İŞ ETKİ ÇİZGİSİ TEOREMİ

Sacit OĞUZ *, Perihan (Karakulak) EFE *

Balıkesir Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi İnşaat Müh. Bölümü
Balıkesir, TÜRKİYE

ÖZET

Bu çalışmada "İş Etki Çizgisi Teoremi" adı altında yeni bir teorem verilmektedir. Bu teorem ile izostatik veya hiperstatik yapı sistemlerinde düzgün yayılı yük ile yüklü herhangi bir kirişte, kiriş uç momentleri ile kiriş açıklık momenti arasındaki bağıntıya ait genel denklem verilmekte ve denklemin kullanılış şekli takdim edilmektedir.

Anahtar Kelimeler: etki çizgisi, kiriş uç momenti, kiriş açıklık momenti, yayılı yük, İç işler, dış işler.

THEOREM OF WORK INFLUENCE LINE

ABSTRACT

A new theorem named as "Theorem of Work Influence Lines" is given in this study. By this theorem, a general equation which gives the relation between beam end bending moments and beam span bending moment of any beam with uniformly distributed loads in statically determinate system or statically indeterminate system and usage form of the equation are offered.

Key Words: influence lines, beam end bending moment, beam span bending moment, distrubuted load, internal works, external works.

1. GİRİŞ

Elastik teoriye göre kurulan hesap yöntemlerinde; hiperstatik sistemlerdeki kiriş uç momentleri ile kiriş açıklık momenti arasındaki bağıntı bu güne kadar ortaya konulamamıştır.

Özellikle yayılı yük ile yüklenmiş yapı sistemlerinin göçme yükünün belirlenmesi konusunda da gerekli olan böyle bir bağıntının mevcut olmaması, hesabın ya ardışık yaklaşım yöntemi olan Adım Adım Analiz Yöntemi ile veya yayılı yüklerin tekil yüklere dönüştürüldüğü Yük Değiştirme Yöntemi ile yapılmasını gerektiriyordu. Bu durumda, yapılan hesaplar sonucunda da kesin sonuca ulaşılamıyor, alt sınır ile üst sınır arasında kalan bir değer yaklaşık sonuç olarak belirleniyordu [1].

---

* soguz@balikesir.edu.tr
* pefe@balikesir.edu.tr

Herhangi bir kirişte, kiriş uç momentleri ile kiriş açıklık momenti arasındaki bağıntının belirlenmesi ile gerek düzgün yayılı yüklü yapı sistemlerinin göçme yükünün hesabı konusundaki eksikliğin giderilmesi ve gerekse elastik hesap yöntemleri ile kesit tesirleri hesaplanan sistemlerde hesap sonuçlarının kolaylıkla kontrol edilmesi mümkün olmaktadır. Ancak bağıntının kurulmasındaki asıl amaç, yayılı yüklü sistemlerin göçme yükü hesabının kesin olarak yapılabilmesidir.

2. İŞ ETKİ ÇİZGİSİ TEOREMİ

İzostatik veya hiperstatik yapı sistemlerinde, tekil veya yayılı yük ile yüklü herhangi bir kirişte, kiriş uç momentleri ile kiriş açıklık momentinin meydana getirdiği varsayılan mekanizma durumu çizgisi, kirişe ait "İş Etki Çizgisi" olarak adlandırılır.

Bu durumda momentlerin yaptığı iç iş, dış yüklerin yaptığı dış işe eşittir [2]. Bu teorem, tekil yüklü, düzgün yayılı yüklü ve değişken yayılı yüklü kirişler ile ayrıca sabit kesitli, değişken kesitli ve guseli kirişler için de geçerli olan genel bir teoremdir.

2.1 İş Etki Çizgisi Teoremine ait Genel Denklem

Bu bölümde "İş Etki Çizgisi Teoremi" olarak adlandırılan teoreme ait genel bir denklem çıkartılacaktır. Genel denklem çıkartılırken, momentler için saat ibresi yönünde dönme yönü pozitif, açılar için ise saat ibresinin tersi yönünde dönme yönü pozitif kabul edilerek hesap yapılacaktır.

İş Etki Çizgisi Teoremine ait genel denklem çıkartılırken; şekil 1 de gösterilen düzgün yayılı yüklü herhangi bir hiperstatik yapı sistemine ait bir kiriş göz önüne alınacaktır. Şekil 1. b' deki mekanizma durumundan;

$$\theta_1 = -x.\theta \tag{2.1}$$

$$\theta_2 = (L-x).\theta \tag{2.2}$$

$$\theta_3 = \theta_1 + \theta_2 = x.\theta + (L-x).\theta = L.\theta \tag{2.3}$$

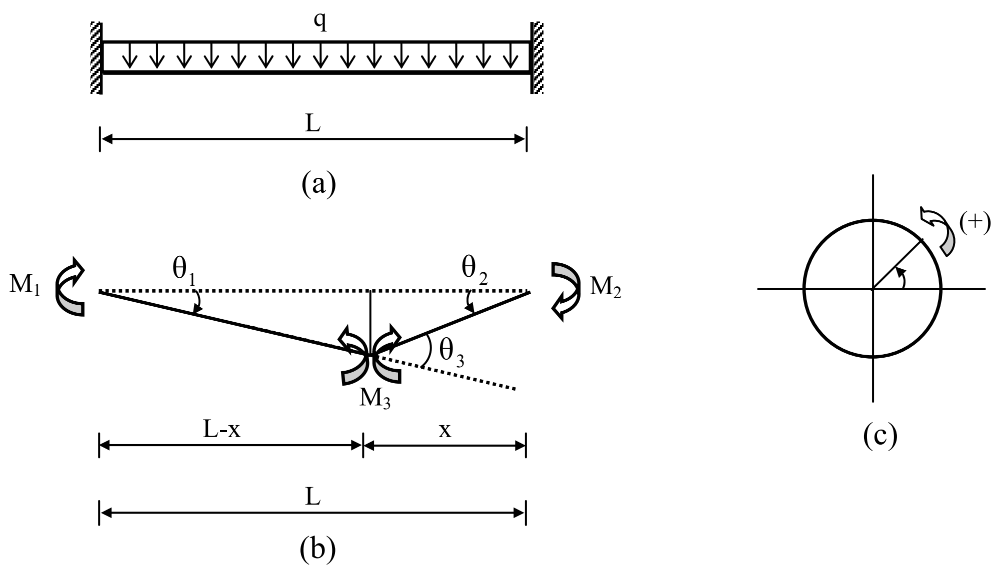
oldukları dikkate alınarak, iç işlerin dış işlere eşit olduğu yazılırsa,

$$M_1.\theta_1 + M_2.\theta_2 + M_3.\theta_3 = q.F \tag{2.4}$$

dir. Buradaki "F" değeri mekanizma şeklinin alanıdır. İlgili değerler yerlerine yazılırsa;

$$-M_1.x.\theta + M_2.(L-x).\theta + M_3.L = \frac{1}{2}q.L.x.\theta.(L-x) \tag{2.5}$$

olur. Denklemde gerekli sadeleştirmeler yapılırsa;.



Şekil 1. a) Düzgün yayılı yük ile hiperstatik bir kiriş, **b)** Kiriş uç momentleri ile kiriş açıklık momentinin meydana getirdiği mekanizma durumu, **c)** Pozitif artan açı yönü

$$-M_1.x+M_2.(L-x)+M_3.L=\frac{1}{2}q.L.x.(L-x) \tag{2.6}$$

genel denklemi elde edilir. Denklemdeki "x" yerine açıklıkta momentin maksimum olduğu [3],

$$x=\frac{L}{2}+\frac{(M_1+M_2)}{qL} \tag{2.7}$$

ifadesi yazılırsa,

$$-M_1\left[\frac{L}{2}+\frac{(M_1+M_2)}{qL}\right]+M_2\left\{L-\left[\frac{L}{2}+\frac{(M_1+M_2)}{qL}\right]\right\}+M_3.L=\frac{1}{2}q.L.\left[\frac{L}{2}+\frac{(M_1+M_2)}{qL}\right]\left\{L-\left[\frac{L}{2}+\frac{(M_1+M_2)}{qL}\right]\right\} \tag{2.8}$$

$$-M_1\left(\frac{L}{2}\right)+M_2\left(\frac{L}{2}\right)+M_3L-\frac{1}{qL}\left(M_1^{\,2}+2M_1M_2+M_2^{\,2}\right)=\frac{1}{2}qL\left(\frac{L^2}{4}-\frac{(M_1+M_2)^2}{q^2L^2}\right) \tag{2.9}$$

Denklemdeki bütün ifadeler eşitliğin tek tarafında toplanıp, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa;

$$-M_1\left(\frac{L}{2}\right)+M_2\left(\frac{L}{2}\right)+M_3L-\frac{1}{qL}(M_1+M_2)^2-\frac{qL^3}{8}+\frac{(M_1+M_2)^2}{2qL}=0 \qquad (2.10)$$

olur. Denklemde paydalar eşitlenerek, sadeleştirme yapılırsa;

$$-q^2L^4-qL^2(4M_1-4M_2-8M_3)-4(M_1+M_2)^2=0 \qquad (2.11)$$

olur. Denklemin bütün terimleri "-" işareti ile çarpılırsa;

$$q^2L^4+(4M_1-4M_2-8M_3)qL^2+4(M_1+M_2)^2=0 \qquad (2.12)$$

genel denklemi elde edilir. Bu denklem daha önce S.Oğuz teoremi kullanılarak elde edilen yayılı yüklü sistemlerde açıklık ve uç momentleri arasındaki bağıntının aynısıdır. Elde edilen bu denklem kiriş uç ve açıklık momentinin geometrik denklemi olup, değişimin ikinci dereceden parabol denklemini de sağladığı görülmektedir.

2.2. Denklemin Kullanılış Şekli

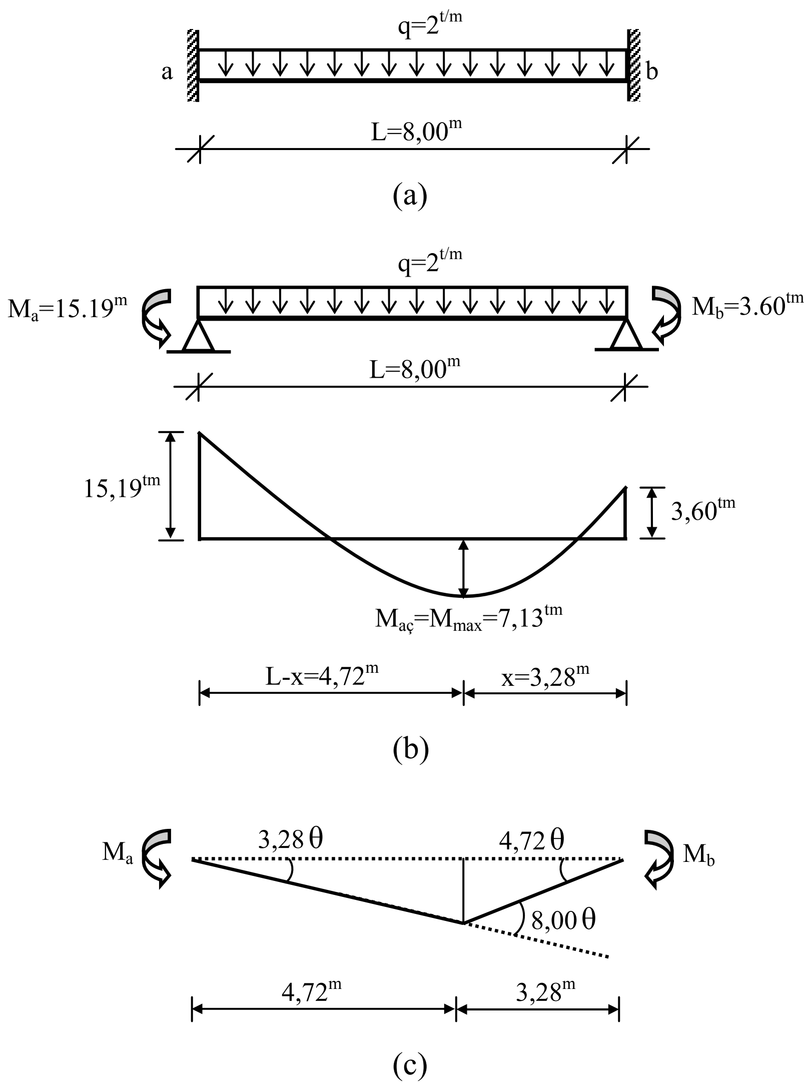
(2.12) denklemi genel bir denklem olup, özellikle denklemin, sürekli kirişlerde farklı açıklıklar için nasıl kullanılabileceği sorusu akıllara gelebilir. Değişik açıklıklı kirişler için denklem verilen yollarla yeniden kurularak denklemdeki yeni katsayılar bulunabilir. İkinci bir yol ise, verilen denklemde "q" yerine farklı olan "q" değerleri, "L" yerine de farklı olan "L" değerleri yazılarak yeni bir denklem elde edilebilir. Bu durumda her farklı "L" ve her farklı "q" değeri için esas denklemden, kullanılması gereken yeni denklemler elde edilebilir.

Özellikle sürekli kirişlerin çözümünde de çok büyük kolaylık sağlayan bu denklemin kullanılması sırasında; farklı açıklık ve yük değerlerinin, en küçük açıklık ve en küçük yük değerlerine göre oranlama yapılarak çözüm yapılması yeterli olmaktadır.

3. SAYISAL UYGULAMA

Bu bölümde, herhangi bir yol ile statik hesabı yapılmış hiperstatik bir yapı sisteminden alınan "a-b" kirişine ait moment diyagramı kullanılarak "İş Tesir Çizgisi Teoremi" uygulamalı olarak açıklanacaktır. Şekil 2 de herhangi bir yapı sistemine ait düzgün yaylı yük ile yüklü bir kiriş ve bu kirişe ait moment diyagramı verilmektedir [4]. Açıklıkta momentin maksimum olduğu "x" mesafesi hesaplanırsa;

$$x=\frac{L}{2}+\left(\frac{\sum M_i}{qL}\right)=\frac{8{,}00}{2}+\left(\frac{-15{,}19+3{,}60}{2.8{,}00}\right)=3{,}28\text{m} \qquad (3.1)$$



Şekil 1. a) Herhangi bir hiperstatik yapı sistemine ait kiriş, b) Bu kirişe ait moment diyagramı, c) Kirişe ait mekanizma durumu

olarak bulunur. Maksimum momentin oluştuğu bu "x" mesafesinin dikkate alınması ile şekil 2.c' de verilen mekanizma durumu göz önüne alınarak iç işler ve dış işler hesaplanırsa;

$$\text{İç işler} = M_i = \sum M_i.\theta_i$$

$$= M_{aç}.\theta_{aç} + M_a.\theta_a + M_b.\theta_b$$

$$= (7{,}13)(8{,}00\theta) + (15{,}19)(3{,}28\theta) + (3{,}60)(4{,}72\theta) = 123{,}85520\theta \qquad (3.2)$$

$$\text{Dış işler} = M_d = q.F$$

$$= 2(0{,}5.3{,}28\theta.4{,}72.8{,}00) = 123{,}85280 \qquad (3.3)$$

olarak hesaplanır. Buradan da görüleceği gibi $M_i \cong M_d$ eşitliği sağlanmaktadır. Ayrıca şekil 2'de verilen kirişe ait verilerden yararlanarak (2.12) denklemi bu kiriş için yazılırsa;

$$q^2L^4 + (4M_a - 4M_b - 8M_{aç})qL^2 + 4(M_a + M_b)^2 = 0 \qquad (3.4)$$

$$2^2.8^4 + [4(-15{,}19) - 4.3{,}60 - 8.7{,}13].2.8^2 + 4(-15{,}19 + 3{,}60)^2 = 0 \qquad (3.5)$$

$$16921{,}3124 - 16921{,}60 = 0$$

$$-0{,}28 \cong 0 \qquad (3.6)$$

olarak hesaplanır. Yapılan hesapların sonucunda, "İş Etki Çizgisi Teoremi" olarak adlandırılan teoreme ait genel denklemin Şekil 2'de verilen kirişe uygulanmasıyla teoremin ne kadar gerçekçi bir sonuç verdiği görülmektedir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada sunulan ve "İş Etki Çizgisi Teoremi" olarak adlandırılan teorem ile:

a) Elastik hesap yöntemleri ile çözülen yapı sistemlerinde; bilgisayara verilen verilerin yanlış girilip girilmediği, ayrıca sonuçların da doğruluğu kontrol edilebilir.
b) Plastik analiz yöntemleri ile yapılan hesaplamalarda, düzgün yayılı yük etkisi altında kesin çözüm için gerekli olan esas denklem, bu teorem ile elde edilmiş olur.

KAYNAKLAR

[1] Hodge, G.P., "Yapıların Plastik Analizi", Çeviri: Şuhubi, E.-Cinemre,V., Arı Kitabevi Matbaası, İstanbul, (1967).

[2] Oğuz, S., "Teknik Mekanik I (Statik)", Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir, (2003).

[3] Oğuz, S., "Çelik ve Betonarme Yapıların Göçme Yükü Teorisi", Balıkesir, Ocak, (2001).

[4] Çakıroğlu, A., Çetmeli, E., "Yapı Statiği", Cilt 1-2, Beta Yayınları, İstanbul, (1991).