



## **Tip-2 Montaj Hattı Dengeleme ve İşgücü Atama Problemi için Doğrusal Programlama Yaklaşımı: Bir Vaka Çalışması**

### **Linear Programming Approach for Type-2 Assembly Line Balancing and Workforce Assignment Problem: A Case Study**

**Şebnem Demirkol Akyol<sup>1\*</sup>**

<sup>1</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, İzmir, TÜRKİYE  
Sorumlu Yazar / Corresponding Author \*: [sebnem.demirkol@deu.edu.tr](mailto:sebnem.demirkol@deu.edu.tr)

Geliş Tarihi / Received: 28.03.2022

Kabul Tarihi / Accepted: 19.06.2022

Atıf şekli/How to cite: DEMİRKOL AKYOL, Ş. (2023). Tip-2 Montaj Hattı Dengeleme ve İşgücü Atama Problemi için Doğrusal Programlama Yaklaşımı: Bir Vaka Çalışması. DEÜ FMD 25(73), 121-129.

Araştırma Makalesi/Research Article

DOI:10.21205/deufmd.2023257310

#### **Öz**

Montaj hattı dengeleme problemi belirli işlem sürelerine sahip olan işlerin, öncelik ilişkileri göz önünde bulundurularak, çeşitli amaçları eniyileyecek şekilde iş istasyonlarına atanmasıdır. Bilimsel yazında montaj hattı dengeleme problemini çözebilmek amacıyla birtakım varsayımlarda bulunulmuştur. Bunlardan bir tanesi, hat dengelenirken işçilerin özdeş olduğu ve bir işin işlem süresinin işçiden işçiye değişmeyip sabit kaldığı varsayımdır. Ancak gerçek hayat montaj hatlarında çalışan işçilerin özdeş olduğunu varsaymak mantıklı bir yaklaşım değildir, çünkü her bir işçinin kendine has bilgi birikimi, fiziksel kapasitesi, beceri düzeyi gibi özellikleri vardır. Dolayısıyla, aynı işi farklı işçilerin işleme süreleri eşit olmamaktadır. Gerçek hayat uygulamalarıyla bilimsel yazın arasındaki bu kopukluğu gidermek amacıyla montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi sunulmuştur. Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi, aynı anda hem işlerin işçilere, hem de işçilerin istasyonlara atandığı bir çifte atama problemidir. Bu çalışmada, endüstriyel buzdolabı üretimi yapan bir firmaya ait montaj hattında dengeleme ve işgücü atama çalışması yapılmıştır. Çalışma kapsamında, tamsayılı bir doğrusal matematiksel model önerilmiş ve Lingo çözücüsü yardımıyla çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar, hattın çevrim süresinin 4784sn'den 2725sn'ye düşürüldüğünü ve aynı zamanda hattın etkinliğinin de %66'dan %94'e yükseldiği göstermiştir. Burada önemli olan nokta ise, bu iyileştirmelerin hiçbir ekstra maliyet ortaya çıkarmadan sağlanmış olmasıdır.

**Anahtar Kelimeler:** Montaj Hattı Dengeleme, İşgücü Atama, Doğrusal Programlama, Optimizasyon

#### **Abstract**

The assembly line balancing problem is the assignment of tasks with certain operation times to workstations in a way that optimizes various goals while taking precedence relations into account. Some assumptions have been made in order to solve the assembly line balancing problem in the relevant literature. One of them is the assumption that the workers are identical and the operation time of a task remains constant from worker to worker. However, it does not make sense to assume that all workers on real life assembly lines are identical because each worker has their own unique knowledge, physical capacity, and skill level. Therefore, the processing times of different workers for

the same task are not equal. The assembly line balancing and workforce assignment problem (ALBWAP) is presented in order to close this gap between real life applications and scientific literature. The ALBWAP is a double assignment problem in which tasks are assigned to workers and workers to stations simultaneously. In this paper, balancing and workforce assignment study is carried out in the assembly line of a company that produces industrial refrigerators. Within the scope of the study, an integer linear mathematical model is proposed and solved via Lingo solver. The obtained results indicate that the cycle time of the line is decreased from 4784s to 2725s, while its efficiency is increased from 66% to 94%. The important point here is that these improvements are achieved at no additional cost.

**Keywords:** *Assembly Line Balancing, Workforce Assignment, Linear Programming, Optimization*

## 1. Giriş

Montaj hattı dengeleme problemi (MHDP), işleri öncelik ilişkilerine uygun olarak ve çevrim süresini aşmayacak şekilde iş istasyonları arasında düzgün olarak dağıtma problemidir. MHDP, ilk olarak Salvesson [1] tarafından bilimsel yazına kazandırıldığından beri, on yıllardır hem araştırmacıların hem de imalat sektörünün oldukça ilgisini çekmiştir.

İlgili yazında MHDP, amaç fonksiyonuna göre Tip-1 ve Tip-2 olmak üzere iki temel bölüme ayrılır. Tip-1 problemde önceden belirlenmiş çevrim süresi için istasyon sayısı en küçüklenmeye çalışılırken, Tip-2 problemde ise, sabit istasyon sayısı için çevrim süresi en küçüklenmeye çalışılır. Bunların dışında Tip-E ve Tip-F problemleri de ilgili yazında yer almaktadır. Tip-E problemde, aynı anda hem çevrim süresi hem de istasyon sayısı en küçüklenerek, montaj hattının etkinliği en büyüklenmeye çalışılır. Son olarak Tip-F problemde ise, önceden belirlenmiş çevrim süresi ve sabit istasyon sayısı için olurlu çözüm bulunmaya çalışılır. Montaj hatları, üretilen ürün çeşitliliğine göre ise, tek modelli, çok modelli ve karışık modelli olmak üzere üç kategoriye ayrılır. Tek modelli montaj hattında, tek tip homojen bir ürün veya birebir aynı üretim süreçlerine sahip birkaç ürün üretilir. Çok modelli montaj hattında, benzer ürünler aynı hat üzerinde partiler halinde üretilir. Karışık modelli montaj hattında ise, temel ürünün birkaç farklı versiyonu aynı anda, aynı hat üzerinde, partiler halinde olmadan, sürekli olarak üretilir [2, 3].

MHDP yazınında, bahsi geçen farklı problem tiplerini çözmek üzere çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Ağpak ve Gökçen [4] basit U-tipi MHDP'ni ele almışlardır. U-tipi montaj hattında, hattın yerleşimi yan dönmiş U harfine benzer ve hatta giriş ile çıkış noktaları U'nun iki ucunda yer

alır. Yazarlar, çevrim süresinin ve istasyon sayısının belirsiz olduğu durumları inceleyen bir bulanık tamsayılı program sunmuşlardır. Kılınçcı [5] tek modelli montaj hattı için bir petri ağı çözüm yaklaşımı önermiştir. Önerilen çözüm yaklaşımının performansı MHDP veri setleri üzerinde test edilerek, başarısı ispatlanmıştır. Zhang [6] tek modelli montaj hattında Tip-1 problemi çözmek için bir yapay bağışıklık algoritması geliştirmiştir. Bu algoritmada yer alan antijen amaç fonksiyonunu temsil ederken antikor en iyi çözümü belirtmektedir. Bulgular, algoritmanın performansının iyi olduğunu göstermiştir. Pastor vd. [7] tek modelli montaj hattında Tip-2 problemi ele almış ve darboğaz oluşturan istasyonun iş yükünü hiyerarşik olarak en aza indirmeyi amaçlamışlardır. Elde edilen sonuçlar, problemlerin %25'inde en iyi çözüme ulaşıldığını belirtmektedir. Plans ve Corominas [8] tarafından yapılan çalışmada ise, Tip-E MHDP çözmek amacıyla sabitle ve gevşet sezgisel yaklaşımını geliştirmişlerdir. Bulgular, hesaplanama zamanının, özellikle iş sayısı arttıkça, dramatik olarak arttığını işaret etmektedir. Corominas vd. [9] sonraki yıllarda yaptıkları çalışmada ise, yine Tip-E MHDP çözümü için, bir karışık tamsayılı programlama modeli sunmuşlardır. Ritt ve Costa [10] basit montaj hattında Tip-1 ve Tip-2 problemlerin çözümü için tamsayılı programlama modelleri önermiştir. Önerilen modeli daha sonra U-tipi montaj hattında da uygulamışlardır. Matematiksel modelleri CPLEX çözücüsü yardımıyla çözülmüşlerdir. Gansterer ve Hartl [11] tek ve çift taraflı montaj hatlarında gerçek hayat kısıtlarını incelemişlerdir. Yazarlar, iki farklı problem modeli önermişlerdir. Bunlardan ilki, istasyonlara özgü spesifik makine kısıtları barındırırken diğeri ise bölgesel ve konumsal kısıtlar bulunan çift taraflı MHDP'dir. Çift taraflı problemde aynı istasyonda karşılıklı olarak

bulunması gereken işleri evli istasyon olarak adlandırmışlar ve bunların bir arada bulunması gerektiğini vurgulamışlardır. Çözüm yöntemi olarak tabu arama, diferansiyel evrim algoritması ve genetik algoritma kullanmışlar, büyük test örneklerinde genetik algoritmanın diğer iki yönteme kıyasla daha iyi sonuçlar verdiğini saptamışlardır.

Yukarıda verilen bilimsel yazın özetinden de anlaşılacağı üzere, montaj hatlarını inceleyen çalışmalar çoğunlukla akademik bir bakış açısıyla ele alınmış; endüstriyel uygulamalarda ortaya çıkan ihtiyaçlar genellikle dikkate alınmamıştır. Bunun en ilginç örneklerinden biri, uzun yıllardır yapılan montaj hattı dengeleme çalışmalarının büyük çoğunluğunda işlem sürelerinin sabit kabul edilmesidir. Bu yaklaşım, yalnızca işlerin işlem sürelerindeki farklılıkların göz ardı edilebilecek kadar küçük olduğu durumlarda gerçeği yansıtmaktadır. Ancak, gerçek hayat uygulamalarında özellikle de manüel montaj hatlarında, bir işin işlem süresi sabit olmayıp, o işi yapan kişiden kişiye değişiklik göstermektedir. Pratikteki uygulamalarda her ne kadar işlerin işlem süreleri sabit olmasa da, ilgili yazında çok az çalışma bu konuya değinmiştir. Özellikle son yıllarda, gerçek hayat problemleriyle akademik çalışmalar arasındaki birtakım kopuklukları azaltmak amacıyla klasik MHDP'ne yeni yaklaşımlar getirilmeye başlanmıştır. İşgücü atamalı MHDP bu bağlamda ilgili yazında anlamlı bir boşluğu doldurmaya başlamıştır.

Montaj hattı dengeleme ve işgücü atama problemi (MHDİAP) ilk olarak Miralles vd. [12] tarafından ortaya atılmıştır. MHDİAP, klasik tek tipli MHDP'nin, işlerin işlem sürelerinin işçiden işçiye değiştiği özel bir durumdur. Her bir işçinin kendine özgü eğitim, fiziksel kondisyon, beceri, bilgi birikimi gibi özellikleri bulunmaktadır. Dolayısıyla, bir işin işlem süresi onu yapan işçi ile direkt olarak ilgilidir. Bir iş, bir işçi tarafından oldukça uzun sürede yapılabilirken başka bir işçi tarafından çok daha kısa bir sürede yapılabilir. MHDİAP, aynı anda hem işleri işçilere, hem de işçileri istasyonlara atamayı gerektiren bir çifte atama problemidir. MHDİAP'nin amaçları bakımından klasik problem ile benzer şekilde, Tip-1, Tip-2, Tip-E ve Tip-F olmak üzere çeşitli varyasyonları vardır. Pratikteki MHDİAP uygulamalarında en çok karşılaşılan durumun, istasyon ve işçi sayısının önceden bilinen sabit bir değer olmasından

dolayı, amaç çevrim süresini en küçüklemektir. Bu durumda Tip-2 problem ortaya çıkmaktadır [12].

Sungur ve Yavuz [13] işlerin gerektirdiği özellikleri baz alarak işçileri özelliklerine göre sınıflandıran yeni bir problem yapısı ortaya koymuşlardır. İşçileri düşük, orta ve yüksek özellikli olarak ayırmışlardır. Önerilen problem yapısına göre düşük özellikli bir işçi, yüksek özellikli bir işçinin yapabileceği işi belirli bir maliyet karşılığında yapabilmektedir. Ritt vd. [14] MHDİAP'ne yeni bir boyut kazandırarak stokastik işlem sürelerini gündeme getirmişlerdir. Karışık tamsayılı programlama ve yerel arama yöntemleri ile küçük boyutlu problemler için başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Moreira vd. [15] montaj hattı işçi entegrasyonu ve dengeleme problemini literatüre tanıtmışlardır. Problemin matematiksel modelini verdikten sonra çözüm yöntemi olarak sezgisel yöntemleri tercih etmişlerdir. Liu vd. [16] birbirinden farklı donanımlara sahip olan işçilerin atamasını yaparken, bir yandan da işçilerin işi yaparken harcadıkları enerji miktarlarını da dikkate almışlardır. Önerilen problemde amaç aynı anda hem işçi çalıştırmaktan kaynaklanan sabit ve yürütme masraflarını, hem de işçilerin harcadıkları enerji miktarlarını en küçüklemektir. Yazarlar, çözüm yöntemi olarak bir karışık tamsayılı programlama modeli önermişlerdir. Campana vd. [17] hiyerarşik işgücü atamalı dengeleme problemi için hem bir matematiksel model, hem de değişken komşuluk yapıları bir sezgisel yaklaşım sunmuşlardır. Elde edilen bulgulara göre, büyük boyutlu problemler için önerilen sezgisel yöntemin iyi performans gösterdiği belirtilmiştir.

Yukarıda verilen bilimsel yazın özetinden de anlaşılacağı üzere, işgücü ataması montaj hatlarında son derece önemli olmasına rağmen, bu konuda kısıtlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmanın motivasyonu, bilimsel yazın ile gerçek hayat uygulamaları arasındaki bu önemli boşluğu bir nebze de olsa doldurmaktır. Çalışma kapsamında, Manisa ilinde ikamet eden, dikey ve yatay endüstriyel buzdolapları imal eden bir işletmenin montaj hattı ele alınmıştır. İncelenen montaj hattında, çalışanlar işleri manüel olarak yapmaktadır. Ayrıca, mevcut durumda çalışanlar arasındaki fiziksel ve bilişsel farklılar göz ardı edilmiş olup, hat dengelemesinde işgücü faktörü dikkate alınmamıştır. Bu çalışmanın amacı,

endüstriyel buzdolabı üretimi yapan bir firmadaki manüel montaj hattını, işçilerin farklılıklarını da hesaba katarak yeniden dengelemektedir. Bilimsel yazın özetinde de bahsedildiği üzere, yapılan çalışma ilgili yazında MHDİAP Tip-2 olarak yer almaktadır.

Çalışmanın geri kalanı şu şekilde düzenlenmiştir. İkinci bölümde problemin formal tanımı verilmiş ve geliştirilen çözüm yaklaşımı sunulmuştur. Üçüncü bölümde elde edilen sonuçlara yer verilmiş ve bu sonuçlar hakkında yorumlar yapılmıştır. Son olarak, dördüncü bölümde yapılan çalışmanın sonucu ve gelecekte yapılması planlanan çalışmalar açıklanmıştır.

## 2. Materyal ve Metot

### 2.1. Problemin Tanımı

Bu çalışma kapsamında, Manisa Organize Sanayi Bölgesi'nde ikamet eden, dikey ve yatay sanayi tipi buzdolabı üreten bir firmaya ait montaj hattı dengelenmiştir. Ele alınan montaj hattında 10 adet iş, 4 işçi tarafından 4 adet istasyonda gerçekleştirilmektedir. İşlerin tanımı Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Montaj hattında yapılan işler.

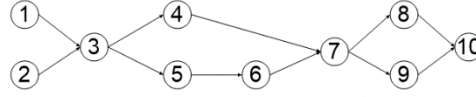
**Table 1.** Tasks executed on the assembly line.

İş No	İş Tanımı
1	İç gövde yapımı
2	Dış gövde yapımı
3	Poliüretan gazı enjeksiyonu
4	Ayak ve alt taban montajı
5	Fan ve LED kablolarının montajı
6	Kapı montajı
7	Vakum ile temizlik
8	Raf montajı
9	Gaz dolumu
10	Panel montajı ve elektrik bağlantısı

Öncelikle, buzdolabının iç ve dış gövdelerinin montajı yapılır. Sonra, buzdolabının içine poliüretan gazı enjeksiyonu uygulanır. Akabinde buzdolabı yatık konuma getirilir ve alt taban ile ayaklar monte edilir. Fan ve LED kablolarının montajı tamamlanır; buzdolabının kapısı takılır; vakum kullanılarak buzdolabının içi temizlenir; rafları monte edilir; gaz dolumu yapılır ve son olarak da, panel montajı yapılarak elektrik bağlantıları sağlanır. Bu işlere ait öncelik ilişkileri şeması Şekil 1'de yer almaktadır.

Bahsi geçen MHDİAP'ni çözmek için öncelikle, işlerin işçilere bağlı olan işlem sürelerinin ölçülmesi gerekmektedir. Mevcut durumda, işçiler istasyonlar arasında rotasyon yapmakta

ve her işçi her işi yapmaktadır. Firmada işlerin işlem süreleri, işi yapan işçi dikkate alınmadan tutulmuştur. Dolayısıyla ilk etapta, zaman etüdü çalışması yapılmış ve işlerin işçilere bağlı işlem süreleri saniye cinsinden Tablo 2'deki gibi elde edilmiştir.



**Şekil 1.** Öncelik ilişkileri şeması

**Figure 1.** Precedence diagram

**Tablo 2.** İşlerin öncül işleri ve işlem süreleri.

**Table 2.** Tasks' predecessors and operation times.

İş No.	Öncül	İşlem Süresi			
		İşçi 1	İşçi 2	İşçi 3	İşçi 4
1	-	2386	1865	1434	1158
2	-	1612	1567	1278	2087
3	1,2	1092	987	1326	1761
4	3	1032	924	1287	937
5	3	1391	1896	1204	1765
6	5	867	432	467	394
7	4,6	1191	1843	1262	1043
8	7	1078	1200	1356	1789
9	7	675	163	345	187
10	8,9	1592	1362	1281	1765

Tablo 2'de ilk sütun işlere ait numaraları gösterirken, ikinci sütun ilgili işin kendinden hemen önce gelen iş(ler)i belirtmektedir. Daha sonra üç, dört, beş ve altıncı sütunlar sırasıyla dört farklı işçinin o işi yapma sürelerini vermektedir. Örneğin, 3. işi yapabilmek için öncül işleri olan 1. ve 2. işlerin tamamlanmış olması gerekmektedir. 3. iş eğer 1 no.lu işçi tarafından yapılırsa işlem süresi 1092sn, 2 no.lu işçi tarafından yapılırsa 987sn, 3 no.lu işçi tarafından yapılırsa 1326sn ve 4 no.lu işçi tarafından yapılırsa 1761sn sürmektedir.

Mevcut durumda, işçiler farklı farklı istasyonlarda çalışabilmekle birlikte, işletme yetkililerinden alınan bilgiye göre genellikle 1. işçi 1. istasyonda, 2. işçi 2. istasyonda, 3. işçi 3. istasyonda ve son olarak 4. işçi de 4. istasyonda çalışmaktadır. Mevcut durumdaki hat yerleşimi ve istasyon süreleri Tablo 3'te yer almaktadır. Mevcut durumda, montaj hattında 1. ve 2. işler, 1. istasyonda 1. işçi tarafından sırasıyla, 2386sn ve 1612sn'de yapılmaktadır. İstasyon zamanı,

ilgili istasyonda yapılan işlerin işlem sürelerinin toplamını ifade etmektedir. 1. İstasyonun için bu süre 1612sn (2386 + 1612) olarak hesaplanmıştır. Tablo 3 okunarak diğer istasyonlar için de benzer şekilde yorum yapılabilir.

**Tablo 3.** Mevcut durumda hat yerleşimi.

**Table 3.** Current line layout.

İstasyon No.	İş No.	İşlem Süresi	İstasyon Zamanı	İşçi No.
1	1	2386	3998	1
	2	1612		
2	3	987	987	2
	4	1287		
3	5	1204	2958	3
	6	467		
	7	1043		
4	8	1789	4784	4
	9	187		
	10	1765		

## 2.2. Matematiksel Model

Bu çalışmada kullanılan notasyon aşağıdaki gibidir.

$i, l$	İş
$j$	İstasyon
$k$	İşçi
$N$	İşlerin kümesi
$M$	İstasyonların kümesi
$W$	İşçilerin kümesi
$A$	Zorunlu olarak yapılması gereken iş-istasyon atamalarının $(i, j)$ kümesi
$Z$	Aralarında pozitif bölgeleme kısıtı bulunan işler kümesi
$P$	Öncelik ilişkilerine göre $l$ işinden hemen sonra işlerin kümesi
$C$	Aralarında yapılabirlik ilişkisi bulunan iş-işçi atamalarının $(i, k)$ kümesi
$T$	Çevrim süresi
$n$	İş sayısı
$m$	İstasyon sayısı
$t_{ik}$	$i$ işinin $k$ işçi tarafından yapılması durumunda işlem süresi
$x_{ijk}$	eğer $i$ iş $j$ istasyona ve $k$ işçiye atandıysa 1; aksi takdirde 0

eğer  $k$  işçi  $j$  istasyona atandıysa 1;  
aksi takdirde 0

Problemin çözümü için geliştirilen matematiksel model aşağıda yer almaktadır.

Amaç Fonksiyonu;

$$\text{Min } T \quad (1)$$

Kısıtlar;

$$\sum_{k \in W} \sum_{j \in M} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{j \in M} y_{jk} \leq 1 \quad \forall k \in W \quad (3)$$

$$\sum_{k \in W} y_{jk} \leq 1 \quad \forall j \in M \quad (4)$$

$$\sum_{k \in W} \sum_{j \in M} j \times x_{ijk} - \sum_{k \in W} \sum_{j \in M} j \times x_{ijk} \leq 0 \quad \forall i, l | i \in P_l \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} t_{ik} \times x_{ijk} \leq T \quad \forall j \in M, \forall k \in W \quad (6)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ijk} \leq C_{ik} \quad \forall (i, k) \in C \quad (7)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ijk} = 1 \quad \forall (i, j) \in A \quad (8)$$

$$\sum_{j \in M} x_{ijk} - \sum_{j \in M} x_{ljk} = 0 \quad \forall (i, l) \in Z \quad (9)$$

$$y_{jk} \in [0,1] \quad (10)$$

$$x_{ijk} \in [0,1] \quad (11)$$

$$M > \sum_{k \in W} \sum_{i \in N} t_{ik} \quad (12)$$

Amaç fonksiyonu (1) çevrim süresini en küçükler. (2) numaralı eşitlik ile her bir  $i$  işinin tek bir  $j$  istasyonuna ve  $k$  işçisine atanması sağlanır. (3) numaralı eşitsizlikte her bir işçinin en fazla bir iş istasyonuna atanabileceği anlatılır. (4) numaralı eşitsizlik ise her bir iş istasyonunda

en fazla bir işçi olabileceğini belirtir. (5) numaralı eşitsizlik ise öncelik ilişkilerinden bahseder.  $i$ . işin öncelik ilişkileri bakımından  $l$ . işten önce olduğu bir durumda,  $i$  işinin bitmeden  $l$  işinin başlayamayacağını belirtir. (6) ve (7) numaralı eşitsizliklerde ise  $j$  istasyonunda çalışan bir  $k$  işçisine birden fazla iş atanabileceği, fakat bu işlerin işlem sürelerinin toplamının çevrim süresini aşmayacağı anlatılmaktadır.  $M$  ise,  $i$ . işin  $j$ . işçi tarafından yapılma sürelerinin toplamından büyük bir sayıdır. Hem çevrim süresi  $T$  hem de  $y_{jk}$  değişken oldukları için, modelin doğrusallığını koruyabilmek amacıyla bu şekilde iki ayrı denklemle ifade edilmiştir. Kısıt (8) sabit konum kısıtını ifade eder. Bu durum bir işin mutlaka belirli bir istasyonda yapılması gerektiği durumlarda ortaya çıkar. İlgilenilen montaj hattında 3. işin 2. istasyona atanması gerekmektedir. (9) numaralı denklem aynı istasyonda birlikte yapılması gereken, diğer bir değişle pozitif bölgeleme kısıtı olan işlerin aynı istasyona atanmasını garanti eder. İncelenen montaj hattında 8. ve 9. işlerin aynı istasyonda yapılması gerekmektedir. (10) ve (11) numaralı denklemler tamsayı doğrusal programlama modeline ait karar değişkenlerinin 0 veya 1 değerlerini almasını garanti eder. Son olarak (12) numaralı eşitsizlikte  $M$  değerinin tüm işlem sürelerinden büyük olan bir sayı olduğu ifade edilmiştir.

### 3. Araştırma Sonuçları

Bir önceki bölümde verilen doğrusal programlama modeli Lingo çözücüsüne girilmiştir. Bu çalışmada 1,99 GHz işlemci hızına sahip, Windows 10 işletim sistemi olan bir

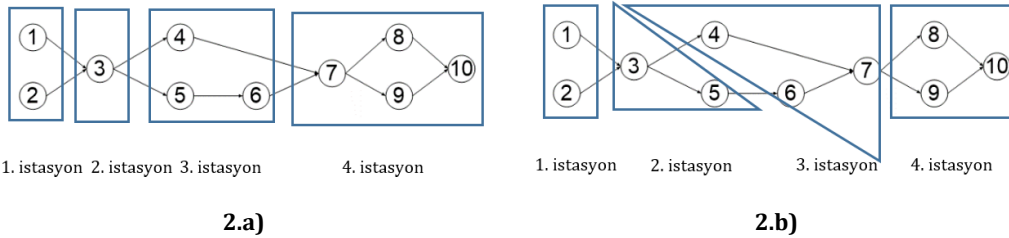
dizüstü bilgisayar kullanılmıştır. Global en iyi sonuç 298. iterasyonda bulunmuştur. Buna göre, çevrim süresinin değeri 2725sn olarak bulunmuştur. En iyi sonuca ait hat yerleşimi Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4.** Dengeleme ve işgücü atama çalışmasından sonra hat yerleşimi.

**Table 4.** Improved line layout by implementing assembly line balancing and worker assignment study

İstasyon No.	İş No.	Atanan İşçi	İşlem Süresi	İstasyon Zamanı
1	1	3	1434	2712
	2		1278	
2	3	1	1092	2483
	5		1391	
3	4	4	937	2374
	6		394	
	7		1043	
4	8	2	1200	2725
	9		163	
	10		1362	

Tablo 4'ten anlaşıldığı üzere, yapılan hat dengeleme ve işgücü atama çalışması sonucunda 1. istasyona 3 numaralı işçi ve 1. ve 2. işler atanmıştır; istasyon zamanı 2712sn'dir. 2. istasyona 1 numaralı işçi ve 3. ve 5. işler atanmıştır; istasyon zamanı 2483sn'dir. 3. istasyona 4 numaralı işçi ve 4., 6. ve 7. işler atanmıştır; istasyon zamanı 2374sn'dir. Son olarak, 4. istasyona 2 numaralı işçi ve 8., 9. ve 10. işler atanmıştır; istasyon zamanı 2725sn'dir. Şekil 2'de montaj hattının başlangıçtaki ve çalışma sonucundaki istasyon yerleşimleri gösterilmiştir.



**Şekil 2.** Montaj hattının başlangıç yerleşimi ile dengeleme ve iş gücü atama sonrası yerleşimi

**Figure 2.** Initial line layout and improved line layout by implementing assembly line balancing and worker assignment study

En uzun istasyon zamanına sahip olan istasyon çevrim süresini belirler [18]. Bu durumda, çevrim süresi 4. istasyonun toplam süresine eşittir (2725sn). Böylece, önerilen doğrusal

programlama modeli sayesinde montaj hattının çevrim süresi 4784sn'den 2725sn'ye düşürülmüştür. Bu 2059sn'lik yani yaklaşık

%43'lük  $\left(\frac{47824-2725}{47824} \times 100\right)$  bir iyileştirme anlamına gelir. Yani bir endüstriyel buzdolabının montaj hattından çıkma süresi 2059sn kadar azalmıştır.

Montaj hattının etkinliği ( $E$ ) aşağıdaki şekilde hesaplanır [18]:

$$E = \frac{\sum_{j=1}^m \text{istasyon zamanı}}{m \times T} \times 100 \quad (13)$$

(13) numaralı denklem kullanılarak, montaj hattının dengeleme çalışması yapılmadan önceki etkinliği şu şekilde %66,5 olarak bulunur:

$$E = \frac{3998 + 987 + 2958 + 4784}{4 \times 4784} \times 100$$

$$E = \%66,5$$

Yine aynı denklemden faydalanarak yapılan hat dengeleme ve işgücü atama çalışması sonrası hattın etkinliği %94,4 olarak elde edilir:

$$E = \frac{2712 + 2483 + 2374 + 2725}{4 \times 2725} \times 100$$

$$E = \%94,4$$

Böylece, yapılan çalışma sonucunda endüstriyel buzdolabı üretimi yapan işletmenin montaj hattının etkinliği %66'dan %94'e çıkmıştır.

**Tablo 5.** Mevcut durumda ve dengeleme işgücü atama çalışmasından sonra hattın performansı

**Table 5.** Initial and improved performances of the assembly line

	Mevcut Durum	Dengeleme ve İşgücü Atama Sonrası Durum
Çevrim Süresi	4784sn	2725sn
Hattın Etkinliği	66%	94%

Tablo 5'te montaj hattında çalışma yapılmadan önceki mevcut durumda ve dengeleme işgücü atama çalışması yapıldıktan sonraki durumdaki hattın performansı, çevrim süresi ve hat etkinliği bakımından gösterilmiştir. Burada önemli olan nokta, bu iyileştirmenin hiçbir ek maliyetinin olmamasıdır. Yeni istasyon açılmasına gerek kalmadan ya da yeni işçi alımı gerekmeksizin yalnızca mevcut kaynaklar kullanılarak bu denli önemli bir iyileştirme sağlanmıştır.

#### 4. Tartışma ve Sonuç

MHDİAP, aynı anda işlerin işçilere ve işçilerin de istasyonlara atanmasını içeren bir çifte atama problemidir. Klasik MHDP yaklaşımından farklı olarak, her işçinin biricik olduğunu ve bir işin işlem süresinin onu yapan işçiye göre değişiklik gösterdiğini kabul eder. Özellikle manüel işlemlerin ağırlıklı olduğu montaj hatlarında MHDİAP yaklaşımını benimsemek akla yatkındır. Ülkemizde imalat sanayinin büyük çoğunluğunu manüel montaj hatlarının oluşturduğu düşünülürse, bahsi geçen problemin ne kadar önemli olduğu ortaya çıkar.

Bu çalışmada, dikey ve yatay endüstriyel buzdolabı üretimi yapan bir işletmenin montaj hattı ele alınmıştır. Çalışma yapılmadan önce, işçiler arasında sıklıkla rotasyon yapılmakta ve işçiler farklı istasyonlarda çalışmaktaydı. Çalışma kapsamında yapılan zaman etüdü çalışması sayesinde her işçinin, her bir işi yapabildiği ancak bazı işçilerin bazı işleri işleme sürelerinin diğerlerine nazaran daha uzun olduğu gözlemlenmiştir. Hat dengeleme çalışmasına başlanmadan önce, standartlar zamanlar hesaplanmış ve işler arasındaki öncelik ilişkileri belirlenmiştir. Ayrıca işletmeye özgü konumlandırma kısıtları da not alınmıştır. İlgili problemi çözmek amacıyla bir doğrusal programlama modeli önerilmiş ve Lingo çözücüsü kullanılarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar, hattın çevrim süresinin 4784sn'den 2725sn'ye düşerken, etkinliğinin de %66'dan %94'e yükseldiğini göstermiştir. Bu iyileştirmeler yalnızca matematiksel modelin çıktılarının, montaj hattında uygulanmasıyla elde edilmiş olup işletmeye herhangi bir ek maliyete sebebiyet vermemiştir.

İlerleyen zamanlarda çalışma çok yönlü geliştirmelere açıktır. Örneğin, farklı sektörlerde faaliyet gösteren farklı montaj hatlarında da bu model uygulanabilir. Farklı montaj hatlarının kendine özgü ek kısıtlarının ortaya çıkması durumunda, bu kısıtlar modele yansıtılarak model geliştirilebilir. Ayrıca, işçilerin yorgunluk ve zorlanma düzeylerini ölçmek amacıyla ergonomik risk faktörleri değerlendirmeye katılabilir.

#### 5. Discussion and Conclusion

ALBWAP is a double assignment problem involving simultaneously assigning tasks to workers and workers to stations. Unlike the

traditional assembly line approach, it accepts that each worker is unique and the operation time of a task varies according to the worker who executes it. ALBWAP mainly occurs in manual assembly lines in real life. Since manual assembly lines constitute the majority of the manufacturing industry in our country, it is ALBWAP is vital.

This study discusses the assembly line of a manufacturing company that produces vertical and horizontal industrial refrigerators. Before the study was carried out, rotations were often made among the workers and the workers were working at different stations. As a result of the time study conducted within the scope of the study, it has been observed that each worker can execute each job; however, some workers involves longer operation times. Before starting the line balancing study, the standard times were calculated, and the precedence relations of tasks were determined. In addition, problem-specific positioning constraints were included. In order to solve the related problem, a linear programming model is proposed and solved using Lingo solver. The results showed that the cycle time of the line decreased from 4784sec to 2725sec, while its efficiency increased from 66% to 94%. These improvements were only achieved by applying the outputs of the mathematical model on the assembly line and did not cause any additional costs to the business.

In the future, this study might be enhanced in many ways. For example, this model could be applied to different assembly lines operating in various sectors. In case of additional constraints specific to different assembly lines, the model can be developed by representing these constraints on the model. In addition, ergonomic risk factors can be included in the assessment in order to measure the fatigue and strain levels of workers.

#### 6. Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur.

Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

#### 7. Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur.

Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

#### Kaynakça

- [1] Salveson, M.E., 1955. The Assembly Line Balancing Problem, *Journal of Industrial Engineering*, Cilt. 6(3), s. 18-25.
- [2] Scholl, A., 1999. Balancing and sequencing of assembly lines. 2nd edition. Physica-Verlag Heidelberg, 318s.
- [3] Boysen, N., Fliedner, M., 2007. A classification of assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, Cilt. 84, s. 39-55. DOI: 10.1016/j.ejor.2006.10.010
- [4] Ağpak, K., Gökçen, H., 2002. Basit U Tipi Montaj Hattı Dengeleme Problemine Bulanık Programlama Yaklaşımı, *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, Cilt. 4(2), s. 29-40.
- [5] Kılınççı, Ö., 2004. Basit Montaj Hattı Dengeleme Problemi Çözümü İçin Bir Petri Ağı Yaklaşımı, *Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Fen ve Mühendislik Dergisi*, Cilt. 6(2), s. 1-15.
- [6] Zhang, H., 2017. An improved immune algorithm for simple assembly line balancing problem of type I, *Journal of Algorithms and Computational Technology*, Cilt. 11(4), s. 317-326. DOI: 10.1177/1748301817710924
- [7] Pastor, R. Chueca, I. Garcia-Villoria, A., 2011. A Heuristic Procedure for Solving the Lexicographic Bottleneck Assembly Line Balancing Problem (LB-ALBP), *International Journal of Production Research*, Cilt. 50(7), s. 1862-1876. DOI: 10.1080/00207543.2011.578164
- [8] Plans, J., Corominas, A., 1999. Modelling and Solving the SALB-E Problem. In *Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, 24 Temmuz, Porto, Portekiz, 356-360. DOI: 10.1109/ISATP.1999.782984
- [9] Corominas, A. Garcia-Villoria, A., Pastor, R., 2016. Improving the Resolution of the Simple Assembly Line Balancing Problem Type E, *Statistics and Operations Research Transactions*, Cilt. 40(2), s. 227-242.
- [10] Ritt, M. Costa, A.M., 2015. Improved Integer Programming Models for Simple Assembly Line Balancing and Related Problems, *International Transactions in Operational Research*, Cilt. 25, s. 1345-1359. DOI: 10.1111/itor.12206
- [11] Gansterer, M. Hartl, R.F., 2017. One and Two-Sided Assembly Line Balancing Problems with Real-World Constraints, *International Journal of Production Research*, Cilt. 56(8), s. 3025-3042. DOI: 10.1080/00207543.2017.1394599
- [12] Miralles, C., Garcia-Sabater, J.P., Andres, C., Cardos, M., 2007. Advantages of Assembly Lines in Sheltered Work Centres for Disabled. A case study, *International Journal of Production Economics*, Cilt. 110, s. 187-197. DOI: 10.1016/j.ijpe.2007.02.023
- [13] Sungur, B., Yavuz, Y., 2015. Assembly Line Balancing with Hierarchical Worker Assignment, *Journal of Manufacturing Systems*, Cilt. 37(1), s. 290-298. DOI: 10.1016/j.jmsy.2014.08.004



- [14] Ritt, M., Costa, A.M., Miralles, C., 2015. The Assembly Line Worker Assignment and Balancing Problem with Stochastic Worker Availability, *International Journal of Production Research*, Cilt. 54(3), s. 907-922. DOI: 10.1080/00207543.2015.1108534
- [15] Moreira, M.C.O., Miralles, C. ve Costa, A.M. 2015. Model and Heuristics for the Assembly Line Worker Integration and Balancing Problem, *Computers & Operations Research*, Cilt. 54(1), s. 64-73. DOI: 10.1016/j.cor.2014.08.021
- [16] Liu, R., Liu, M., Chu, F., Zheng, F., Chu, C., 2021. Eco-Friendly Multi-Skilled Worker Assignment and Assembly Line Balancing Problem, *Computers & Industrial Engineering*, Cilt. 151, s. 106944. DOI: 10.1016/j.cie.2020.106944
- [17] Campana, N.P., Iori, M., Moreira, M.C.O., 2021. Mathematical Models and Heuristic Methods for the Assembly Line Balancing Problem with Hierarchical Worker Assignment, *International Journal of Production Research*, s. 1-19. DOI: 10.1080/00207543.2021.1884767
- [18] Niebel, B.W., Freivalds, A., 2003. *Methods, standards, and work design*. 13rd edition. McGraw-Hill Education, 736s.