




Matematik Ders Kitaplarında Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri Nasıl Öğretiliyor: Türkiye, ABD ve Kanada Karşılaştırması

How Multiplication and Division Operations with Integers are Taught in Mathematics Textbooks: Comparison of Turkey, the USA, and Canada

Emine Özgür ŞEN , Dr. Öğretim Üyesi, Yozgat Bozok Üniversitesi, senozgur@yahoo.com

Özgür Şen, E. (2022). Matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemleri nasıl öğretiliyor: Türkiye, ABD ve Kanada karşılaştırması. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 13(2), 806-825.

Geliş tarihi: 24.02.2022

Kabul tarihi: 12.08.2022

Yayımlanma tarihi: 28.12.2022

Öz. Bu araştırmada matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl öğretildiği incelenmiştir. Bu bağlamda, Türkiye, ABD ve Kanada matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl sunulduğu incelenmiş ayrıca konu içeriğinde verilen örnek ve problemlerin analizi değerlendirilmiştir. Araştırma nitel olarak tasarlanmış, doküman inceleme tekniği kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak Türkiye, ABD ve Kanada'nın matematik ders kitapları kullanılmıştır. Verilerin analizi içerik analiz yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Araştırmada, ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi öğretiminde sunulan problemlerin büyük çoğunluğunun hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Kanada matematik ders kitabında tartışma, yorumlama, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap, gerçek ve otantik bağlam problemleri diğer ders kitaplarına oranla daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Türkiye matematik ders kitabındaki problemler hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel düzeyde olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi öğretimde tüm ders kitapları sayma pulları ve sayı doğrusu modelini kullanmıştır. Ancak sadece Kanada matematik ders kitabı tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi öğretiminde model kullanımı ayrıntılı olarak ele almıştır.

Anahtar Kelimeler: Çarpma ve bölme işlemleri, Matematik ders kitabı, Tam sayılar.

Abstract. This study aims to investigate the ways the multiplication and division operations with integers are taught in mathematics textbooks. Thus, it examines how the multiplication and division operations with integers are presented in mathematics textbooks published in Turkey, in the USA and in Canada, and it also evaluates the analysis of problems and examples given in the content. The current study, which was designed in qualitative method, uses document review. The research data were collected via the mathematics textbooks published in Turkey, in the USA and in Canada. The data were analyzed in content analysis method. The study concluded that that the majority of the problems presented in teaching multiplication and division with integers in the textbooks involved calculation, applying basic knowledge and skills and closed-ended answers. It also found that problems involving discussion, interpretation, linking, reflective thinking, and real and authentic context were more common in Canadian mathematics textbooks than in other textbooks, while they were quite rare in Turkish mathematics textbooks. Furthermore, all of the textbooks used counting chips and numerical axis model in teaching the subject. However, it was found that only the Canadian mathematics textbooks covered the teaching of multiplication and division with integers in detail using models.

Keywords: Multiplication and division operations, Mathematics textbooks, Integers.

Extended Abstract

Introduction. Textbooks have been used since ancient times as a supporting material in educational and training activities (Fan, Zhu & Miao, 2013). Mathematics textbooks are considered important for students to comprehend mathematical concepts, to generalize them, and to develop their understanding towards real life (Khalid and Embong, 2020). Besides, they also enable them to understand that mathematics is not just a body of rules, but a science based on reasoning (Stacey and Vincent, 2009). Students use textbooks in learning the lessons taught to them, in doing their homework and in learning by themselves. Teachers, on the other hand use them in choosing content, in planning the lessons, and in conducting classroom activities (Alajmi, 2012; Kajander and Lovric, 2009; Lepik, 2015; Porter, 2002; Thomson and Fleming, 2004).

Considering that mathematics textbooks are an important material that can affect students' success, it is necessary to compare the opportunities offered by different countries in teaching a subject (Kar and Işık, 2015). Textbooks serve as the national curriculum. It will not be enough to evaluate textbooks on a national basis. It is necessary to outline mathematics teaching by conducting international comparative studies (Mayer et al., 1995). This study aims to analyze how multiplication and division operations with integers are taught in mathematics textbooks published in Turkey, in the USA and in Canada. In hence, this current study seeks answers to the following sub-problems:

1. How is the multiplication of integers taught in mathematics textbooks in Turkey, in the USA, and in Canada? What are the similarities and differences between the examples and problems presented in multiplication of integers?
2. How is the division of integers taught in mathematics textbooks in Turkey, in the USA, and in Canada? What are the similarities and differences between the examples and problems presented in division of integers?

Method. This qualitatively designed study uses the method of document review. Document analysis involves the analysis of written materials containing information about facts and phenomena in line with the objectives of the research (Yıldırım and Şimşek, 2011). It employs content analysis method in analyzing the data. In qualitative research, content analysis is described as the presentation of text meanings or messages in the form of concepts and categories by following a certain systematic stages.

(Güler, Halıcıoğlu and Taşğın, 2015). In this regard, the five-dimension evaluation method, which Gracin (2018) identified to analyze mathematics textbook problems, was employed to analyze the study data.

Results. It was found that the examples and problems included in the (TRMT) for teaching multiplication with integers comprised calculation, applying basic knowledge and skills directly, closed-ended answers, and mathematical situations. The TRMT does not include reflective thinking, or open-ended and authentic context problems. It can be said that the number of problems that involved making connections and real-life context are very few. The most striking point for the examples and problems in the USAMT is that they were given in relation to algebra and statistics. The number of problems that involved making connections, reflective thinking, open-ended answers, and authentic context was bigger in the CMT than in other books. In the TRMT, problems with open-ended answers and authentic context were not included in the division by integers. Like the case in multiplication, the CMT had the most problems in division by integers.

Discussion and Conclusion. The common ground in the TRMT, USAMT, and CMT was that multiplication and division operations with integers were handled in separate sections. The multiplication and division with integers were taught in different ways in the three books. It was found on examining the ways multiplication with integers was taught that the process began by reminding the repeated addition meaning of multiplication through the example of multiplying two

positive integers in the CMT. In the TRMT and USAMT, the multiplication process of a positive integer and a negative integer began by modeling it with counting chips, and it was reminded through the example that multiplication meant the repeated addition of numbers.

It was another finding obtained in this current study that there were differences in the teaching of division with integers, especially in terms of model usage. In teaching division by integers, the TRMT and USAMT benefited from the relationship between modeling and multiplication-division with counting chips. However, modeling with counting chips was used only for dividing a negative integer by a positive integer. The CMT used the numerical axis model in teaching division with integers and discussed it in detail. In the TRMT and USAMT, the numerical axis model was not used in teaching division.

Giriş

Ders kitapları eğitim ve öğretim faaliyetlerinin yürütülmesinde destekleyici bir materyal olarak eski çağlardan beri kullanılmaktadır (Fan, Zhu ve Miao, 2013). Matematik ders kitapları öğrencinin matematiksel kavramları anlayabilme, genelleme ve gerçek yaşama dair anlayışını geliştirme (Khalid ve Embong, 2020) matematiğin sadece kurallar bütünü olmadığı akıl yürütme üzerine kurulan bir bilim olduğunu kavraması açısından önemli kabul edilmektedir (Stacey ve Vincent, 2009). Öğrenciler ders kitabını dersi öğrenmek, ev ödevlerini tamamlamak, kendi kendine öğrenmeyi gerçekleştirmek amacıyla, öğretmenler ise ders kitabını içeriği düzenleme, dersi planlama ve sınıf içi aktiviteleri yürütmek amacıyla kullanılmaktadır (Alajmi, 2012; Kajander ve Lovric, 2009; Lepik, 2015; Porter, 2002; Thomson ve Fleming, 2004). Uluslararası matematik ve fen eğilimleri araştırması [TIMSS] (2011) matematik ders kitabının ilkökul öğretmenleri tarafından temel kaynak olarak kabul edildiği belirtilmektedir. TIMSS (1995) araştırması ise ABD’de %57, İngiltere’de %49, Yeni Zelanda’da %50 oranında öğrencinin kendi kendine çalışırken ders kitabından faydalandığı belirtilmektedir (Van den Ham ve Heinze, 2018).

Ders kitapları öğrenme süreçleri üzerinde önemli bir rol oynamaktadır (Kandemir ve Yıldız, 2019). Fan ve diğerleri (2021) ders kitaplarının öğrenme ortamlarını nasıl etkilediğini araştırmıştır. Araştırmaya katılan Şanghai’lı öğretmenler matematik ders kitapları için matematik öğretimini kolaylaştırdığı, daha iyi öğretim yapmaya yardımcı olduğu, öğrencilerin öğrenmesine katkı sağladığı şekilde olumlu görüşlerde bulunmuşlardır. Xin (2007) araştırmasında ABD ders kitaplarında sunulan çalışma ve uygulama soruları ile öğrencilerin akademik performansları arasında doğrudan bir ilişki olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Van den Ham ve Heinze (2018) 1664 öğrenci ile yapmış olduğu çalışma öğretmenin ders kitabı seçimi öğrencinin başarısını etkilediğini göstermektedir. Ancak, yapılan bazı araştırma sonuçları ise öğretmenlerin ders kitabını bir alıştırma kitabı olarak gördüklerini veya öğrencilerin ders kitabından çok yönlü yararlanmadıklarını göstermektedir (Lepik, 2015). Ulusoy ve İncikabı’nın (2020) araştırması matematik ders kitaplarının genellikle öğrencilere soru sormak ve öğretim gündemini belirlemek amaçlı kullanıldığını, derin öğrenme ve kavramsal anlamayı keşfettirmek amaçlı daha az kullanıldığını ortaya koymuştur. Lepik, Grevholm ve Viholainen (2015) Finlandiya, Estonya ve Norveç’te 400’den fazla matematik öğretmeni ile yapmış olduğu araştırmada, Finlandiyalı öğretmenlerin matematik ders kitabını önemli bir alıştırma kaynağı olarak gördükleri, Norveçli öğretmenlerin ise ders kitabına daha az bağımlı kalarak öğretim yaptıkları tespit edilmiştir. Ayrıca, ders kitabı amacı dışında kullanıldığında, öğrencinin ders kitabını çok yönlü bir öğrenme kaynağı olarak görmediği belirtilmiştir.

Tam sayı kavramı ve önemi

Tam sayılar ve tam sayılarla yapılan işlemler öğrencinin hem aritmetik işlem becerisi hem de cebir gibi matematiğin diğer öğrenme alanlarındaki becerilerinin gelişmesinde önemli bir yeri vardır (Nur ve diğ., 2022; Powell ve diğ., 2021). Yapılan uluslararası sınavlarda öğrencilerin tam sayılar ile ilgili becerilerinin gelişmiş olması beklenmektedir. TIMSS (2019) araştırmasında sayılar öğrenme alanı tüm öğrenme alanlarının %30’unu tam sayılar ise sayılar öğrenme alanının %10’unu içermektedir. Araştırmada öğrencilerin tam sayıları anlayabilme ve hesaplama yapabilme becerileri incelenmektedir. Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı [PISA] (2018) araştırmasına katılan öğrencilerden tam sayı içeren problemleri çözmesi için temel algoritma, formül, işlem ve temel kuralları bilmesi beklenmektedir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2019, 2020).

Genel olarak baktığımızda, tam sayılar konusu ortaokul düzeyindeki öğrencilerin matematiksel gelişiminde kritik noktalardan birini oluşturmaktadır (Turan ve İpek, 2022). Öğrencinin

sayılara bakışı tam sayılar ile karşılaştığında yeni bir boyut kazanır. Çünkü, tam sayı kavramı öğrencinin sayılar konusunda ilkokuldan beri öğrendiği kavramsal ve prosedürel bilgiyi değiştirmektedir (Aydın-Ünal ve İpek, 2010; Almeida ve Bruno, 2014). Ayrıca, tam sayılar ve tam sayılarla işlemler fiziksel olarak modellenemeyen ve öğrencinin sıfırdan küçük sayıları anlayarak akıl yürütme kullanmasını gerektiren ilk sayı sistemidir (Stephan ve Akyuz, 2012). Bu nedenle, doğal sayılardan tam sayılara geçiş süreci pek çok öğrenci için kolay olmamaktadır (Turan ve İpek, 2022).

Tam sayılar konusunu üzerine yapılan araştırmalar öğrencilerin tam sayılar ile ilgili bazı kavram yanılgısı ve zorlukları olduğunu göstermektedir. Örneğin, öğrenciler negatif sayılar ile işlem yapmakta zorlanmaktadır (Altıparmak ve Özdoğan, 2010; Fuadiah, Suryadi ve Turmudi, 2019.; Stephan ve Akyuz, 2012; Khalid ve Embong, 2020; Nur ve diğ., 2022; Wessman-Enzinger ve Tobias, 2022). Bunun yanı sıra, bazı öğrenciler tam sayıların kavramsal anlamı ve çeşitli bağlamalarını karmaşık olarak algılamaktadır (Wessman-Enzinger ve Tobias, 2022). Ek olarak, öğrencilerin toplama işlemi sonucunun azalmaması, çıkanın eksilenden küçük olmaması veya çıkarma işlemi sonucunun artmaması gerektiği gibi bilişsel engelleri olduğu (Bishop ve diğ., 2014), tam sayılarla işlem yaparken stratejik, işlemsel veya mantıksal hata yapabildikleri (Makonye ve Fakude, 2016) tespit edilmiştir. Ayrıca, tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi yanlış anlamlarından dolayı ilk sayıyı ikinci sayıdan çıkarma, eksi işaretini yok sayma, çıkarma işareti ile sayının işaretini karıştırma (Badarudin ve Khalid, 2008; Carpenter ve Wessman-Enzinger, 2018; Permata ve Wijayanti, 2019; Turan ve İpek, 2022), iki negatif sayının çarpımı ve bölümünün neden pozitif olması gerektiğini anlayamama (Yenilmez ve Bağdat, 2014) veya negatif sayıları reddetme (Bishop ve diğ., 2014; Yenilmez ve Bağdat, 2014) gibi durumlar ile karşılaştığı tespit etmiştir. Bu yanılgı ve zorlukların en önemli nedenlerinden biri öğrencinin tam sayıların işlemsel kurallarını ezberlemeye çalışmasından kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, öğrenci tam sayılar konusunda akıcı ve esnek işlem yapmakta zorlanmaktadır (Reeder ve Bateiha, 2016).

Öğrencilerin tam sayılar konusunda zorlanmasının bir diğer nedeni ise sayı sistemi ile ilgilidir. Tam sayılar negatif ve pozitif sayılardan oluşmaktadır. Bu nedenle, sayının büyüklüğü, yönü ve anlamı birinci derecede önemlidir (Altıparmak ve Özdoğan, 2010). Örneğin, -21 sayısının -14 sayısından küçük olması öğrencinin inancına terstir. Bu durum, özellikle öğrenciyi negatif sayılarla çıkarma işleminde zorlanmaktadır (Badarudin & Khalid, 2008; Khalid ve Embong, 2020). Bunlara ek olarak, toplamanın artma, çıkarmanın eksilme (ilk sayı başlangıç noktası), bütün her parçadan daha büyüktür ve parça-bütün anlamları tam sayılar kümesinde işlem yapıldığında değişmektedir $[(+6) + (-2) = (+4)]$ işleminde sonuç toplanandan küçük, $(+2) - (-3) = (+5)$ işleminde eksilen sonuçtan küçüktür] (Peled ve Carraher, 2006).

Öğrencilerin tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinde karşılaştıkları sorunlar çarpma ve bölme işlemleri içinde geçerlidir (Peled ve Carraher, 2006). Bazı öğrenciler tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi yaparken sayının işaretini göz ardı etmektedir (Yenilmez ve Bağdat, 2014). Doğal sayılarla çarpma işlemi tekrarlı toplama olarak verilmektedir (Son ve Senk, 2010; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams 2016). Tam sayılarla çarpma işleminde ilk çarpan pozitif işaretli olduğunda ikinci çarpanın işareti fark etmeden çarpmanın tekrarlı toplama anlamı uygulanabilmektedir (ilk çarpan 0'dan başlamak üzere, bir grupta kaç tane olduğu ya da toplama kaç tane eklendiği). Ancak ilk çarpan negatif işareti olduğunda durum değişmektedir. Burada ilk çarpan negatif ise kaç tane tekrarlı çıkarıldığı anlamı taşımaktadır (Van de Walle ve diğ., 2016). Örneğin; $-3x - 4 = ?$ işlemi 0'dan 3 grup -4 'ü tekrarlı olarak çıkarmak anlamı taşır. Bu durum öğrencinin çarpma işlemi anlamasını zorlaştırmaktadır.

Tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde genellikle ölçme yaklaşımı kullanılmaktadır (Van de Walle ve diğ., 2016). Örneğin, $-8 \div +2 = ?$ işlemi $+2$ 'li gruplardan kaç tanesi -8 yapar anlamı taşır.

Sıfıra +2 negatif bir sayı adedince eklendiğinde yani tekrarlı çıkarma yaptığımızda sonuç negatif olacaktır. Aslında, tam sayılarla bölme işlemini anlayabilmek için doğal sayılarla çarpma ve bölme işlemi arasındaki ilişkinin iyi bilinmesi gerekmektedir (Van de Walle ve diğ., 2016). Bunun için $+4x - 3 = -12$ ise $-12 \div +4 = -3$ şeklindeki matematiksel yapıyı kullanmak uygun olur (Beswick, 2011). Bunun yanı sıra bölme işlemi için; $8x = 16$ işleminde kayıp çarpan anlamı ve $16 \div 2 = ?$ işleminde 16'nın içinde kaç 2'şerli grup bulunduğu veya 16'nın içinde kaç tane 2'nin bulunduğu fark ettirilmesi gerekir (Van de Walle ve diğ., 2016).

Öğrencinin yeni öğrendiği kavramları karşılaştırması ve aralarındaki ilişkileri görebilmesi için zihinsel imge ve modeller kullanılmaktadır (Badarudin & Khalid, 2008). Tam sayıların kavramsal anlamını geliştirmek için çeşitli bağlam ve modeller bulunmaktadır. Örneğin; futbol, asansör, postacı, sinema filmi, örüntüler, koordinat sistemi, grafikler, elektrik devresi, dağılma özelliği (Peterson, 1972), sihirli fıstıklar (Ball, 1993), su tankı (Mayer, Sims ve Tajika, 1995), jar modeli (Badarudin & Khalid, 2008) tam sayıların öğretiminde kullanılan bazı bağlam ve modellerdir. Bu bağlam ve modellerin yanında tam sayıların öğretiminde en çok sayma pulları ve sayı doğrusu modeli kullanılmaktadır (Bryant ve diğ., 2020).

Denge modeli olarak adlandırılan sayma pulları tam sayıları modellemek için sıklıkla kullanılmaktadır. Bu modelde, pozitif ve negatif sayılar genellikle biri beyaz (+1) diğeri siyah (-1) pullar ile ifade edilmektedir. Burada amaç beyaz ve siyah pullun birbirini götürerek sıfırı vermesidir (Almeida ve Bruno, 2014). Tam sayıların öğretiminde kullanılan diğeri bir model ise sayı doğrusu modelidir. Sayı doğrusu modelinde sayılar doğru üzerindeki konumları nedeniyle hareketlidir. Sayı doğrusu modelinde toplama işlemi iki hareketlinin bir kombinasyonu veya bir konumdan diğeri bir harekettir. Çıkarma işlemi ise ters yönde hareketli ifade etmektedir. Zıttını eklemek veya iki konum arasındaki farkı bulmak anlamı taşır. Çarpma işlemi hareketlerin tekrarlı toplanmasıdır (Almeida ve Bruno, 2014). Ancak tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini sayı doğrusu modeli üzerinde göstermek toplama ve çıkarma işlemlerini göstermek kadar kullanışlı olduğu söylenemez (Beswick, 2011). Örneğin; negatif bir sayıyı pozitif bir sayıya bölmek 0'dan 0'ın solundaki bir konuma gelerek sağa doğru kaç hamle yapmak gerektiği anlamı taşır. Burada yapılan hamlenin geriye doğru olması cevabı negatif yapmaktadır. Pozitif bir sayıyı negatif bir sayıya bölmek, sola doğru yapılan hareketin geriye doğru yapılması anlamındadır. Bu nedenle sonuç negatif olur. Negatif bir sayıyı negatif bir sayıya bölmek, 0'ın solunda bir konuma gelmek için kaç tane sola dönük hareket yapmak gerektiği anlamındadır. Bu hareket ileri yönde olacağından sonuç pozitif olacaktır (Beswick, 2011). Aşağıdaki Şekil 1'de $-8 : +2$ işlemi sayı doğrusunda modellenmiştir.



Şekil 1. Tam sayılarla bölme işleminin sayı doğrusu gösterimi (Van de Walle ve diğ., 2016)

Literatür taraması

Fan ve diğeri (2013) ders kitapları üzerine yapılan araştırmalarda son yıllarda önemli ilerlemeler kaydedildiğini belirtmektedir. Özellikle matematik ders kitapları üzerine yapılan uluslararası karşılaştırma araştırmaları artan bir ilgi görmektedir (Fan, 2013; Zhu ve Fan, 2006). Bu araştırmaların ana konularından biri farklı ülke matematik ders kitaplarını karşılaştırma ile ders kitabı matematik konu ve içerik düzenlemesinin nasıl ele alındığıdır. Karşılaştırma araştırmaları

matematiksel kavramların nasıl sunulduğu ve matematiksel problemlerin özellikleri hakkında bilgiler sunması bakımından önemlidir (Kar ve Işık, 2015). Farklı ülke ders kitaplarını karşılaştırarak matematiksel kavramların nasıl öğretildiğini inceleyen literatürde pek çok çalışma yer almaktadır. Örneğin; Mayer ve diğerleri (1995) Japon ve ABD matematik ders kitaplarında tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl öğretildiğini karşılaştırmıştır. Araştırma sonucunda Japon ders kitabının çoklu temsil (kelime, sembol, resim gibi) ile tanıdık durumlara ABD ders kitabından daha fazla yer verdiği, ayrıca anlamlı öğrenmeyi daha çok desteklediği tespit edilmiştir. Kar ve Işık (2015) Türkiye ve ABD ders kitaplarında tam sayılarla toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl öğretildiğini analiz etmiştir. Araştırmada Türkiye ders kitabında yer alan problemlerin daha çok işlemsel beceriye, ABD ders kitabında yer alan problemlerin ise matematiksel muhakeme gibi üst düzey düşünme becerisini geliştirmeye yönelik hazırlandığı tespit edilmiştir. Boonlerts ve Inprasitha (2013) Singapur, Japon ve Tayland ders kitaplarının çarpma işlemini nasıl öğrettiğini araştırmıştır. Araştırmada çarpma işleminin Singapur ders kitabında eşit grup, alan ve kartezyen çarpım, Japon ders kitabında eşit grup ve alan, Tayland ders kitabında ise eşit grup anlamına vurgu yapılarak öğretildiği tespit edilmiştir. Son ve Senk (2010) ABD ve Kore matematik ders kitaplarında kesirlerle çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl açıklandığını araştırmıştır. Araştırmada ABD ders kitabının önce kavramsal sonra işlemsel acıklığa önem verdiği, Kore ders kitabının ise kavramsal ve işlemsel bilgiyi eş zamanlı öğrettiği tespit edilmiştir. Ayrıca, ders kitaplarındaki problemlerin daha çok işlemsel anlamaya yönelik olduğu tespit edilmiştir. Hwang, Yeo ve Son (2021) Güney Kore ve ABD matematik ders kitaplarında kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerinin nasıl öğretildiğini incelemiştir. Araştırmada Güney Kore ders kitabının konunun bağlamsal özellikleri ile düşük ve yüksek düşünme becerilerine daha fazla önem verdiği, ABD ders kitabının ise temsil problemleri ve üst düzey bilişsel beceriler için yetersiz öğrenme fırsatı sunduğu ortaya konmuştur. Alajmi (2012) ise ABD, Japon ve Kuveyt ders kitaplarında kesirler konusunun nasıl öğretildiğini araştırmış ve tüm kitapların standart algoritmalara odaklandığı tespit etmiştir.

Matematik ders kitaplarını karşılaştırma araştırmalarında konuları nasıl öğrettiğinin yanında matematiksel problem durumları da çeşitli açılardan değerlendirilmiştir. Örneğin; Zhu ve Fan (2006) Çin ve ABD matematik ders kitaplarında yer alan problemleri incelemiştir. Araştırmada Çin ders kitabının gerçek hayat durumu içeren özellikle otantik problemlere daha fazla yer verildiği tespit edilmiştir. Kul, Sevimli ve Aksu (2018) Türkiye ve Kanada ders kitaplarında yer alan problemleri bilişsel süreç ve bilgi boyutu açısından karşılaştırmış ve benzer özellikler gösterdiği sonucuna ulaşmıştır. Mersin ve Kılıç (2021) Türkiye, Kanada ve Singapur matematik ders kitaplarında yer alan problem kurma ile ilgili etkinlikleri karşılaştırdıkları araştırma sonucunda ders kitaplarında problem kurma etkinliklerinin yeteri kadar yer almadığı tespit edilmiştir. Cai ve Jiang (2017) ABD ve Çin matematik ders kitaplarında yer alan problem kurma etkinliklerini karşılaştırılmış. Araştırmada Çin ders kitabının problem kurma etkinliklerine daha fazla yer ayırdığı ve problem kurma etkinliklerinin en çok sayılar ve işlemler öğrenme alanı içinde yer aldığı tespit edilmiştir. Özer ve Sezer (2014) Türk, Singapur ve ABD matematik ders kitaplarındaki problemleri karşılaştırmalı olarak değerlendirmiştir. Araştırmada Türkiye ders kitabındaki soru sayısının diğer kitaplara göre daha az olduğu belirlenmiştir.

Araştırmanın önemi

Matematik ders kitapları öğrenci başarısını etkileyebilecek önemli bir materyal olduğu dikkate alınır farklı ülkelerinin öğrenciye bir konuyu kavratırken sunduğu fırsatları karşılaştırmak gerekir (Kar ve Işık, 2015). Ders kitapları ulusal müfredat görevi görmektedir. Ders kitaplarını ulusal bazda değerlendirmek yeterli olmayacaktır. Uluslararası karşılaştırma çalışmaları yapılarak matematik öğretimi resmini çizmek gerekmektedir (Mayer ve diğ., 1995). Matematik ders kitapları öğrenme ve öğretme şekline yön veren bir kaynak (Kajander ve Lovric, 2009) olduğu düşünülürse farklı ülkelerin öğretme şekillerini karşılaştırarak daha zengin bir anlayışa sahip olunabilir (Pepin ve Haggarty, 2001). Bu araştırma Türkiye, ABD ve Kanada matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme

işlemlerinin nasıl öğretildiğini analiz etmeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda aşağıdaki alt problemlere cevap aranacaktır.

1. Türkiye, ABD ve Kanada matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma işlemi nasıl öğretilmektedir? Tam sayılarda çarpma işleminde sunulan örnek ve problemlerin benzer ve farklı yönleri nelerdir?
2. Türkiye, ABD ve Kanada matematik ders kitaplarında tam sayılarla bölme işlemi nasıl öğretilmektedir? Tam sayılarla bölme işleminde sunulan örnek ve problemlerin benzer ve farklı yönleri nelerdir?

Yöntem

Araştırmanın modeli

Türkiye, ABD ve Kanada matematik ders kitaplarında yer alan tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerine yönelik karşılaştırmanın yapıldığı bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden doküman inceleme tekniği kullanılmıştır. Doküman incelemesi nitel araştırmalarda etkili şekilde kullanılması gereken araştırmanın amacı ile ilgili yazılı ve görsel materyallerin incelenmesidir. Doküman incelemesi araştırmanın hedefleri doğrultusunda olgu ve olgular hakkında bilgi içeren yazılı materyallerin analizini kapsamaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2011).

Veri toplama araçları

Ders kitabı karşılaştırma araştırmaları öğrencilerin matematik öğrenirken deneyimledikleri yolları belirlemek, analiz etmek, benzerlik ve farklılıkları ortaya koymayı amaçlar (Mersin ve Kılıç, 2021). Kaliteli düzeyde ders kitabı geliştirmek, öğrencilerin öğrenme ve anlama zenginliğini geliştirmek açısından önemlidir (Hwang ve diğ., 2021). Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin ders kitaplarında nasıl öğretildiğini karşılaştırmak için üç farklı ülkeden üç farklı kitap seçilmiştir. Araştırmada Türkiye matematik ders kitabı (TRMK), Amerika Birleşik Devletleri matematik ders kitabı (ABDMK) ve Kanada matematik ders kitabı (KMK) kullanılmıştır. Karşılaştırma yapılacak olan ülkeler belirlenirken özellikle TIMSS ve PISA gibi uluslararası sınavlarda başarı ortalamasının yüksek olması ve gelişmişlik düzeyi dikkate alınarak TRMK ile karşılaştırma yapılmıştır. Şahin ve Başgül (2019) ülkemiz matematik ders kitaplarını diğer ülke ders kitapları ile karşılaştırma çalışmalarında en çok ABD matematik ders kitaplarının kullanıldığı, Kanada matematik ders kitapları ile yapılan karşılaştırmalı çalışma sayısının ise oldukça az olduğunu belirtmiştir. Ancak farklı ülke ders kitaplarında özellikle tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi öğretiminin nasıl sunulduğunu karşılaştıran bir araştırmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle yapılan çalışmanın literatüre katkı sağlayacağı düşünülmüştür. TRMK için MEB (Keskin-Oğan ve Öztürk, 2019) yayınları Ortaokul 7. sınıf matematik ders kitabı, ABDMK için Glencoe/ McGraw-Hill (Moore-Harris ve diğ., 2006) yayınları Mathematics Application and Concepts Course 2, KMK için Pearson (Baron ve diğ., 2008) yayınları Math Makes Sense 8 seçilmiştir.

Veri analizi

Verilerin analizi içerik analiz yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. Nitel araştırmalarda içerik analizi, metin anlamları veya verilmek istenen mesajlar belli bir sistematik izlenerek kavram ve kategoriler şeklinde ortaya konması olarak açıklanır (Güler, Halıcıoğlu ve Taşgın, 2015). Araştırmada içerik analizi amaçları belirleme, kavramları tanımlama, analiz birimlerini belirleme, konu ile ilgili verilerin yerini belirleme, mantıksal yapı geliştirme, kodlama, kategorileri oluşturma, sayma, yorumlama ve sonuçları yazma aşmalarına (Büyüköztürk ve diğerleri, 2012) dikkat edilerek

yapılmıştır. Araştırmanın veri analizi Gracin'in (2018) matematik ders kitabı problemlerini analiz etmek için tanımladığı beş boyutlu değerlendirme yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Aşağıdaki Tablo 1 Gracin'in (2018) matematik ders kitapları için tanımladığı beş boyutlu değerlendirme yönteminin basamakları hakkında bilgiler sunmaktadır.

Tablo 1.

Matematik ders kitabındaki örnek ve problemleri değerlendirme basamakları

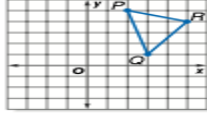

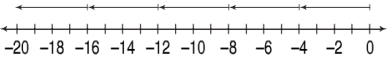
| Kategori | Açıklama | Alt boyut | Kod |
|-----------------------|--|---|-----|
| Matematiksel içerik | Öğrenci bir görevi yerine getirmek için hangi içeriği bilmelidir? | Ölçme | Ö |
| | | Cebir, değişkenler, fonksiyonlar | C |
| | | Geometri, geometrik şekiller ve katı cisimler | G |
| | | İstatistik ve olasılık | i |
| Matematiksel etkinlik | Öğrenci bir görevi başarı bir şekilde tamamlayabilmek için hangi matematiksel aktiviteleri yapmalıdır? | Temsilleştirme | T |
| | | Hesaplama | H |
| | | Yorumlama | Y |
| | | Tartışma | T |
| Karmaşıklık seviyesi | Öğrencinin bir görevi gerçekleştirebilmesi için ihtiyaç duyduğu bilgi ve etkinliklerin karmaşıklık düzeyi nedir? | Temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama | TB |
| | | Bağlantı oluşturma | BO |
| | | Yansıtıcı düşünme | YD |
| Cevap formu | Görev hangi cevap formunu içeriyor? | Kapalı uçlu cevap | KC |
| | | Açık uçlu cevap | AC |
| | | Çoktan seçmeli | ÇS |
| Bağlam | Görevdeki bağlam nedir? | Matematiksel | MB |
| | | Gerçek hayat | GH |
| | | Otantik bağlam | OB |

Matematiksel içerik, öğrencinin bir görevi yerine getirmek için sahip olması gereken matematiksel bilgiyi temsil etmektedir (Gracin, 2018). Matematiksel etkinlik, öğrencinin bir görevi tamamlayabilmesi için yapması gereken matematiksel aktiviteleri içermektedir. Dört alt boyuttan oluşmaktadır. Temsilleştirme matematiksel bir temsili başka bir matematiksel temsile çevirebilme, bir durum ile ilgili matematiksel ilişkileri tanıma, bir matematiksel problemi farklı temsiller ile gösterebilme anlamındadır. Hesaplama temel matematiksel işlemleri yürütebilme; yorumlama matematiksel ilişkileri tanıma ve verilen bağlamları yorumlama; tartışma bir kararın aleyhine ve lehine olan durumları matematiksel olarak ifade edebilme anlamı taşır (Gracin, 2018). Karmaşıklık seviyesi, öğrencinin bir görevi yerine getirmek için ihtiyaç duyduğu bilgi ve etkinliklerin karmaşıklık düzeyini temsil eder. Üç boyuttan oluşmaktadır. Temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama matematiksel kavram, kural, prosedür ve temsilleri doğrudan uygulamaktır. Bağlantı oluşturma bir problemi çözmek için gerekli kavramların birleştirilmesini gerektiren karmaşık görevleri ifade etmektedir. Yansıtıcı düşünme doğrudan okunamayan matematiksel fikirleri oluşturmak anlamı taşır (Gracin, 2018). Cevap formu, matematiksel bir problemin cevap türü hakkında bilgi verir. Üç boyuttan oluşmaktadır. Kapalı uçlu cevap ne kadar farklı yaklaşım olursa olsun sadece tek bir cevabı olan problem; açık uçlu cevap bir veya birden fazla doğru cevabı olan problemdir (Zhu ve Fan, 2006). Çoktan seçmeli problemin cevabı birden fazla şık arasındadır. Bağlam, problemin bağlamını ifade eder. Gerçek dünya deneyimlerinin ders kitabına hangi yollar ile dahil edildiğini gösterir. Üç boyuttan oluşmaktadır (Gracin, 2018). Matematiksel bağlam problemin cebirsel olarak verildiği durumları; gerçek hayat bağlamı problemin gerçek yaşam ile ne kadar bağlantılı olduğunu ifade etmek için kullanılmaktadır. Gerçek hayat bağlamı yazar tarafından oluşturulan durumları içerir. Otantik bağlam

öğrencinin verileri gerçek hayattan topladığı problemlerdir (Zhu ve Fan, 2006). Aşağıdaki Tablo 2 ders kitaplarında yer verilen bazı örnek ve problemlerin kodlama örnekleri hakkında bilgiler sunmaktadır.

Tablo 2.

Ders kitaplarından bazı örnekler

| Örnekler | Kodlar | | | | | Bağlam |
|---|------------------|-----------------------|----------------------|-------------|----|--|
| | Matematik içerik | Matematiksel etkinlik | Karmaşıklık seviyesi | Cevap formu | | |
| 5. (-3) işlemini sayı doğrusu üzerinde modelleyin. (TRMK) | -- | T | TB | KC | M | |
| $(-7) \cdot (-9) = ?$ 8. $(-12) = ?$ işlemlerin sonuçlarını bulalım. (TRMK) | -- | H | TB | KC | M | |
| Hayatınızda pozitif ve negatif tam sayıları kullandığınız durumları içeren bir yazı yazın. Bir problem kurun ve çözün. (ABDMK) | -- | Y | YD | AC | OB | |
|  | C | H | BO | KC | M | Eğer üçgenin y noktaları -2 ile çarpılırsa üçgen kaçınıcı bölgede yer alır? (ABDMK) |
|  | İ | H | TB | KC | GH | Grafik, son bir yılda zarar eden beş dergiyi göstermektedir. Rakamlar, dergilerin 2005'ten 2006'ya kadar olan kârını gösteriyor. Bu beş derginin ortama zararı ne kadar? (ABDMK) |
| İki doğal sayısının çarpımı hiçbir zaman bu iki doğal sayıdan küçük olmaz. Aynı durum tam sayılarla çarpma işlemi içinde geçerli mi? Araştırın. Bulduklarınızı yazın. (KMK) | -- | Y | YD | AC | OB | |
| 3. $(-2) = ?$ $(-2) \cdot 3 = ?$ çarpma işleminde tam sayıların yerleri değiştiğinde nasıl bir değişiklik olmaktadır? (TRMK) | -- | Y | TB | KC | M | |
| Ocak ayı içinde bir hafta boyunca Rankin Inlet Nunavut'ta günlük ortalama sıcaklık -20 derece oldu. Haftanın her günü için sıcaklık ne olabilir? Olası cevaplarınızı nelerdir? Açıklayın. (KMK) | -- | Y | BO | AC | GH | |
| Örüntüyü üç adım devam ettirin. Sonra örüntü için kural geliştirin. $+1, -6, +36, -216, \dots$ (KMK) | -- | H | TB | KC | M | |
| 15'i kalansız bölen kaç tam sayı vardır? (TRMK) A) 4 B) 6 C) 8 D) 15 | -- | H | TB | ÇS | M | |
| Arkadaşınızın bu dersi kaçırdığını varsayın. Arkadaşınıza, iki tam sayının çarpma işlemini örnekler vererek açıklayın. (KMK) | -- | Y | YD | AC | OB | |
|  | -- | T | TB | KC | M | Sayı doğrusu hangi tam sayının bölümünü temsil etmektedir. (KMK) |

Bulgular

Bu bölümde, önce TRMK, ABDMK ve KMK'larında tam sayılarla ile çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl öğretildiği açıklanmış ardından ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemleri konusunda yer verilen örnek ve problemlerin analizi tablolar halinde sunulmuştur.

1. Tam sayılarla çarpma işlemi

TRMK tam sayılarla çarpma işlemine denizaltı gerçek hayat bağlamı içeren motivasyon etkinliği ile başlamıştır. Etkinlikte üç soru yer almaktadır. Sorular, öğrencinin pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının çarpma işlemi tanımlamaya yönelik görüşlerini almayı amaçlamaktadır (Şekil 2). Tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde örnek olarak ikisi gerçek hayat iki matematiksel dört problem kullanılmıştır. “Bir sondaj makinesi toprağı saatte 3m delebilmektedir. Aralıksız olarak 5 saat çalışan bu sondaj makinesinin ucunun ulaştığı derinliğin toprak yüzeyine göre konumunu bulalım.” şeklindeki ilk örnek pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının çarpma işlemi öğretmek için hazırlanmıştır. Çözüm çarpmanın tekrarlı toplama anlamı, sayma pulları ve sayı doğrusu modeli kullanılarak açıklanmıştır [$5 \cdot (-3) = -15$]. Tam sayılarla çarpma işleminin sayma pulları ile modellenmesine ilişkin başka örneğe yer verilmemiştir. Sırası ile; pozitif bir tam sayı ve negatif bir tam sayının [$2 \cdot (-4) = ?$], negatif bir tam sayı ile pozitif bir tam sayının [$(-3) \cdot 2 = ?$] ve negatif iki tam sayının [$(-2) \cdot (-4) = ?$] çarpma işlemi örüntü arama stratejisi kullanılarak açıklanmıştır. Negatif bir tam sayı (-2) sırasıyla 4, 3, 2, 1, 0, (-1) , (-2) , (-3) , (-4) ile çarpılarak aradaki bağlantıdan öğrencinin $(-2) \cdot (-4)$ işlem sonucunu fark etmesi amaçlanmıştır (Şekil 3). Sayı doğrusu modeli iki örnek çalışmada biri pozitif biri negatif iki sayının çarpma işlemi için kullanılmış ve diğer durumlara $[- \cdot - ; - \cdot + ; + \cdot +]$ yer verilmemiştir. TRMK tam sayılarla çarpma işlemi özelliklerine ayrı bir bölüm ayırmıştır. Tam sayılarla çarpma işlemi özellikleri öğretiminde açık uçlu sorular kullanılarak öğrencinin yorumlama yapması amaçlanmıştır [Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonucunu bulunuz. $(-1) \cdot (-5) = \dots$; $7 \cdot (-1) = \dots - 1$ 'in işlem sonuçlarına etkisini yazın.]. Soruların hemen ardından özellik tanımları verilmiştir. Bu bölümde sadece bir matematiksel örnek verilmiştir [-15.103 işleminin sonucu bulalım.]



Şekil 2. Motivasyon etkinliği (TRMK)

| 1. çarpan | 2. çarpan | Sonuç |
|-----------|--------------|--------|
| (-2) | $\cdot 4$ | $= -8$ |
| (-2) | $\cdot 3$ | $= -6$ |
| (-2) | $\cdot 2$ | $= -4$ |
| (-2) | $\cdot 1$ | $= -2$ |
| (-2) | $\cdot 0$ | $= 0$ |
| (-2) | $\cdot (-1)$ | $= +2$ |
| (-2) | $\cdot (-2)$ | $= +4$ |
| (-2) | $\cdot (-3)$ | $= +6$ |
| (-2) | $\cdot (-4)$ | $= +8$ |

Şekil 3. $(-2) \cdot (-4)$ işlemi öğretimi (TRMK)

ABDMK tamsayılar çarpma işlemine sayma pullarının pozitif ve negatif tam sayıları çarpma içinde kullanılabileceği açıklanarak başlanmıştır. Öğretime etkinlik ile başlanmıştır. Etkinlikte, $4 \cdot (-2)$ işlemi sayma pulları modellenerek verilmiş öğrenciden modelin matematik cümlesini yazması istenmektedir. Daha sonra pekiştirme amaçlı pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının çarpma işlemi için dört soru sorulmuş ve öğrenciden arkadaşı ile birlikte bu soruları sayma pulları kullanarak modellemesi beklenmektedir. Etkinlik sonunda “Pozitif ve negatif tam sayıların çarpımının işaretini bulmak için bir kural yazın.” sorusu öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerilerini ölçmek amaçlı verilmiştir (Şekil 4). $4 \cdot (-2)$ işlemi çarpmanın tekrarlı toplama anlamı ve sayı doğrusu modeli kullanılarak açıklanmıştır. Sayı doğrusu ve sayma pulları ile modelleme başka örnekte kullanılmamıştır. Ters işaretli iki tam sayının çarpma işlemi için geçerli olan kural verilmiştir [Ters işaretli iki tam sayının çarpımı negatiftir]. Negatif işaretli iki tam sayının çarpma işlemi öğretimi için örüntü arama stratejisi kullanılmıştır. (-6) sayısı sırası ile 2, 1, 0, -1 , -2 sayıları ile çarpılarak verilmiş. Daha sonra aynı işaretli iki tam sayının çarpma işlemi için kural verilmiştir (Şekil 5). Konunun öğretiminde 8 örnek kullanılmıştır. Örnekler hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama ve matematiksel düzeydedir. Konu sonunda 64 problem yer almaktadır. Bu soruların üç tanesi açık

uçlu ve öğrencilerin yansıtıcı düşünme becerilerini geliştirmeye yöneliktir [n'nin hangi değeri için $(-2)^n$ pozitif olur? / Üç negatif sayının çarpımının işareti nedir? Örnekler verin.]

Work with a partner.
Counters can be used to multiply positive and negative integers.

• counters
• integer mat

4 sets of 2 negative tiles ...

... is 8 negative tiles, or -8.

1. Write a multiplication sentence that describes the model above.
Find each product using counters.
2. $3(-2)$ 3. $4(-3)$ 4. $1(-7)$ 5. $5(-2)$
6. Write a rule for finding the sign of the product of a positive and negative integer.

The product of two positive integers is positive. You can use a pattern to find the sign of the product of two negative integers.

negative \times positive = negative

negative \times negative = positive

$(-6)(2) = -12$
 $(-6)(1) = -6$
 $(-6)(0) = 0$
 $(-6)(-1) = 6$
 $(-6)(-2) = 12$

Each product is 6 more than the previous product.

Şekil 4. $4(-2)$ işlemi için etkinlik (ABDMK) [Pozitif ve negatif tam sayıları çarpma için sayma pullarını kullanabilirsiniz. / 1. Yukarıdaki modeli açıklayan çarpma cümlesini yazın. Sayma pullarını kullanarak sonuçları bulun. 6. Pozitif ve negatif tam sayıların çarpımının işaretini bulmak için bir kural yazın.]

Şekil 5. Örüntü arama stratejisi ile tam sayılarla çarpma işlemi öğretimi (ABDMK)

[İki pozitif tam sayının çarpımı pozitiftir. İki negatif tam sayının çarpımının işaretini bulmak için örüntü kullanabilirsiniz.]

KMK tam sayılarla çarpma işlemine iki bölüm ayırmıştır. İlk bölüm model kullanarak tam sayılarla çarpma işlemi öğretimine odaklanmaktadır. KMK tam sayılar ile çarpma işlemi öğretime 5×3 işlemi üzerinden çarpmanın tekrarlı toplama anlamı, sayma pulları ve sayı doğrusu modeli ile ön bilgiler hatırlatarak başlamıştır. Ardından verilen keşfettirici etkinlikte negatif bir tam sayı ile pozitif tam bir sayının çarpma işlemi öğretimi sayı doğrusu modeli kullanılarak açıklanmıştır. Etkinlik soruları öğrencinin tartışma ve yansıtıcı düşünme becerilerini ölçmeye yönelik hazırlanmıştır (Şekil 6). Ardından sarı (+1) ve kırmızı (-1) sayma pullarının görsel temsilleri tanıtılarak, bu iki pullun birleşimi yani $(+1) + (-1) = 0$ eşit olduğu vurgulanmıştır. Dört örneğe yer verilmiştir. Sırası ile $(+4)x(+3)$, $(+4)x(-3)$, $(-4)x(-3)$ ve $(-4)x(+3)$ işlemlerinin sayma pulları ile nasıl modelleneceği ayrıntılı olarak açıklanmıştır (Şekil 7). Bu örnekler dışında biri matematiksel ve bir günlük yaşam durumuna uygun iki örnek verilmiştir. İkinci bölümde tam sayılarla çarpma işlemi özellikleri verilmiştir. Tam sayılarla çarpma işlemi özellikleri öğretimi çarpma tablosu ve çarpmanın alan anlamı vurgulanarak yapılmıştır. Bu bölümde yer alan örnekler matematiksel ve hesaplamaya yönelik hazırlanmıştır.

Investigate

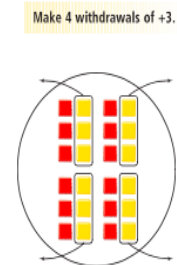
Work with a partner.
You will need masking tape and a metre stick.
Make a large number line across the floor.
Divide the line into intervals of 15 cm.
Label the line from -15 to +15.

▶ Walk the line to multiply integers.
- Start at 0.
- For negative numbers of steps, face the negative end of the line before walking.
- For negative step sizes, walk backward.
For example:

▶ Choose 2 different positive integers less than +5.
▶ Find all possible products of the integers and their opposites.
Take turns. One partner walks the line to find each product.
The other partner records on a number line and writes the multiplication equation each time.

Reflect & Share
Share your results with the class. What patterns do you notice?
How can you predict the product of two integers?

▶ Multiply: $(-4) \times (+3)$
-4 is a negative integer.
+3 is modelled with 3 yellow tiles.
So, take 4 sets of 3 yellow tiles out of the circle.
There are no yellow tiles to take out.
So, add zero pairs until there are enough yellow tiles to remove.
Add 12 zero pairs.
Take out 4 sets of 3 yellow tiles.
There are 12 red tiles left in the circle.
They represent -12.
So, $(-4) \times (+3) = -12$



Şekil 6. Etkinlik örneği (KMK)

[Arkadaşınız ile birlikte çalışın. Bant ve şerit metreye ihtiyacınız olacak. Zemine büyük bir sayı doğrusu çizin. 15 cm'yi aralıklara bölün. Sayı doğrusunu -15 ile +15 arasında

Şekil 7. Sayma pulları ile modelleme örneği (KMK)

[Çarpma : $(-4)x(+3)$ / -4 negatif tam sayıdır. +3, 3 sarı sayma pulu ile modellenmiştir. Bu nedenle, çembere 4

etiketleyin. / Tam sayıları çarpım için doğru üzerinde yürüyün. 0 noktasından başlayın. Negatif adım için yürümeden önce sayı doğrusunun negatif ucuna bakın. Negatif adım için geriye doğru yürüyün. Örneğin, ... +5'den küçük iki farklı pozitif tam sayı seçin. Tam sayı ve karşıtları için tüm olası sonuçları bulun. Sırasıyla, ... Sonuçlarınızı sınıf ile paylaşın. Nasıl bir örüntü fark ettiniz. İki tam sayının çarpımını nasıl tahmin edersiniz.]

set 3 sarı sayma pulu yerleştirin. Çıkarılacak sarı sayma pulu yoktur. Bu nedenle, yeterli sarı sayma pulunu çıkaracak kadar sıfır çifti ekleyin. 12 sıfır çifti ekleyin. 4 set 3 sarı sayma pulu çıkarın. Çemberde 12 kırmızı sayma pulu kaldı. Bu -12'yi temsil etmektedir. Bu yüzden, $(-4) \times (+3) = -12$

Aşağıdaki Tablo 3 matematik ders kitaplarında tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde yer alan örnek ve problemlerin analizi hakkında bilgiler sunmaktadır.

Tablo 3.

Tam sayılar ile çarpma işlemi öğretiminde kullanılan örnek ve problemlerin analiz

| | TRMK | | ABDMK | | KMK | |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | n | % | n | % | n | % |
| Matematiksel içerik | | | | | | |
| Ölçme | -- | -- | -- | -- | -- | -- |
| Cebir, değişkenler ve fonksiyonlar | -- | -- | 26 | 8,7 | -- | -- |
| Geometri, geometrik şekiller ve katı cisimler | -- | -- | -- | -- | -- | -- |
| İstatistik ve olasılık | -- | -- | 2 | 0,7 | -- | -- |
| Matematiksel etkinlik | | | | | | |
| Temsilleştirme | 7 | 3,9 | 4 | 1,3 | 34 | 7,4 |
| Hesaplama | 37 | 20,7 | 59 | 19,8 | 60 | 13,1 |
| Yorumlama | 7 | 3,9 | 4 | 1,3 | 21 | 4,6 |
| Tartışma | --- | -- | -- | -- | 6 | 1,3 |
| Karmaşıklık seviyesi | | | | | | |
| Temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama | 37 | 20,7 | 60 | 20,1 | 82 | 18,0 |
| Bağlantı oluşturma | 10 | 5,6 | 2 | 0,7 | 10 | 2,2 |
| Yansıtıcı düşünme | --- | -- | 5 | 1,7 | 16 | 3,5 |
| Cevap formu | | | | | | |
| Kapalı uçlu cevap | 46 | 25,7 | 61 | 20,5 | 24 | 5,2 |
| Açık uçlu cevap | -- | -- | 3 | 1,1 | 84 | 18,3 |
| Çoktan seçmeli | -- | -- | 2 | 0,7 | --- | -- |
| Bağlam | | | | | | |
| Matematiksel | 31 | 17,3 | 60 | 20,1 | 106 | 23,2 |
| Gerçek hayat | 4 | 2,2 | 10 | 3,3 | 8 | 1,7 |
| Otantik bağlam | -- | -- | -- | -- | 7 | 1,5 |
| Toplam | 179 | 100 | 298 | 100 | 458 | 100 |

Tablo 3 incelendiğinde TRMK'ında yer verilen örnek ve problemler hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel olduğu tespit edilmiştir. TRMK'ında yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap ve otantik bağlam problemleri yer almamaktadır. Bağlantı oluşturma ve gerçek hayat bağlamı içeren problem sayısı ise oldukça azdır. ABDMK'ında yer alan örnek ve problemler için en dikkat çeken nokta cebir ve istatistik konuları ile ilişkilendirerek verilmesidir. ABDMK'ında yer alan örnek ve problemlerin büyük çoğunluğu hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematikselidir. Ancak bunun yanında bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme ve gerçek hayat bağlamı içeren problemlere yer verildiği tespit edilmiştir. TRMK ve ABDMK'ında yorumlamaya dayalı problem durumu KMK'na göre oldukça az,

tartışma içeren problem durumu ise hiç yoktur. KMK'ında diğer kitaplara oranla daha fazla örnek ve problem olduğu görülmektedir. KMK'da bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap ve otantik bağlam içeren problemlerin oranı diğer ders kitaplarına oranla daha fazladır.

2. Tam sayılarla bölme işlemi

TRMK tam sayılarla bölme işlemi öğretimine iki pozitif tam sayının bölünmesine yönelik basit bir soru başlamıştır [Yandaki marangoz, kitaplık yapmak için 40 cm uzunluğunda raflar hazırlayacaktır. Marangozun raflar için kullanacağı tahtanın eni rafların eniyle aynıdır. Marangozun elindeki 320 cm'lik tahtayla yapabileceği raf sayısını bulmak için gereken işlemleri yazınız.]. Tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde 2'si gerçek hayat 6'sı matematiksel olmak üzere 8 örneğe yer verilmiştir. İlk örnekte $8 \div 2$ ve $(-6) \div 3$ işlemleri sayma pulları ile modellenerek açıklanmıştır. İkinci örnek çarpma ve bölme arasındaki ilişkiden yararlanarak öğrencinin tam sayılarla bölme işlemini kavramasına yönelik verilmiştir (Şekil 8). Sayı doğrusu modeli bir örnekte ancak açıklama yapılmadan kullanılmıştır. Gerçek hayat bağlamı içeren problemler hesaplama düzeyinde verilmiştir [Toprak yüzeyinden 12 metre aşağıdaki madene inmek isteyen bir madenci, her 2 metrede bir kez güvenlik tuşuna basmak zorundadır. Madencinin madene ulaştığında toplam kaç kez güvenlik tuşuna bastığını bulalım.].

Birlikte Çözelim 2

Aşağıdaki tabloyu çarpmanın bölme ile olan ilişkisinden yararlanarak dolduralım.

| Çarpma İşlemi | Bölme İşlemi |
|---------------------------|--------------------------|
| $(+2) \cdot (+4) = \dots$ | $(+8) \div (+4) = \dots$ |
| $(-2) \cdot (+4) = \dots$ | $(-8) \div (-2) = \dots$ |
| $(-2) \cdot (-4) = \dots$ | $(-8) \div (-4) = \dots$ |
| $(-2) \cdot (-4) = \dots$ | $(+8) \div (-4) = \dots$ |

Çözüm:

$(+2) \cdot (+4) = +8$ olduğunu biliyoruz. Çarpım, çarpanlardan birine bölündüğünde diğer çarpan bulunur. Bu durumda $(+8) \div (+4) = 2$ olur. Bu ilişkiden yararlanarak verilen tablo aşağıdaki gibi doldurulur.

| Çarpma İşlemi | Bölme İşlemi |
|-----------------------------------|-----------------------|
| $(+2) \cdot (+4) = +8$ olduğundan | $(+8) \div (+4) = +2$ |
| $(-2) \cdot (+4) = -8$ olduğundan | $(-8) \div (-2) = +4$ |
| $(-2) \cdot (-4) = +8$ olduğundan | $(-8) \div (-4) = +2$ |
| $(-2) \cdot (-4) = +8$ olduğundan | $(+8) \div (-4) = -2$ |

Tabloyu doldururken tam sayılarda çarpma işleminin bölme işlemi ile ilişkisinden yararlandık. Pozitif bir tam sayının negatif bir tam sayıya bölümünün negatif tam sayı, negatif bir tam sayının negatif bir tam sayıya bölümünün pozitif tam sayı olduğunu gördük.

Şekil 8. Tam sayılarda bölme işlemi öğretimi (TRMK)

ABDMK tam sayılarla bölme işlemi öğretimine çarpma işleminde olduğu gibi sayma pulları ile modelleme kullanılarak başlanmıştır [$(-10) \div 5$]. Çarpma işleminde olduğu gibi öğrenciye 2 soru yöneltilerek sayma pulları ile modellemesi istenmiştir [$-6 \div 2$; $-12 \div 3$]. Bölme işlemi öğretiminde başka modelleme gösterimine yer verilmemiştir. Daha sonra çarpma ve bölme arasındaki ilişkili vurgulanarak, iki tam sayıyı bölerken çarpma işleminden nasıl yararlanılacağı açıklanmıştır (Şekil 9). Tam sayılarla bölme işlemine ait kurallar verilmiş matematiksel örnekler ile açıklanmıştır. ABDMK'da konu sonunda 49 problem yer almaktadır.

Division of integers is related to multiplication. When finding the quotient of two integers, you can use a related multiplication sentence.

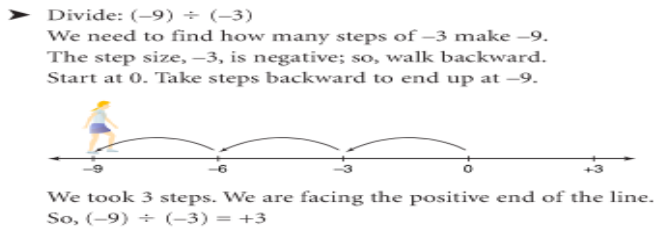
| | | | | |
|---|---------------|---------------|-------------------|---|
| The factor in the multiplication sentence . . . | $2(-6) = -12$ | \rightarrow | $-12 \div 2 = -6$ | . . . is the quotient in the division sentence. |
| | $4(-5) = -20$ | \rightarrow | $-20 \div 4 = -5$ | |

Since multiplication and division sentences are related, you can use them to find the quotient of integers with different signs.

| | | | |
|-----------------|---------------|---------------------|-------------------|
| different signs | | | |
| $8(-9) = -72$ | \rightarrow | $-72 \div 8 = -9$ | negative quotient |
| $-8(-9) = 72$ | \rightarrow | $72 \div (-8) = -9$ | |
| different signs | | | |

Şekil 9. Çarpma ve bölme arasındaki ilişkiden yararlanarak tam sayılarla bölme işlemi öğretimi (ABDMK) [Tam sayılarla bölme işlemi çarpma işlemi ile ilişkilidir. İki tam sayının bölümünü bulurken çarpma işlemi kullanabilirsiniz. / Çarpma ve bölme işlemleri birbirleri ile ilişkili olduğundan ters işaretli tam sayıları bölmek için kullanabilirsiniz.]

KMK tam sayılarla bölme işlemine iki bölüm ayırmıştır. İlk bölümde tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde model kullanımı açıklanmıştır. Tam sayılarla bölme işlemi öğretimine $12 \div 4 = ?$ örneği üzerinden çarpma ile bölme işlemi arasındaki ilişki, bölmenin kayıp çarpan anlamı [$? \times 4 = 12$], $3 \times 4 = 12$ işlemi sayma pulları ile modelleme ve bölmenin eşit gruplara ayırma anlamı hatırlatılarak başlamıştır. Ardından keşfettirici etkinlik verilmiştir. Etkinlikte, öğrenciden 1 ile 20 arasındaki sayılar ve ters işaretlileri ile bölme işlemleri oluşturması, sayma pulları ile modellemeleri istenmektedir. Etkinlik sonunda “*Bulduğunuz sonuçları sınıf ile paylaşın. Nasıl bir örüntü fark ettiniz? İki tam sayının bölümünün sonucunu nasıl tahmin edersiniz?*” şeklinde açık uçlu sorular öğrencilerin tartışma ve yansıtıcı düşüncelerini ortaya çıkarmak amacıyla yöneltilmiştir. 6 örneğe yer verilmiştir. Tam sayılarla bölme işleminin sayı doğrusu modeli ile öğretimine yönelik dört örneğe yer verilmiş ve modelin nasıl uygulanacağı ayrıntılı şekilde açıklanmıştır [$(+9) \div (+3)$, $(-9) \div (-3)$, $(-9) \div (+3)$, $(+9) \div (-3)$] (Şekil 10). İkinci bölüm tam sayılarla bölme işlemi için kural geliştirme olarak adlandırılmıştır. Matematiksel olarak verilen örnekler üzerinden bölme işlemi kuralları vurgulanmıştır.



Şekil 10. Sayı doğrusu modeli ile tam sayılarla bölme işlemi (KMK)

[Bölme: $(-9) \div (-3)$. Kaç -3 adımın -9 olduğunu bulmalıyız. Adım boyu -3 negatif bu nedenle geriye doğru yürüyün. 0 noktasından başlayın. -9 'a gelmek için geriye doğru adımlar atın. 3 adım attınız. Doğrunun pozitif yönü ile karşı karşıyasınız. Bu nedenle, $(-9) \div (-3) = +3$]

Aşağıdaki Tablo 4 matematik ders kitaplarında tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde yer alan örnek ve problemlerin analizi hakkında bilgiler sunmaktadır.

Tablo 4.

Tam sayılarla bölme işleminde kullanılan örnek ve problemlerin analiz

| | TRMK | | ABDMK | | KMK | |
|---|------|------|-------|------|-----|------|
| | n | % | n | % | n | % |
| Matematiksel içerik | | | | | | |
| Ölçme | -- | -- | -- | -- | -- | -- |
| Cebir, değişkenler ve fonksiyonlar | -- | -- | -- | -- | -- | -- |
| Geometri, geometrik şekiller ve katı cisimler | -- | -- | -- | -- | -- | -- |
| İstatistik ve olasılık | -- | -- | 2 | 0,8 | -- | -- |
| Matematiksel etkinlik | | | | | | |
| Temsilleştirme | 3 | 2,9 | 1 | 0,4 | 29 | 6,1 |
| Hesaplama | 24 | 23,3 | 53 | 21,2 | 51 | 10,6 |
| Yorumlama | 1 | 1,1 | 8 | 3,2 | 23 | 4,8 |
| Tartışma | -- | -- | -- | -- | 7 | 1,5 |
| Karmaşıklık seviyesi | | | | | | |
| Temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama | 21 | 20,3 | 53 | 21,2 | 82 | 17,1 |
| Bağlantı oluşturma | 4 | 3,8 | 4 | 1,6 | 29 | 6,1 |
| Yansıtıcı düşünme | -- | -- | 5 | 2,0 | 15 | 3,1 |

| Cevap formu | | | | | | |
|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Kapalı uçlu cevap | 24 | 23,3 | 55 | 22,0 | 28 | 5,8 |
| Açık uçlu cevap | -- | -- | 4 | 1,6 | 92 | 19,2 |
| Çoktan seçmeli | 1 | 1,1 | 3 | 1,2 | --- | |
| Bağlam | | | | | | |
| Matematiksel | 23 | 22,3 | 51 | 20,4 | 88 | 18,4 |
| Gerçek hayat | 2 | 1,9 | 10 | 4,0 | 12 | 2,5 |
| Otantik bağlam | -- | -- | 1 | 0,4 | 23 | 4,8 |
| Toplam | 103 | 100 | 250 | 100 | 479 | 100 |

Tablo 4 incelendiğinde, TRMK’ında tam sayılarla bölme işleminde yer alan örnek ve problemlerin hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel olduğu görülmektedir. Açık uçlu cevap ve otantik bağlam içeren problemlere yer verilmemiştir. ABDMK’ında yer alan örnek ve problemlerin çoğunluğu hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel olarak verildiği tespit edilmiştir. Yorumlama, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap, günlük yaşam ve otantik bağlam [*Bölme cümlesi yazınız. Sonra bölümün nasıl bulunabileceğini gösteren model çiziniz.*] problemlerin ise az sayıda olduğu söylenebilir. Çarpma işleminde olduğu gibi tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde de en fazla problem KMK’ındadır. KMK’ında yorumlama, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap ve otantik bağlam içeren problemlerin sayısı diğer ders kitaplarına oranla daha fazladır.

Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada ders kitaplarında tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin nasıl öğretildiği incelenmiştir. Matematik ders kitaplarında konuların nasıl ele alındığı ve nasıl sunulduğunu analiz etmek önemlidir. Özellikle öğrenciler için zor ve karmaşık olarak algılanan konuları farklı ülke ders kitapları ile karşılaştırarak değerlendirmek o konunun öğretimi hakkında yararlı bilgiler sunabilmektedir (Alajmi, 2012).

TRMK, ABDMK ve KMK’larında ortak nokta tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinin ayrı bölümler halinde ele alınmış olmasıdır. Tam sayılarla çarpma ve bölme işlemi öğretimi üç kitapta farklı şekillerde verilmektedir. Tam sayılarla çarpma işlemi öğretimi incelendiğinde, KMK’ında iki pozitif tam sayının çarpılması örneği üzerinden çarpma işleminin tekrarlı toplama anlamı hatırlatılarak başlanmıştır. TRMK ve ABDMK’larında ise pozitif bir tam sayı ile negatif tam sayının çarpma işlemi sayma pulları ile modellenerek ve çarpmanın tekrarlı toplama anlamı hatırlatılarak başlanmıştır. Öğrencinin tam sayıları anlaması, kavramlar arasında mantıksal bağlar kurması ve öğrenmeye yardımcı stratejiler geliştirmesi gerekmektedir (Badarudin ve Khalid, 2008). Bu nedenle, öğretiminde model kullanmak kavramsal anlayışı geliştirmek açısından önemlidir (Son ve Senk, 2010). Ayrıca, Turan ve İpek (2022) tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerinde sayma pulları ve sayı doğrusu modelinin etkin şekilde kullanılmasını öğrencilerin ilişkilendirme becerilerine katkı sağladığını söylemektedir. Üç matematik ders kitabında tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde sayma pulları ve sayı doğrusunu model olarak kullanılmıştır. Ancak, sadece KMK’da tam sayılarla çarpma işleminin sayma pulları ile nasıl modelleneceği ayrıntılı açıklanmıştır. TRMK ve ABDMK’larında ise sadece pozitif bir tam sayı ile negatif bir tam sayının çarpma işlemi öğretiminde sayma pulları ve sayı doğrusu modeli kullanılmıştır. TRMK ve ABDMK tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde örüntü arama stratejisini kullanırken KMK’ında yer verilmemiştir. Sonuç olarak tam sayılarla çarpma işleminin modellenmesinde kitaplar arasında farklar olduğu söylenebilir ve modelleme ile öğretimde en açıklayıcı ders kitabın KMK olduğu tespit edilmiştir.

Araştırmada, matematik ders kitaplarındaki örnek ve problemlerin analizi de yapılmıştır. Tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde en az problem TRMK'ında, en fazla problem ise KMK'ında olduğu tespit edilmiştir. Benzer bir sonuç Özer ve Sezer (2014) araştırmasında da belirlenmiştir. Araştırmada Türk, Singapur ve ABD matematik kitaplarındaki problemler analiz edilmiş ve sonuçta Türkiye matematik ders kitabındaki soru sayısının diğer ülke ders kitaplarına göre daha az olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Yapılan bu araştırmada elde edilen diğer bir sonuç, ders kitaplarında tam sayılarla çarpma işlemi öğretiminde yer verilen örnek ve problemlerin büyük çoğunluğu hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel şekilde verildiğini göstermektedir. Özellikle TRMK'ında farklı matematiksel içeriğe sahip, tartışma, açık uçlu cevap, gerçek ve otantik bağlam içeren problemlerin az ve hiç olmaması dikkat çekmektedir. KMK'ında yorumlama, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme ve açık uçlu cevap problemleri diğer ders kitaplarına göre daha fazla yer almaktadır. Benzer şekilde, Kul ve diğerleri (2018) Kanada ders kitaplarında açık uçlu sorulara daha fazla yer verildiğini tespit etmişlerdir. TRMK ve ABDMK'ında gerçek hayat bağlam problemlerine yer verilirken otantik bağlam içeren problemler sadece KMK'ında yer almaktadır. Özer ve Sezer (2014) matematik ders kitaplarında yer alan problemlerin bağlam özelliğinin büyük oranda matematiksel olduğunu ifade etmektedir. Benzer şekilde, Hwang ve diğerleri (2021) ders kitaplarında bağlamsal olmayan durumların çok sık kullanıldığını ifade etmiştir.

Tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde özellikle model kullanımı açısından farklar olduğu tespit edilmiştir. Tam sayılarla bölme öğretiminde TRMK ve ABDMK'ları sayma pulları ve çarpma-bölme arasındaki ilişkiden yararlanmıştır. Tam sayılarla bölme işleminin sayma pulları ile modellenmesi sadece negatif bir tam sayının pozitif bir tam sayıya bölme işlemi öğretiminde kullanılmıştır. KMK ise tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde sayı doğrusu modeli kullanmış ve her durum ayrıntılı olarak açıklanmıştır. TRMK ve ABDMK'ları tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde sayı doğrusu modelini kullanmamıştır. Öğrenciler genellikle negatif bir sayı ile pozitif bir sayının çarpımı veya bölümünün sonucunun negatif, negatif iki sayının çarpımı veya bölümünün sonucunun neden pozitif olduğunu anlamakta zorlanmaktadır. (Badarudin ve Khalid, 2008). Bu bakımdan, KMK'ında yer verilen örneklerde modellerin açıklayıcı bir şekilde kullanılması önemli bir öğretim yöntemi olarak yorumlanabilir. Ders kitabının problemler yönünden zengin olması öğrencinin kendi kendine öğrenme sürecinde farklı problem çözme deneyimleri yaşamasına sebep olur (Zhu ve Fan, 2006). Ancak, TRMK'nın genellikle hesaplama, temel bilgi ve becerileri doğrudan uygulama, kapalı uçlu cevap ve matematiksel problemlere yer vermesi öğrenciler için yeterli problem çeşidi sunmadığını göstermektedir. Gracin (2018) ders kitaplarının öğrencilerin düşünme şekillerini etkileyebileceğini bu nedenle ders kitaplarında yer verilen problemlerde denge sağlanması gerektiğini ifade etmektedir. Tam sayılarla bölme işlemi öğretiminde kullanılan örnek ve problem sayısı KMK'ında diğer kitaplara göre çok daha fazla olduğu tespit edilmiştir. Tam sayılarla çarpma işleminde olduğu gibi bölme işleminde de KMK'ında yorumlama, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme, açık uçlu cevap ve otantik bağlam içeren problemler diğer kitaplara oranla daha fazla yer almaktadır.

Öneriler

Kul ve diğerleri (2018) günümüz rekabet ortamında sınıflarda kullanılan ders kitaplarının öğrenci yeteneklerini ortaya çıkaracak bir araç olması gerektiğini belirtmektedir. Bunun için, ders kitapları öğrencinin kavramsal anlamasını geliştirecek, bilgisini genişletecek, mantıksal bağlar kuracak ve stratejiler geliştirmesine imkân sağlayacak şekilde hazırlanmalıdır (Badarudin ve Khalid, 2008). Gerçek hayat bağlamı içeren problemler öğrencinin negatif sayılar ile işlem yapmasını kolaylaştıracaktır (Altıparmak ve Özdoğan, 2010). Ayrıca, tam sayıların öğretiminde model kullanmak öğrencinin tam sayıları genelleyebilmesine yardımcı olmaktadır (Bouck ve Park, 2020). Khalid ve Embong (2020) tam sayıların öğretiminde somut materyal, resim, sözlü ve sembolik temsil biçimleri kullanıldığında öğrencinin tam sayının kavramsal anlamını daha iyi öğrendiğini belirtmektedir. Bu

nedenle TRMK kitaplarında öğrencinin tam sayılarla çarpma ve bölme işlemlerini farklı modeller kullanarak somutlaştırmasına imkân sağlayacak öğretimlerin yapılması gerekmektedir. Bazen kuralları öğrenmek anlamlı öğrenmeden daha kolaydır veya bazı öğrenciler kuralları kendileri oluşturmakta zorlanabilir, bu yüzden onları anlamak yerine hatırlamaya güvenirler. Öğrenci tam sayı problemlerinin nasıl çözüleceğini bildiği ancak nedenlerini anlamadığı takdirde ezberci öğrenmeye başlar (Badarudin ve Khalid, 2008). Bu durumun önüne geçmek için TRMK kitaplarında açık uçlu cevap, bağlantı oluşturma, yansıtıcı düşünme ve otantik bağlam içeren problemlere daha fazla yer verilmesi önerilmektedir.

Kaynakça

- Alajmi, A. H. (2012). How do elementary textbooks address fractions? A review of mathematics textbooks in the USA, Japan, and Kuwait. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 239-261. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9342-1>
- Altıparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47. <https://doi.org/10.1080/00207390903189179>
- Almeida, R., & Bruno, A. (2014). Strategies of pre-service primary school teachers for solving addition problems with negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(5), 719-737. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.877605>
- Aydın-Ünal, Z., & İpek, A. S. (2010). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 60-70.
- Badarudin, B. R., & Khalid, M. (2008). Using the jar model to improve students' understanding of operations on integers. In B. Gomez., D. De Bock, & Z. Usiskin (Eds.), *Proceedings of ICME-11–topic study group 10 research and development in the teaching and learning of number systems and arithmetic* (Vol. 1, pp. 85-94) ICME Mexico.
- Beswick, K. (2011). Positive experiences with negative numbers. *Australian Association of Math Teachers*, 67(2), 31-41.
- Bishop, J. P., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I., Schappelle, B. P., & Lewis, M. L. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: An analysis of children's thinking and the history of mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 45(1), 19-61.
- Boonlerts, S., & Inprasitha, M. (2013). The textbook analysis on multiplication: The case of Japan, Singapore and Thailand. *Creative Education*, 4(4), 259-262.
- Bouck, E. C., & Park, J. (2020). App-based manipulatives and the system of least prompts to support acquisition, maintenance, and generalization of adding integers. *Education and Training in Autism and Developmental Disabilities*, 55(2), 158-172.
- Bryant, D. P., Bryant, B. R., Dougherty, B., Roberts, G., Pfannenstiel, K. H., & Lee, J. (2020). Mathematics performance on integers of students with mathematics difficulties. *The Journal of Mathematical Behavior*, 58, 100776. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2020.100776>
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. & Demirel, F. (2012). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem.
- Cai, J., & Jiang, C. (2017). An analysis of problem-posing tasks in Chinese and US elementary mathematics textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(8), 1521-1540. <http://doi.org/10.1007/s10763-016-9758-2>
- Carpenter, C. H., & Wessman-Enzinger, N. M. (2018). Grade 5 students' negative integer multiplication strategies. In T. E. Hodges, G. J. Roy, & A. M. Tyminski, (Eds.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 139-146). Greenville, SC: University of South Carolina & Clemson University.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 765-777. <http://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- Fan, L., Cheng, J., Xie, S., Luo, J., Wang, Y., & Sun, Y. (2021). Are textbooks facilitators or barriers for teachers' teaching and instructional change? An investigation of secondary mathematics teachers in Shanghai, China. *ZDM Mathematics Education*, 53(6), 1313-1330. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01306-6>

- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM Mathematics Education*, 45(5), 633-646. <http://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Fuadiyah, N. F., Suryadi, D., & Turmudi (2019). Teaching and learning activities in classroom and their impact on student misunderstanding: a case study on negative integers. *International Journal of Instruction*, 12(1), 407-424.
- Gracin, D. G. (2018). Requirements in mathematics textbooks: a five-dimensional analysis of textbook exercises and examples. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(7), 1003-1024. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1431849>
- Güler, A., Halicioğlu, M.B., & Taşğın, S. (2015). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma*. Ankara: Seçkin.
- Hwang, S., Yeo, S., & Son, T. (2021). A comparative analysis of fraction addition and subtraction contents in the mathematics textbooks in the US and South Korea. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13(4), 511-521.
- Kajander, A., & Lovric, M. (2009). Mathematics textbooks and their potential role in supporting misconceptions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(2), 173-181. <https://doi.org/10.1080/00207390701691558>
- Kandemir, M. A., & Yıldız, Y. (2019). Ortaokul matematik ders kitaplarının incelenmesinde kullanılan kavramsal çerçeveler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(2), 1273-1304. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.646009>
- Kar, T., & Işık, C. (2015). Türk ve Amerikan yedinci sınıf matematik ders kitaplarının tamsayılarla toplama ve çıkarma işlemleri üzerinden karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 40(177), 75-92.
- Khalid, M., & Embong, Z. (2020). Emphasizing concrete representation to enhance students' conceptual understanding of operations on integers. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 11(3), 762-773. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.775605>
- Kul, Ü., Sevimli, E., & Aksu, Z. (2018). A comparison of mathematics questions in Turkish and Canadian school textbooks in terms of synthesized taxonomy. *Turkish Journal of Education*, 7(3), 136-155. <https://doi.org/10.19128/turje.395162>
- Lepik, M. (2015). Analyzing the use of textbook in mathematics education: the case of Estonia. *Acta Paedagogica Vilnensia*, 35, 90-102. <http://dx.doi.org/10.15388/ActPaed.2015.35.9193>
- Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom—the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 129-156.
- Makonye, J. P., & Fakude, J. (2016). A study of errors and misconceptions in the learning of addition and subtraction of directed numbers in grade 8. *SAGE Open*, 6(4), 1-10. <https://doi.org/10.1177/2158244016671375>
- Mayer, R. E., Sims, V., & Tajika, H. (1995). A Comparison of how textbooks teach mathematical problem solving in Japan and the United States. *American Educational Research Journal*, 32(2), 443-460. <https://doi.org/10.3102/00028312032002443>
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB). (2019). *PISA 2018 Türkiye ön raporu* (Rapor No. 10). http://www.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2019_12/03105347_PISA_2018_Turkiye_On_Raporu.pdf
- MEB. (2020). *TIMSS 2019 Türkiye ön raporu* (Rapor No. 15). https://odsgm.meb.gov.tr/meb_iys_dosyalar/2020_12/10175514_TIMSS_2019_Turkiye_On_Raporu_.pdf
- Mersin, N., & Kılıç, Ç. (2021). Ortaokul matematik ders kitaplarında bulunan problem kurma etkinliklerinin uluslararası düzeyde karşılaştırılması. *Bolu Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 21(4), 1259-1279. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2021.-926658>
- Nur, A. S., Kartono, K., Zaenuri, Z., & Rochmad, R. (2022). The learning trajectory construction of elementary school students in solving integer word problems. *Participatory Educational Research*, 9(1), 404-424. <https://doi.org/10.17275/per.22.22.9.1>
- Özer, E., & Sezer, R. (2014). A Comparative analysis of questions in American, Singaporean, and Turkish mathematics textbooks based on the topics covered in 8th grade in turkey. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 14(1), 411-421.
- Peled, I., & Carraher, D. W. (2006). Signed numbers and algebraic thinking. In J. J. Kaput, D. W. Carraher, & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 303–328). New York: Routledge.
- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt for the Didactics of Mathematics*, 33(5), 158–175.

- Permata, D., & Wijayanti, P. (2019, March). Students' misconceptions on the algebraic prerequisites concept: operation of integer numbers and fractions. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1188, No. 1, p. 012059). IOP Publishing.
- Peterson, J. C. (1972). Fourteen different strategies for multiplication of integers or why $(-1)(-1)=+1$. *The Arithmetic Teacher*, 19(5), 396-403.
- Porter, A. C. (2002). Measuring the content of instruction: Uses in research and practice. *Educational Researcher*, 31(7), 3-14.
- Powell, S. R., Mason, E. N., Bos, S. E., Hirt, S., Ketterlin-Geller, L. R., & Lembke, E. S. (2021). A systematic review of mathematics interventions for middle-school students experiencing mathematics difficulty. *Learning Disabilities Research & Practice*, 36(4), 295-329. <https://doi.org/10.1111/ldrp.12263>
- Reeder, S., & Bateiha, S. (2016). Prospective elementary teachers' conceptual understanding of integers. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(3), 16-29. <https://doi.org/10.1080/24727466.2016.11790352>
- Son, J. W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 74(2), 117-142. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9229-6>
- Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3), 271-288. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9193-1>
- Stephan, M., & Akyuz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 428-464.
- Şahin, Ö., & Başgöl, M. (2019). Türkiye'de matematik ders kitaplarına yönelik yapılan araştırmalardaki eğilimler. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 13(1), 328-358. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.508802>
- Thomson, S., & Fleming, N. (2004). *Summing it up: Mathematics achievement in Australian schools in TIMSS 2002*. Camberwell: Australian Council for Educational Research.
- Ulusoy, F., & İncikabı, L. (2020). Middle school teachers' use of compulsory textbooks in instruction of mathematics. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 21(1), 1-18.
- Wessman-Enzinger, N. M., & Tobias, J. M. (2022). The dimensions of prospective elementary and middle school teachers' problem posing for integer addition and subtraction. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 25, 1-33. <https://doi.org/10.1007/s10857-020-09477-x>
- Xin, Y. P. (2007). Word problem solving tasks in textbooks and their relation to student performance. *The Journal of Educational Research*, 100(6), 347-360. <https://doi.org/10.3200/JOER.100.6.347-360>
- Van den Ham, A. K., & Heinze, A. (2018). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133-140. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay Williams, J. M. (2016). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th Edition). Pearson Education.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin.
- Yenilmez, K., & Bağdat, O. (2014). Yedinci sınıf öğrencilerinin tam sayılarla işlemler konusundaki öğrenme güçlükleri. I. Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi Bildiri Özetleri Kitapçığı (s.631-632).
- Zhu, Y., & Fan, L. (2006). Focus on the representation of problem types in intended curriculum: A comparison of selected mathematics textbooks from Mainland China and the United States. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4).