

# Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Mesleki Fark Etme Becerileri: Dikdörtgenler Prizmasının Hacmine İlişkin Problem Durumu\*

## Middle School Mathematics Teachers' Professional Noticing Skills: The Case of Rectangular Prism Volume Problem

Özge DIŞBUDAK KURU\*\*, Ayşe Nur UCUZOĞLU\*\*\*, Mine IŞIKSAL BOSTAN\*\*\*\*, Seçil YEMEN KARPUZCU\*\*\*\*\*, Reyhan TEKİN SİTRAVA\*\*\*\*\*

**Öz:** Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin bir probleme dair öğrenci düşüncesine yönelik mesleki fark etme becerilerini belirlemektir. Bu amaca bağlı olarak çalışmada, Türkiye'nin altı farklı ilinde Milli Eğitim Bakanlığı'na bağlı devlet okullarında görev yapan ve öğretmenlik deneyimi 15 yılı aşmamış 35 öğretmen ile çalışılmıştır. Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010) ortaya koyduğu “Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme” kuramsal çerçevesinin bileşenleri kapsamında hazırlanan veri toplama aracında, Tekin-Sitrava'nın (2014) geliştirmiş olduğu dikdörtgenler prizmasının hacminin bulunmasına ilişkin bir probleme verilen farklı öğrenci yanıtları kullanılmıştır. Öğretmenlerden gelen yazılı veriler, Jacobs ve diğerlerinin (2010) kuramsal çerçevesi temel alınarak güncel çalışmalar ışığında uyarlanan kodlama tablosu aracılığı ile analiz edilmiştir. Çalışmanın bulguları, ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine yönelik öğrencinin matematiksel stratejisini dikkate alma becerilerinin genellikle *sınırlı* ve *tam* düzeyde olduğunu göstermektedir. Ayrıca, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun *yetersiz* ve *sınırlı* düzeyde yorumlama becerisine sahip olduğu gözlenirken, verilen öğrenci düşüncesine genellikle *ilgisiz* ve *yineleme* düzeyinde karşılık verdikleri görülmektedir. Çalışmanın bulguları öğretmenlerin mesleki fark etme becerilerinin özellikle yorumlama ve karşılık verme boyutlarının geliştirilmesi gerektiğine işaret etmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Ortaokul matematik öğretmenleri, mesleki gelişim, mesleki fark etme becerisi, dikdörtgenler prizması.

**Abstract:** This study aimed to identify the professional noticing skills of middle school mathematics teachers on student thinking about a problem related to the volume of the rectangular prism. The participants were 35 middle school mathematics teachers working in public schools in six different provinces of Turkey and having less than 15 years of professional experience. As a data collection tool, alternative student's approach to a given problem about the volume of rectangular prism (Tekin-Sitrava, 2014) was taken as basis within the scope of the components of the “Professional Noticing of the Children's Mathematical Thinking” (Jacobs, Lamb, and Philipp, 2010). Written data from teachers were analyzed through the coding table adapted in the light of current studies based on the theoretical framework of Jacobs et al. (2010). The findings indicated that middle school mathematics teachers generally attended to the student's mathematical strategy regarding the volume of rectangular prism with *limited* and *robust* levels. In addition, most of the teachers were at *lack* and *limited* levels of interpretation skills. Then, they usually responded to given student's thinking at *ignoring* and *questioning* levels. The findings indicated that teachers need to develop their professional noticing skills, especially interpreting and deciding skills.

**Keywords:** Middle school mathematics teachers, professional development, professional noticing skill, rectangular prism.

\*Bu çalışma devam etmekte olan 218K508 numaralı TÜBİTAK projesi kapsamında gerçekleştirilmiştir. Aynı zamanda bu çalışma, 5. Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi (TÜRKBİLMAT-5) Sempozyumu'nda sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

\*\*Sorumlu yazar, Araştırma görevlisi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, İstanbul-Türkiye, ORCID: 0000-0003-2565-4812, e-posta: ozgeedisbudak@gmail.com

\*\*\*Lisansüstü öğrencisi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Denizli-Türkiye, ORCID: 0000-0001-7364-2571, e-posta: aucuzoglu19@posta.pau.edu.tr

\*\*\*\*Prof. Dr., Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara-Türkiye, ORCID: 0000-0001-7619-1390, e-posta: misiksal@metu.edu.tr

\*\*\*\*\*Dr. Öğr. Üyesi, Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kütahya-Türkiye, ORCID: 0000-0002-2150-000X, e-posta: secil.karpuzcu@dpu.edu.tr

\*\*\*\*\*Doç. Dr., Kırıkkale Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Kırıkkale- Türkiye, ORCID: 0000-0002-1285-2791, e-posta: reyhantekin@kku.edu.tr

Gönderi Tarihi: 25.03.2022 - Kabul Tarihi: 31.07.2022

## Giriş

Öğretmenler sınıf ortamında eş zamanlı beklendik ve beklenmedik pek çok öğrenci düşüncüsü ile karşılaşılır (Sherin ve van Es, 2005). Bu düşüncüler farklı matematiksel çıkarımlar içerebildiğinden (Franke vd., 2009), öğretmenlerin sınıf içi öğretimlerini etkin kılmaları için güçlü öğretimsel bilgiye sahip olmaları beklenmektedir (Hill, Ball ve Schilling, 2008; Shulman, 1986; Thomas, Jong, Fisher ve Schack, 2017). Son yıllarda matematik eğitimindeki reform hareketleri bu bilgilerin öğrenci öğrenmeleri üzerine etkilerini göz önüne alınarak, öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerini geliştirmeye yardımcı olmaya odaklanmıştır. Bununla birlikte, araştırmacılar ve matematik eğitimcileri, öğretmenlerin, verimli bir ders planlaması yapabilmeleri için bu bilgileri nasıl uyguladıkları sorusuna da yanıt aramaya başlamışlardır (Franke, Carpenter, Levi ve Fennema, 2001; Lampert, 2001). Bu doğrultuda yapılan çalışmalar öğretmenlerin belirli bir planı uygulamaktan ziyade sınıf içinde öğrenci düşüncelerini dikkate alıp, bunları yorumlayıp ve bir sonraki öğretim adımına karar vermeleri gerektiği sonucuna ulaşmışlardır (Adler ve Davis, 2006; Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010). Başka bir deyişle, yapılan çalışmalarda öğretmenlerin öğrenci düşünmesini merkeze alan bir öğretim planlayarak, öğrencilerin düşüncesindeki önemli ayrıntıları fark etmeleri gerekliliğine dikkat çekilmiştir. Öğretmenlerin sınıf ortamında öğrencilerin düşüncülerini fark etmeleri ve öğretimlerine uyarlamaları Jacobs ve diğerleri tarafından “Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme” kuramsal çerçevesiyle (Jacobs vd., 2010) öne çıkmıştır.

## Mesleki fark etme becerisi

Ders esnasında gelişen anlık olayların ve önemli durumların farkında olarak bu olaylar doğrultusunda öğretime nasıl yön vereceklerine karar verebilmek, öğretmenin fark etme (teacher noticing) becerisi olarak tanımlanır (Jacobs, Lamb, Philipp ve Schappelle, 2011; Sherin ve Star, 2011). Öğretmenlerin birçok durumun eş zamanlı olarak yaşandığı karmaşık sınıf ortamında hangi durumlara dikkat etmesi gerektiği konusunda araştırmacılar farklı görüşlere sahiptirler. Örneğin Van Es ve Sherin (2008), pedagoji, matematiksel düşünme, sınıf yönetimi ve sınıf ortamı gibi durumların öğretmenlerin dikkat etmeleri gereken önemli durumlar olduğunu savunmuştur. Star ve Strickland (2008) ise sınıf ortamı ve sınıf yönetimi üzerinde durmakla beraber öğretim etkinlikleri ve matematiksel içerik ile iletişimin de öğretmenlerin fark etme becerisi ile ilişkili olduğunu belirtmiştir. Öte yandan Jacobs ve diğerleri (2010) öğretmenlerin neyi fark ettiklerinden daha çok onların öğrencilerin matematiksel anlamalarını nasıl fark ettiklerine odaklanmışlardır. Bu doğrultuda dikkate alma, yorumlama ve karşılık verme bileşenlerinden oluşan “Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme” kavramsal çerçevesi ortaya konmuştur (Jacobs vd., 2010). Bu çerçeveye göre dikkate alma bileşeni öğrencilerin belirli bir konuya ilişkin soruları çözmek için geliştirdikleri çözüm stratejilerini anlamayı kapsamakta, yorumlama bileşeni ise bu stratejilere dayalı olarak öğrencilerin konuyu kavrayışını yorumlamayı ifade etmektedir. Ayrıca, karşılık verme bileşeni, bunları temel alarak öğrencinin öğrenmesini destekleyecek veya geliştirecek karar verme becerisi olarak açıklanmaktadır. Daha açık bir ifade ile, dikkate alma bileşeni öğretmenin, öğrencilerin stratejilerindeki matematiksel detayları anlayarak çözümdeki detayları kavrama becerisini ifade etmektedir. Bu bileşende, öğretmenden öğrencinin ilgili matematiksel durum, etkinlik ya da probleme nasıl yaklaştığını, nasıl çözdüğünü ve bu süreçte hangi materyal ve stratejileri kullandığını açıklaması beklenmektedir. İkinci bileşen olarak belirtilen yorumlama becerisi ise öğretmenin, öğrencilerin matematiksel anlamalarını yorumlama becerisine dayanmaktadır. Öğretmenden, öğrencinin ilgili matematiksel durum, etkinlik ya da problemde izlediği stratejileri göz önünde bulundurarak öğrencinin ilgili konuyu ne ölçüde anladığını ve bu stratejiler ile öğrencinin matematiksel gelişiminin tutarlılığını yorumlayabilmesi beklenmektedir. Son olarak karşılık verme bileşeni ise öğretmenin, öğrencilerin anlamalarını temel alarak onlara nasıl karşılık vereceğine dair karar verme becerisini ifade etmektedir. Öğretmenin, öğrencilerin ilgili matematiksel konu/etkinlik/probleme ilişkin kavrayışları doğrultusunda öğretmenin öğrencinin yanıtı/çözümü/kullandığı stratejiye yönelik ne yapacağına karar vermesini içermektedir. Öğretmenlerin nasıl karşılık verileceğine karar vermede yetkin olmaları için öğrencilerin

stratejilerini dikkate almada ve onların matematiksel anlamalarını yorumlamada da yetkin olmaları gerekmektedir (Jacobs vd., 2010). Başka bir deyişle, Tekin-Sitrava, Kaiser ve Işıksal-Bostan (2021) ile Kilic ve Dogan (2022) çalışmalarında da görüldüğü gibi mesleki fark etme becerisinin üç bileşeni birbiriyle ilişkili ve iç içe geçmiş durumdadır. Ayrıca, Jacobs ve diğerlerinin (2010) bu kavramsal çerçeve öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel düşünmesine yönelik fark etme becerisini incelemede öncül olmak ile birlikte Tekin-Sitrava ve diğerleri (2021) ile Kilic ve Dogan (2022) bu çerçevenin üç bileşeninin seviyelerini detaylandırılmaktadır. Bu durum veri analizi bölümünde daha detaylı olarak ele alınmaktadır.

Alan yazında bulunan çalışmalar öğretmenlerin sınıf ortamında nelerin dikkate değer olduğuna ilişkin kararları ve bu doğrultuda verdikleri yanıtlar üzerinde sahip oldukları mesleki fark etme becerisinin yanı sıra ve pedagojik alan bilgilerinin de etkisi olduğuna işaret etmektedir. (Seidel, Sturmer, Blomberg, Kobarg ve Schwindt, 2011). Ancak yapılan çalışmalar, öğretmenlerin birçok matematik konusuna ilişkin bilgilerinin etkili matematik öğretimini gerçekleştirmek için yeterli düzeyde olmadığını vurgulamaktadır (Baştürk ve Dönmez, 2011; Baki, 2013; Contreras, Batanero, Diaz ve Fernandes, 2011). Bu konulardan biri de geometrik cisimlerdir (Contreras vd., 2011; Hill, Rowan ve Ball, 2005; Livy ve Vale, 2011; Tekin-Sitrava, 2014). Örneğin, Tekin-Sitrava'nın (2014) ortaokul matematik öğretmenlerinin üç boyutlu cisimlerin hacmine ilişkin bilgilerinin incelediği çalışmada, öğretmenlerin derslerinde hacim hesaplamaya yönelik soruları sadece "en  $\times$  boy  $\times$  yükseklik" formülü kullanarak çözdüklerini göstermektedir. Ayrıca bu çalışma, öğretmenlerin dikdörtgenler prizmasının hacmini sıra dışı bir yöntem kullanarak hesaplayan öğrenci stratejisini yorumlarken, hacim formülü algısından bağımsız olarak anlamlandırmakta güçlük çektiğini de göstermiştir. Benzer şekilde, Gökkurt ve Soylu (2016) öğretmenlerin koni konusuna yönelik alan bilgilerinin koninin tanımı, yanal alanı, hacmi ve farklı yüzey açınımları açısından incelemiş ve bu konuda öğretmenlerin alan bilgilerinin sınırlı veya eksik olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Benzer durum öğretmen adayları ile yapılan çalışmalarda da karşımıza çıkmaktadır (Esen ve Çakıroğlu, 2012; Işıksal-Bostan ve Yemen-Karpuzcu, 2017). Örneğin Esen ve Çakıroğlu'nun (2012) çalışmasında, öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya ilişkin kavrayışlarının eksik olduğu ve öğretmen adaylarından verilen öğrenci çözümüne yönelik yorum yapmaları istendiğinde de benzer şekilde eksik veya hatalı şekilde yorum yaptıkları görülmektedir.

Öğrencilerle yapılan çalışmalar incelendiğinde de benzer sonuçlara ulaşılmaktadır. Çalışmalar, öğrencilerin verilen birim küplerden oluşan dikdörtgenler prizması şeklindeki yapıların hacmini ölçmede güçlük çektiklerini göstermektedir (Alstad, Berre ve Nilsson, 2021; Battista ve Clements, 1996; Ben-Haim, Lappan ve Houang, 1985). Ancak öğrencilerin hacim ölçmede kullandıkları stratejileri inceleyen güncel çalışmalar, Alstad, Berre ve Nilsson (2021) hacim ölçmede kübik birimlere ek olarak küresel birimlerin kullanımının, öğrencilerin birimlerin yerini belirlemesinde ve numaralandırmasında algısal ipuçları olarak hizmet edebileceğine işaret etmektedir. Diğer bir ifadeyle, bahsi geçen çalışma hacim ölçmede kübik birimler yerine küresel birimler kullanımının öğrencilerin hacim ölçme kavramı üzerine anlayışını desteklediğine işaret etmekte ve hacim ölçmeye yönelik öğretimin kübik birimlerden önce küresel birimler kullanılarak başlanmasına vurgu yapmaktadır. Yukarıda bahsedilen çalışmalar öğretmenlerin alan ve pedagojik alan bilgilerinin ve öğrencilerin hacim ölçmeye yönelik stratejilerini incelemektedir. Bunlardan farklı olarak, mevcut çalışma öğretmenlerin hacim ölçmeye yönelik öğrenci stratejisini ne düzeyde fark ettiklerini incelemesiyle ön plana çıkmaktadır. Bu kapsamda mevcut çalışmada, "ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin bir probleme dair öğrenci düşüncesine yönelik mesleki fark etme beceri düzeylerinin durumu" incelenmiştir.

### Yöntem

Bu çalışma, öğretmenlerin mesleki gelişimi için tasarlanan ve devam etmekte olan bir tasarı deneyi araştırması kapsamında gerçekleştirilmiştir (Zawojewski, Chamberlin, Hjalmarson ve Lewis, 2008). Bu araştırma süreci, bir eğitsel tasarı deneyi (Plomp, 2013) olarak, eğitsel bir

müdahalenin ve yeniliğin tasarım, geliştirme ve ölçme süreçlerinin sistematik bir biçimindedir. Plomp'a göre bu süreç, problemin belirlenmesi, ön araştırma, taslak tasarım ve ilkeler, prototipleme evresi ve ölçme aşamalarından oluşmaktadır. Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin gelişiminin desteklenmesine yönelik olan bu araştırmanın protipleme evresi, öğretmenlere yönelik bir mesleki gelişim platformu tasarlamayı içermektedir. Bu evredeki ilk adımlardan biri, öğretmenlerin söz konusu becerilerinin belirlenmesidir. Bu çalışma kapsamında, prototipleme evresindeki eğitsel müdahale öncesinde öğretmenlerin, öğrencilerin geometri ve ölçmeye yönelik matematiksel düşüncelerini fark etme becerilerinin belirlenmesi ve betimlenmesi durumu ele alınmıştır. Bu kapsamda mevcut çalışma, keşfedici bir durum çalışmasıdır (Yin, 2003). Öğretmen niteliğinin iyileştirilmesine yönelik devam etmekte olan tasarı tabanlı bir araştırma projesinin parçası olan bu çalışmada, hizmet içindeki ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin bir probleme dair öğrenci düşüncesini nasıl fark ettiklerini incelemiştir.

### Çalışma grubu

Çalışmada, katılımcı olan öğretmenlerin belirlenmesinde, amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan kartopu örnekleme yöntemi (Yıldırım ve Şimşek, 2016) uygulanmıştır. Proje kapsamında, paydaş olan üniversitelerin öğretmenlik uygulaması çerçevesinde işbirliği içinde olduğu/olabileceği Millî Eğitim Bakanlığı'na (MEB) bağlı devlet okulu öğretmenleri kaynak kişiler olarak belirlenmiştir. Çalışmaya, Ankara, Denizli, Eskişehir, İstanbul, Kırıkkale, Kütahya ve Ordu illerinde MEB'e bağlı devlet okullarında görev yapan mesleki deneyimi 15 yılı aşmamış 35 ilköğretim matematik öğretmeni katılmıştır. Bu öğretmenlerin 26'sı kadın (%74), 9'u erkektir (%26). Veriler, Aralık 2020 ve Ocak 2021 aylarında toplanmıştır. Öğretmenlerin buldukları illere, girdikleri sınıf düzeylerine ve yüksek öğrenim durumlarına göre dağılımları Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1  
*Öğretmenlerin Buldukları İllere, Dersine Girdikleri Sınıf Düzeylerine ve Yüksek Öğrenim Durumlarına Göre Dağılımı*

		İl						Sınıf düzeyi				Öğrenim durumu	
Ankara	Denizli	Eskişehir	İstanbul	Kırıkkale	Kütahya	Ordu	5	6	7	8	Lisans	Yüksek Lisans	
5	3	6	3	6	8	4	14	20	13	19	28	7	
(%14)	(%9)	(%17)	(%9)	(%17)	(%23)	(%11)					(%80)	(%20)	

Tablo 1'de görüldüğü gibi katılımcıların 8'i Kütahya, 6'sı Kırıkkale, 6'sı Eskişehir, 5'i Ankara, 4'ü Ordu, 3'ü İstanbul ve 3'ü Denizli illerinde görev yapmaktadır. 28 katılımcı lisans mezunu iken 7 katılımcı yüksek lisans mezunudur. Ayrıca, Tablo 1'de katılımcıların farklı sınıf düzeylerinde öğretim yaptıkları görülmektedir.

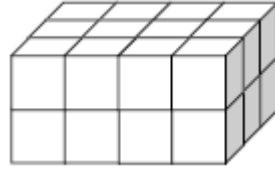
### Veri toplama aracı

Jacobs, Lamb ve Philipp'in (2010) ortaya koyduğu "Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine yönelik Mesleki Fark Etme" kuramsal çerçevesinin bileşenleri (dikkate alma, yorumlama, karşılık verme) kapsamında hazırlanan veri toplama aracında, Tekin-Sitrava'nın (2014) geliştirmiş olduğu dikdörtgenler prizmasının hacminin bulunmasına ilişkin bir probleme verilen farklı öğrenci yanıtı kullanılmıştır. Bu veri toplama aracı, öğrencinin dikdörtgenler prizmasının hacmini hesaplamaya yönelik problemde kullandığı strateji, bahsi geçen kuramsal çerçevenin dikkate alma (bir madde), yorumlama (bir madde) ve karşılık verme (üç madde) bileşenlerini içeren toplamda beş alt maddeyle yapılandırılmıştır. Test son haline getirildikten sonra geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları kapsamında pilot çalışma gerçekleştirilmiştir. Araştırmacılar tarafından geliştirilen

test, pilot çalışma kapsamında hâlihazırda farklı illerde öğretmenlik yapan ve örnekleme olmayan 13 öğretmene uygulanmıştır. Pilot çalışmadan elde edilen veriler analiz edilerek testteki maddelerin uygunluğu tespit edilmiştir. Bu süreçte, madde kökünde anlaşılır bulunmayan ifadeler üzerinde düzenlemeler yapılmıştır. Hazırlanan test daha sonra matematik eğitim alanında uzmanlaşmış dört öğretim üyesine kapsam geçerliliğini teyit etmek amaçlı gönderilmiştir. Hazırlanan test, bu uzmanların görüşleri, proje ekibi ve bir ölçme değerlendirme uzmanı tarafından son haline getirilmiştir. Veri ölçme aracı olarak hazırlanan soruya ek olarak öğretmenlerin demografik bilgilerine yönelik de beş soru yöneltilmiştir. Veri toplama aracı Şekil 1’de verilmiştir.

### Problem

Birim küpler kullanılarak oluşturulmuş aşağıdaki yapının hacmini bulunuz.



Öğrenciniz Buse verilen problemi aşağıdaki gibi çözmüştür.

$$6 + 6 = 12$$

$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$\text{Toplam hacim: } 12 + 12 = 24$$

- Öğrenciniz Buse’nin bu problemi nasıl çözdüğünü (kullandığı strateji vs.) ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. Sizce Buse’nin çözümü doğru mu? Neden?
- Buse’nin çözümünden onun bu işlemi anlamlandırması (çözümündeki matematiksel anlayışı) hakkında ne öğrendiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.
- Öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için, sınıfta sonraki öğretim adımlarını nasıl oluşturacağınıza dair kararlar aldığınızı varsayalım.
  - Bu ders sırasında, Buse’nin çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere/temsillere/kavramlara/ işlemlere yer verirsiniz? Örneklerle doğrudan açıklayınız.
  - Buse’nin çözümünü sınıfla paylaştıktan sonra, Buse’ye hangi problem veya problemleri sorardınız? Bu problem veya problemleri sormadaki gerekçeniz nedir? Detaylı açıklayınız.

Şekil 1. Çalışmada kullanılan veri toplama aracı.

### İşlem

Bu çalışma, Orta Doğu Teknik Üniversitesi İnsan Araştırmaları Etik Kurulu’nun 08.10.2018 tarihli ve 28620816/507 sayılı kararı ile araştırma ve yayın etiğine uygun olarak gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir. Bu çalışma kapsamında oluşturulan test, öğretmenlerle elektronik posta yoluyla paylaşılmış ve yanıtlanması yaklaşık olarak 30-45 dakika süreceği bilgisi verilmiştir. Öğretmenlerden gelen yanıtlar sonrasında veri toplama işlemi sonlandırılmıştır.

### Verilerin analizi

Bu çalışmada veri analizinde Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından ortaya konan “Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Mesleki Fark Etme” kuramsal çerçevesi yol gösterici olmuştur. Bununla birlikte, bu öncül çerçeveye ilişkin bileşenlerin (dikkate alma, yorumlama, karşılık verme) Tekin-Sitrava ve diğerleri (2021) ve Kilic ve Dogan’ın (2022) çalışmalarında ele alınma ve detaylandırılma biçimi, veri analizinde yol gösterici olmuştur. Dolayısıyla, mevcut çalışmanın veri analizinde Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından ortaya konan ve özellikle yorumlama ve karşılık verme bileşenlerine dair beceri seviyeleri Tekin-Sitrava ve diğerleri (2021) ve Kilic ve Dogan (2022) tarafından detaylandırılan fark etme becerisi kuramsal çerçevesi kullanılmıştır.

Mesleki fark etme becerisinin ilk boyutu olan dikkate alma bileşeni beceri düzeyi Jacobs ve diğerleri (2010) tarafından ortaya konan yetersiz, sınırlı ve tam dikkate alma düzeylerine ek olarak cevapsız düzeyi de eklenerek dört düzeyde kodlanmıştır. Dikkate alma bileşenine ait düzeyler ve bu düzeylere ait detaylı açıklamalar Tablo 2’de sunulmuştur.

Tablo 2

*Dikkate Alma Bileşenine Yönelik Oluşturulan Düzeyler*

	<b>Yanıtız</b>
	-Öğrencinin çözümüne yönelik bir açıklama sunmaz.
	<b>Yetersiz Dikkate Alma</b>
	-Öğretmenin öğrencinin çözümünü yanlış değerlendirir. -Öğrenci çözümündeki detayları anlatmak yerine öğrencinin kavrayışını yorumlar. -Öğrencinin çözümünü yanlış değerlendirir. -Çözümünü öğrencinin yanıtından bağımsız olarak kendi bilgileri ile ifade eder. -Öğrencinin çözümünü doğru bir şekilde belirler; fakat öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak genel ifadeler veya kendi bilgileri ile ifade eder. - Öğrenci çözümündeki sadece birkaç detaya değinir.
<b>Dikkate Alma</b>	<b>Sınırlı Dikkate Alma</b>
	-Öğrencilerin çözümünü doğru şekilde belirler fakat öğrenci çözümündeki her detaya değinmez. -Öğrenci çözümünün detaylarını anlatır fakat öğrencinin akıl yürütmesinin doğru veya yanlış olduğunu belirtmez.
	<b>Tam Dikkate Alma</b>
	-Öğrenci çözümünü sorunun çözümü için gerekli olan tüm kavramları kullanarak doğru/yanlış olarak değerlendirir.

Tablo 2’de görüldüğü gibi öğretmenin kavrayışındaki yetersizlikten dolayı öğrencinin çözümünü yanlış değerlendirmesi ya da sadece öğrenci çözümündeki birkaç detaya değinmesi, öğrencinin matematiksel düşüncesini ifade etmek yerine yorumlaması ya da çözüm stratejisinden bağımsız olarak sadece kendi bilgileri ile verilen soru için açıklama yapması durumunda dikkate alma beceri düzeyi *yetersiz* olarak kodlanmıştır. Öğretmenin öğrencinin akıl yürütmesini doğru bir şekilde tespit edip çözüm stratejisindeki tüm matematiksel detaylara açıklamasında yer vermemesi ya da çözümünü doğru bir şekilde ifade etmesine rağmen akıl yürütmesinin uygun olup olmadığını belirtmemesi durumunda ise dikkate alma düzeyi *sınırlı* olarak kodlanmıştır. Son olarak, öğretmenin verilen sorunun çözümü için gerekli olan tüm matematiksel kavramlara yer

vererek uygun bir matematiksel dil ile öğrencinin akıl yürütmesini doğru bir şekilde tespit etmesi durumunda dikkate alma düzeyi *tam* olarak kodlanmıştır.

Öğretmenlerin, öğrencilerin matematiksel düşünme ve anlamalarına yönelik fark etme becerisinin ikinci bileşeni olan yorumlama becerisi ise Jacobs ve diğerlerinin (2010) ortaya koyduğu yetersiz, sınırlı ve tam düzeye ek olarak, Tekin-Sitrava ve diğerleri (2021) çalışmasına paralel olarak geliştirilebilir düzeyi de eklenerek incelenmiştir. Diğer bir değişle, öğretmenlerin yorumlama becerileri yetersiz, sınırlı, geliştirilebilir ve tam düzeylere ek olarak cevapsız düzeyi de eklenerek beş düzey altında kodlanmıştır (Tablo 3).

Tablo 3  
*Yorumlama Bileşenine Yönelik Oluşturulan Düzeyler*

	<b>Yanıtsız</b>
	-Öğrencinin matematiksel kavrayışına yönelik bir yorum sunmaz.
	<b>Yetersiz Yorumlama</b>
	-Yorumlama yapmadan öğrenci çözümündeki detayları anlatır ya da sadece öğrencinin çözümünün doğru veya yanlış olduğunu belirtir. -Öğrenci çözümünü temel alarak belirlenemeyecek kavrayışlar sunar. -Öğretmenin kavrayışındaki yetersizlikten dolayı öğrencinin çözümünü yanlış yorumlar. -Öğretmenin çözümü yanlış değerlendirmesinden dolayı yanlış yorumlar. -Çözümü öğrencinin yanıtından bağımsız olarak kendi bilgileri ile açıklar. -Öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak genel ifadeler (İşlemsel/kavramsal anlama gibi) veya kendi bilgileri ile yorum yapar.
<b>Yorumlama</b>	<b>Sınırlı Yorumlama</b>
	-Öğrenci çözümüne yönelik bir yorumda bulunur; fakat sorunun çözümü için gerekli olan sadece birkaç kavrama değinir.
	<b>Geliştirilebilir Yorumlama</b>
	-Sorunun çözümü için gerekli olan çoğu kavrama değinerek öğrenci çözümüne yönelik bir yorumda bulunur.
	<b>Tam Yorumlama</b>
	-Sorunun çözümü için gerekli olan her kavrama değinip öğrenci çözümüne yönelik uygun matematiksel bir dil kullanarak öğrenci çözümünü yorumlar.

Tablo 3'te görüldüğü gibi öğrencinin matematiksel düşünmesini yorumlamak yerine çözüm stratejisini açıklaması, öğrencinin çözümünü göz önüne almadan soruya ilişkin kendi bilgilerini ifade etmesi ya da öğrenci çözümünü göz önünde bulundursa bile çok genel ifadeler ile açıklama yapması durumunda öğretmenin yorumlama becerisi *yetersiz* düzey olarak kodlanmıştır. Öğretmenin açıklamasında öğrenci çözümüne ilişkin önemli matematiksel kavramların sadece birkaç tanesine yer vermesi durumunda ise yorumlama becerisi *sınırlı* düzeyde olarak kodlanırken öğrenci çözümü için gerekli kavramların çoğunluğuna değinmesi durumunda yorumlama becerisi *geliştirilebilir* düzey olarak kodlanmıştır. Öğretmen, sorunun çözümü için gerekli tüm matematiksel kavramlara değinip öğrencinin matematiksel kavrayışını uygun bir matematiksel dil kullanarak yorumladığı takdirde ise yorumlama becerisi *tam* düzey olarak kodlanmıştır.

Son olarak öğretmenlerin fark etme becerisinin üçüncü bileşeni olan karşılık verme becerileri, Tekin-Sitrava ve diğerlerine (2021) dört ana düzey altında incelenmiştir. Ayrıca, Kilic ve Dogan (2022) çalışmaları ışığında cevapsız, yineleme, ortaya çıkarma ve detaylı inceleme boyutları öğretmenlerin karşılık verme beceri düzeylerini incelemek için ele alınmıştır. Ayrıca, Tekin-Sitrava ve diğerlerinin (2021) yetersiz yorumlama düzeyine paralel olan ilgisiz boyutu eklemiştir (Tablo 4). Dolayısıyla, öğretmenlerin karşılık verme beceri düzeyleri, cevapsız, ilgisiz, yineleme, ortaya çıkarma ve detaylı inceleme düzeyleri olmak üzere beş boyut altında incelenmiştir.

Tablo 4  
*Karşılık Verme Bileşenine Yönelik Oluşturulan Düzeyler*

	<b>Cevapsız</b>
	-Öğrencinin çözümüne yönelik bir öğretim adımı sunmaz.
	<b>İlgisiz</b>
	-Öğrenci çözümünü göz önüne almadan genel açıklamalar/spesifik sorular sunar. -Öğrencinin çözümünü göz önüne alarak genel açıklamalarda bulunur fakat spesifik bir soru, örnek, şekil vb. yer vermez. -Öğrencinin çözümüne yönelik uygun olmayan bir öğretim adımı izler. -İşlemi/kavramı doğrudan anlatır. -Öğretmenin çözümü yanlış değerlendirmesi/kavrayışındaki yetersizlik nedeni ile öğrencinin çözümüne yönelik uygun bir öğretim adımı sunmaz.
	<b>Yineleme</b>
<b>Karşılık Verme</b>	-Farklı sayı/bağlam kullanarak gerekçe belirtmeden/ yetersiz bir gerekçe ile aynı kavram/işlemi içeren sorular yöneltir. -Öğrencinin çözümünü anlamaya/öğrenciyi doğrudan istenilen cevaba yönlendirmeye ilişkin sorular yöneltir. -Öğrencinin kendi çözümünü fark ettirmeye yönelik sorular yöneltir.
	<b>Ortaya Çıkarma</b>
	-Öğrencinin kavram/işlem hakkında derinlemesine düşünmesini gerektiren sorular yöneltir ancak izlenecek öğretim adımında yer alması beklenen matematiksel kavram/düşünce/ilişki/gösterim/dil yönüyle yetersiz kalır.
	<b>Detaylı İnceleme</b>
	-Öğrencinin kavram /işlem hakkında derinlemesine düşünmesini gerektiren soru /matematiksel kavram/düşünce/ilişki/gösterim yer vererek uygun bir matematiksel dil ile öğrencinin hata/kavram yanlışlığının üstesinden gelir ya da matematiksel anlayışını üst seviyeye taşır.

Tablo 4'te görüldüğü üzere öğretmenin öğrencinin çözümünü dikkate almadan sorular yöneltmesi, çözümü göz önünde bulundurmasına rağmen soru, örnek vb. belirtmeden genel açıklamalar yapması ve öğrencinin çözümüne uygun bir öğretim adımı sunmaması ya da öğrenciden beklentilerini doğrudan anlatması durumunda karşılık verme becerisi *ilgisiz* düzey olarak kodlanmıştır. Öğretmen soruda verilen sayı ya da bağlamı değiştirerek öğrenciye benzer şekilde sorular yöneltiyor, öğrenciye çözümünü fark ettirmeye ya da öğrencinin çözümünü anlamaya yönelik sorular soruyor ise öğretmenin karşılık verme becerisi *yineleme* düzeyi olarak kodlanmıştır. Öğretmen öğrenciye soruda belirtilen kavram veya işlem hakkında derinlemesine düşünmesini gerektiren sorular yöneltiyor ancak yönelttiği sorular matematiksel kavram, düşünce, dil, gösterim vb. yönde yetersiz kalıyor ise öğretmenin karşılık verme becerisi *ortaya çıkarma* düzeyi olarak kodlanmıştır. Son olarak, öğretmenin istenilen kavram ya da işlem hakkında



öğrencinin derinlemesine düşünmesini gerektiren soru, kavram, ilişki, gösterimleri uygun matematiksel dil kullanarak öğrencinin hata ya da kavram yanlışlığının üstesinden gelmeye ya da öğrencinin matematiksel kavrayışını geliştirmeye yönelik sorular sorması durumunda karşılık verme becerisi *detaylı inceleme* düzeyinde kodlanmıştır. Ayrıca, öğretmen eğer öğrencinin düşüncesini dikkate alma, yorumlama ve karşılık vermeye yönelik herhangi bir öğretim adımı sunmaz ise ilgili becerisi *cevapsız* düzey olarak kodlanmıştır.

Veriler analiz edilirken, öğretmenlerin yazılı yanıtları fark etme becerisinin her bir bileşeni için Tablo 2, Tablo 3 ve Tablo 4'te belirtilen düzeylere göre kodlanmıştır. Veriler, tam bir fikir birliğine varılarak, iki matematik eğitimsi (yazarlar) tarafından kodlanmıştır. Ayrıca, betimsel bir yaklaşım izlenerek, kodların frekans ve yüzdeleri sunulmuştur. Daha detaylı bir şekilde belirtmek gerekirse, yazılı yanıtlarda düzeyler kodlandıktan sonra katılımcıların yanıtlarında bu düzeylerin sıklığı betimlenmiştir.

### Bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin öğrenci düşüncelerindeki mesleki fark etme becerilerinin incelenmesinin amaçlandığı bu çalışmadan elde edilen bulgular, mesleki fark etme becerisinin üç bileşeni olan dikkate alma, yorumlama ve karşılık verme boyutları altında sunulmuştur.

#### Dikkate alma

Öğretmenlerin dikkate alma becerilerini belirlemek adına öğretmenlere “Buse'nin bu problemi nasıl çözdüğünü (kullandığı strateji vs.) ayrıntılı bir şekilde açıklayınız. Sizce Buse'nin çözümü doğru mu? Neden?” şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Öğretmenlerin dikkate alma becerisine ait bulgular Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5

*Öğretmenlerin Dikkate Alma Becerileri*

	Dikkate Alma			
	Cevapsız	Yetersiz	Sınırlı	Tam
Hacim Sorusu Üzerine Öğretmenlerin Öğrenci Stratejisini Dikkate Alması	1 (%2,9)	4 (%11)	13 (%37,1)	17 (%48,6)

Veri analizi çalışmaya katılan öğretmenlerin yaklaşık yarısının (%48,6) öğrenci düşüncesine yönelik dikkate alma becerileri, en üst düzey olan *tam* düzey olarak belirlenmiştir. Öğretmenlerin %37,11'inin dikkate alma becerileri *sınırlı* olarak kodlanırken, sadece dördü (%11,4) *yetersiz* düzeyde dikkate alma becerisi göstermiştir. Bu soruda bir öğretmen ise soruyu *yanıtsız* bırakmıştır. Soruya ilişkin *yetersiz* düzeyde dikkate alma becerisine sahip bir öğretmenin yanıtı ise aşağıdaki gibidir:

*Öğretmen 22: Buse'nin çözümü yanlış değildir. Şekildeki yapıyı farklı parçalara ayırarak toplam küp sayısını bulmuş olabilir. 1 tane küpün hacminin 1 birim küp olduğunu düşünerek 24 küpten oluştuğunu bulup şeklin hacmi için 24 birim küp demiştir.*

Yukarıdaki açıklamadan anlaşılacağı gibi Öğretmen 22, öğrencinin soruyu doğru çözdüğünü ifade etmiştir. Ancak öğrenci çözümünde cismin hacmini parçalara ayrılarak ulaştığı görülmektedir. Bu noktada, öğretmenden beklenen öğrencinin bu ayırma yöntemini nasıl yaptığını açıklamaya çalışmasıdır. Ancak, öğretmen bu açıklama yerine öğrencinin bir birim küpü düşünerek cismin hacminin 24 küpten oluştuğu sonucuna vardığını ifade etmiş ve bu ifadesini

gerektirilmemiştir. Öğretmen 22'nin yanıtı, bu nedenler çerçevesinde *yetersiz* düzey olarak kodlanmıştır.

Aşağıda verilen Öğretmen 12'nin soruya ilişkin yanıtı *sınırlı* düzeyde dikkate alma becerisine yönelik bir örnektir.

*Öğretmen 12: Buse hacmi bulmak için sayma yöntemini kullanmıştır. Önce kenarları saymış sonra içeride kalan küpleri saymış ve toplamıştır. Sonuç doğrudur. Eğer hacim konusu işlenmişse derse hazırlıkta en güzel yolu kullanmıştır. Arkada görünmeyen küpleri sayması güzeldir. Hacim konusu işlendiğinde kenar uzunluklarının çarpılarak hacmi bulunabileceğini öğretmek kolaylaşacak ve öğrenci bu yolu kazanarak zamandan kazanacaktır.*

Öğretmen 12, yanıtında Buse'nin akıl yürütmesinin doğru olduğunu öğrencinin çözümü dikkate alarak ifade etmiştir; ancak öğrenci stratejisini genel ifadeler ile açıklamıştır. Öğretmenin yanıtında yer alan “kenarlar” ve “kalan küpler” ifadeleri öğrencinin stratejisini ifade etmek için açık değildir ve soruda verilen öğrenci çözümündeki sayılar ile yanıtını ilişkilendirmemiştir. Ayrıca öğretmen yanıtının devamında dikkate alma becerisinde yer almayan soru ile ilgili kendi düşüncelerine yer vermiştir. Öğretmenin öğrencinin çözüm stratejisindeki beklenen tüm matematiksel detaylara değinmemesi ve açıklamasında uygun matematiksel dili kullanmaması sebepleri ile dikkate alma beceri düzeyi *sınırlı* olarak kodlanmıştır.

Bu yanıtların yanı sıra aşağıda, yöneltilen soruya *tam* düzey dikkate alma becerisine sahip öğretmenin yanıtı sunulmuştur:

*Öğretmen 4: Buse önce en sağdaki (6 tane) ve en soldaki (6 tane) üst üste gelen küpleri toplamış. Geriye ortadaki üst üste gelen küpler kalmış. Onları da sırayla önde 4 tane, aynı şekilde orta kısım ve arka kısımda da 4 tane küp olduğu için 3 tane 4 ü toplayıp 12 demiş. Son olarak da toplamış olduğu bütün sayıları (küplerin adedi) toplayarak yapının hacmini bulmuş. Buse'nin çözümü doğrudur çünkü cismin içine yerleştirilen birim küp miktarı o cismin hacmini verir. Buse de burada bu yapıdaki birim küplerin sayısını hesaplayarak cismin hacmini bulmuştur.*

Yukarıdaki açıklamadan anlaşılacağı gibi Öğretmen 4, öğrencinin soruyu nasıl çözdüğünü doğru bir şekilde değerlendirmiş ve “birim küp, hacim” gibi beklenen matematiksel kavramlara değinerek öğrenci çözümünü açıklamıştır. Bu sebeple, açıklaması *tam* düzey olarak kodlanmıştır. Aynı şekilde Öğretmen 24 de öğrencinin hacim kavramı ile birim küpleri ilişkilendirdiğini vurgulamıştır.

*Tam* dikkate alma düzeyine sahip öğretmen cevaplarına diğer bir örnek olarak Öğretmen 24'ün yanıtı verilebilir.

*Öğretmen 24: Buse hacim bulurken formül kullanmak yerine somut düşünmüş ve şekli oluşturan birim küpleri saymıştır. Birim küpleri sayarken ise küplerin 2 sırasını üçlü dikey bloklar halinde sayarak 6 küp olduğu sonucuna ulaşmıştır. Kalan küpleri ise 4lü dikey bloklar şeklinde sayarak bulduğu sonuçları toplamıştır. Buse doğru çözüm yapmıştır. Parçadan bütüne düşünme becerilerini kullanmış ve şeklin tamamının hacmini birim küpler vasıtasıyla hesaplamıştır.*

Öğretmen 24, Buse'nin akıl yürütmesini doğru bir şekilde tespit etmiş ve öğrenci stratejisinde önemli olan “birim küpler, hacim” gibi matematiksel kavramlara yanıtında yer vermiştir. Bunun yanında verilen çözümdeki sayıların öğrenci stratejisinde ne anlam ifade ettiğini uygun matematiksel bir dil kullanarak açıkça ifade etmiştir.

### Yorumlama

Öğretmenlerin ilgili soruya ilişkin yorumlama becerilerini belirlemek adına öğretmenlere “Öğrenciniz Buse’nin çözümünden onun bu işlemi anlamlandırması (matematikselsel kavrayışı) hakkında ne öğrendiğinizi ayrıntılı bir şekilde açıklayınız.” şeklinde bir soru yöneltilmiştir. Öğretmenlerin yorumlama becerilerine ait bulgular Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6

#### Öğretmenlerin Yorumlama Becerileri

	Yorumlama				
	Cevapsız	Yetersiz	Sınırlı	Geliştirilebilir	Tam
Hacim Sorusu Üzerine Öğretmenlerin Öğrenci Düşünüşünü Yorumlaması	1 (%2,9)	25 (%71,4)	7 (%20)	0 (%0)	2 (%5,7)

Verilen hacim sorusuna yönelik öğrenci kavrayışını yorumlamada 25 öğretmenin (%71,4) *yetersiz* düzeyde olduğu ve yedi (%20) öğretmenin *sınırlı* düzeyde yorumlama yaptığı görülmüştür. Öğrenci düşünüşü için *geliştirilebilir* düzeyde yorumlama yapan öğretmenlere rastlanmaz iken, bir öğretmenin soruyu *cevapsız* bıraktığı tespit edilmiştir. Örneğin, *yetersiz* düzeyde yorumlama becerisine sahip olan öğretmenin açıklaması aşağıdaki şekildedir:

*Öğretmen 14: Buse sorunun çözümünde birim küpleri sayarak sonuca ulaşmıştır. Görünen kısımlardaki küpleri saymak bazı öğrenciler için kullanışlı gibi gözükse de sorunun tarzı değişip görünmeyen kısımlar olduğunda Buse belki yanlış bir sonuca ulaşabilir.*

Öğretmen 14 açıklamasında öğrencinin çözümündeki matematiksel anlayışı yorumlamak yerine öğrenci çözümündeki detaylara (birim küpleri sayarak sonuca ulaşma- dikkate alma) yer vermiş ve öğrenci yanıtını göz önünde bulundurmadan kendi bilgi veya tecrübelerine dayanarak genel ifadeler kullanmıştır. Halbuki, yorumlama aşamasında öğretmenden beklenen, öğrencinin hacim, birim küp ve bunlar arasındaki ilişkiye dair öğrenci kavrayışını, uzamsal düşünme gibi matematiksel açılardan değerlendirmesidir. *Sınırlı* düzeyde yorumlama becerisine sahip Öğretmen 10’un yanıtı ise aşağıdaki gibidir:

*Öğretmen 10: Buse şekildeki gibi birim küplerden oluşturulmuş yapıların hacimlerini bulmak için birim küpleri sayma yöntemini kullanmaktadır. Öğrenci hacmin şeklin içini dolduran birim küp sayısı olduğunu biliyor. Ayrıca “birim” kavramının ne anlama geldiğinin farkında. Görünmeyen kısımlarda da küpler olduğunu biliyor ve çözümü buna göre yapmış. Çözüm için formül kullanmadan kendine göre daha basit bir yöntemi tercih etmiş.*

Benzer şekilde, Öğretmen 10, öğrencinin çözümünden yola çıkarak öğrencinin “birim ve hacim” kavramları hakkındaki matematiksel anlamasını dile getirmiştir. Ancak öğretmen öğrencinin stratejisinin ardındaki matematiksel kavrayışını tüm yönleriyle (uzamsal düşünme, hacmin taban  $\times$  yükseklik ile ilişkisi) ele almadığından, yanıtı *sınırlı* düzey olarak kodlanmıştır. Aşağıda verilen Öğretmen 4’ün soruya ilişkin yanıtı ise *tam* düzeyde yorumlamaya yönelik bir örnektir.

*Öğretmen 4: Buse hacmin ne anlama geldiğini biliyor. Yani bir cismin içindeki birim küp sayısının o cismin hacmine eşit olacağını biliyor. Bu yüzden yukardaki yapının hacmini hesaplariken içindeki birim küpleri saymaya çalışmış. Buradaki Sayma yöntemi farklı şekillerde olabilir. Mesela önce önde 8 tane küp sayıp orta ve arka kısmında da 8*

*tane var diyip toplam 24 birim küpten oluşmuştur diyebilirdi. Ama Buse önce sağ ve sol sonra da ortadaki küpleri saymayı tercih etmiş. Her türlü doğru bir şekilde küpleri saymış. Buradan 3 boyutlu düşünme becerisinin de iyi olduğu söylenebilir. (şekilde görmediği küpleri yok saymamış mesela).*

Yukarıda verilen öğretmen yanıtından anlaşılacağı gibi, Öğretmen 4 öğrencinin çözüm stratejisinin ardında yatan matematiksel kavrayışın farkındadır. Öğretmen öğrencinin hacim kavramını bildiğini ve bu kavramın ne anlama geldiğine hakim olduğunu doğru bir şekilde belirlemiş ve bu düşüncesini öğrencinin çözümü ile gerekçelendirmiştir. Bunun yanında öğrencinin uzamsal düşüncesinin gelişmiş olduğuna dikkat çekmiştir.

### **Karşılık verme**

Bulgular kısmının bu bölümünde karşılık verme becerilerini belirlemek adına, öğretmenlerin öğrencilerin anlamalarını geliştirmek için sınıfta bir sonraki öğretim adımlarını nasıl oluşturacaklarına dair kararları hakkındaki analizler sunulmuştur. Yöneltilen sorulardan ilkinde öğretmenden, ders sırasında, öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere, temsillere vb. yer vereceğini açıklaması istenmiştir. Diğer bir soruda ise, öğretmenden Buse'ye hangi problemleri/soruları yöneteceğini belirtmesi ve bunların gerekçelerine ilişkin açıklama yapması istenmiştir. Bu iki sorudan gelen yanıtlardan yararlanılarak öğretmenlerin karşılık verme becerisine ilişkin bulgular verilmiştir. Tablo 7 öğretmenlerin karşılık verme becerilerine ait bulguları göstermektedir.

Tablo 7  
*Öğretmenlerin Karşılık Verme Becerileri*

	Karşılık Verme				
	Cevapsız	İlgisiz	Yineleme	Ortaya Çıkarma	Detaylı İnceleme
Hacim Sorusu Üzerine Öğretmenlerin Öğrenci Düşünüşünü Göz Önünde Bulundurarak Karşılık Vermesi	1 (%2,9)	12 (%34,3)	16 (%45,6)	4 (%11,4)	2 (%5,7)

Öğretmenlerin soruya yönelik karşılık verme becerilerine bakıldığında, yaklaşık yarısının (%45,6) *yineleme* düzeyinde, yaklaşık üçte birinin (%34,3) *ilgisiz* düzeyde cevap verdiği görülmektedir. Dört öğretmen (%11,4) *ortaya çıkarma* düzeyinde cevap verirken, *detaylı inceleme* düzeyinde cevap veren sadece iki öğretmen (%5,7) vardır. Bir öğretmen ise soruyu *cevapsız* bırakmıştır. Örneğin, Öğretmen 33'ün yanıtı *ilgisiz* düzeyde karşılık verme olarak kodlanmıştır. Öğretmen 33'ün yanıtı aşağıdaki gibidir:

*Öğretmen 33: Bu konuyu işlerken sınıfa bir rubik küp getirerek rubik küpün her yüzündeki renklerden (yapılmış hali) yararlanarak hem sayma hem de en, boy ve yüksekliği kullanarak daha basit hacmin nasıl hesaplandığını gösteririm (Öğretmenden ders sırasında, öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere, temsillere vb. yer vereceğinin açıklaması istendiğinde verilen yanıt).*

*Öncelikle Buse'den çözüm yolunu anlatmasını isterim. Hacim kavramının ne anlama geldiğini tekrar sorarım. Hacmi nasıl hesapladığımızı sorarım ki Buse'nin bu konudan ne kadar anladığını anlayabilmek için (Öğretmenden Buse'ye hangi problemleri/soruları yönelteceğine ve bunların gerekçelerine ilişkin açıklama istendiğinde verilen yanıt).*

Öğretmenden ders esnasında, öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere, temsillere vb. yer vereceğinin açıklaması istendiğinde, Öğretmen 33 somut materyal kullanarak açıklamalarını desteklemeyi tercih etmiş; ancak bunu soruya ilişkin kavramları öğrencinin sorgulamasını destekleyerek değil doğrudan öğrenciye sunarak yapacağını ifade etmiştir. Diğer bir deyişle, öğretmen, öğrencinin çözümünü dikkate almadan bir öğretim adımı izlemiştir. Öğretmenden Buse'ye hangi problemleri/soruları yöneteceğine ve bunların gerekçelerine ilişkin açıklama yapması istendiğinde ise öğretmen öğrencinin bildiği bir kavramı (hacim) öğrenciye tekrar sorgulatacağını belirtmiştir. Başka bir deyişle, öğretmen öğrencinin soruya ilişkin matematiksel kavrayışını desteklemek ya da geliştirmek adına uygun bir karşılık verme sergilememiştir.

*Yineleme* düzeyinde kodlanan bir yanıt örneği aşağıda sunulmuştur.

*Öğretmen 8: Sınıfta aşağıdaki yapının kaç birim küpten oluştuğunu sorarım ve öğrencilerin cevaplarını yazarak tartışma ortamı oluştururum. Yüksekliği, eni ve boyu farklı yapılarla da örnekleri çoğaltırım. Birbirlerinin düşüncelerini görmek sistemli bir yaklaşım göstermelerine olanak sağlayabilir (Öğretmenden ders sırasında, öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere, temsillere vb. yer vereceğinin açıklaması istendiğinde verilen yanıt).*

*Bu işlemleri neden yaptığımı şekil üzerinde göstererek anlatmasını isterim çünkü tam olarak düşünce şeklini anlayamadım. Sonrasında bunu farklı bir yol kullanarak çözebilir miydik? diye sorarım. Çünkü daha komplike sorularda bu işlem yolu kafasını karıştırabilir (Öğretmenden Buse'ye hangi problemleri/soruları yöneteceğine ve bunların gerekçelerine ilişkin açıklama istendiğinde verilen yanıt).*

Öğretmenden ders esnasında, öğrenci çözümünü göz önünde bulundurarak, hangi örneklere, temsillere vb. yer vereceğinin açıklaması istendiğinde Öğretmen 8, farklı sayılar, yapılar kullanarak yetersiz bir gerekçe ile aynı işlemi içeren soru yöneltmiştir. Ayrıca, tartışma ortamını nasıl oluşturup yöneteceğine dair adımları belirtmemiştir. Öğretmenden beklenen öğrencinin matematiksel kavrayışını daha üst düzeye taşıyabilecek temsiller, örnekler vermesi ya da matematiksel ilişkiler kurmasıdır. Öğretmenden Buse'ye hangi problemleri/soruları yöneteceğine ve bunların gerekçelerine ilişkin açıklama istendiğinde ise öncelikle öğrenci çözümünü anlamaya ilişkin sorular yöneltmiştir. Öğretmenin daha üst düzey yanıtlar sunabilmesi için öğrencinin çözümünü anlayıp öğrencinin ilgili kavram, çözüm ya da işlem hakkında derinlemesine düşünmesini sağlayan sorular sorması beklenmektedir. Bu nedenle, öğretmenin yanıtı *yineleme* düzeyinde karşılık verme olarak kodlanmıştır.

Öğretmen 23'ün soruya ilişkin aşağıda verilen yanıtı ise *ortaya çıkarma* düzeyi için bir örnek oluşturmaktadır.

*Öğretmen 23: Bir dikdörtgenler prizmasının uzunluğu 8 cm, genişliği 6 cm'dir. Hacmi ise  $576 \text{ cm}^3$  tür. Yüksekliğini bulunuz. Sorusunu sorarım. Sadece hacmi bulmanın değil de hacmi verilen cismin diğer uzunluklarını bulmanın sayarak olmayacağını gösteririm.*

Öğretmen 23, yöneltilen soruda olduğu gibi ayrıt uzunlukları verilen yapının hacmini buldurmak yerine hacmi verilen yapının yüksekliğini hesaplatmaya yönelik bir soru sorarak Buse'nin matematiksel düşünüşünü desteklemeyi hedeflemiştir. Öğretmen, verilen yapının hacmini birim küpleri gruplayarak hesaplayan öğrencinin, yapının hacminin sayma yöntemi ile hesaplanmasının zor olduğu bir cisim verildiğinde nasıl bir yol izleyeceğini merak etmiştir. Aynı zamanda, öğrenciyi yüksekliği buldurmaya yönelterek çözüm stratejisinin her soru için kullanışlı olamayacağını fark ettirmek istemiştir. Bu tarz bir soru öğrencinin derinlemesine düşünmesini gerektirdiği için öğretmen yanıtı *ortaya çıkarma* düzeyinde kodlanmıştır.

*Detaylı İnceleme* düzeyine ilişkin Öğretmen 2'nin yanıtı ise aşağıda verilmiştir.



*Öğretmen 2:* Yandaki eş küplerden oluşan cisme kaç adet küp eklersek en küçük hacimli bir küp elde ederiz?

*Bu soruyu da çocukları 3 boyutlu düşünmeye sevk etmek ve görmek için sorarım. Farklı stratejiler geliştirmelerini beklerim. Böylelikle kavramsal olarak konuyu tam oturup oturmadıklarını rahatça keşfederim.*



*Yandaki şekilde kare prizmanın içerisine yeşil birim küpler yerleştirilmiştir. Verilen kare prizmanın hacmi kaç birim küptür? (Burada hangi stratejileri geliştirdiklerini görmek isterim, yani kafalarında 3 boyutlu düşünüp nasıl yöntemlerle hesaplama yapacaklar bunu merak ederim açıkçası).*

*[Yandaki şekilleri öğretmen bir ders kitabından almıştır].*

Öğretmen 2 açıklamasında, verilen öğrenci yanıtına yukarıdaki sorular ile karşılık verebileceğini belirtmiştir. Öğretmen öncelikle öğrenciye farklı gelebilecek, soruda verilen gibi bütün bir hacimden ziyade öğrencinin stratejisinde kullandığı yöntem ile hacmini hesaplayamayacağı boşluklu bir cisim tercih etmiştir. Böyle bir soru ile öğrenci uzamsal düşünmeye yönelecek ve farklı bir strateji deneyecektir. Ardından yanıtında öğrencinin bütünü hesaplamaktan ziyade bütünü oluşturarak verilen prizmanın hacmini bulmasını gerektirecek bir soruya yer vermiştir. Bu iki soru öğrencinin soru üzerinde derinlemesine düşünmesini gerektirmesinin yanı sıra matematiksel anlayışını bir üst seviyeye taşımaya sağlayacağından öğretmen yanıtı *detaylı inceleme* düzeyinde kodlanmıştır.

Genel anlamda ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizması sorusu üzerine öğrenci matematiksel düşünmesine yönelik fark etme becerileri üç genel başlık altında incelendiğinde, öğretmenlerin dikkate alma becerilerinin, yorumlama ve karşılık verme becerilerine göre daha gelişmiş düzeyde olduğu belirlenmiştir. Bulgular, ayrıca öğretmenlerin verilen öğrenci düşüncesini yorumlamada ve bu öğrenci düşüncesine yönelik karşılık vermede zorlandıklarını göstermiştir.

### **Tartışma, Sonuç ve Öneriler**

Bu çalışmada, devam etmekte olan uzun süreli bir eğitsel tasarı deneyi araştırmasının başlangıç aşamasının bir parçası olarak; ortaokul matematik öğretmenlerinin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin bir probleme dair öğrenci düşüncesine yönelik mesleki fark etme becerileri düzeyleri incelenmiştir. Bu incelemede, Jacobs ve diğerlerinin (2010) ortaya koyduğu üç bileşen (dikkate alma, yorumlama, karşılık verme) temel alınmış, bu bileşenlerin Tekin-Sitrava ve diğerleri (2021) ve Kilic ve Dogan (2022) çalışmalarındaki düzeyleri de detaylandırılması gözetilmiştir. Bulgularda yorumlama ve karşılık verme becerilerinin dikkate alma becerisine göre daha az gelişmiş olduğu görülmektedir. Detaylandırmak gerekirse, öğretmenlerin büyük çoğunluğunun dikkate alma becerisinin en üst düzeyde olduğu, azımsanmayacak bir çoğunluğunun ise en üst düzeyin bir altında (sınırlı düzeyde) olduğu görülmektedir. Bu bulgular, öğretmen adayları ve öğretmenlerin belirli bir alanda öğrencilerin matematiksel düşüncelerini fark etme yeterliliklerini incelemeye yönelik yapılan çalışmalarla (Amador, Carter ve Hudson, 2016; Callejo ve Zapatera 2017, Fernandez, Llinares ve Valls, 2012) öğretmenlerin dikkate alma becerilerinin genelde yüksek düzeyde olması bakımından, tutarlılık göstermektedir. Dolayısıyla, bu çalışmaların bulgularına benzer biçimde mevcut çalışmada öğretmenlerin, öğrencilerin ilgili konu ya da soruya yönelik öğrenci matematiksel düşüncelerini ve stratejilerini belirleyebildikleri gözlenmektedir.

Öğretmenlerin büyük çoğunluğunun, öğrencilerin matematiksel kavrayışlarını yorumlamakta zorluk yaşadıkları gözlenmektedir. Bu öğretmenlerin yorumlama becerilerinin en düşük düzeyde (yetersiz) olduğu, bir kısmının ise en alt düzeyin bir üstünde (sınırlı düzeyde) olduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle, öğretmenlerden yalnızca ikisinin en üst düzeyde yorumlama yaptığı görülmektedir. Bu bulgu, alan yazındaki öğretmenlerle yapılan bazı çalışmalarla (Melhuish, Thanheiser ve Guyot (2020), öğretmenlerin yorumlama becerilerinin genelde düşük düzeyde olması bakımından örtüşmektedir. Öte yandan bu çalışmanın sonuçları, Taylan'ın (2017) belirli bir konuya odaklanarak yürüttüğü çalışmasının sonuçları ile farklılık göstermektedir. Taylan, öğretmenin, öğrencilerin yanıtlarını ve stratejilerini belirlemenin yanı sıra ilgili konuya ilişkin öğrenci düşüncesini temel alarak öğrencinin matematiksel kavrayışına yönelik uygun ve çeşitli yorumlarda bulunabildiği sonucuna varmıştır. Bu farklılığın ise Taylan'ın çalışmadaki öğretmenin üç yıl boyunca bir mesleki gelişim programında yer alması ve bu anlamda bir gelişim göstermiş olmasından kaynaklı olduğu öngörülebilir. Diğer bir deyişle, mevcut çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin öğrenci düşüncesini yorumlama ve öğrenci düşüncesine yönelik nasıl karşılık vereceğine karar verme becerilerinde zorlandıkları söylenebilir.

Öğretmenlerin karşılık verme becerisi gelişiminin, üç beceri arasından en zor gelişen becerilerden biri olduğu belirtildiğinden, karşılık verme becerisinin düşük düzeyde olmasının beklenen bir durum olduğu söylenebilir (Barnhart ve van Es 2015; Jacobs vd., 2010). Bu durumun nedeni, karşılık verme becerisinin doğası ve üç boyutlu cisimlerin hacmi konusunun yapısı olmak üzere iki şekilde açıklanabilir. Karşılık verme boyutunun, fark etme becerisi içindeki doğası ele alındığında, Jacobs ve diğerleri (2010), yapı olarak fark etme becerisindeki boyutların birbiriyle ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. Yani öğretmenlerin, öğrencilerin düşüncesini yorumlayabilmeleri için öncelikle öğrencilerin çözümlerindeki detayları dikkate almaları ve öğrencilere karşılık verebilmek için de öğrenci düşüncesini yorumlamaları gerekmektedir. Mevcut çalışmanın bulgularında, öğretmenlerin dikkate alma becerileri gelişirken, yorumlama becerilerinin daha az geliştiği görülmektedir. Başka bir deyişle öğretmenler, öğrencinin stratejisindeki işlem adımlarını açıklayabilmekte, ancak bu işlem adımları altında yatan ve öğrencinin sahip olduğu matematiksel anlamaları yeterince ifade edememektedirler. Bu durumun bir nedeni, öğretmenlerin, öğrenci düşüncesini yorumlama ile öğrenci çözümünü dikkate almayı birbirinden ayrı ifadeler olarak ele alamamaları ve bunların ayrımını yapamamaları olabilir. Bu durum, öğretmenlerin, öğrenci çözümünü yorumlarken öğrencinin düşüncesindeki matematiksel detayı kendi alan bilgisi ile pedagojik alan bilgisini katarak ifade etmedeki dil eksikliklerinden de kaynaklanabilir. Diğer bir deyişle, öğretmenlerin matematik eğitimi alanında kendi düşüncelerini ayırt etme ve yazma becerilerinin eksikliği bu durumun nedenlerinden biri olabilir.

Öğretmenlerin mesleki fark etme becerisi konuya özgü bir yapıya sahiptir (Jacobs ve Empson, 2016; Nickerson, Lamb ve LaRochelle, 2017; Walkoe, 2015). Buradan hareketle, öğretmenlerin karşılık verme becerilerindeki gelişimin az olmasının nedenlerinden biri de üç boyutlu cisimlerin hacminin öğrenciler ve hatta öğretmenler tarafından zor anlaşılması olabilir (Battista ve Clements, 1996; 1998; Ben-Haim, Lappan ve Houang, 1985). Ayrıca, öğretmenler üç boyutlu cisimlerin hacmini öğrencilerine formül kullanarak anlatmaya yatkın olduklarından (Tekin-Sitrava, 2014), farklı bir çözüm geliştiren öğrencilerin çözümlerinin altında yatan matematiksel anlamalarını yorumlamada ve öğrencilerin anlamalarının genişletecek karşılıklar vermede zorlanabilirler. Yani, öğretmenler hacim kavramını ve öğretimini işlem ve formül uygulama üzerine inşa ettiklerinden, mevcut çalışmadaki veri toplama aracında olduğu gibi alternatif bir öğrenci stratejisini yorumlamada yetersiz kalmış olabilirler. Nihayetinde, öğretmenlerin, öğrencilerin hacim konusunda matematiksel anlamalarını yorumlama becerileri gelişmediği için karşılık verme becerilerinin de gelişmediği düşünülmektedir. Buradan hareketle, Barnhart ve van Es'in (2015) çalışmasına paralel olarak, yüksek düzeyde karşılık verme becerisine sahip olmak için öncelikle yüksek düzeyde dikkate alma becerisinin gerekli fakat yeterli olmadığı sonucuna varılmaktadır. Bununla beraber yorumlama becerisinin üst düzey olduğu durumlarda karşılık

vermenin ne ölçüde yüksek düzeylerde olacağına dair çıkarımlar yapabilmek için daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Bulgular doğrultusunda, mesleki deneyimi 15 yılı aşmamış öğretmenlerin dikdörtgenler prizmasının hacmine ilişkin bir probleme dair öğrenci kavrayışına yönelik yorumlamalarının ve karşılık vermelerinin düşük düzey olarak belirlenmesinden dolayı ortaokul matematik öğretmenlerinin bu becerilerinin geliştirilmesine gereksinimleri olduğu söylenebilir. Bu çalışma, öğretmenlerin mesleki fark etme becerilerinin dikdörtgenler prizmasının hacmi bağlamında incelenmesi ve bu çalışma kapsamında tasarlanan müdahalenin öncesindeki bulgular ile sınırlıdır. Öğretmenlerin fark etme becerisi diğer matematik konuları kapsamında da incelenebilir. Farklı konulardaki fark etme beceri düzeylerini de ele alarak öğretmenlerin bu beceri düzeyleri arasında ilişkilendirmeler yapılabilir. Örneğin, daha fazla veriyle boyutlar arasında ilişki kurulabilir ve bir boyutun yüksek düzeyde olması için hangi boyutların rol oynadığı incelenebilir. Bu kapsamda, öğretmenlerle derinlemesine görüşmeler yapılabilir. Ayrıca, öğretmenlere verilen eğitimlerin, görevlerin, öğretim ortamlarına yapılan bazı müdahalelerin ve mesleki gelişim programlarının, öğretmenlerin mesleki fark etme becerilerini geliştirdiği sonucuna ulaşması da (Baki ve Işık, 2018; Jacobs vd., 2010; Star ve Strickland, 2008; Schack vd., 2013; Ulusoy ve Çakıroğlu, 2018; Van ve Sherin, 2008) dikkate alınarak, bu çalışma kapsamında tasarlanan müdahalenin sonunda öğretmenlerin mesleki fark etme becerilerinin ne durumda olacağı ileriki çalışmalarda incelenebilir.

#### **Etik Kurul Onay Bilgileri (The Ethical Committee Approval)**

Orta Doğu Teknik Üniversitesi, İnsan Araştırmaları Etik Kurulu'nun 08.10.2018 tarihli ve 28620816/507 sayılı kararı ile araştırma ve yayın etiğine uygun olarak gerçekleştirilmiştir.

#### **Çıkar Çatışması (Conflict of Interest)**

Yazarlar, bu çalışma kapsamında herhangi bir çıkar çatışmasının olmadığını beyan etmektedir.

#### **Finansal Destek (Financial Support)**

Bu çalışma devam etmekte olan 218K508 numaralı TÜBİTAK projesi kapsamında gerçekleştirilmiştir.

#### **Kaynaklar**

- Adler, J., & Davis, Z. (2006). Opening another black box: Researching mathematics for teaching in mathematics teacher education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 270-296. <https://doi.org/10.2307/30034851>
- Alstad, E., Berre, M., & Nilsson, P. (2021). Exploring units-locating in enumerating units of 3d arrays: Linking units-locating to units-representation. *Mathematics Education Research Journal*, 1-23. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00405-7>
- Amador, J. M., Carter, I., & Hudson, R. A. (2016). Analyzing preservice mathematics teachers' professional noticing. *Action in Teacher Education*, 38(4), 371-383. <https://doi.org/10.1080/01626620.2015.1119764>
- Baki, M. (2013). Pre-service classroom teachers' mathematical knowledge and instructional explanations associated with division. *Education and Science*, 38(167), 300-311.
- Barnhart, T., & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze, and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 15, 83-93. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2014.09.005>
- Baştürk, S., & Dönmez, G. (2011). Mathematics student teachers' misconceptions on the limit and continuity concepts. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 5(1), 225-249.



- Battista, M. T., & Clements, D. H. (1996). Students' understanding of three-dimensional rectangular arrays of cubes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 258-292. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.27.3.0258>
- Battista, M., & Clements, D. H. (1998). Research into practice: Finding the number of cubes in rectangular cube buildings. *Teaching Children Mathematics*, 4(5), 258-264. <https://doi.org/10.5951/TCM.4.5.0258>
- Ben-Haim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1985). Visualizing rectangular solids made of small cubes: analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 16(4), 389-409.
- Callejo, M. L., & Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 309-333. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1>
- Contreras, J. M., Batanero, C., Díaz, C., & Fernandes, J. A. (2011, February). *Prospective teachers' common and specialized knowledge in a probability task*. Paper presented at Seventh Congress of the European Society Research in Mathematics Education: Rzeszów, Polen. Retrieved from <http://erme.site/wp-content/uploads/2021/06/CERME7.pdf>
- Esen, Y. ve Çakıroğlu, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları. *MATDER Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(1), 21-30.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM*, 44(6), 747-759. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0425-y>
- Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal*, 38(3), 653-689.
- Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, 60(4), 380-392. <https://doi.org/10.1177/0022487109339906>
- Gökkurt, B. ve Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin bazı bileşenler açısından incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online*, 15(3), 946-973.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.39.4.0372>
- Hill, H. C., Rowan, B., & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406. <https://doi.org/10.3102/00028312042002371>
- Işıksal-Bostan, M., & Yemen-Karpuzcu, S. (2017, February). *The role of definitions on classification of solids including (non)prototype examples: The case of cylinder and prism*. Paper presented at Tenth Congress of the European Society Research in Mathematics Education: Dublin, Ireland. Retrieved from [http://erme.site/wp-content/uploads/archives/CERME10\\_Proceedings\\_2017.pdf](http://erme.site/wp-content/uploads/archives/CERME10_Proceedings_2017.pdf)
- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM*, 48(1), 185-197. <https://doi.org/10.1007/s11858-015-0717-0>
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.41.2.0169>
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L., Philipp, R. A., & Schappelle, B. P. (2011). Deciding how to respond on the basis of children's understandings. In M. Sherin, V. Jacobs, & R. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 97-116). Routledge.

- Kilic, H., & Dogan, O. (2021). Preservice mathematics teachers' noticing in action and in reflection. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20(2), 345-366. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10141-2>
- Lampert, M. (2001). *Teaching problems and the problems of teaching*. Yale University Press.
- Livy, S., & Vale, C. (2011). First year pre-service teachers' mathematical content knowledge: Methods of solution to a ratio question. *Mathematics Teacher Education and Development*, 13(2), 22-43.
- Melhuish, K., Thanheiser, E., & Guyot, L. (2020). Elementary school teachers' noticing of essential mathematical reasoning forms: justification and generalization. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23(1), 35-67. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9408-4>
- Nickerson, S. D., Lamb, L., & LaRochelle, R. (2017). Challenges in measuring secondary mathematics teachers' professional noticing of students' mathematical thinking. In Schack, E. O., Fisher, M. H., & Wilhelm J. A. (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 381-398). Springer, Cham.
- Özdemir-Baki, G., & Işık, A. (2018). Investigation of the noticing levels of teachers about students' mathematical thinking: A lesson study model. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 122-146.
- Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. In T. Plomp, & N. Nieveen (Eds.), *Educational design research*, (pp. 11-50). Enschede, the Netherlands: SLO.
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers' professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379-397.
- Seidel, T., Stürmer, K., Blomberg, G., Kobarg, M., & Schwindt, K. (2011). Teacher learning from analysis of videotaped classroom situations: Does it make a difference whether teachers observe their own teaching or that of others? *Teaching and Teacher Education*, 27(2), 259-267.
- Sherin, B., & Star, J. R. (2011). Reflections on the study of teacher noticing. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing* (pp. 96-108). Routledge.
- Sherin, M., & van Es, E. (2005). Using video to support teachers' ability to notice classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 13(3), 475-491.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. <https://doi.org/10.1007/s10857-007-9063-7>
- Taylan, R. D. (2017). Characterizing a highly accomplished teacher's noticing of third-grade students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(3), 259-280. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9326-7>
- Tekin-Sitrava, R. (2014). *The nature of middle school mathematics teachers' subject matter knowledge: The case of volume of prisms* (Doctoral dissertation). Retrived from <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi> (Thesis No: 377832).
- Thomas, J., Jong, C., Fisher, M. H., & Schack, E. O. (2017). Noticing and knowledge: Exploring theoretical connections between professional noticing and mathematical knowledge for teaching. *The Mathematics Educator*, 26(2), 3-25.
- Ulusoy, F., & Çakıroğlu, E. (2018). Using video cases and small-scale research projects to explore prospective mathematics teachers' noticing of student thinking. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1517. <https://doi.org/10.29333/ejmste/92020>
- Van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 244-276. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2006.11.005>

- Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(6), 523-550.  
<https://doi.org/10.1007/s10857-014-9289-0>
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin.
- Yin, R. K. (2003). *Case study research design and methods*. Sage.
- Zawojewski, J. S., Chamberlin, M., Hjalmarson, M. A., & Lewis, C. (2008). Designing design studies for professional development in mathematics education. In A. E. Kelly, R. Lesh, & J. Baek (Eds.), *Handbook of design research methods in education* (pp. 219-245). Routledge.

## Extended Abstract

### Introduction

Considering the effects of teachers' knowledge on students' learning (Hill, Ball & Schilling, 2008; Thomas, Jong, Fisher & Schack, 2017), researchers in mathematics education has focused on finding ways to support teachers' knowledge development. In addition to this, in recent years researchers have begun to seek answers to how teachers integrate this knowledge into their lessons (Franke, Carpenter, Levi & Fennema, 2001; Lampert, 2001). Thus, studies have shown that teachers should attend to, interpret their students' mathematical thinking and decide on the following teaching steps based on their students' understanding rather than strictly following their lesson plans during the instruction (Adler & Davis, 2006; Jacobs, Lamp & Philipp, 2010). In other words, studies have highlighted that teacher should consider important mathematical details in students' thinking and adapt their instruction based on such thinking. In this regard, Jacobs et al. (2010) focused on how teachers notice students' mathematical thinking. Remarkably, they defined the construct of noticing with the framework called 'Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking'. According to their framework teachers' noticing skill consists of three interrelated sub-skills: attending, interpreting, and deciding. The first sub-skill, attending, refers to the teacher's ability to grasp the details of the students' solution strategies.

More precisely, teachers are expected to explain how the students' solution strategies related to the mathematical situations, activities, or problems, how they solve the problem and what materials and strategies they use in this process. The second sub-skill, interpreting, refers to the teacher's ability to make sense of the students' mathematical understanding by considering the strategies followed by the students in the related mathematical situation, activity, or problem. The teachers are expected to be able to interpret the students' mathematical understanding of the mathematical topics/concepts/procedures considering their solution strategies and evaluate the consistency of their mathematical developments with these strategies. The third sub-skill of teachers' professional noticing, deciding, refers to the teacher's ability to decide how to respond to the students according to their understanding. The teacher's decisions should be in line with the students' understanding of the relevant mathematical topic/activity/problem. For teachers to be competent in deciding how to respond to sub-skill, they need to attend to the students' strategies and interpret their mathematical understanding efficiently (Jacobs et al., 2010). In other words, the three sub-skills of professional noticing skills are interrelated and intertwined (Jacobs et al., 2010; Kilic & Dogan, 2021; Tekin-Sitrava, Kaiser & Işıksal-Bostan, 2021).

In addition to teachers' noticing skills, teachers' knowledge impacts their decisions (Seidel, Sturmer, Blomberg, Kobarg & Schwindt, 2011). However, studies emphasize that teachers' content and pedagogical content knowledge on many mathematics subjects is not at a sufficient level to perform effective mathematics teaching (Basturk & Donmez, 2011; Contreras, Batanero, Diaz & Fernandes, 2011). One of these subjects is "geometric objects" (Hill, Rowan & Ball, 2005; Tekin-Sitrava, 2014). For example, findings of Tekin-Sitrava's study (2014), which examined mathematics teachers' knowledge regarding the volume of 3D objects, revealed that teachers

solved the problems about volume calculation in their lessons using only the "width  $\times$  length  $\times$  height" formula and teachers had difficulty in interpreting the student strategy independently from the volume formula, which calculates the volume of the rectangular prism using an alternative approach.

Considering these situations, the professional noticing of middle school mathematics teachers on student thinking about a problem related to the volume of the rectangular prism. In this direction, the current study searches for an answer to the following question: "What are teachers' professional noticing skill levels regarding students' thinking about a problem related to the volume of the rectangular prism?"

### **Method**

This study was carried out as a part of ongoing design-based research for teachers' professional development. Within the scope of this study, the situation of identifying and describing teachers' professional noticing skills to notice students' mathematical thinking about geometry and measurement before conducting the educational intervention. In this context, the current study is an exploratory case study (Yin, 2003) and examined how in-service mathematics teachers noticed students' mathematical thinking regarding the volume of the rectangular prism. The study participants consist of 35 in-service mathematics teachers with less than 15 years of professional experience and working in public schools affiliated with the Ministry of National Education. They work in different provinces of Turkey (Ankara, Denizli, Eskişehir, İstanbul, Kırıkkale, Kütahya, and Ordu).

In the data collection tool, an alternative student's approach to a given problem about the volume of a rectangular prism developed by Tekin-Sitrava (2014) was taken as basis within the scope of the components of the 'Professional Noticing of the Children's Mathematical Thinking' theoretical framework by Jacobs et al. (2010). The problem was modified and structured with five sub-items, considering the dimensions of the framework developed by Jacobs et al. (2010). Researchers analyzed written data from teachers through the coding table adapted in the light of current studies based on the theoretical framework of Jacobs et al. (2010). Particularly, the levels of each dimension of this framework (attending, interpreting, and responding) are detailed in the studies of Tekin-Sitrava, Kaiser, and Işıksal-Bostan (2021) and Kilic and Dogan (2022). Mainly, attending, the first sub-skill, was coded in four levels by adding the level of no response in addition to the lack, limited and robust levels put forward by Jacobs et al. (2010). Thus, attending was analyzed under four levels: No attempt, lack, limited and robust. Interpreting, the second sub-skill, was examined lack, limited and robust levels put forward by Jacobs et al. (2010) with adding substantial level put forward by Tekin-Sitrava et al. (2021). Thus, attending sub-skill was analyzed under five levels: No attempt, lack, limited, substantial, and robust. Responding, the third sub-skill, was examined under four main levels according to Tekin-Sitrava et al. (2021). In addition, no attempt, questioning, challenging and responding to the child and incorporating levels came up in the light of Kilic and Dogan's (2022) study to examine the teachers' levels of responding skills. It also added the ignorance level, which parallels the level of lack of interpretation by Tekin-Sitrava et al. (2021). Therefore, teachers' levels of responding skills were examined under five levels: No attempt, ignorance, questioning, challenging, responding to the child and incorporating levels.

### **Result and Discussion**

The findings of the study indicated that middle school mathematics teachers generally attended to the student's mathematical strategy regarding a problem related to the volume of the rectangular prism with limited and robust levels. These findings are consistent with the results of studies conducted to examine pre-service teachers' and teachers' competencies in noticing students' mathematical thinking in a particular field (Amador, Carter, & Hudson, 2016; Fernandez, Llinares & Valls, 2012). Similar to the findings of these studies, in the present study, teachers were able

to attend students' mathematical thinking and strategies for the relevant topic or problem. However, a vast majority of the teachers have lack and limited levels of interpreting skills. It is seen that most of the teachers have the lowest level of interpretation skills (lack), while some of them have above the lowest level (limited). This finding coincides with the studies conducted in the literature (Melhuish, Thanheiser & Guyot, 2020) in a sense that teachers' interpreting skills are generally regarded as low. Based on the findings of the study, it can be said that teachers have the most difficulty in deciding subskill. Teachers usually responded to the given student thinking at ignoring and questioning levels. Particularly, about 11% of the teachers have challenging level of deciding skills, while about 6% of the teachers' comments reached the highest level (responding to child and incorporating). Since it is stated that the development of teachers' responding is one of the most difficult sub-skills to develop among the three subskills in concern, it can be said that this situation is expected (Barnhart & Van Es 2015; Jacobs et al., 2010). Hence, it was seen that the sub-skills of interpreting and responding were less developed than the sub-skills of attending.

Jacobs et al. (2010) state that the sub-skills of professional noticing skills are structurally related to each other. Accordingly, in order for teachers to interpret students' thinking, they should first consider the details of students' solutions. However, findings of the current study showed that while teachers' attending skills are well developed, their interpreting skills are not since they cannot adequately make sense the students' mathematical understandings. One of the reasons for this situation may be that teachers cannot consider interpretation of student thinking and attending to student solution as separate expressions and cannot distinguish between them. Having lack of mathematical language and pedagogical content knowledge may be another reason for this situation.

Professional noticing skills of teachers have a subject-specific structure (Jacobs & Empson, 2016; Nickerson, Lamb, & LaRochelle, 2017). From this point of view, one of the reasons for the low development in teachers' responsiveness may be that the volume of three-dimensional objects is difficult for students and even for teachers to conceptualize (Ben-Haim, Lappan & Houang, 1985). In addition, since teachers are prone to explain the volume of three-dimensional objects by using the formula (Tekin-Sitrava, 2014), they may have difficulty in interpreting the students' mathematical understanding who develop a different solution strategy. The fact that teachers' ability to interpret students' mathematical understanding is not sufficiently developed would cause them to have difficulties in determining how to respond to those students. From this point of view, in parallel with the study of Barnhart and Van Es (2015), it is concluded that high-level attending skills are necessary but not sufficient for the high-level interpretation and deciding.

This study is limited to the examination of teachers' professional noticing skills regarding the volume of the rectangular prism and the findings before the intervention were mentioned within the scope of this study. Taking this result into account, the situation of teachers' professional noticing skills at the end of the intervention designed can be examined to see the effect of intervention.