YAYILI YÜK İLE YÜKLENMİŞ YAPI KİRİŞLERİNDE GÖÇME YÜKÜ HESABI

Perihan (Karakulak) EFE *

Balıkesir Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Müh. Bölümü
Balıkesir, TÜRKİYE

ÖZET

Yapılar ve yapı elemanları değişik yüklere maruzdurlar. Yapı analizinde, yüklerin büyük bir çoğunluğu üniform yayılı yük olarak idealleştirilir. Bu çalışma da; üniform yayılı yüklü yapı kirişlerinin göçme yükünün belirlenmesinde yeni bir hesap tekniği takdim edilecektir. Ayrıca üniform yayılı yüklü bir kiriş üzerinde çalışmada sunulan hesap tekniği ile ilgili olarak sayısal bir uygulama yapılacaktır.

Anahtar Kelimeler: göçme, göçme yükü, yayılı yük, üniform yayılı yüklü yapı kirişleri.

CALCULATION OF COLLAPSE LOAD IN STRUCTURAL BEAMS WITH UNIFORMLY DISTRIBUTED LOAD

ABSTRACT

Structures and structural members are subjected to variety of loads. In structural analysis a great majority of the loads are idealized as uniformly distributed loads. In this study; a new calculation technique is offered in determining collapse load of structural beams with uniformly distributed load. In addition, a numerical exercise related with the calculation technique offered in this study is made on a beam with uniformly distributed load.

Key Words: collapse, collapse load, distributed load, structural beams with uniformly distributed load.

1. GİRİŞ

Yapılar ve yapı elemanları değişik yüklere maruz kalmalarına rağmen, özel haller dışında yapılara etkiyen yükler genellikle yayılı yüklerdir [1]. Yayılı yükle yüklenmiş yapı sistemleri, özellikle düzgün yayılı yük ile yüklenmiş betonarme ve çelik yapı çerçeveleri olup, döşeme elemanlarından gelen üçgen veya trapez şeklindeki yükler de çerçeveye yüklenmektedirler. Yapının analizi yapılırken, üçgen veya trapez şeklindeki yükler eşdeğer düzgün yayılı yüke çevrilmekte ve hesaplama düzgün yayılı yüklü sistemin çözümü şeklinde yapılmaktadır.

* pefe@balikesir.edu.tr

Yapıda kesikli yüklerin bulunması halinde de çözüm yine kirişin tam dolu olarak yüklendiği kabulüne göre yapılır. Bu şartlar altında yapının göçme yükü hesabı yapılırken, yapıya etkiyen yükler, düzgün yayılı yük olarak göz önüne alınarak çözüm yapılacaktır.

Kesitlerin taşıma gücü yöntemine göre belirlendiği günümüzde, yapı sistemlerinin de bu hesaba uygun olarak çözümlenmesi gerekliliği kaçınılmazdır. Bu güne kadar bu yönde kendi başına yeterli bir yöntem verilememiştir. Bu nedenle, çalışmada düzgün yayılı yük ile yüklenmiş yapı kirişlerine ait genel denklem verildikten sonra, bu elemanlara ait göçme yükü hesabı kesin olarak ortaya konulacaktır. Ayrıca gerek kesitlerin hesabı üzerine şart koyan Standartlar ve gerekse Afet Bölgelerinde Yapılacak Yapılar Hakkında Yönetmelik uyarınca, statik hesapların da bu yöntemle yapılması gerekliliği de görülecektir. Ancak hesap tekniği henüz literatürde bulunmadığı gibi, hesaplanan göçme yükünden ne kadar uzak kalınması gerektiği konusunda da herhangi bir yönetmelik kaydı bulunmamaktadır.

2. HESAP TEKNİĞİ

Çalışmada sunulan yöntem, göçme incelemesinde göz önüne alınan ana prensip ve teoremlerin yanı sıra kiriş teoremi olarak isimlendirilen özel bir teorem üzerine kurulmaktadır [2]. Kiriş Teoremi aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir [3,4].

Kiriş Teoremi: Herhangi bir hiperstatik yapı sisteminde göz önüne alınan bir kirişin herhangi bir kesitinde, moment diyagramı kapama çizgisi ile moment diyagramı çizgisi arasındaki ordinat, aynı yük ile yüklü ve aynı açıklıklı basit kirişin o kesitinde oluşan moment değerine eşittir.

Bu bölümde Kiriş Teoremi esas alınarak düzgün yayılı yük ile yüklü herhangi bir yapı kirişine ait genel denklem kurulacaktır. Genel denklemin kurulmasında göz önüne alınacak hesap esasları aşağıda maddeler halinde verilmektedir.

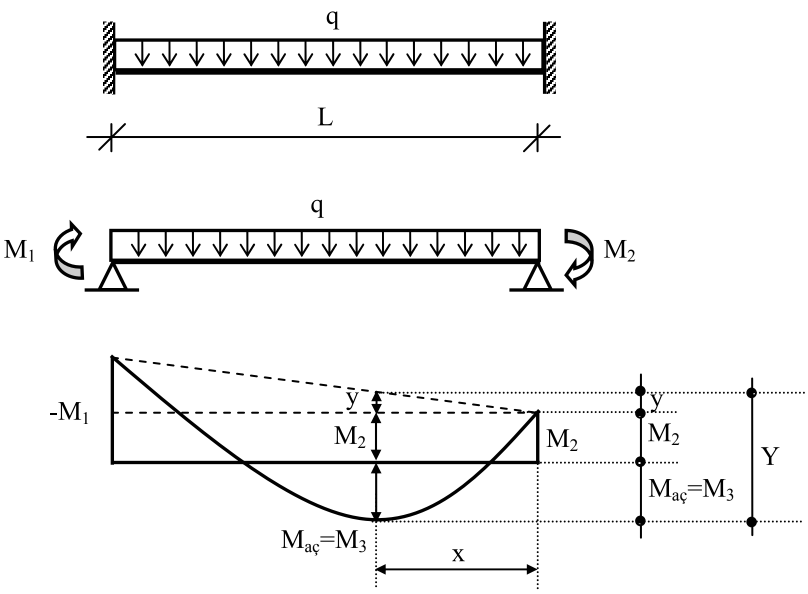
1. Yapı sistemine etkiyen yük düzgün yayılı yüktür.
2. Göz önüne alınan kiriş herhangi bir sürekli kiriş elemanı veya çerçeve kirişi elemanıdır.
3. Kolon ve kiriş uç momentlerinin pozitif yönü saat ibresi yönüdür.

Düzgün yayılı yük ile yüklü herhangi bir kirişe ait genel denklem dikkate alınarak, sistem çözümlenecektir. Sisteme ait denklemler lineer olmayan denklemlerden oluşacağı için denklemlerin çözümünde; lineer olmayan bir programlama programı kullanılarak çözüm yapılacaktır [5].

Yapılan çözümlerin sonucunda, yapı sistemine ait göçme yükü katsayısı belirlenecektir. Bu katsayının bağlı olduğu kesit taşma momenti, birim uzunluk ve yük parametresi ile diğer hesaplar yapılabilecektir.

2.1. Düzgün Yayılı Yük ile Yüklü Kirişe ait Genel Denklem

Bu bölümde Kiriş Teoremi esas alınarak, düzgün yayılı yük ile yüklü herhangi bir yapı kirişine ait genel denklem çıkartılacaktır. Hesabın yapılabilmesi için herhangi bir çerçeve kirişi göz önüne alınacaktır (Şekil 1). Hesap tekniğinde; göz önüne alınan kirişte, bağlarda oluşan kesit tesirlerinden yalnızca momentler dikkate alınarak çözüm yapılacaktır.



Şekil 1. Düzgün yayılı yük etkisindeki bir kiriş

Kesit tesirlerinin hesabında, altta çekme yapan momentin pozitif olduğu kabulü geçerli olacaktır. Açıklıkta momentin maksimum olduğu "x" mesafesi [3,6];

$$x = \frac{L}{2} + \left(\frac{M_1 + M_2}{qL} \right) \tag{2.1}$$

denklemi ile verilmektedir. Şekil 1. de gösterilen Y mesafesi;

$$Y = y + M_2 + M_{aç} \tag{2.2}$$

olacaktır. Şekil 1. de verilen moment diyagramından yararlanarak "y" mesafesi;

$$y = -\frac{x}{L}\left(M_1 + M_2\right) \tag{2.3}$$

olarak hesaplanır. (2.3) denklemindeki "x" yerine (2.1) denklemindeki değeri yazılırsa;

$$y = -\frac{1}{2}\left(M_1 + M_2\right) - \frac{\left(M_1 + M_2\right)^2}{qL^2} \tag{2.4}$$

olur. Aynı yayılı yük ile yüklü ve aynı açıklıklı basit bir kirişin "x" kesitinde oluşan moment;

$$M_x = \frac{qL^2}{8} - \frac{(M_1 + M_2)^2}{2qL^2} \tag{2.5}$$

dir. Kiriş Teoremi gereğince "Y" mesafesinin "M_x" momentine eşit olması gerektiğinden;

$$Y = M_x \tag{2.6}$$

olur. "Y" ve "M_x" ifadelerinin gerçek değerleri (2.6) denkleminde yerine yazılırsa;

$$-\frac{1}{2}(M_1 + M_2) - \frac{(M_1 + M_2)^2}{qL^2} + M_2 + M_{aç} = \frac{qL^2}{8} - \frac{(M_1 + M_2)^2}{2qL^2} \tag{2.7}$$

ifadesi elde edilir. Bütün ifadeler eşitliğin tek tarafında toplanıp, $M_{aç}$ momentinin yerine M_3 momenti yazılarak, paydalar eşitlenirse;

$$-4qL^2(M_1 + M_2) - 8(M_1 + M_2)^2 + 8qL^2(M_2 + M_3) - q^2L^4 + 4(M_1 + M_2)^2 = 0 \tag{2.8}$$

olur. Denklemde gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$-4qL^2M_1 + 4qL^2M_2 + 8qL^2M_3 - q^2L^4 - 4(M_1 + M_2)^2 = 0 \tag{2.9}$$

olur. Eşitliğin her iki tarafı "-" işareti ile çarpılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa;

$$q^2L^4 + qL^2(4M_1 - 4M_2 - 8M_3) + 4(M_1 + M_2)^2 = 0 \tag{2.10}$$

şeklinde genel denklem elde edilir. Bu denklem yayılı yüklü tüm yapı kirişleri için geçerli olan genel bir denklemdir.

2.2. Hesap Tekniğinin Uygulanması

Çalışmada sunulan hesap tekniği ile herhangi bir yapı kirişine ait göçme yükü belirlenirken izlenecek yol aşağıda kısaca maddeler halinde verilmektedir [7].

1) Düzgün yayılı yük ile yüklü her bir kiriş için genel denklem yazılır.
2) Sistemdeki kritik kesitler belirlenir ve bu kesitlerde oluşan momentler kritik kesitlerin numaraları ile isimlendirilerek, her bir kritik kesit için kısıtlayıcı denklemler yazılır.
3) Kirişlere ait genel denklemler ve kısıtlayıcı denklemler bir takım matematiksel operasyonlarla boyutsuz hale getirilir.

4) Boyutsuz hale getirilen denklem takımı nonlineer programlama programı ile çözülür.

Kirişlere ait genel denklemin bir programlama problemine adapte edilebilmesi için boyutsuz hale getirilmesi gereklidir. Bu nedenle denklemde değişken değişimi yapılır. Genel denklemde "q.L=P" şeklinde değişken değişimi yapıldığı taktirde, "qL^2 =PL" ve "$q^2L^4 = P^2L^2$" olarak değişir. Değişken değişimi yapılarak (2.10) genel denklemi yeniden düzenlenirse;

$$P^2L^2 + PL(4M_1 - 4M_2 - 8M_3) + 4(M_1 + M_2)^2 = 0 \qquad (2.11)$$

olur. (2.11) denklemi henüz boyutsuz halde değildir. Denklemin bütün elemanları "$\frac{1}{M_0{}^2}$" ile çarpılarak boyutsuz hale getirilir. Boyutsuz hale getirilen denklem, "$M_i/M_0=m_i$" ve "$PL/M_0=f$" ve "$P^2L^2/(M_0)^2 = f^2$" dönüşümleri yapılarak yeniden düzenlenirse,

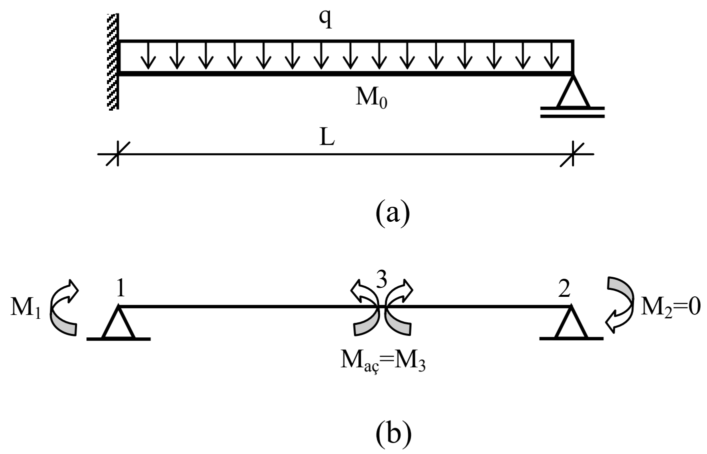
$$f^2 + (4m_1 - 4m_2 - 8m_3)f + 4(m_1 + m_2)^2 = 0 \qquad (2.12)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem ikinci dereceden bir polinom denklemi olup, kiriş uç ve açıklık momentleri ile kirişe ait yük ve taşıma momenti ilişkilerinin kapalı bir ifadesidir. (2.12) denklemi ile henüz bir programlama problemine cevap alınamaz. Bu nedenle denklemdeki "m_i" değerlerinin sabitlere bağlanması gereklidir. Bu sabitler kesit taşıma momentleri olarak denklemlere katılmalıdır. Bu katılımın sağlanabilmesi için "$m_i = X_i - K_i$" dönüşümü yapılmalıdır. Buradaki "K_i" katsayısı her "m_i" değeri için ait olduğu kesitin moment taşıma kapasitesi katsayısıdır. Bu anlam içerisinde "X_i" değerlerine göre düzenlenen denklemde "f" değerlerinin de "X_i" değerlerine bağlı olarak ifade edilmesi gereklidir. Bunun için "$f=X_{n+1}$" değerinin denklem sistemine katılması gereklidir. Her ne kadar bu değer bir fark fonksiyonu olarak yazılabilirse de burada bunun gerekli olmadığı söylenebilir. Bu şekilde göz önüne alınan herhangi bir yapı kirişi için yazılan genel denklem ve kısıtlayıcı denklemlerden oluşan nonlineer denklem takımı "f" değerinin maksimum değeri için çözülürlerse, o yapı kirişine ait göçme yükü katsayısı "$f = \frac{PL}{M_0} = \frac{qL^2}{M_0}$" ve moment değerleri hesaplanmış olur.

3. SAYISAL UYGULAMA

Bu bölümde çalışmada verilen hesap tekniği ile birinci dereceden hiperstatik ve düzgün yayılı yük ile yüklü bir yapı kirişine ait göçme yükü katsayısı belirlenecektir. Hesapta göz önüne alınacak kiriş ve kirişe ait kesit taşıma momenti Şekil 2 de verilmektedir.

Şekil 2 de verilen düzgün yayılı yük ile yüklü kirişte "M_2=0" olduğundan "M_2" momentinin bu değeri (2.11) denkleminde yerine yazılırsa;



Şekil 2. (a) Göçme yükü belirlenecek olan kiriş, (b) Kirişte kritik kesitler ve bu kesitlerde oluşan momentler

$$P^2L^2 + PL(4M_1 - 8M_3) + 4M_1^{\ 2} = 0 \qquad (3.1)$$

olur. (3.1) denklemindeki bütün terimler "$\frac{1}{M_0^{\ 2}}$" ile çarpılarak denklem boyutsuz hale getirilirse;

$$\frac{P^2L^2}{M_0^{\ 2}} + \frac{PL}{M_0^{\ 2}}(4M_1 - 8M_3) + 4\frac{M_1^{\ 2}}{M_0^{\ 2}} = 0 \qquad (3.2)$$

elde edilir. (3.2) denkleminde "$\frac{PL}{M_0} = f = X_4$", "$\frac{P^2L^2}{M_0^{\ 2}} = f^2 = X_4^{\ 2}$" ve "$\frac{M_i}{M_0} = m_i$" dönüşümleri yapılırsa;

$$f^2 + f(4m_1 - 8m_3) + 4m_1^{\ 2} = 0 \qquad (3.3)$$

olur. (3.3) denkleminde "$m_i = X_i - K_i$" dönüşümü yapılırsa;

$$f^2 + f(4X_1 - 8X_3 + 4) + 4(X_1^{\ 2} - 2X_1 + 1) = 0 \qquad (3.4)$$

elde edilir. (3.4) denkleminde "$f=X_4$" dönüşümü yapılarak denklem yeniden düzenlenirse;

$$X_4^{\ 2} + 4X_1^{\ 2} + 4X_1X_4 - 8X_3X_4 + 4X_4 - 8X_1 + 4 = 0 \qquad (3.5)$$

denklemi elde edilir.

Kirişe ait genel denklemin yanı sıra her bir kritik kesit için kısıtlayıcı denklemler yazılırsa;

$$-M_0 \leq M_1 \leq M_0$$
$$-M_0 \leq M_3 \leq M_0 \qquad (3.6)$$

olur. Kısıtlayıcı denklemler "M_0" kesit taşıma momentine bölünerek boyutsuz hale getirilir. Boyutsuz hale getirilen denklemler bir takım matematiksel operasyonlarla tek taraflı hale getirilir. Bu işlemler yapıldıktan sonra kısıtlayıcı denklemler;

$$X_1 \leq 2$$
$$X_3 \leq 2 \qquad (3.7)$$

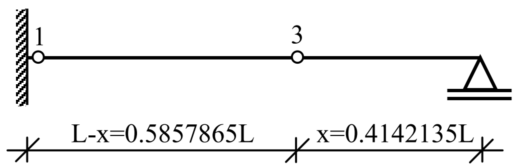
şeklinde yazılır. (3.5) ve (3.7) denklemlerinden oluşan denklem takımı, "LINGO" nonlineer programlama programı ile çözülerek "X_i" değerleri ile göçme yükü katsayısı "f" değeri elde edilir. Denklem takımının çözümünden elde edilen "X_i" değerleri ve bu değerlere bağlı olarak hesaplanan "m_i" boyutsuz moment değerleri aşağıda verilmektedir.

Göçme yükü katsayısı $\Rightarrow \dfrac{PL}{M_0} = \dfrac{qL^2}{M_0} = f = X_4$=11.65685

X_1=0.00 $\qquad$ m_1=X_1-K_1=0.00-1.00=-1.00

X_3=2.00 $\qquad$ m_3=X_3-K_3=2.00-1.00=1.00

Denklem takımının çözümünden elde edilen "X_i" değerlerine bağlı olarak hesaplanan "m_i" boyutsuz moment değerleri "M_0" kiriş kesit taşıma momenti ile çarpıldığı zaman "M_i=m_i.M_0" o kesitteki gerçek moment değeri elde edilmiş olur. Kiriş kesit taşıma moment değerine ulaşan moment değerlerinin bulunduğu kesitlere mafsal konulduğu takdirde sisteme ait Shake-Down durumu elde edilir. Kirişin açıklığında oluşan mafsalın yeri ise (2.1) denklemi kullanılarak hesaplanabilir. Çözümü yapılan kirişte oluşan mafsallar ve mafsalların oluşma yerleri Şekil 3 de gösterilmektedir.



Şekil 3. Kirişte mafsalların oluştuğu kesitler

Kirişe ait kesit taşıma momenti ve kiriş açıklığının sayısal değerleri göçme yükü katsayısı ifadesinde yerine yazıldığı taktirde, kirişe ait göçme yükünün gerçek değeri hesaplanabilir.

4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada göz önüne alınan ve göçme teoremlerine uygun olarak geliştirilmiş olan hesap yöntemi ile düzgün yayılı yük ile yüklü herhangi bir yapı kirişine ait göçme yükü katsayısı belirlenirken, problem hiçbir hiperstatik bilinmeyene bağlı kalınmadan (Kritik nokta sayısı-hiperstatiklik derecesi) kadar denge denklemi ve kritik nokta sayısı kadar kısıtlayıcı denklem yazılımına indirgenerek bir programlama problemi haline getirilmiştir. Bu hesap yöntemi ile düzgün yayılı yüklü herhangi bir yapı kirişine ait göçme yükü kısa sürede belirlenmekte ve çözüm sonucunda, kirişte mafsalların hangi kesitlerde oluştuğu görülebilmektedir. Ayrıca hesap sonucunda elde edilen göçme yükü katsayısı değeri “$f = \frac{PL}{M_0} = \frac{qL^2}{M_0}$” mevcut yükler ile yapı göçmesi arasındaki güvenliği de belirlemektedir.

KAYNAKLAR

[1] Ersoy, E. ve Wasti, S.T., “Introductory Mechanics of Deformable Bodies”, Middle East Tehnical University, Ankara, (1989).

[2] Hodge, G.P., “Yapıların Plastik Analizi”, Çeviri: Şuhubi, E.-Cinemre,V., Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul, (1967).

[3] Oğuz, S., “Çelik ve Betonarme Yapıların Göçme Yükü Teorisi”, Balıkesir, Ocak, (2001).

[4] Oğuz, S., “Çerçeve Yapıların Plastik analizi”, BA.Ü. Müh-Mim.Fak., Haziran, (1993).

[5] “LINGO Nonlineer Optimizasyon Bilgisayar Programı”, Release 8.0, LINDO Systems, Inc., Chicago, (1 August 03).

[6] Çakıroğlu, A., Çetmeli, E., “Yapı Statiği”, Cilt 1-2, Beta Yayınları, İstanbul, (1991).

[7] Efe (Karakulak), P., “Prefabrike Konut Yapılarında Göçme Yükü Hesabı”, Doktora Tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Aralık, (2004).