek, zamana bağlı değişen çatlak uzunluğunun alt ve üst sınırlarını elde etmek için pertürbasyon serisindeki her bir terimin sınırları belirlenmiştir.

Gerçekleştirilen bu çalışma, literatürden farklı olarak yorulma çatlak büyümesi FCG ömür tahmini için önerilen farklı bağımlılarda yer alan, malzeme, yük ve geometri parametrelerindeki belirsizliklerin etkilerini, farklı kombinasyonlarda karşılaştırmalı olarak Aralık Analizi Yöntemini (Aralık Sayılar) kullanarak sunmayı amaçlamaktadır. Dolayısıyla, farklı türden parametrelerin belirsizlikleri dikkate alınarak, FCG ömrü için alt ve üst sınırları ile belirlenmiş gerçek değeri içeren güvenli aralık değerler elde edilmesi beklenmektedir. Böylelikle aralık sayıların kullanıldığı aralık analizi yöntemi ile, maksimum hassasiyet gerektiren kırılma mekaniği problemlerinden biri olan FCG ömrü için gerçek değeri içeren bir çözüm aralığına olanak sağlanarak, belirsizlik kaynağına bakılmaksızın doğru sonucun içeriğinin garanti edilmesi planlanmaktadır. FCG ömrünün güvenli bir aralıkta tanımlanması, bir sistemin emniyetli bir şekilde çalıştırılması için son derece önemlidir ve bu sayede doğru bir bakım ve servis aralığının tespiti öngörülerek ani ve yıkıcı hasarların aniden ortaya çıkması önlenmektedir.

Çalışmada bundan sonraki bölümler şu şekilde kurgulanmıştır; Bölüm 2'de, yorulma çatlak gelişimi ve aralık analizi yöntemi temel teorilerinden sonra yorulma çatlak ilerlemesi belirsizliklerinin aralık sayılar kullanılarak tanımlanması, Bölüm 3' de uygulama sonuçları ve karşılaştırmalar, Bölüm 4' de ise çalışmanın sonuçları yer almaktadır.

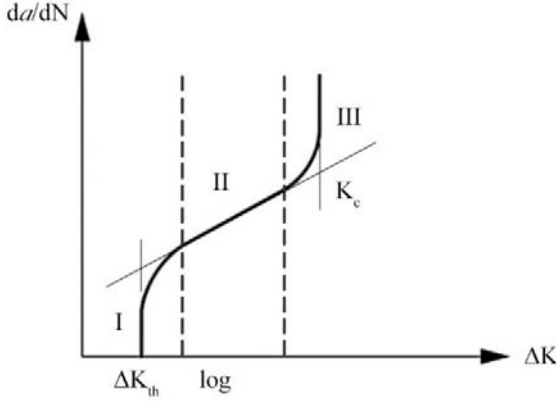
2. Teorik Yöntem (Theoretical Method)

2.1. Yorulma Çatlak Gelişim Davranışı (Fatigue Crack Growth Behavior)

Kırılma mekaniğinin bir bilim dalı olarak ortaya çıkması ile birlikte çatlak ilerlemesinin gerilme şiddeti faktörü ile ifade edilebileceği ortaya çıkmıştır. *da* Çatlak uzunluğu değişimi, *dN* yük tekrar sayısı değişikliği olmak üzere, çatlak ilerleme hızı *da/dN* ve gerilme şiddeti faktörü aralığı $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ arasındaki ilişkiye göre yorulma çatlakının büyüme eğrisi üç ana bölgeye ayrılır (Şekil 1).

Kırılma mekaniği, yorulma kırılmasına ancak I. Bölge aşıldığında, yani çatlak başlangıç bölgesini geçtiği andan itibaren uygulanabilir. Bu bölgede ΔK_{th} gerilme şiddeti faktörü sınır değeri aşılmadan çatlak ilerlemesi gerçekleşmez. ΔK_{th} değerinin üstünde çatlak ilerleme hızı artan ΔK ile kısmi bir artış gösterir, bu bölge çatlak ilerlemesinin net

olarak karakterize edilemediği bölgedir. Çalışmamıza esas teşkil eden ve yorulma çatlak gelişimini karakterize eden II. bölgede ise $\log \Delta K$ ile da/dN arasında doğrusal bir ilişki mevcuttur ve bu ilişki ilk olarak Paris-Erdoğan tarafından ortaya konmuş daha sonrasında farklı araştırmacılar tarafından temel alınan Paris-Erdoğan Yasasının çok sayıda özel ve genişletilmiş versiyonu yayınlanmıştır. Bu çalışmada sadece Paris-Erdoğan [45] ve Forman/Mettu [46] bağıntılarının üzerinden belirsizlik analizi yapılacaktır. III. Bölgede ise malzeme ömrü çok kısadır, çatlak ilerleme hızı, K_C kırılma tokluğu doğrusuna asimptotik olarak yaklaşacak şekilde sürekli artar.



Şekil 1. Çatlak büyüme oranı ile ΔK arasındaki ilişki
(The relationship between crack growth rate and ΔK)

Kırılma mekaniğinde yaptığı araştırmalarda Griffith [47], çatlak ucundaki gerilmelerin $\sqrt{\pi a}$ ile orantılı olarak değiştiğini gözlemiş, gerilme şiddeti faktörü K için Eş. 1 verilen bağıntıyı geliştirmiştir.

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (1)$$

Eş. 1 bağıntısında, Y farklı geometri ve yükleme durumları için değişebilen geometrik faktör, σ parçaya uygulanan gerilme, a çatlak uzunluğudur. Yorulma çatlama durumunda K değeri $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ aralığında değişmektedir. K_{max} ve K_{min} değerleri Eş. 2'de verilen eşitlikler ile ifade edilmektedir.

$$K_{max} = Y\sigma_{max}\sqrt{\pi a}, K_{min} = Y\sigma_{min}\sqrt{\pi a} \quad (2)$$

Uygulanan en büyük ve en küçük gerilme değerleri dikkate alınarak Eş. 3 bağıntısı elde edilmektedir.

$$\Delta K = Y(\sigma_{max} - \sigma_{min})\sqrt{\pi a} \quad (3)$$

Yorulma çatlak ilerlemesi durumunda çatlak ilerleme hızını gerilme şiddeti faktörü farkına bağlı olarak açıklayan Paris-Erdoğan bağıntısı Eş. 4'de, C_p ve m_p malzemeye bağlı sabitler olmak üzere verilmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p(\Delta K)^{m_p} \quad (4)$$

Tüm çatlak yayılma eğrisini de hesaba katan başka bir yaklaşımda Forman, Newman ve De Koning [48] tarafından geliştirilmiş ve ilk olarak Forman ve Mettu [46] tarafından yayınlanmıştır. Eş. 5'de "NASGRO Denklemi" olarak da anılan bu bağıntı görülmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{FM} = C_{FM} \left[\frac{1-\gamma}{1-R}\right] \Delta K^n \left[\frac{1-\frac{\Delta K_{th}}{\Delta K}}{1-\frac{K_{max}}{K_C}}\right]^k \quad (5)$$

Eş. 5'de, C_{FM} , n , k ve q deneysel verilere göre bulunan malzemeye bağlı değerlerdir. K_C , kırılma tokluğu, R yük oranı olarak, $R =$

$\sigma_{min}/\sigma_{max} = K_{min}/K_{max}$ şeklinde tanımlanmaktadır. ΔK_{th} gerilme şiddeti faktörü sınır değeri yük oranına bağlı olarak Eş. 6'da ampirik olarak ifade edilmektedir [48,49].

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th,0} \sqrt{\frac{a}{a+a_0}} \left[\frac{1-\gamma}{(1-A_0)(1-R)}\right]^{-(1+C_{th}R)} \quad (6)$$

Eş. 6'da, $\Delta K_{th,0}$, $R = 0$ için gerilme şiddeti sınır değeri, a_0 , bünyede bulunan ilk çatlak uzunluğu, C_{th} , Newman ampirik fonksiyonundaki gerilme şiddeti sınır değerinin R 'ye olan bağımlılığını açıklamak için kullanılan parametre değeri olarak tanımlanabilir. γ , Çatlak açılma fonksiyonu ise $A_0 - A_3$ polinom katsayıları ve R yük oranına bağlı olarak Eş. 7'de verildiği gibi ifade edilir [49]. Eş. 7'de ki $A_0 - A_3$ polinom katsayıları ve R yük oranı değerleri Eş. 8-Eş. 11 ifadelerinden hesaplanabilir.

$$\gamma = \begin{cases} \max(R; A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3) & \text{for } R \geq 0, \\ A_0 + A_1R & \text{for } -2 \leq R < 0, \\ A_0 - 2A_1 & \text{for } R < -2 \end{cases} \quad (7)$$

$$A_0 = (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) \left[\cos\left(\frac{\pi \sigma_{max}}{2 \sigma_F}\right)\right]^{1/\alpha} \quad (8)$$

$$A_1 = (0,415 - 0,071\alpha) \frac{\sigma_{max}}{\sigma_F} \quad (9)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1 \quad (10)$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3 \quad (11)$$

Eş. 8-Eş. 11'de görülen α constraint faktörü, düzlem gerilme durumunda 1, düzlem şekil değiştirme durumunda 3 olacak şekilde değişmektedir. Maksimum gerilmenin (σ_{max}), akma gerilmesine (σ_F) oranı birçok malzeme için 0,3 sabit bir değer olarak kabul edilmektedir [46, 49].

2.2. Aralık Sayılar (Interval Numbers)

2.2.1 Temel prensipler (Fundamental principles)

Aralık sayılar, belirsiz bir x değerini, alt sınır ' e^l ' ve üst sınır ' e^u ' olan $e^l \leq x \leq e^u$ tanım aralığında, $[e^l, e^u]$ şeklinde ifade eder. Çalışmanın tümünde, kalın karakter olarak yazılanlar aralık değerleri simgelemektedir. Aralık değerler kümesi, R gerçel sayılar kümesi olmak üzere Eş. 12'de tanımlanmaktadır [22,23].

$$\mathbf{x} \equiv [e^l, e^u] = \{\tilde{x} \in R \mid e^l \leq \tilde{x} \leq e^u\} \quad (12)$$

Eş. 12 bağıntısında e^l ve e^u sırasıyla aralığın alt ve üst sınırları olmak üzere R gerçel sayı kümesinin elemanları olup her koşulda $e^l \leq e^u$ şartı sağlanmalıdır. ' \sim ' sembolü aralık değerler kümesinde yer alan sayıların her birinin gösterimi için kullanılmaktadır ($\tilde{x} \in \mathbf{x}$). Eğer bir aralığın alt ve üst sınırları birbirine eşit ise ($e^l = e^u$), böyle aralıklar dar aralıklardır ve tek bir gerçel sayıyı ifade eder. Böyle bir aralık değeri $\mathbf{x} = [e, e]$ şeklinde gösterilir. Matematikte kullanılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme ' $\circ \in \{+, -, \times, /\}$ ' işlem operatörlerinin tümü aralık analizinde de kullanılmaktadır. $\mathbf{x} = [e^l, e^u]$ ve $\mathbf{y} = [g^l, g^u]$ iki aralık değeri, \tilde{x} ve \tilde{y} söz konusu aralıklarda yer alan değerler olmak üzere Eş. 13 ve Eş. 14 tanımları geçerlidir.

$$\forall \circ \in \{+, -, \times, /\}, [e^l, e^u] \circ [g^l, g^u] = \{\tilde{x} \circ \tilde{y} \mid \tilde{x} \in \mathbf{x}, \tilde{y} \in \mathbf{y}\} \quad (13)$$

$$\mathbf{x} \circ \mathbf{y} = \{\tilde{x} \circ \tilde{y} \mid e^l \leq \tilde{x} \leq e^u, g^l \leq \tilde{y} \leq g^u\} \quad (14)$$

$\mathbf{x} = [e^l, e^u]$ ve $\mathbf{y} = [g^l, g^u]$ iki aralık değeri dikkate alınarak toplama ve çıkarma temel işlemler için Eş. 15 ve Eş. 16 kuralları yazılabilir.

$$x + y = [e^l + g^l, e^u + g^u] \quad (15)$$

$$x - y = [e^l - g^u, e^u - g^l] \quad (16)$$

Çarpma ve bölme temel işlemleri için ise; $X1 = \min(e^l g^l, e^l g^u, e^u g^l, e^u g^u)$, $X2 = \max(e^l g^l, e^l g^u, e^u g^l, e^u g^u)$, $X3 = \min(e^l/g^l, e^l/g^u, e^u/g^l, e^u/g^u)$, $X4 = \max(e^l/g^l, e^l/g^u, e^u/g^l, e^u/g^u)$ değerleri seçilerek Eş. 17 ve Eş. 18 kuralları yazılabilir.

$$x \times y = [X1, X2] \quad (17)$$

$$x/y = [X3, X4], (g^l, g^u \neq 0) \quad (18)$$

Ayrıca, bir 'x' aralık sayının genişliği, $Iw(x) = e^u - e^l$ olarak tanımlanır. Deterministik bir $x = e$ değeri; belirsizlik yüzdesi $p = n/100$ kullanılarak ($0 \leq n \leq 100$, $n \in R$) Eş. 19 ve Eş. 20'de verildiği şekilde aralık olarak ifade edilebilir.

$$x = [e^l, e^u] = [e - ep, e + ep] = e[(1 - p), (1 + p)] \quad (19)$$

$$x = eIV_e \quad (20)$$

Eş. 20'de IV_e , e deterministik değerinin aralık kısmını ifade etmekte olup Eş. 21'de tanımlanmaktadır.

$$IV_e = [(1 - p), (1 + p)] \quad (21)$$

Eş. 21'de belirsizlik yüzdesi "p" değerinin 0 olması durumunda, $IV_e = [1,1]$ değerine eşit olacak ve Eş. 20 bağıntısı ile ifade edilen aralık "x" değeri; $x = eIV_e = e[1,1] = e$ deterministik değerine eşit olacaktır.

2.3. Yorulma Çatlak İlerlemesi Belirsizliklerinin Aralık Sayılarla Tanımlanması

(Identification of Fatigue Crack Progress Uncertainties in Interval Numbers)

Yorulmaya bağlı çatlak ilerlemesi durumunda, çatlak ilerleme hızını gerilme şiddeti faktörü farkına bağlı olarak açıklayan Paris-Erdoğan ve NASGRO bağıntılarındaki malzeme, yük ve geometri belirsizliklerinin aralık sayılar kullanılarak ifade edilmiş şekilleri Eş. 22-Eş. 27'de toplu olarak gösterilmektedir.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_p = C_p IV_{C_p} (I\Delta K)^{m_p IV_{m_p}} \quad (22)$$

$$I\Delta K = Y IV_Y (\sigma_{max} IV_{\sigma_{max}} - \sigma_{min} IV_{\sigma_{min}}) \sqrt{\pi a IV_a} \quad (23)$$

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{FM} = C_{FM} IV_{C_{FM}} \left[\left(\frac{1-Y}{1-R}\right) \Delta K\right]^{n IV_n} \frac{(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K})^{k IV_k}}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_C IV_{K_C}}\right)^{q IV_q}} \quad (24)$$

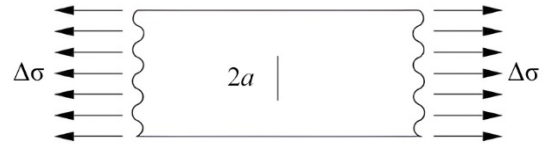
$$R = \sigma_{min} / \sigma_{max} = K_{min} / K_{max} \quad (25)$$

$$K_{max} = Y IV_Y \sigma_{max} IV_{\sigma_{max}} \sqrt{\pi a IV_a}, K_{min} = Y IV_Y \sigma_{min} IV_{\sigma_{min}} \sqrt{\pi a IV_a} \quad (26)$$

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th,0} IV_{\Delta K_{th,0}} \sqrt{\frac{\pi a IV_a}{\pi a IV_a + a_0 IV_{a_0}}} \left[\frac{1-Y}{(1-A_0)(1-R)}\right]^{-(1+C_{th} IV_{C_{th} R})} \quad (27)$$

3. Uygulama Sonuçları (Application Results)

Malzeme özellikleri Tablo 1'de verilen EN-GJS-600-3, sabit şiddetli, 10 MPa ve 100 MPa arasında değişen bir yüklemeye etkisindeki bir levhada (Şekil 2) Paris-Erdoğan ve NASGRO bağıntıları (Eş. 22 ve Eş. 24) ile verilen çatlak ilerleme hızları, farklı belirsizlik kombinasyonları için hesaplanarak, elde edilen sonuçlar aşağıdaki tablo ve grafiklerde gösterilmiştir. Matematiksel işlemlerde MatLab ara yüzü için geliştirilen aralık araç kutuları kullanılarak, aralık aritmetiğinin özgün olarak hazırlanan bilgisayar kodu ile birlikte çalışması sağlanmıştır.



Şekil 2. Tekrarlı yüklemeye altındaki orta çatlaklı plak (Center-cracked plate under cyclic loading)

Tablo 3 ve Şekil 3'te Paris-Erdoğan bağıntısındaki malzeme belirsizliklerinin ($IV_{C_p}, IV_{m_p} \neq [1,1]$), yük belirsizliklerinin

Tablo 1. FCG Parametreleri (Malzeme EN-GJS-600-3) (Parameters for the fatigue crack growth (for Material EN-GJS-600-3))

Parametre	C_p	m_p	C_{FM}	n	k	q	K_C	C_{th}	$\Delta K_{th,0}$	α
Değer	2,20.10 ⁻¹⁰	4,5	6,0. 10 ⁻⁹	3,5	0,3	0,25	1138,4	1,9	180	3
Birim	mm/çev.	-	-	-	-	-	N/mm ^{3/2}	-	N/mm ^{3/2}	-

Tablo 2. Yük ve geometrik özellikler (Load and geometrical properties)

Parametre	σ_{max}	σ_{min}	σ_{max}/σ_F	Y	a	a_0
Değer	100	10	0,3	1	1	0,5
Birim	MPa	MPa	-	-	mm	mm

Tablo 3. Malzeme, yük ve geometrik belirsizlikleri dikkate alınarak FCG ömür aralığının alt ve üst sınır değerleri (Paris-Erdoğan) (da/dN)_p [mm/çevrim]

(The lower and upper limit values of the interval FCG life considering the material, load and geometrical uncertainties (Paris-Erdoğan) (da/dN)_p [mm/çevrim])

p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği
0,00	[1,7993 1,7993]	[1,7993 1,7993]	[1,7993 1,7993]
0,02	[1,1171 2,8970]	[1,6097 2,0059]	[1,6429 1,9670]
0,04	[0,6932 4,6627]	[1,4360 2,2304]	[1,4973 2,1466]
0,06	[0,4300 7,5018]	[1,2772 2,4740]	[1,3620 2,3387]
0,08	[0,2666 12,0653]	[1,1324 2,7379]	[1,2364 2,5439]
0,10	[0,1652 19,3982]	[1,0008 3,0231]	[1,1199 2,7629]

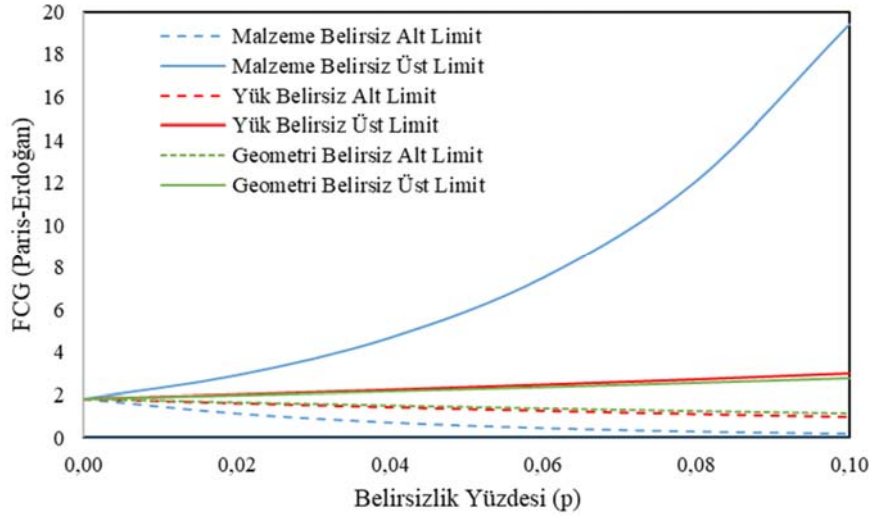
$(IV_{\sigma_{max}}, IV_{\sigma_{min}} \neq [1,1])$ ve geometri parametrelerindeki belirsizliklerin $(IV_Y \neq [1,1])$ ayrı ayrı aralık olarak dikkate alınarak, %0 ile %10 arasında değişen p belirsizlik yüzdesi değerlerine karşılık gelen yorulma çatlak büyümesi değerleri hesaplanarak grafik olarak sunulmuştur. Tablo 3'de ve aşağıda sunulan beş tabloda da $p = \%0'$ a karşılık gelen değerler yorulma çatlak büyümesine ait deterministik değerlerdir.

Tablo 3 ve Şekil 3' te görüldüğü üzere, $p = \%0'$ a karşılık gelen; $(da/dN)_p = 1,7993 * [1,1] = 1,7993$ deterministik değer ile başlayan sonuçlar dikkate alındığında, yük ve geometrik belirsizliklerin bant genişliklerinin nispeten birbirine yakın, malzeme belirsizliği bant genişliğinin yük ve geometrik belirsizliklerine göre çok daha geniş bir bant aralığında izlediği görülmektedir. Mertebe olarak örnek vermek gerekirse, $p = \%4$ belirsizlik yüzdesine karşı gelen malzeme belirsizliği, yük belirsizliği bant genişliğinin yaklaşık 5 katı, $p = \%10$ belirsizlik yüzdesinde ise 9,12 katı bant genişliğine sahip olduğu görülmektedir. Tablo 4 ve Şekil 4'te NASGRO bağıntısındaki malzeme belirsizliklerinin $(IV_{CFM}, IV_n, IV_k, IV_q, IV_{K_C}, IV_{C_{th}}, IV_{\Delta K_{th,0}} \neq [1,1])$, yük belirsizliklerinin $(IV_{\sigma_{max}}, IV_{\sigma_{min}} \neq [1,1])$ ve de geometri parametrelerindeki belirsizliklerin $(IV_Y, IV_{a_0} \neq [1,1])$ ayrı ayrı aralık sayı olarak dikkate alınarak, 0 ile 0,10 arasında değişen p belirsizlik yüzdesi değerlerine karşılık gelen FCG değerleri hesaplanmıştır.

Tablo 4 ve Şekil 4'teki grafiklerde görüldüğü üzere, $p = \%0'$ a karşılık gelen; $(da/dN)_{FM} = 0,0931 * [1,1] = 0,0931$ deterministik değer ile başlayan sonuçlarına bakıldığında, büyükten küçüğe belirsizlik bant genişlik sıralaması; malzeme, yük ve geometri belirsizlikleri olduğu gözlenmektedir. Paris-Erdoğan bağıntısında

olduğu gibi NASGRO bağıntısında da malzeme belirsizliği bant genişliğinin yük ve geometri belirsizliklerine göre çok daha geniş bir bant aralığı izlediği gözlenmektedir. Sayısal olarak örnek vermek gerekirse; $p = \%4$ belirsizlik yüzdesine karşı gelen malzeme belirsizliği, yük belirsizliği bant genişliğinin yaklaşık 2,5 katı, geometrik belirsizlik bant genişliğinin 3,82 katı, $p = \%10$ belirsizlik yüzdesinde ise yük belirsizliğinin 3,68, geometrik belirsizliğin ise 5,77 katı bant genişliğine sahip olduğu görülmektedir. Tablo 5, Tablo 6, Tablo 7 ve Şekil 5, Şekil 6, Şekil 7'de verilen grafiklerde, Paris-Erdoğan ve NASGRO bağıntılarında malzeme, yük ve geometri parametrelerindeki belirsizlikler ayrı ayrı aralık sayılar olarak dikkate alınarak, %0 ile %10 arasında değişen p belirsizlik yüzdesi değerlerine karşılık gelen yorulma çatlak büyümesi (FCG) değerleri karşılaştırmalı olarak sunulmaktadır.

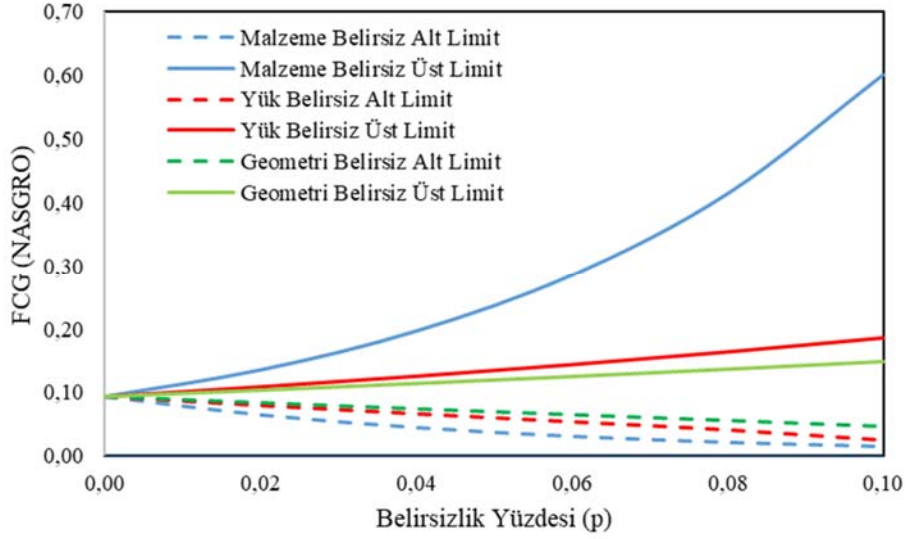
Tablo 5, Tablo 6, Tablo 7 ve Şekil 5, Şekil 6, Şekil 7 elde edilen grafikler detaylı olarak incelendiğinde, $p = \%0'$ a karşılık gelen deterministik Paris-Erdoğan $(da/dN)_p = 1,7993 * [1,1] = 1,7993$ ve deterministik NASGRO $(da/dN)_{FM} = 0,0931 * [1,1] = 0,0931$ FCG değerleri karşılaştırıldığında Paris-Erdoğan bağıntısının değerinin NASGRO bağıntısından 19 kat daha büyük olduğu görülmektedir. Büyükten küçüğe belirsizlik bant genişlik sıralamasının; malzeme, geometri ve yük belirsizlikleri bant genişlikleri olduğu gözlenmektedir. Sayısal olarak örnek vermek gerekirse; $p = \%10$ belirsizlik yüzdesine karşı gelen Paris-Erdoğan malzeme belirsizliği bant genişliği değeri, NASGRO malzeme belirsizliği bant genişliği değerinin 32,60 katı genişliğindedir. Geometri ve yük belirsizlikleri için benzer karşılaştırmayı yaptığımızda, Paris-Erdoğan geometri belirsizliği bant genişliğinin NASGRO geometri belirsizliği bant genişliğinin 16,09 katı, yük belirsizlik bant genişliğinin 12,62 katı olduğu görülmektedir.



Şekil 3. Malzeme, yük ve geometri belirsizlikler altında FCG ömür (Paris-Erdoğan) $(da/dN)_p$ aralık bantları (FCG life (Paris-Erdoğan) $(da/dN)_p$ interval bands under material, load and geometrical uncertainties)

Tablo 4. Malzeme, yük ve geometri belirsizlikleri dikkate alınarak FCG ömür aralığının alt ve üst sınır değerleri (NASGRO) $(da/dN)_{FM}$ [mm/çevrim] (Lower and upper limit values of the interval FCG life considering material, load and geometrical uncertainties (NASGRO) $(da/dN)_{FM}$ [mm/çevrim])

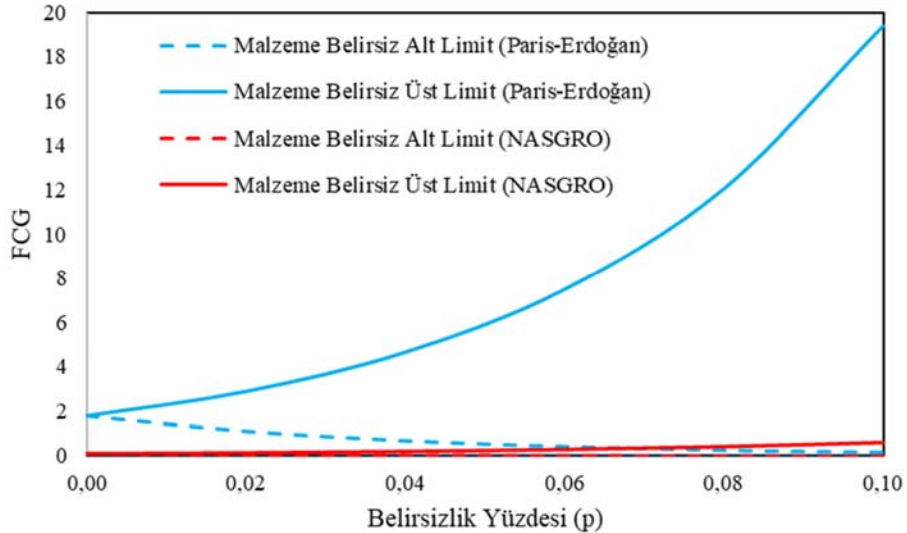
p	Malzeme Belirsizliği	Yük Belirsizliği	Geometri Belirsizliği
0,00	[0,0931 0,0931]	[0,0931 0,0931]	[0,0931 0,0931]
0,02	[0,0641 0,1353]	[0,0791 0,1083]	[0,0834 0,1032]
0,04	[0,0441 0,1965]	[0,0659 0,1250]	[0,0740 0,1138]
0,06	[0,0303 0,2853]	[0,0534 0,1432]	[0,0648 0,1248]
0,08	[0,0208 0,4142]	[0,0406 0,1631]	[0,0558 0,1364]
0,10	[0,0143 0,6011]	[0,0244 0,1851]	[0,0464 0,1485]



Şekil 4. Malzeme, yük ve geometri belirsizlikleri altında FCG ömür (NASGRO) $(da/dN)_{FM}$ aralık bantları (FCG life (NASGRO) $(da/dN)_{FM}$ interval bands under material, load and geometrical uncertainties)

Tablo 5. Malzeme belirsizlikleri dikkate alınarak FCG ömür aralığının alt ve üst sınır değerleri (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) $IV_{Cp}, IV_{mp}, IV_{CFM}, IV_n, IV_k, IV_q, IV_{Kc}, IV_{Cth}, IV_{\Delta K_{th,0}} \neq [1,1]$ (Lower and upper limit values of the interval FCG life (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) considering material uncertainties $IV_{Cp}, IV_{mp}, IV_{CFM}, IV_n, IV_k, IV_q, IV_{Kc}, IV_{Cth}, IV_{\Delta K_{th,0}} \neq [1,1]$)

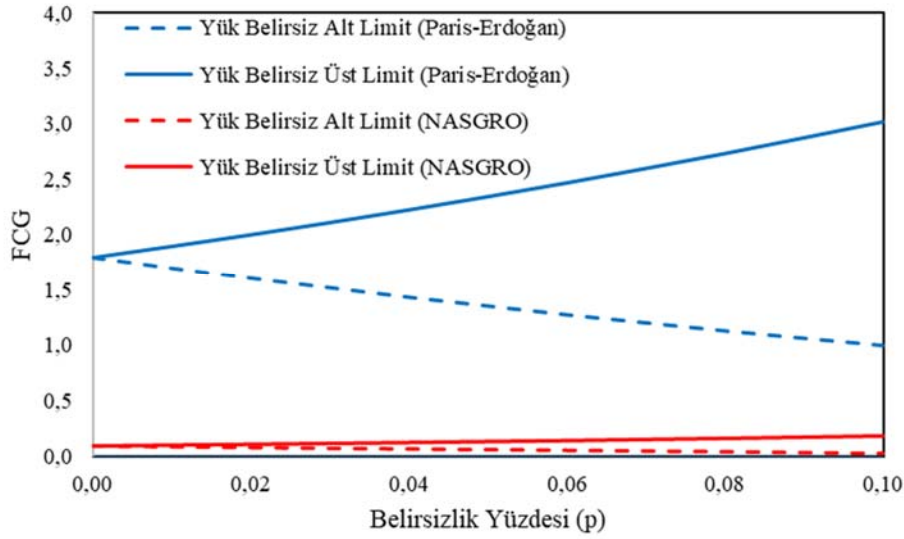
p	Paris-Erdoğan	NASGRO
0,00	[1,7993 1,7993]	[0,0931 0,0931]
0,02	[1,1171 2,8970]	[0,0641 0,1353]
0,04	[0,6932 4,6627]	[0,0441 0,1965]
0,06	[0,4300 7,5018]	[0,0303 0,2853]
0,08	[0,2666 12,0653]	[0,0208 0,4142]
0,10	[0,1652 19,3982]	[0,0143 0,6011]



Şekil 5. Malzeme belirsizlikleri altında FCG ömür (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) aralık bantları (FCG life (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) interval bands under material uncertainties)

Tablo 6. Yük belirsizlikleri dikkate alınarak FCG ömür aralığının alt ve üst sınır değerleri (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) $IV_{\sigma_{max}}, IV_{\sigma_{min}} \neq [1,1]$ (Lower and upper limit values of the interval FCG life (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) considering load uncertainties $IV_{\sigma_{max}}, IV_{\sigma_{min}} \neq [1,1]$)

p	Paris-Erdoğan	NASGRO
0,00	[1,7993 1,7993]	[0,0931 0,0931]
0,02	[1,6097 2,0059]	[0,0791 0,1083]
0,04	[1,4360 2,2304]	[0,0659 0,1250]
0,06	[1,2772 2,4740]	[0,0534 0,1432]
0,08	[1,1324 2,7379]	[0,0406 0,1631]
0,10	[1,0008 3,0231]	[0,0244 0,1851]



Şekil 6. Yük belirsizlikleri altında FCG ömür (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) aralık bantları (FCG life (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) interval bands under load uncertainties)

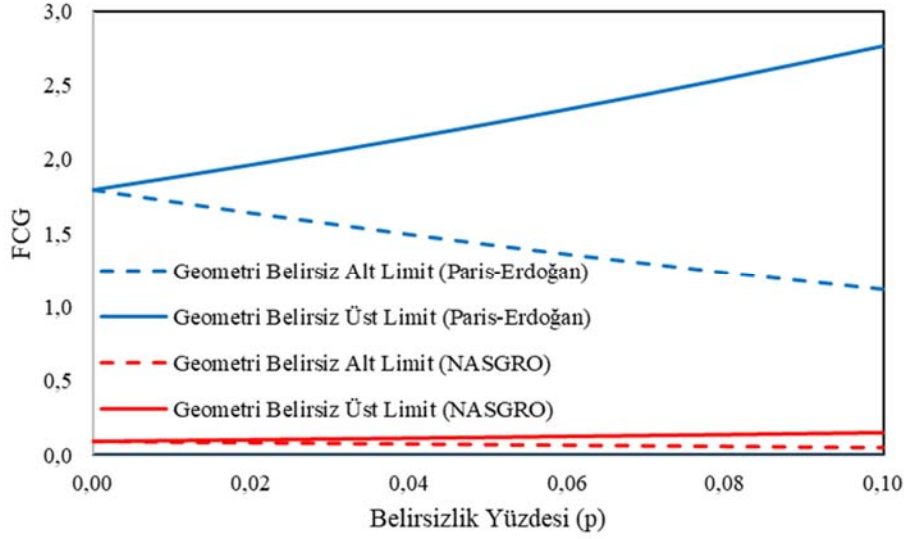
Tablo 7. Geometri belirsizlikleri dikkate alınarak FCG ömür aralığının alt ve üst sınır değerleri (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) $IV_Y, IV_{a_0} \neq [1,1]$ (Lower and upper limit values of the interval FCG life (Paris-Erdoğan and NASGRO (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) considering geometrical uncertainties $IV_Y, IV_{a_0} \neq [1,1]$)

p	Paris-Erdoğan	NASGRO
0,00	[1,7993 1,7993]	[0,0931 0,0931]
0,02	[1,6429 1,9670]	[0,0834 0,1032]
0,04	[1,4973 2,1466]	[0,0740 0,1138]
0,06	[1,3620 2,3387]	[0,0648 0,1248]
0,08	[1,2364 2,5439]	[0,0558 0,1364]
0,10	[1,1199 2,7629]	[0,0464 0,1485]

4. Simgeler (Symbols)

$A_0 - A_3$: Newman çatlak açılma fonksiyonu katsayıları
 C_{FM} : NASGRO eşitliği malzeme sabiti
 C_p : Paris-Erdoğan eşitliği malzeme sabiti
 C_{th} : Newman ampirik fonksiyon parametresi
 IV_e : e Deterministik sayısal bir değer aralık kısmı
 K : Gerilme şiddeti faktörü
 K_C : Kırılma tokluğu
 K_{max} : Maximum gerilme şiddeti faktörü
 K_{min} : Minimum gerilme şiddeti faktörü
 R : Yük oranı

Y : Geometric şekil fonksiyonu
 a : Çatlak boyu
 a_0 : Başlangıç çatlak boyu
 da/dN : Çatlak ilerleme hızı
 m_p : Paris-Erdoğan eşitliği malzeme sabiti
 n : NASGRO eşitliği malzeme sabiti
 k : NASGRO eşitliği malzeme sabiti
 q : NASGRO eşitliği malzeme sabiti
 ΔK : Gerilme şiddeti faktörü aralığı
 ΔK_{th} : Gerilme şiddeti faktörü sınır değeri
 $\Delta K_{th,0}$: $R = 0$ değerine karşılık gelen gerilme şiddeti faktörü sınır değeri



Şekil. 7 Geometri belirsizlikleri altında FCG ömür (Paris-Erdoğan ve NASGRO (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ ve NASGRO $(da/dN)_{FM}$) aralık bantları (FCG life (Paris-Erdoğan $(da/dN)_p$ and NASGRO $(da/dN)_{FM}$) interval bands under geometrical uncertainties)

- α : Constraint faktörü
 γ : Çatlak açılma fonksiyonu
 σ : Normal gerilme
 σ_F : Akma gerilmesi
 $\sigma_{max}, \sigma_{min}$: Maksimum ve minimum normal gerilme

4. Sonuçlar (Conclusions)

Çalışmada, FCG ömür tahmininde yer alan malzeme, yük ve geometrik belirsizlikleri ve etkileri, karşılaştırmalı olarak, aralık analizi yöntemi kullanılarak sunulmuştur. İlgili belirsizlikler gerçek değerlerin iki sınır değer arasında tanımlandığı aralık değerler olarak tanımlanarak işlemlere dâhil edilmiş, maksimum duyarlılık gerektiren ve karmaşık bir süreç olan FCG ömrü için gerçek değeri içeren bir çözüm aralığına olanak sağlanıp doğru sonucun içeriği garanti edilerek güvenli aralık değerler elde edilmiştir. Belirsizliklerin FCG ömrü içinde etkinlik rollerine baktığımızda, yük ve geometrik belirsizliklerin bant genişliklerinin nispeten birbirine yakın, malzeme belirsizliği bant genişliğinin yük ve geometrik belirsizliklerine göre çok daha geniş bir bant aralığı izlediği görülmektedir. FCG ömrü için öngörülen parametrelerin belirsizliklerinin etkilerini ölçtüğümüzde büyükten küçüğe sıralarsak, malzeme, geometri ve yük belirsizlikleri olduğu görülmektedir. Çalışmanın tasarım aşamasında pratik mühendislik için malzeme, yük ve geometrik parametre belirsizliklerinin etkilerinin belirlenmesi aşamasında FCG tahminleri için bir öngörü sağlayacağı düşünülmektedir.

Kaynaklar (References)

- Anderson, T. L., Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, CRC Pres., New York, USA, 2005.
- Chowdhury P., Sehitoglu H., Mechanisms of fatigue crack growth – a critical digest of theoretical developments, Fatigue Fract Engineering Materials Structures, 39, 652–674, 2016.
- Long X.Y., Jiang C., Liu K., Han X., Gao W., Li B.C., An interval analysis method for fatigue crack growth life prediction with uncertainty, Computers and Structures, 210, 1–1, 2018.
- Besterfield G.H., Liu W.K., Lawrence M.A., Belytschko T., Fatigue crack growth reliability by probabilistic finite elements, Comput. Methods Appl. Mech. Eng., 86, 297–320, 1991.
- Liu W.K., Chen Y., Belytschko T., Lua Y.J., Three reliability methods for fatigue crack growth, Eng. Fract. Mech., 53 (5), 733-752, 1996.
- Leonel E., Chateaufneuf A., Venturini W., Bressollette P., Coupled reliability and boundary element model for probabilistic fatigue life assessment in mixed mode crack propagation, Int. J. Fatigue, 32, 1823–1834, 2010.
- Sankararaman S., Ling Y., Shantz C., Mahadevan S., Model Calibration for fatigue crack growth analysis under uncertainty, Proceedings of the IMAC-XXVIII, Jacksonville, Florida USA, February 1–4, 2010.
- Sankararaman S., Ling Y., Shantz C., Mahadevan S., Uncertainty quantification in fatigue crack growth prognosis, International Journal of Prognostics and Health Management, ISSN 2153-2648, 2011.
- Sankararaman S., Ling Y., Mahadevan S., Uncertainty quantification and model validation of fatigue crack growth prediction, Engineering Fracture Mechanics, 78, 1487–1504, 2011.
- Cohen M.L., Kulkarni S.S., Achenbach J.D., Probabilistic approach to growth and detection of a truncated distribution of initial crack lengths based on Paris' law, Struct. Health Monit., 11 (2), 225–236, 2012.
- Köksal N. S., Kayapınar A., Mehmet Ç. M., Fatigue Analysis of a Notched Cantilever Beam Using Ansys Workbench, In: Fourth International Conference on Mathematical and Computational Applications, Manisa, Turkey, June, 11-13, 2013.
- Robinson E. I., Marzat J., Raissi T., Model-based Prognosis Algorithms with Uncertainty Propagation: Application to Fatigue Crack Growth, Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), Barcelona, Spain, Sept. 7-9, 2016.
- Wang L., Wang X.J., Su H., Lin G., Reliability estimation of fatigue crack growth prediction via limited measured data, Int. J. Mech. Sci., 121, 44–57, 2017.
- Demir O., Ayhan A.O., Düzlemsel olmayan çatlak ilerleme problemlerinin üç boyutlu analizi, Gazi Üniversitesi Dergisi, Part C, 5 (2), 159-175, 2017.
- Long X.Y., Liu K., Jianga C., Xiao Y., Wu S.C., Uncertainty propagation method for probabilistic fatigue crack growth life, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 103, 102268, 2019.
- Mallor C., Calvo S., Núñez J.L., Rodríguez-Barrachina R., Landaberea A., Propagation of uncertainty in fatigue crack growth for probabilistic life estimation, Procedia Structural Integrity, 28, 619–626, 2020.
- Sarıbay M., Investigation of mixed-mode fatigue crack growth phenomenon with a new computational procedure, Int. J. Adv. Eng. Pure Sci., 32 (3):295-302, 2020.
- Demirkaya Ö.F., Tüfekçi K., Zaman ve frekans düzleminde yorulma ömrü hesaplama yöntemlerinin sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmesi, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 8 (2), 467 – 478, 2020.

19. Tang H., Guo X., Xue S., Uncertainty quantification in small-timescale model-based fatigue crack growth analysis using a stochastic collocation method, *Metals*, 10, 646, 2020.
20. Demir O., Eğik çatlak içeren çelik plakının yorulma davranışının farklı hasar modelleriyle tahmini, *Konya Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 8 (3), 586-600, 2020.
21. Sözen L., Yurdakul M., İç Y.T., Determination of periodic inspection time in pressurized equipment exposed to fatigue by estimating the probability of fracture, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36, (4), 1972-1992, 2021.
22. Ben-Haim Y., Elishakoff I., *Convex Models of Uncertainty in Applied Mechanics*, Elsevier, New York, USA, 2013.
23. Moore, R. E., *Interval Analysis*, Prentice Hall, Upper Saddle River, USA, 1966.
24. Moore, R. E., *Methods and Applications of Interval Analysis*, PA: SIAM, Philadelphia, USA, 1979.
25. Nuding, V. E., Wilhelm, J., Über gleichungen und über lösungen [On equations and solutions], *ZAMM*, 52:188-190, 1972.
26. Rao, S., Berke, L., Analysis of uncertain structural systems using interval analysis, *AIAA J*, 35 (2), 727-735, 1997.
27. Muhanna, R. L., Mullen, R. L., Development of Interval Based Methods for Fuzziness in Continuum Mechanics, *Proceeding of the ISUMA-NAFIPS'95*, Maryland, USA, 145-150, Sept. 17-20, 1995.
28. Mullen, R. L., Muhanna, R. L., Structural Analysis with Fuzzy-Based Load Uncertainty, *Proceeding of the 7th ASCE EMD/STD Joint Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability*, USA, Aug. 7-9, 1996.
29. Muhanna, R. L., Mullen, R. L., Formulation of fuzzy finite element methods for mechanics problems, *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, (Previously *Microcomputers in Civil Engineering*), 14, 107-117, 1999.
30. Köylüoğlu, H. U., Elishakoff, I. A., Comparison of stochastic and interval finite elements applied to shear frames with uncertain stiffness properties, *Comput. Struct.*, 67, 91-98, 1998.
31. Muhanna, R. L., Mullen, R. L., Uncertainty in mechanics problems-Interval based approach, *J. Eng. Mechanic*, 127 (6), 557-566, 2001.
32. Muhanna, R. L., Zhang, H., Mullen, R. L., Combined axial and bending stiffness in interval finite-element methods, *Journal of Structural Engineering*, 133 (9), 1700-1709, 2007.
33. Rao R.M.V, Pownuk, A., *Design of truss and frame structures with interval and fuzzy parameters*, NAFIPS, New York, USA, 2008.
34. Qiu, Z., Wang, J., Reliability study of fracture mechanics based non-probabilistic interval analysis model, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 33, 539-548, 2010.
35. Zhang, H., Mullen, R., Muhanna, R.L., Interval monte carlo methods for structural reliability, *Structural Safety*, 32, 183-190, 2010.
36. Impollonia, N., Muscolino, G., Interval analysis of structures with uncertain-but-bounded axial stiffness, *Comput. Methods Appl. Engrg*, 200, 1945-1962, 2011.
37. Zhang, M.Q., Beer, M., Koh, C. G., Interval analysis for system identification of linear MDOF structures in the presence of modeling errors, *Journal of Engineering Mechanics*, 138 (11), 1326-1338, 2012.
38. Hao, S., Xi, X., Qu, S., Shi, W., The application of interval analysis method in the stability analysis, *Applied Mechanics and Materials*, 117-119, 48-52, 2012.
39. Gau, X., Li, A., Luo, L., Wang, C., A new method for structural non-probabilistic reliability analysis based on interval analysis, *Structural Non-Probabilistic Reliability*, 73-79, 2015.
40. Liu, G., Mao, Z., Structural damage diagnosis with uncertainties quantified using interval analysis, *Struct. Control Health Monit*, 24, 1-12, 2017.
41. Qui, Z., Zhang, Z., Crack propagation in structures with uncertain-but-bounded parameters via interval method, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 98, 95-103, 2018.
42. Wang L., Liang J., Yang Y., Zheng Y., Time-dependent reliability assessment of fatigue crack growth modeling based on perturbation series expansions and interval mathematics, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 95, 104-118, 2018.
43. Wan Z., Zhang S.J., Zhou Y., Interval solution for nonlinear programming of maximizing the fatigue life of v-belt under polymorphic uncertain environment, *Math. Problems Eng*, 2013.
44. Qiu Z., Zhang Z., Crack propagation in structures with uncertain-but-bounded parameters via interval perturbation method, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 98, 95-103, 2018.
45. Paris P. C., Erdoğan F., A critical analysis of crack propagation laws, *Transactions of ASME, Journal of Basic Engineering*, D85, 528-534, 1963.
46. Richard H. A., Sander M., *Fatigue Crack Growth, Solid Mechanics and Its Applications*, Springer International Publishing, Switzerland, 2016.
47. Griffith A. A., The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A 221, 163-198, 1920.
48. Forman RG, Mettu SR., Behavior of Surface and Corner Cracks Subjected to Tensile and Bending Loads in Ti-6Al-4V Alloy, In: *Fracture Mechanics: 22nd Symposium*, 1, ASTM STP 1131, Philadelphia, USA, 519-546, 1992.
49. Newman J.C., A crack opening stress equation for fatigue crack growth, *Int. J. Fract.*, 24, R131-5, 1984.

