



Identification of adaptive optics system model with extended data set

Bilal Erol^{1,2*}, Berk Altiner³, Akın Delibaşı⁴

¹Yildiz Technical University, Faculty of Applied Sciences, Department of Aviation Electrics and Electronics, 34220, İstanbul, Türkiye

²Yildiz Technical University, Faculty of Electrical and Electronics, Department of Control and Automation Engineering, 34220, İstanbul, Türkiye

³Department of Mechanical Engineering, University of Minnesota at Twin Cities, Minneapolis, MN 55455 USA

⁴Department of Computer Science, University College London, London, United Kingdom,

Highlights:

- Adaptive optics (AO) system modeling
- A new extended excitation input pattern for AO systems
- Improving identification accuracy with focusing on popular aberration modes

Keywords:

- Adaptive Optic Systems
- Deformable Mirror
- System Identification
- Hadamard Pattern
- Large Scale System Modeling

Article Info:

Research Article

Received: 01.04.2022

Accepted: 20.10.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1096996

Acknowledgement:

This work was partially supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey (TUBITAK) (grant number 118E224).

Correspondence:

Author: Bilal Erol
e-mail: berol@yildiz.edu.tr
phone: +90 544 571 1320

Graphical/Tabular Abstract

Adaptive optics (AO) systems are utilized in many different applications from medical to defense industries. These systems are essentially needed in order to eliminate undesirable effects of atmospheric turbulence and to enhance the capability of optical systems. The main components of AO systems are the deformable mirror (DM), the wavefront sensor (WFS) and the control unit. The WFS measures the error between distorted wavefront and compensated wavefront by the DM, and the control unit determines the shape of the DM to regulate the error. In the analysis of a real time dynamic system, the first step is to obtain mathematical model of the system. System identification techniques, which are an effective approach for this purpose, are prominent in data-driven modelling of complex systems. However, the DM used in this study is composed by 140 MEMS type actuators and has flexible structures. In such a case, modeling of the DM becomes challenging work due to the couplings, distributed dynamic behavior and parameter uncertainties. Motivated by this fact, in this study we propose a system identification technique with an extended input data set to present an exact relation between the DM and the WFS. To achieve this, the set of excitation signals that are known as the Hadamard pattern is extended with the input signals which generate the most frequently occurred Zernike aberration modes in practice. The success of the proposed technique is tested on adaptive optics test-bench shown in Figure A.

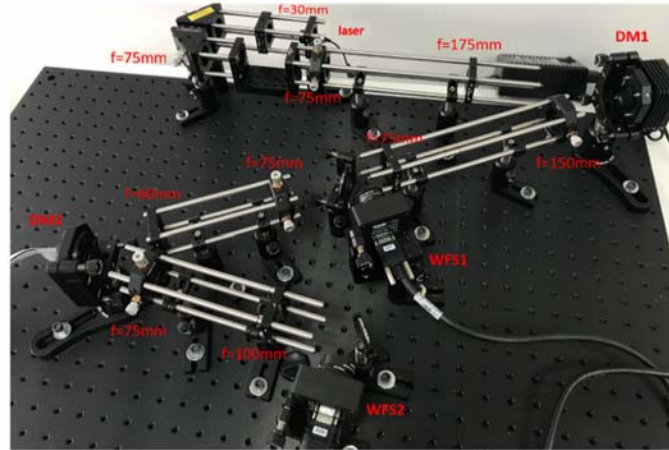


Figure A. The experimental bench of AO system and its components

Purpose: The aim of this study is to develop a suitable relationship between the MEMS type DM which is driven by 140 actuators and the WFS.

Theory and Methods: The theory that is used in this study is derived from the minimization of error covariance matrix so that the chosen input pattern can minimize the error between the output of the experimental setup and the output of the obtained model.

Results: An appropriate system model with an accuracy rate of 90% between DM and WFS is derived using the proposed method.

Conclusion: In this study, the Hadamard pattern is augmented with the Zernike wavefront aberration modes and tested on AO test-bench which is shown in Figure A. The success of the proposed method is demonstrated experimentally in Hardware-in-the-loop testing (HIL). Based on these experimental results, one can obtain an accurate system model for DM despite its complicated, flexible and large-scale structure.



Genişletilmiş veri kümesi ile uyarlamalı optik sistemlerin modelinin kestirimi

Bilal Erol^{1,2*}, Berk Altın³, Akın Delibaşı⁴

¹Yıldız Teknik Üniversitesi, Uygulamalı Bilimler Fakültesi, Havacılık Elektrik ve Elektronik Bölümü, 34220, İstanbul, Türkiye

²Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik Elektronik Fakültesi, Kontrol ve Otomasyon Mühendisliği Bölümü, 34220, İstanbul, Türkiye

³Minnesota Üniversitesi, Twin Cities, Makine Mühendisliği Bölümü, Minneapolis, MN 55455, ABD

⁴University College London, Bilgisayar Bilimleri Bölümü, Londra, Birleşik Krallık

ÖNEÇIKANLAR

- Uyarlamalı optik sistemin modellenmesi
- AO sistemleri için genişletilmiş yeni bir giriş kümesi modeli
- Önem arz eden bozulma modları baz alınarak modellenmenin iyileştirilmesi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 01.04.2022

Kabul: 20.10.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1096996

Anahtar Kelimeler:

Uyarlamalı Optik Sistem
deforme edilebilir ayna
hadamard şablonu
büyük ölçekli sistem modeli

ÖZ

Deforme edilebilir aynalar, uyarlamalı optik sistemlerin ana bileşeni olup, optik fenomenlerden kaynaklı dalga cephesi bozulmalarını düzeltmede kullanılan etkili cihazlardır. Birçok uygulamada kullanılan uyarlamalı optik sistemlerin, performans analizleri ve model tabanlı kontrolü için sistem davranışını yüksek sadakatle yansıtan modelleme yaklaşımlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu amaç çerçevesinde etkili bir yaklaşım olan sistem tanıma teknikleri, kompleks sistemlerin veriye dayalı modellenmesinde öne çıkmaktadır. Ancak bu yaklaşımda, sistem karakteristiğini yansıtan ve hedeflenen modelleme performansını karşılayacak girişlerin seçilmesi önemli bir problemdir. Bu çalışmanın ana amacı bu girişlerin belirlenmesine yöneliktir. Bu çalışmada, literatürde bu amaç doğrultusunda geliştirilen Hadamard giriş kümesini baz alarak, optik bozulmaların modellenmesinde kullanılan Zernike modlarıyla genişletilen bir giriş kümesi önerilmiştir. Genişletilen giriş kümesinin model sadakati üzerindeki başarısı, literatürdeki diğer giriş kümeleriyle deney düzeneği üzerinde karşılaştırılarak, ortalama karesel hata metriği çerçevesinde incelenmiştir. Kullanılan giriş kümesi ile deforme edilebilir ayna (DM) ile dalga cephesi algılayıcısı (WFS) arasında yüksek sadakatli bir modelin üretildiği gözlemlenmiştir. Önerilen tekniğin başarısı kabul gören benzerlik metrik kullanılarak, laboratuvar ortamında kurulan uyarlamalı optik, Döngüde Donanım Simülasyonu (HIL) üzerinde test edilmiştir.

Identification of adaptive optics system model with extended data set

HIGHLIGHTS

- Adaptive optics (AO) system modeling
- A new extended excitation input pattern for AO systems
- Improving identification accuracy with focusing on popular aberration modes

Article Info

Research Article

Received: 01.04.2022

Accepted: 20.10.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1096996

Keywords:

Adaptive Optic Systems
deformable mirror
system identification
hadamard pattern
large scale system modeling

ABSTRACT

Deformable mirrors are the main component of adaptive optics systems and are effective devices for correcting wavefront distortions caused by optical phenomena. For performance analysis and model-based control of adaptive optics systems used in many applications, modelling approaches that reflect the system behavior with high fidelity are needed. System identification techniques, which are an effective approach for this purpose, are prominent in data-driven modelling of complex systems. However, in this approach, the selection of inputs that reflect the system characteristics and meet the target modelling performance is an important problem. The main objective of this study is to determine these inputs. In this study, based on the Hadamard input set developed in the literature for this purpose, an input set extended with Zernike modes used in the modelling of optical distortions is proposed. The success of the extended input set on model fidelity is analyzed within the framework of the mean squared error metric by comparing it with other input sets in the literature on an experimental setup. It is observed that a high-fidelity model between the deformable mirror (DM) and the wavefront sensor (WFS) is produced with the input set used. The success of the proposed technique is tested on adaptive optics test-bench in Hardware-in-the-Loop Simulation (HIL) using a widely used similarity metric.

1. Giriş (Introduction)

Uyarlamalı optik (AO) sistem teknolojisi; serbest uzay haberleşmesi, biyolojik görüntüleme, astronomi, lazer ışını odaklama, denizaltı yüzey haberleşmesi gibi birçok optik uygulamalarda kullanılan ve gerekliliği günden güne artan bir teknolojidir. Atmosferik türbülans, optik cihazlardaki üretim hataları, deniz suyunun kırıcı indeksi gibi fenomenlerden kaynaklı dalga cephesi bozulmaları, ilgili sistemlerin çalışma performansını etkilemektedir. Uyarlamalı optik sistemlerin bozulan dalga cephesinin düzeltilmesi ve sistem performansının iyileştirilmesindeki başarısı, araştırmacıların bu alana yoğunlaşmasına sebep olmuştur. Şekil 1'de şematik gösterimi verilen uyarlamalı optik sistemlerin ana bileşenleri, deforme edilebilir ayna (DM), dalga cephesi algılayıcısı (WFS) ve bir kontrol ünitesidir. Deforme edilebilir ayna, uyarlamalı optik sistemin dalga cephesi düzeltme işleminin ana bileşenidir. Dalga cephesi algılayıcısı (WFS), bozulan dalga cephesi (ϕ_{tur}) ve ayna tarafından düzeltilen dalga cephesi (ϕ_{cor}) arasındaki hatayı ($\phi_{res} = \phi_{tur} - \phi_{cor}$) ölçmektedir. Bu ölçüme bağlı olarak kontrolör deforme edilebilir aynanın alması gereken şekli belirlemektedir.

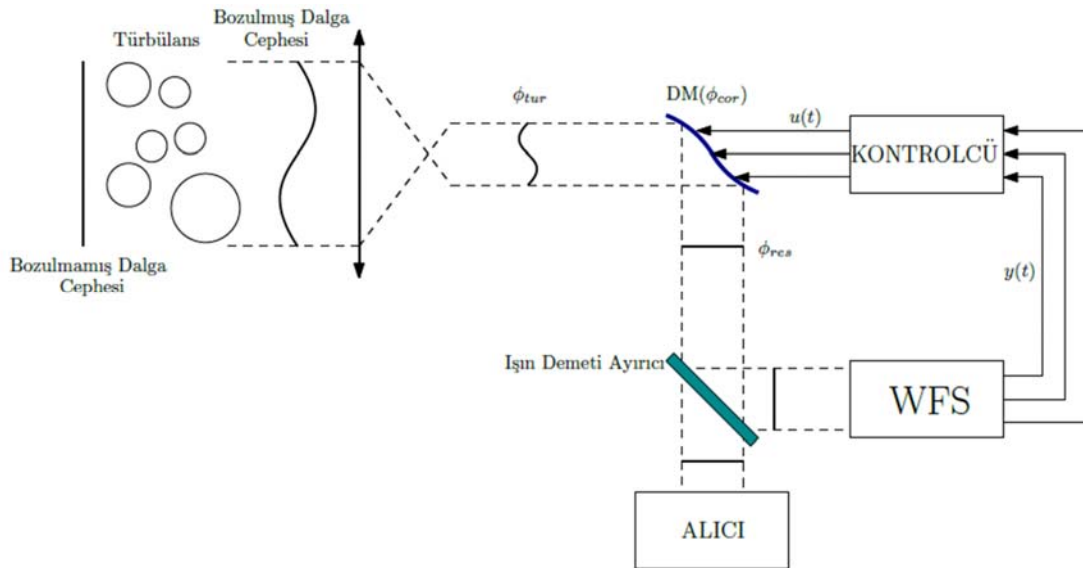
Dalga cephesi bozulmalarının modellenmesi, uyarlamalı optik sistemlerin kontrolünde önemli bir rol oynamaktadır. Bu alanda Kolmogorov'un çalışmasından başlayarak günümüze kadar uzanan birçok çalışma mevcuttur [1]. Günümüze kadar uzanan çalışmalar sonucunda, optik bozulmaları yansıtmadaki başarısı sebebiyle modellemede Zernike polinomlarının kullanımı, bu alanda en çok görülen araçlardan biridir [2]. Özellikle atmosferik türbülans kaynaklı bozulmalarda ilk on beş Zernike polinomunun doğrusal kombinasyonu, türbülans kaynaklı bozulmaların %92'sini ifade etmektedir [3]. Dalga cephesi bozulmalarının tipleri, uyarlamalı optik sistemlerin kullanım sahasına göre değişiklik göstermektedirler. Lazer ışını odaklama gibi uygulamalarda atmosferik türbülans ve platform titreşimi kaynaklı bozulmalar nispeten daha düşük dereceden Zernike modlarıyla ifade edilirken [4], hassas biyolojik görüntüleme [5], oftalmoloji gibi uygulamalar [6] ve bilhassa da astronomi uygulamalarında dalga cephesi bozulmaları için yüksek dereceli Zernike polinomlarına başvurulmaktadır [8].

Sistem modelinin sistem tanıma teknikleriyle çıkarımı aşamasında sistemin hangi koşullarda çalışacağı, hedeflenen performans istekleri

göz önünde bulundurulup, ilgili gereksinimleri sağlayacak giriş sinyallerinin bulunması önemli bir problemidir. Uyarlamalı optik sistemlerin sistem tanıma ile modellenmesiyle ilgili literatür incelendiğinde, bu alanda yapılmış ilk çalışmalarda atmosferik türbülans modlarının modellendiği Zernike polinomları ve Karhunen-Loeve modları kullanılmıştır [8]. Literatürde, giriş kümesinin Zernike modlarını oluşturacak girişler veya Karhunen – Loeve modlarını oluşturacak girişler seçilmesi halinde DM kısıtları ve eyleyiciler arasındaki bağdaşımın gürültü artırımını sağlayacak bir etki matrisi üreteceği belirtilmiştir. Dahası, Hadamard tahrik şablonunun bu problemlerin önüne geçtiği belirtilmiştir. Bu problem, [9] numaralı çalışmada eyleyici doyum kısıtları altında hata kovaryans matrisinin minimize edilmesiyle elde edilen Hadamard tahrik şablonuyla çözülmüştür. Benzer yaklaşım, algılayıcıya ilişkin ölçüm doyumları göz önünde bulundurularak [10] çalışmasında ele alınmıştır. Yüksek sayıda eyleyicilere sahip deforme edilebilir aynalar için çok kanallı ve Hadamard tahrik şablonuna dayalı bir sistem tanıma yöntemi, eyleyici bağlaşım oranları göz önünde bulundurularak Guo vd. [11], çalışmasında incelenmiştir. [12]'de deforme edilebilir aynaya belirli şablonlarda girişler uygulanarak, elde edilen ölçüm sonuçları kullanılarak parametre optimizasyonuna bağlı bir sistem tanıma yöntemi önerilmiştir.

Uyarlamalı optik sistemlerin farklı uygulamalarda farklı modlarda dalga cephesi bozulmalarını düzeltmekte kullanılması, deforme edilebilir aynaların tasarımından kontrolüne birçok çalışmanın motivasyonunu oluşturmuştur. Bu çalışmadaki ana motivasyon, [9]'da geliştirilen Hadamard eyleyici paterninin, bazı Zernike optik bozulma modlarıyla genişletilip, sistem tanıma sonucu elde edilen modelin HIL sistemine olan sadakatinin artırılmasıdır. Bu amaç doğrultusunda, Hadamard tahrik şablonuna ek olarak, HIL sistemine uygulamada karşılaşılabilecek çeşitli optik bozulma modlarını oluşturacak girişler verilerek tahrik şablonlarının kümesi genişletilmiştir. Önerilen yeni yaklaşımın çalışma uzayını ne kadar örttüğü ve olası durumları ne kadar yüksek sadakat ile temsil ettiği literatürdeki Hadamard şablonu ve [12]'deki şablonlar ile karşılaştırılmıştır.

Çalışmanın takip eden bölümlerinde; HIL sisteminin anlatılması Bölüm 2'de, sistem tanıma ile modelleme Bölüm 3'te yer alacaktır. Son iki bölümde ise uygulama sonuçları ve tartışmaya yer verilecektir.



Şekil 1. Uyarlamalı optik sistemlerin şematik gösterimi (Adaptive optic systems layout)

2. AO Sistemin Deneysel Düzenegi (AO System Experimental Setup)

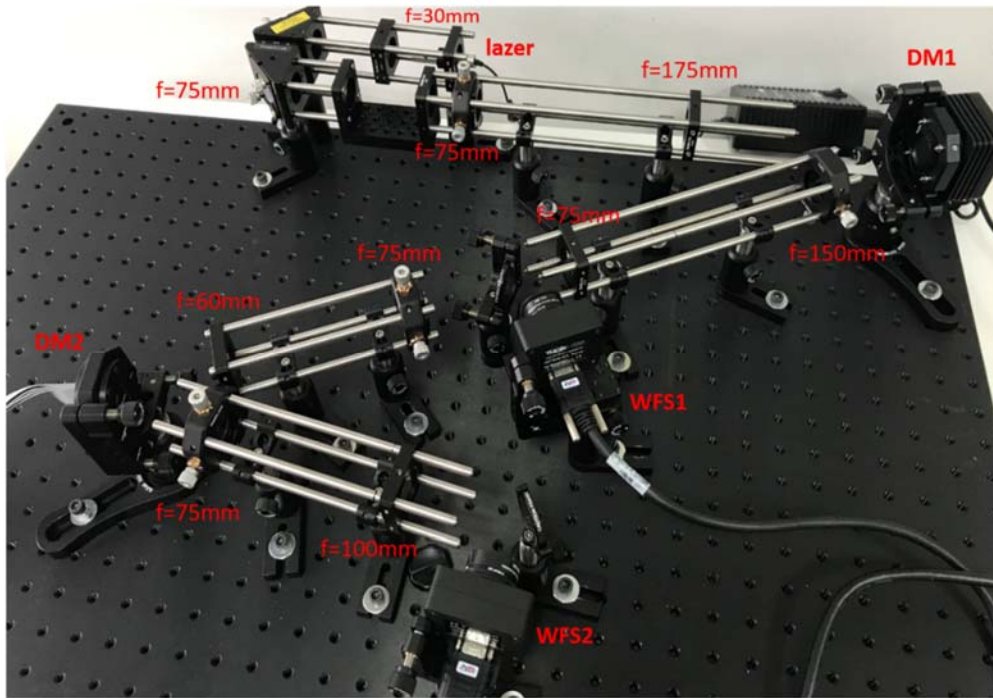
Temel çalışma prensibi, algılama, hesaplama ve etkinleştirme biçiminde olan AO sistemler üç bileşenden oluşmaktadır. Bunlar; optik dalga sapmalarını ölçen bir dalga cephesi algılayıcısı, bozulmuş bir optik dalga cephesini istenilen forma sokmak için kullanılan deforme edilebilir bir ayna ve dalga cephesi algılayıcısı tarafından toplanan bilgileri kullanarak bozulan dalga cephesinin düzeltilmesi için deforme edilebilir aynanın alması gereken şekli hesaplayan bir kontrol birimidir. Bu üç bileşen, optik dalga cephesindeki herhangi bir değişikliği otomatik olarak algılayıp telafi edecek şekilde kapalı döngü sistem olarak çalışır. Dalga cephesi algılayıcısı dalga formunun ayna yüzeyinden yansımından sonra geriye kalan bozulma fazını ölçer. Bozulmuş dalga cephesi üzerinden makul bir iyileştirme elde etmek adına kontrol birimi tarafından deforme edilebilir ayna uygun bir formda şekillendirilmektedir. DM'nin yapısında bulunan eyleyicilerin kontrolü için gerekli olan (u kontrol sinyali), WFS'den alınan ölçümler, (y sinyali), ile kontrolcü yapısı içerisinde gerçek zamanlı olarak işlenerek oluşturulur. Bu bozulmaları bertaraf etmek adına ayna yüzeyi şekil değiştirir, böylece eyleyicilerin yönelimleriyle dalga cephesindeki bozulmalar kontrol edilir. Bu prosedürle AO sistem sayesinde görüntülenen ışığın dalga önündeki sapmalarının minimizasyonu sağlanarak görüntünün optik çözünürlüğü iyileştirilebilir. İstenilen düzeyde bir iyileştirme elde edilebilmesi için uygun bir kontrol metodunun kullanılması elzemdir.

Oluşturulan AO sistemin optik yol şematiği Şekil 2'de gösterilmektedir. Bu şekilde de görüldüğü gibi iki adet DM kullanılmıştır. Bunlardan birincisi daha düşük sayılı eyleyiciye sahip olup, dalga cephesindeki bozulmanın kontrollü biçimde oluşturulabilmesi için kullanılmaktadır. Optik yol üzerindeki diğer yüksek eyleyicili ayna ise, dalga cephesinin düzeltilmesinde kullanılmaktadır. Kontrollü biçimde dalga cephesi üzerinde oluşturulan optik bozulmalar, dalga cephesi algılayıcısı ile algılanarak, kontrol programına girdi olarak kullanılmaktadır. Bozulmuş dalga cephesi bilgisine sahip demet, optik yolu takip

ederek, daha yüksek eyleyiciye sahip deforme edilebilir ayna ile düzeltilerek, ikinci bir dalga cephesi algılayıcısı ile kontrol edilmektedir.

Optik yolu oluşturmak için kullanılan lensler Şekil 2'de gösterilmiştir. İlk olarak 635 nm dalga boyuna sahip diyet lazerden 2,9 mm çap ile çıkan ışın, F-30 plano konveks lensten geçtikten sonra, optik yola 45° açı ile yerleştirilmiş aynadan yansıtılmıştır. F-75 plano konveks lensten geçen demet tekrar 45° açı ile yerleştirilmiş aynadan yansıtılarak, ThorLabs firması tarafından üretilen 40 eyleyiciye sahip DM1 ile gösterilen deforme edilebilir aynanın optik eksenine yönlendirilmiştir. Devamında F-75 ve F-175 plano konveks lensleri ile kolimasyonu yapılarak yaklaşık 20 mm kolime demet haline getirilmiştir. Bu DM'nin etkin pupil çapı 10 mm dir, 20 mm kolime gelen demetin $1/e^2$ ye karşılık gelen kısmı bu ayna yardımı ile bir sonraki optik yola yönlendirilmektedir. Bunun nedeni lazer kaynağından gelen lazer demetinin, tam Gauss sınırı içindeki karakterize ışını kullanmasıdır. Bu sayede demet önü sensörü üzerindeki lazer güç dağılımını mümkün olduğunca stabil hale getirilmiştir.

40 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynadan 10 mm kolime biçimde gelen ve kontrollü dalga cephesi bozunum bilgisini taşıyan lazer demetinin, SH algılayıcısının çapına düşürülmesi gerekmektedir. Bunun için 10 mm çapa sahip lazer demeti F-150 ve F-75 plano konveks lenslerin uygun konumlandırılması ile lazer demeti 5 mm çapa (Shack-Hartmann algılayıcısı aktif alan genişliği) getirilmiştir. 5 mm kolime biçimde gelen ve bozunum bilgisini taşıyan lazer demetinin, 140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir ayna için yeniden kolimasyon edilmesi gereklidir. Bunun için F-75 ve F-60 plano konveks lensler kullanılarak demet çapı, 140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynanın aktif alanı olan 4,4x4,4 mm kare alana sığacak şekilde düşürülmüştür. Deforme edilebilir aynadan optimum verim elde edilebilmesi için, gelen demet ile yansıyan demet arasında 35° derecelik bir açı yapacak şekilde konumlandırılmıştır. Bu aynanın belirtilen açı değeriyle optimum konumlandırılması için Boston



Şekil 2. Laboratuvar ortamında kurulan AO sistemi ve bileşenleri (Experimental bench of AO system and its components)

Micromachines Corporation (BMC) ve ThorLabs firmalarının sunmuş oldukları bilgi formundan yararlanılmıştır.

140 eyleyiciye sahip deforme edilebilir aynadan yansıyan lazer demetinin, ikinci SH sensörünün aktif algılayıcı birimine tam olarak düşürülmesi için, demetin açılması gereklidir. Bunun için deforme edilebilir ayna girişindeki kolimasyonun tam ters işlemi yapılmıştır. F-75 ve F-100 plano konveks lensleri uygun biçimde konumlandırılarak, deforme edilebilir aynadan yansıyan lazer demetini çapı 5 mm olacak biçimde açılmıştır.

3. Ao Sistemin Sistem Tanıma ile Modellenmesi (Identification of Ao Sytem Model)

Deforme edilebilen ayna dinamiklerinin çok hızlı değiştiği kabulü altında ayna modeli, giriş ve çıkış arasındaki ilişkiyi belirleyen statik bir etki matrisi olarak seçilebilir. Bu ilişki, matematiksel olarak Eş. 1'de gösterildiği şekilde ifade edilebilir. Burada n deforme edilebilen aynanın eyleyici sayısı ve m dalga cephesi sensöründen alınan ölçüm sayısı olmak üzere, n adet tahrik paterninden oluşan $V \in R^{n \times n}$ giriş matrisi, her bir tahrik şablonuna karşılık ölçümleri barındıran $C \in R^{m \times n}$ ise çıkış matrisidir. $D \in R^{m \times n}$ etki matrisi, $N \in R^{m \times n}$ ise beyaz gürültü formundaki ölçüm gürültülerini ifade eden gürültü matrisidir.

$$C = DV + N \quad (1)$$

Bir sisteme uygulanan giriş ve bunun sonucunda elde edilen çıkışlar kullanılarak, bu sistemin modeli sistem tanımlama teknikleri kullanılarak çıkarılabilir. Sistem modelini çıkarmada ilk ve en önemli aşama sisteme uygulanacak giriş sinyallerinin (V) belirlenmesidir. Burada amaç, uygulanacak girişler ile sistemin hedeflenen karakteristik özelliklerine ulaşması olmalıdır. Bu tekniklerin ana fikri; gerçek sistem ve model çıkışında elde edilen veriler arasındaki farkı problem doğasına uygun bir metrikte minimize etmektir. Bu bağlamda, D etki matrisinin kestirimi olan $\hat{D} = CV^{-1}$ için kestirim hatası Eş. 2'de verildiği gibi tanımlanabilir.

$$E = D - \hat{D} = -NV^{-1} \quad (2)$$

$$\langle EE^T \rangle = \langle NV^{-1}V^{-T}N^T \rangle \quad (3)$$

Eş. 3'te verilen kestirim hata matrisinin kovaryans matrisi karesel bir form oluşturuyor olup, bir elips tanımlanmaktadır. Elipsin yarı eksenleri, kovaryans matrisinin öz değerlerinin kare köküne eşit olduğundan, optimizasyon problemi elipsin eksenlerinin geometrik ortalamasının minimizasyonu olarak tanımlanabilir. Bir matrisin determinantının, öz değerlerinin çarpımı olduğu gerçeğinden faydalanılarak maliyet fonksiyonu olarak tanımlanabilir.

$$J(V) = (\det(EE^T))^{\frac{1}{2n}} \quad (4)$$

Eş. 3, Eş. 4'te yerine yazılırsa maliyet fonksiyonu Eş. 5'te gösterildiği elde edilir.

$$J(V) = (\det(NN^T))^{\frac{1}{2n}} (\det V)^{-\frac{1}{n}} \quad (5)$$

Elde edilen bu eşitlik, Eş. 5'in sadece sistem girişlerine bağlı olduğunu göstermektedir. Dolayısıyla optimizasyon probleminin maliyet fonksiyonu Eş. 6'da verilmiştir.

$$\tilde{J}(V) = \det(V) \quad (6)$$

Eş. 6'da gözüktüğü üzere giriş matrisi V 'nin determinantının maksimizasyonu halini alır. Uygulamada karşılaşılabilecek eyleyici

doyum limitleri de göz önünde bulundurulursa, sistem girişlerini oluşturan V matrisinin elemanları v_{ij} , $i, j = 1, \dots, n$ için bir üst sınır belirlemek gerekmektedir. v_m parametresi eyleyici doyum sınırı olarak tanımlanırsa, optimizasyon problemi Eş. 7'de verilen hali alır.

$$\begin{aligned} \max \tilde{J}(V) \\ \text{s.t. } |v_{ij}| \leq v_m \end{aligned} \quad (7)$$

Verilen kısıtlar altında maksimum determinant problemini sağlayan çözüm Brenner vd. [13], çalışmasında Hadamard matrisi (H_n) olarak verilmiştir. Böylelikle Eş. 6 ve Eş. 7'de verilen optimizasyon probleminin çözümü $V = v_m H_n$ olarak bulunur [9].

$$\bar{D} = [D \ 0], \bar{C} = [C \ C_2], \bar{N} = [N \ N_2] \quad (8)$$

Hadamard matrisi, 1 ve -1'lerden oluşan, satır ve sütunları birbirine dik bir matristir. Hadamard matrisinin var olabilmesi için matrisin boyutu ikinin kuvvetleri olmalıdır. Ancak birçok DM modelinin eyleyici sayıları bu şartı sağlamayabilir. Örneğin bu çalışmada kullanılan BMC140 model ayna 140 adet eyleyiciden oluşmaktadır. Bu durumda Hadamard matrisinin boyutu, bu sayıya en yakın ikinin kuvveti (\bar{n}) seçilerek oluşturulmaktadır. Bu kabul doğrultusunda sistem modeli Eş. 1'i oluşturan C , D ve N matrisleri Eş. 8'de gösterildiği gibi $0, N_2, C_2 \in \mathbb{R}^{m \times (\bar{n}-n)}$ olarak güncellenir. Dolayısıyla, sistem modelini çıkarmada kullanılacak olan tahrik paternleri $\bar{n} \times \bar{n}$ boyutlu Hadamard matrisinin kolonları olup, hata kovaryans matrisini minimum kılmaktadır.

4. Deneysel Sonuçları (Experimental Results)

Bu bölümde Boston Micromachines firması tarafından üretilmiş 140 eyleyiciye sahip DM ile Shack-Hartmann WFS arasındaki matematiksel modelin kestirim sonuçları verilecektir. Elektrostatik eyleyicilerden oluşan bu deforme edilebilir ayna Şekil 2'de DM2 olarak gösterilmiştir. 140 eyleyiciye sahip DM2'nin aktif alanı $4.4 \times 4.4 \text{ mm}$ ve her bir eyleyici arasındaki mesafe $400 \mu\text{m}$ dir. Sonuç olarak sistemin 140 girişi bulunmaktadır. Uygulanılan gerilime karşı deforme edilebilir aynaların tepkisi doğrudan ölçülememektedir. Bunun yanında dalga cephesinin fazı optik frekanslarda herhangi bir madde ile doğrudan etkileşime girmediği için bunun da doğrudan ölçülmesi mümkün değildir. Dolayısıyla sistemin çıkışını gözlemlemek için bazı yardımcı algılayıcılara ihtiyaç duyulmaktadır. Bu çalışmada DM'ye uygulanan giriş sinyallerinin dalga cephesi üzerindeki etkilerini Shack-Hartmann WFS üzerinden tayin edilmiştir.

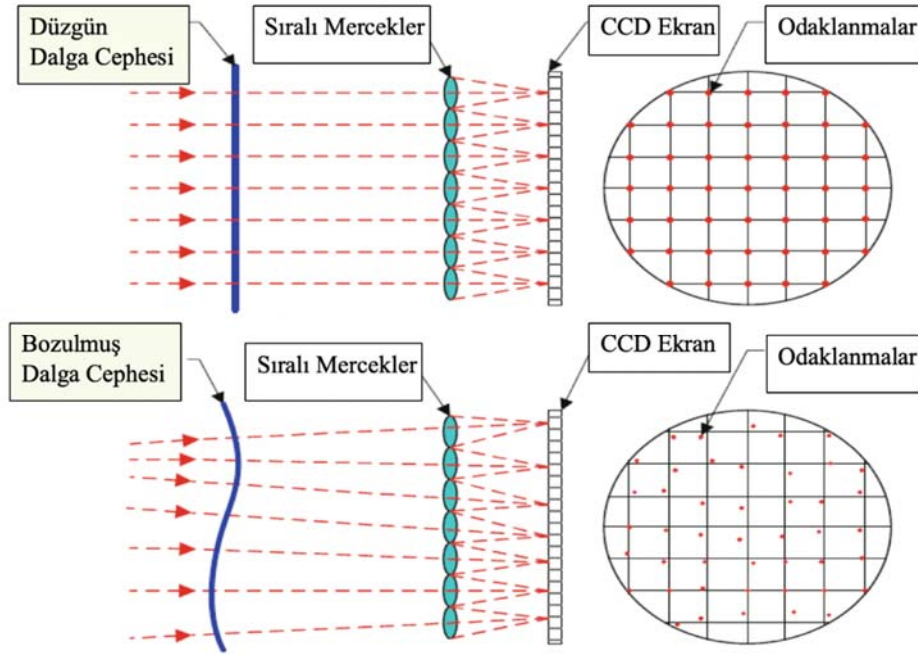
Literatürde pek çok WFS olmakla birlikte Shack-Hartmann algılayıcıları AO sistemlerde en çok tercih edilenlerdir [14]. SH algılayıcısının temel çalışma kurgusu Şekil 3'te gösterilmiştir. Algılayıcının ön yüzeyi küçük boyutlu ve sıralı monolitik merceklerden oluşmaktadır. Her bir mercek yerel olarak kendi üzerine düşen ışık demetini algılayıcının arka kısmında bulunan CCD algılayıcılardan oluşan yüzeye odaklar. Bu mercekler üzerlerine düşen ışık demetinin dalga yüzeyindeki bozulmasına bağlı olarak ışık demetini farklı bir noktada odaklar. Bu odaklanma noktalarının referans noktalara göre olan konumları kullanılarak ışığın dalga cephesindeki bozulma ölçülebilir [15]. Kartezyen koordinat düzleminde ölçülen eğim bilgisi dalga cephesindeki değişim hakkında bilgi vermektedir. $W(x, y)$ Kartezyen koordinatlarda tanımlı dalga cephesi şekli olsun, bu fonksiyonun x ve y göre kısmi türevleri WFS üzerindeki her bir spot üzerine düşen lazer ışın demetinin yer değiştirmesiyle elde edilmektedir.

$$\frac{\partial}{\partial x} W(x, y) = \frac{\delta x}{f_{ML}}, \frac{\partial}{\partial y} W(x, y) = \frac{\delta y}{f_{ML}} \quad (9)$$

Eş. 9'da gösterildiği gibi, δx ve δy spot üzerindeki değişimler, f_{ML} ise monolitik merceklerin odak uzaklığıdır. δx ve δy ölçümleri alındıktan sonra, çift katlı bir integrasyon kullanılarak dalga cephesi şekli elde edilir. Optik deney setinden WFS olarak ThorLabs firmasından satın alınan WFS20-5C modeli tercih edilmiştir. ThorLabs firmasından temin edilen bilgi formundan alınan Tablo 1'de de gösterildiği gibi bu WFS 3 farklı çözünürlük sunmakta ve bu çözünürlüklere göre de görüntü işleme frekansı ve spot sayısı değişmektedir. Bizim çalışmamızda, WFS 768x768 çözünürlüğe ayarlanmış, dolayısıyla maksimum spot $23 \times 23 = 529$ olmaktadır.

Deney setimizde kullandığımız deforme edilebilir aynada eyleyici sayısı 140 adettir. Bu aynanın eyleyici dizilimi Şekil 4'te gösterilmiştir. DM yüzeyinin en dış tarafında bulunan eyleyiciler ilerde kontrol aşamasında kullanılmayacaktır. Zaten literatürde de bu yaklaşım genel kabul olarak karşılanmaktadır. Dolayısıyla bunları da çıkardığımızda 10×10 'luk bir dizilimin kullanılması varsayımı altında, toplam eyleyici sayısı 100 adet olacaktır. Günümüz teknolojisinde WFS'ler Fried geometrisinde bulunan gereksinimleri sağlayacak minimum mercek sayısının çok ötesindedir. Bunun yanında deney setimizde kullandığımız WFS20-5C, 47×35 toplamda maksimum mercek sayısı 1645 adettir. Çalışmamızda $23 \times 23 = 529$ adet mercek kullanılmıştır, DM2'de bulunan eyleyici sayısını da düşündüğümüzde, kullanılan mercek sayısı Fried geometrisine göre uygun olmaktadır [16-17]. Bu çalışmanın amacı DM2 ile WFS2

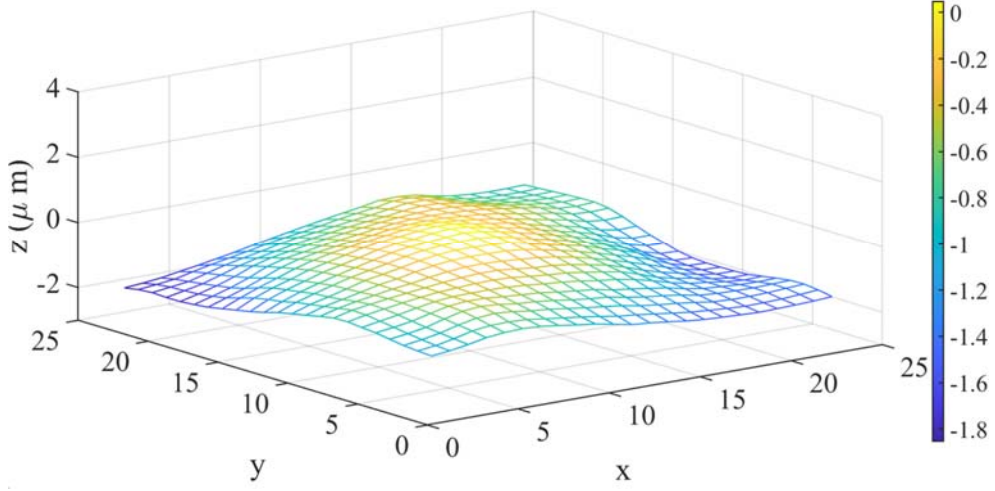
arasındaki ilişkinin çıkarılması üzerinedir. Sistem modelini çıkarmada ilk ve en önemli aşama sisteme uygulanacak giriş sinyallerinin belirlenmesidir. Burada amaç, uygulanacak girişler ile sistemin karakteristik özelliklerine ulaşmak olmalıdır. DM2 gibi büyük ölçekli ve hassas sistemlerde model çıkarmak için uygulanacak uygun giriş sinyali seçimi daha da önem arz etmektedir. Bu çalışmamızda giriş sinyali olarak literatürde deforme edilebilir aynaları modellemek için kullanılan Hadamard tahrik şablonlarından yararlanılmıştır. Bunun yanında giriş olarak Zernike modlarından da yararlanılmıştır. Birim yüzeyde tanımlanan Zernike polinomları atmosferik türbülansı modellemek için literatürde sıklıkla kullanılmaktadır [12]. Fourier serilerine benzer şekilde sonsuz sayıda Zernike polinomunun belirli katsayılarla toplanması sonucu tüm atmosferik türbülans bozulmaları modellenilebilir. Ancak Zernike polinomlarının derecesi arttıkça atmosfer içerisinde bulunma frekansları azalır. Bundan dolayı türbülans modellemede ağırlığı daha çok olan Defocus, birincil X-Astigmatizm ve birincil Y-Astigmatizm modlarına başvurulmuştur. Sistem modelini kestirmek için Hadamard ile beraber bu modlarla elde edilen girişler DM2'ye uygulanmıştır. Böylece iki farklı eğitim setiyle, iki farklı sistem modeli (Model1-Hadamard, Model2-Hadamard+Zernike) çıkarılmıştır. Bunlara ek olarak [12] çalışmasında DM modellemek için başvuru tahrik şablonlarıyla üçüncü bir model çıkarılmıştır. [12] numaralı referansta kullanılan deneyler, Şekil 4'te gösterilen eyleyici dizilimine sahip DM2 deforme edilebilir aynaya aşağıdaki sırayla uygulanmıştır;



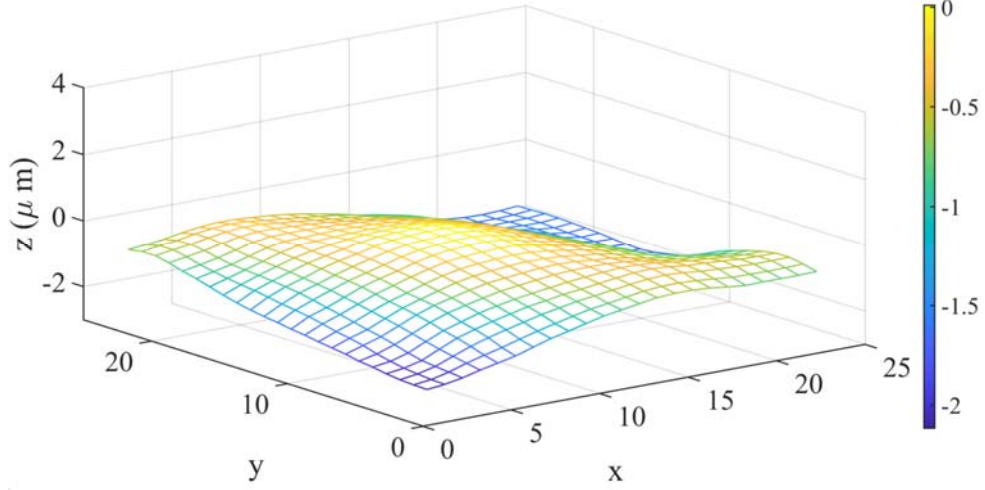
Şekil 3. Shack-Hartmann algılayıcısı temel çalışma yapısı (Shack-Hartmann wavefront sensor working principle)

Tablo 1. WFS20-5C için Çözünürlük, Hız ve Spot Sayısı. (Resolution, Speed and Number of Spots of WFS20-5C)

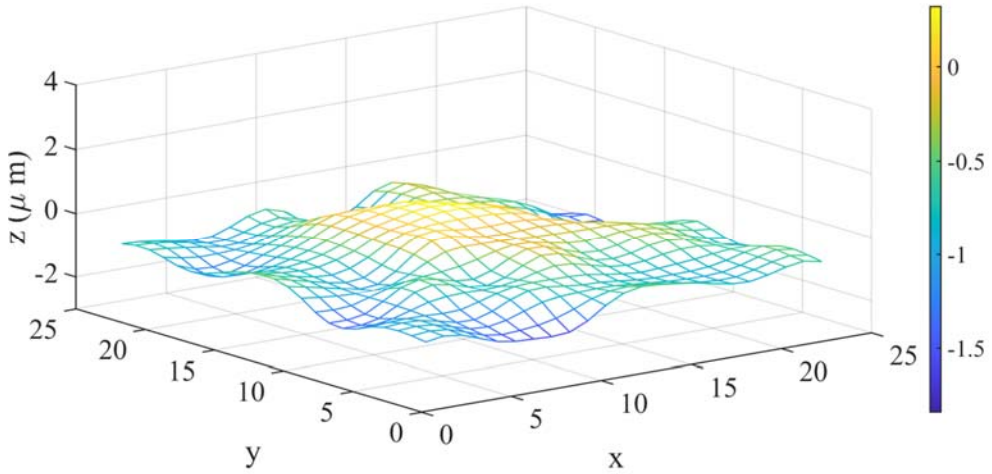
Çözünürlük	Spot Sayısı	Toplam Spot Sayısı	Görüntü Boyutu (mm)	Hız (fps)		
				Normal Mod	Normal Mode, (bin2)	Yüksek Hız Modu
1440x1080	47x35	1645	7.2x5.4	23	58	150
1080x1080	35x35	1225	5.4x5.4	29	69	166
768x768	23x23	529	3.84x3.84	50	144	350
512x512	15x15	225	2.56x2.56	79	320	710
360x360	11x11	121	1.80x1.80	116	630	880



Şekil 6. Birincil X-Astigmatizm modunun ağırlıklandırılmasına karşılık gelen giriş sinyali altında WFS'den elde edilen yüzey şekli
(Wavefront surface measured via WFS under input signal weighted with primary X-Astigmatism mode)



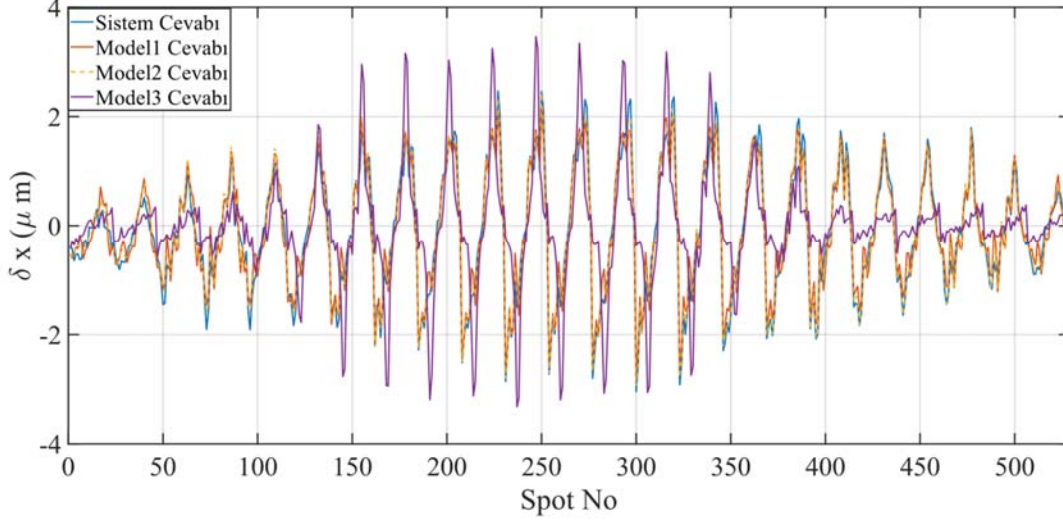
Şekil 7. Birincil Y-Astigmatizm modunun ağırlıklandırılmasına karşılık gelen giriş sinyali altında WFS'den elde edilen yüzey şekli.
(Wavefront surface measured via WFS under input signal weighted with primary Y-Astigmatism mode.)



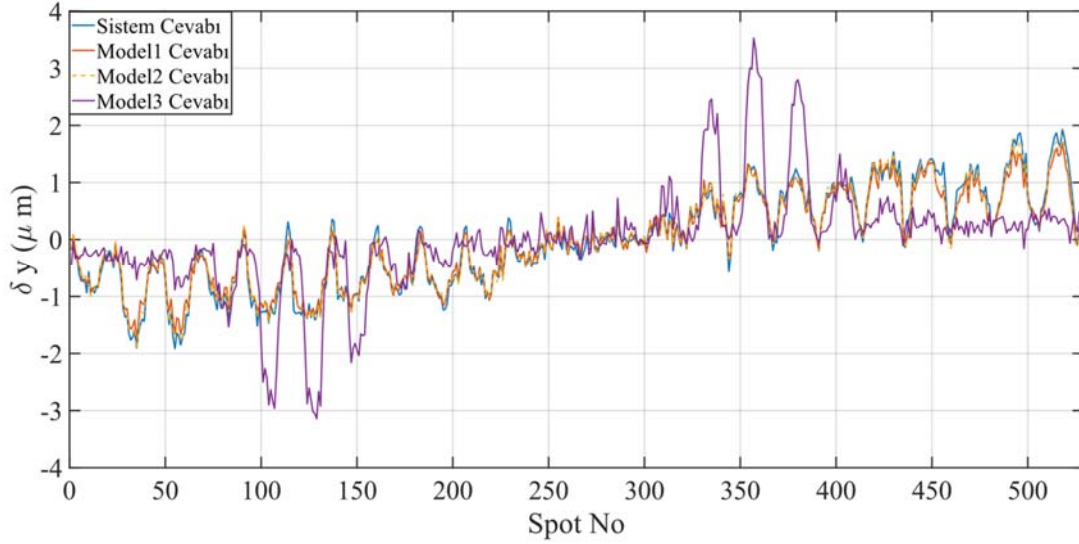
Şekil 8. Rastgele 10 adet Hadamard tahik şablonu kombinasyonu oluşturulan giriş sinyali altında WFS'den elde edilen yüzey şekli.
(Wavefront surface measured via WFS under input signal weighted with summation of random 10 Hadamard modes.)

Tablo 2. Benzetim Sonuçları (%) (Validation Results (%))

Eğitim Verisi	Faz 1		Faz 2		Faz 3		Faz 4	
	δx	δy	δx	δy	δx	δy	δx	δy
Model1	94,69	97,45	84,01	93,19	88,14	90,75	93,01	94,37
Model2	97,60	98,70	96,24	96,96	93,40	92,81	93,45	94,57
Model3	32,50	28,72	42,29	42,38	42,35	20,01	16,50	19,72



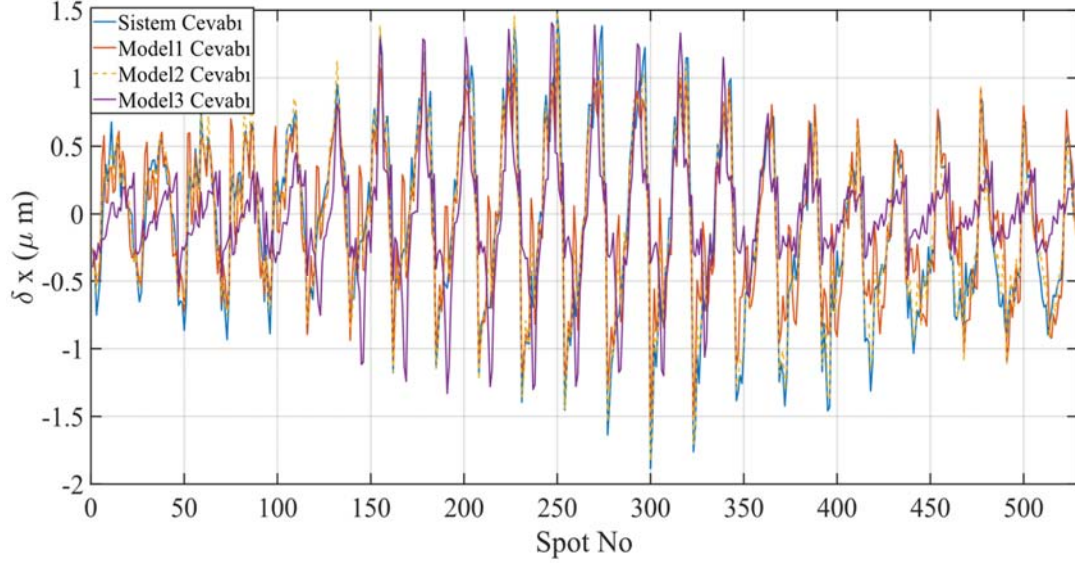
Şekil 9. Focus modunun ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden x-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim
(x-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with Focus mode)



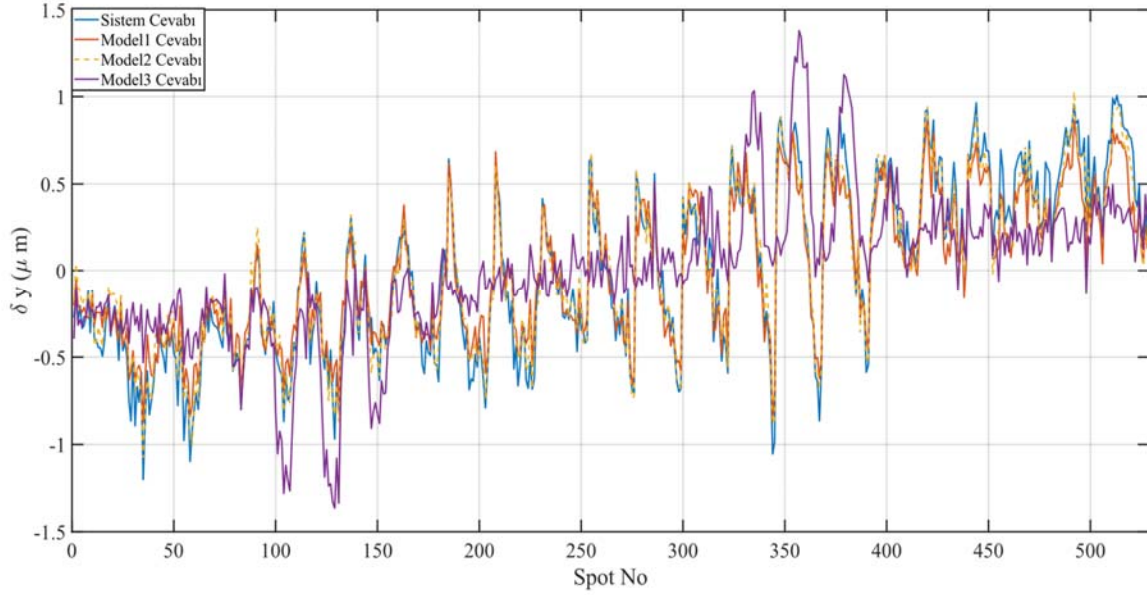
Şekil 10. Focus modunun ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden y-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim
(y-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with Focus mode)

Her bir faz için kullanılan giriş sinyali, kestirilen etki matrisine uygulanmasıyla elde edilen çıkışlar ve WFS'den alınan çıkışlar arasındaki benzerlik ortalama karesel hata fonksiyonu (Eş. 10) anlamında incelenmiştir. Bu sonuçlar Tablo 2'de verilmiştir. Benzerlik oranlarının yüzdeleri incelendiğinde, Hadamard şablonuyla oluşturulan Model1 ve Hadamard+Zernike şablonuyla oluşturulan Model2'nin, Model3'e göre başarısı açıkça görülmektedir. Bu durumun başlıca sebeplerinden bir tanesi, Model1 ve Model2'nin elde

edilmesinde kullanılan tahrik şablonlarının [12] çalışmasındaki şablonlardan çok daha geniş bir giriş kümesine sahip olmasıdır. Bir diğer önemli sebep ise Hadamard şablonunun doğrusal bağımsız giriş vektörlerinden oluşmasıdır. Hadamard şablonunun sahip olduğu bu özellik, etki matrisinin kestirimi \hat{D} 'yi oluşturma sürecinde eyleyici bağlaşımlarından daha az etkilenip, nümerik anlamda çok daha etkili modeller elde edilmesine olanak tanımaktadır. Model1 ve Model2 arasındaki farklar incelendiğinde, ilgilenilen Zernike modlarıyla



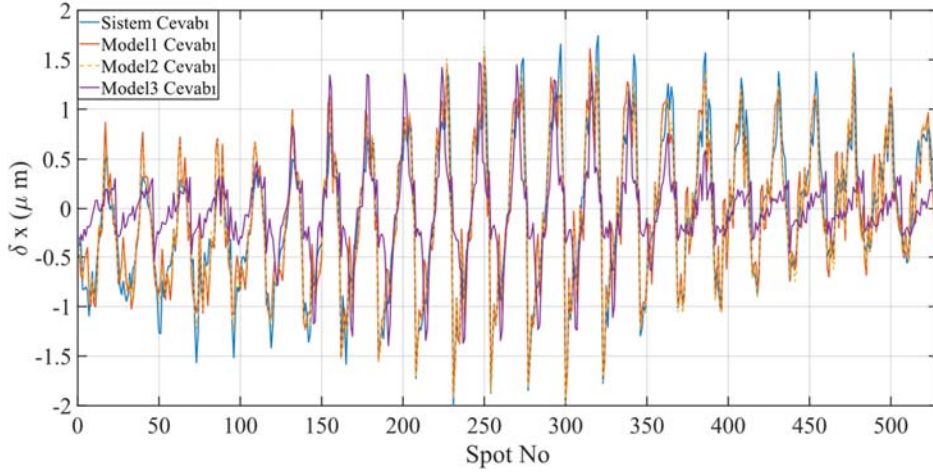
Şekil 11. Birincil X-Astigmatizm modunun ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden x-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim (x-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with primary X-Astigmatism mode)



Şekil 12. Birincil X-Astigmatizm ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden y-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim (y-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with primary X-Astigmatism mode)

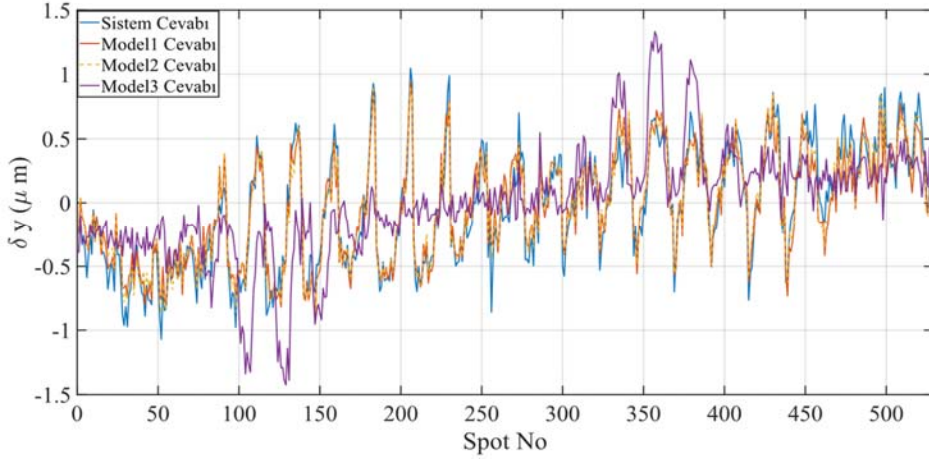
(Birincil X-Astigmatizm, Birincil Y-Astigmatizm ve Defocus) genişletilmiş Hadamard tahrik şablonunun özellikle Faz 1, Faz 2 ve Faz 3 deneylerinde kayda değer bir iyileştirme sağladığı Tablo 2'den net olarak görülmektedir. Faz 4 deney sonuçlarına bakıldığında ise diğer deneylere nazaran daha ufak bir iyileştirme sağlandığı görülmektedir. Bu durumun sebebi, Faz 4'ü oluşturan deneyin, Model1 ve Model2'yi elde etmekte kullanılan tahrik şablonlarının kesişimi olan Hadamard şablonlarından seçilen girişlerden oluşmasıdır. Dolayısıyla, Model1 ve Model2'nin ortak çalışma uzayını örten girişlerle test edilmesi böyle bir sonucun doğmasını sağlamıştır.

Çalışmamızda, WFS 768x768 çözünürlüğe ayarlanmış, dolayısıyla maksimum spot $23 \times 23 = 529$ olmaktadır. Her bir faz aşamasında WFS'ye ait spot üzerinde iki eksende δx ve δy için hesaplanan değişimler, Model1, Model2 ve Model3'le karşılaştırılması Şekil 9-Şekil 16'da verilmiştir. Yine bu şekillerden de görülebileceği gibi Model1 ve Model2 başarısı net şekilde gözükmemektedir. Gerçek sistemden elde edilen sonuçların, kestirilen bu iki modelden elde edilenler ile kullanılan hata fonksiyonu hakkında %90'ın üzerinde örtüşmenin gerçekleşmesi, sistem için kabul edilebilir uygun modelin elde edildiğine işaret eder. Ayrıca bu Şekil 9-Şekil 16'da elde edilen sonuçlar da bunu desteklemektedir.



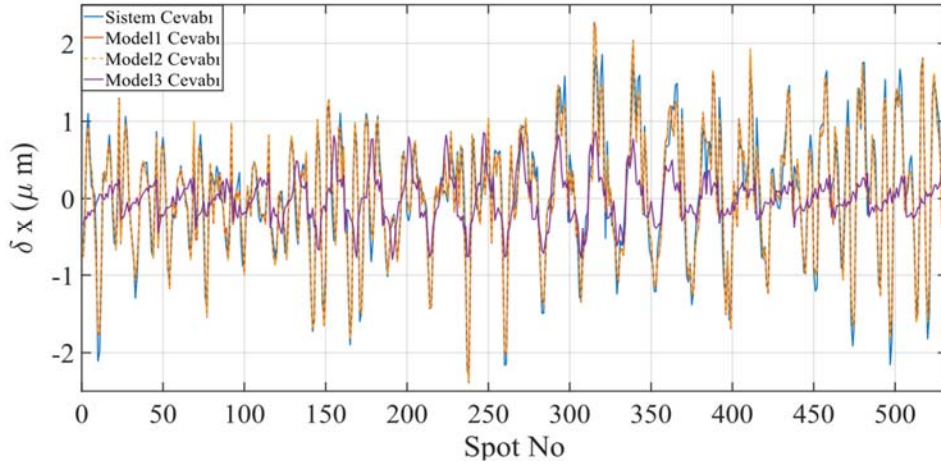
Şekil 13. Birincil Y-Astigmatizm ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden x-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim.

(x-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with primary Y-Astigmatism mode)



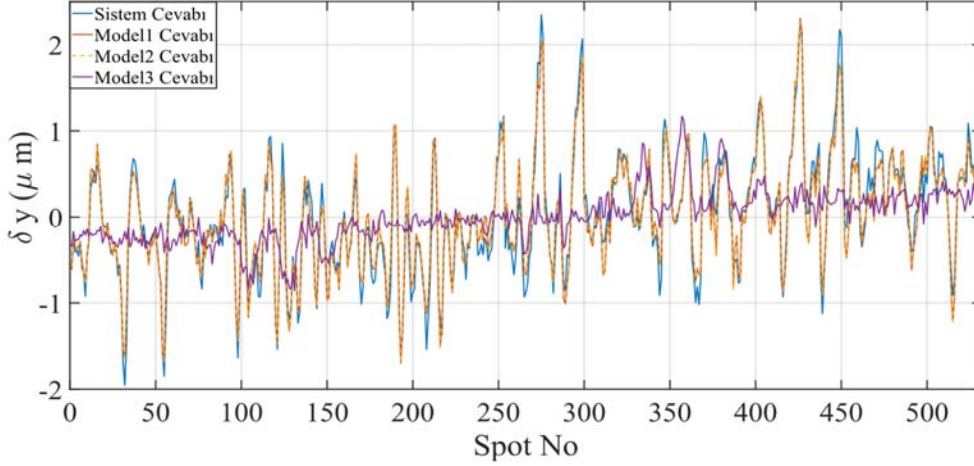
Şekil 14. Birincil Y-Astigmatizm modunun ağırlıklandırmasına karşılık gelen giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden y-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim

(y-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with primary Y-Astigmatism mode)



Şekil 15. Rastgele 10 adet Hadamard tahik şablonu kombinasyonu ile oluşturulan giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden x-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim.

(x-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with the summation of random 10 Hadamard modes)



Şekil 16. Rastgele 10 adet Hadamard tahik şablonu kombinasyonu ile oluşturulan giriş sinyali altında gerçek sistem ile kestirilen modellerden y-eksenindeki her bir spotta elde edilen değişim
(y-axis deviation of the real system and the identified model under input signal weighted with the summation of random 10 Hadamard modes)

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, Şekil 2'deki uyarlamalı optik sistem içerisinde yer alan Boston Micromachines tarafından geliştirilmiş 140 eyleyici deforme edilebilir aynanın sistem tanıma yöntemiyle modellenmesi amaçlanmıştır. Yüksek temsil kabiliyetine sahip bir model elde etmek için literatürde önerilen giriş kümeleri incelenmiş ve Hadamard tahrik şablonunun Zernike modlarını üretecek girişlerle genişletilmiş bir giriş kümesi önerilmiştir. Bu giriş kümesinin başarısı, literatürdeki diğer yaklaşımlarla deney düzeneği üzerinde karşılaştırılarak ortalama karesel hata metriği anlamında gösterilmiştir. Şekil 9-Şekil 16 ile Tablo 2'de sunulan deneysel sonuçlar, önerilen giriş kümesiyle elde edilen modelin, ilgili metrik çerçevesinde deney düzeneğinden elde edilen örneklerle %90'nın üzerinde örtüşüğünü göstermiştir. Gelecekteki çalışmalarda, önerilen giriş kümesiyle elde edilen model için kontrol tasarımına giderek, uyarlamalı optik sistemin optik bozulmaların düzeltilmesindeki kapalı çevrim performansı incelenecektir.

Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışma, TÜBİTAK 1001 Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projelerini Destekleme Programı kapsamında 118E224 numaralı proje ile desteklenmiş olup, yazarlar bu destek için TÜBİTAK'a teşekkür eder.

Kaynaklar (References)

1. Kolmogorov A. N., Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence, Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences, 434 (1890), 15–17, 1991.
2. Noll R. J., Zernike polynomials and atmospheric turbulence, JOsA, 66 (3), 207–211, 1976.
3. Baudouin L., Prieur C., Guignard F., Arzelier D., Control of adaptive optics system: an H_∞ approach., IFAC Proceedings Volumes, 41 (2), 13408–13413, 2008.
4. Subaşı, Ö., Erol, B., Altın, B., Turan, H., Bacı, N., H_∞ controller design for the mitigation of atmospheric effects on the laser beam pointing. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 43 (8), 1786-1801, 2021.
5. Hu L., Hu S., Gong W., Si K., Learning-based shack-hartmann wavefront sensor for high-order aberration detection, Optics express, 27 (23), 33504–33517, 2019.
6. Akyol, E., Hagag, A. M., Sivaprasad, S., Lotery, A. J., Adaptive optics: principles and applications in ophthalmology. Eye, 35 (1), 244-264, 2021.
7. Andersen, T., Owner-Petersen, M., & Enmark, A. (2020). Image-based wavefront sensing for astronomy using neural networks. Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 6 (3), 034002-034002.
8. Kasper, M., Looze, D. P., Hippler, S., Herbst, T., Glindemann, A., Ott, T., Wirth, A., ALFA: adaptive optics for the calar alto observatory optics, control systems, and performance. Experimental Astronomy, 10 (1), 49-73, 2000.
9. Kasper, M., Fedrigo, E., Looze, D. P., Bonnet, H., Ivanescu, L., Oberti, S., Fast calibration of high-order adaptive optics systems. JOSA A, 21 (6), 1004-1008, 2004.
10. Meimon, S., Petit, C., Fusco, T., Optimized calibration strategy for high order adaptive optics systems in closed-loop: the slope-oriented Hadamard actuation. Optics express, 23 (21), 27134-27144, 2015.
11. Guo, Y., Rao, C., Bao, H., Zhang, A., Zhang, X., Wei, K., Multichannel-Hadamard calibration of high-order adaptive optics systems. Optics express, 22 (11), 13792-13803, 2014.
12. Vogel, C., Tyler, G., Lu, Y., Bifano, T., Conan, R., Blain, C., Modeling and parameter estimation for point-actuated continuous-facesheet deformable mirrors. JOSA A, 27 (11), A56-A63, 2010.
13. Brenner, J., Cummings, L., The Hadamard maximum determinant problem. The American Mathematical Monthly, 79 (6), 626-630, 1972.
14. Kulcsár, C., Raynaud, H. F., Petit, C., Conan, J. M., Minimum variance prediction and control for adaptive optics. Automatica, 48 (9), 1939-1954, 2012.
15. Geary, J. M., Introduction to wavefront sensors, Spie Press, Washington, A.B.D., 1995.
16. Fried, D. L., Statistics of a geometric representation of wavefront distortion. JoSA, 55 (11), 1427-1435.
17. Keskin, O., Yesilyaprak, C., & Yerli, S. K., Auxiliary free space optical communication project to ensure continuous transfer of data for DAG the 4m telescope. In Advances in Optical and Mechanical Technologies for Telescopes and Instrumentation II, 9912, 2192-2199, SPIE, 2016.