



A mathematical model for the unrelated parallel machine scheduling problem with common server and process resource constraints

Özgür Şaşım^{1*}, Servet Hasgül²

¹Eskisehir Osmangazi University, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Department of Industrial Engineering, 26480 Eskisehir, Türkiye

²Eskisehir Osmangazi University, Engineering and Architecture Faculty, Department of Industrial Engineering, 26480 Eskisehir, Türkiye

Highlights:

- A new mathematical model proposal for additional resource utilization in the unrelated parallel machine scheduling problem
- Integrated modelling of additional resource use in both setup and process stages
- Metaheuristics suggestion for solving large-size problems

Keywords:

- Unrelated Parallel Machine
- Scheduling
- Additional Resource
- Resource Constraints
- Common Server

Article Info:

Research Article

Received: 07.04.2022

Accepted: 20.03.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1099034

Correspondence:

Author: Özgür Şaşım
e-mail:

ozgursastim@gmail.com.tr

phone: +90 506 237 9167

Graphical/Tabular Abstract

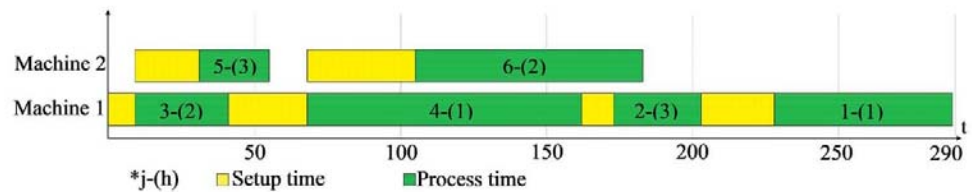


Figure A. Gantt chart for unrelated parallel machines scheduling problem with additional resources

Purpose:

The purpose of this study is to develop a mathematical model for the unrelated parallel machine with additional resources in the setup and process stage and also present an efficient metaheuristic algorithm to solve the problem. In the study it is aimed to define the problem and generate schedules.

Theory and Methods:

Firstly, a mixed-integer linear programming model has been addressed for the unrelated parallel machine scheduling problem with the following assumptions; jobs can be processed when additional resources are available in the process phase, machines have the ability to perform just a certain series of jobs, setup operation can be performed when the additional resource in the setup phase is available and job setup times are machine and sequence-dependent (Figure A). Then, due to the complexity of the addressed problem, Random Descent Search (RS) algorithm and Simulated Annealing (SA) are proposed to solve large-scale problems. In order to evaluate the performance of the proposed solution methods, various test problems with different sizes are generated randomly. Finally, the results are compared.

Results:

To evaluate the efficiency of the applied RS and SA algorithm, 285 test problems are generated randomly and classified into three categories as small, medium and large size problems. According to the obtained results, 22 problems out of 285 are solved with the mathematical model, and the optimum solution is obtained. For 285 test problems, the feasible solution obtained from the mathematical model is compared with the RS and SA algorithm results. According to the comparison results, it is seen that the proposed SA algorithm achieves better results and solution quality in a reasonable time.

Conclusion:

In most studies that have addressed the parallel machine scheduling problem so far, it is assumed that the machines are to be a source. But it is not valid in many practical situations. Therefore, it is important to formulate the scheduling of jobs considering the additional resource restrictions. In this study it is aimed to consider additional resources in both setup and process stages to close this gap in the literature. In addition to solving the problem, the suggested SA algorithm has shown superior performance. The problem's mathematical model and solution methods are important acquisitions for both the literature and the production processes.



Ortak sunuculu ve proses kaynak kısıtlı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi için bir matematiksel model

Özgür Şaştım^{1*}, Servet Hasgül²

¹Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalı, 26480, Eskişehir, Türkiye

²Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 26480, Eskişehir, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- İlişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde ilave kaynak kullanımı için yeni bir matematiksel model önerisi
- Hem hazırlık hem de proses aşamasında ilave kaynak kullanımının bütünleşik modellenmesi
- Büyük boyutlu problemlerin çözümü için metasezgisel önerisi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 07.04.2022

Kabul: 20.03.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1099034

Anahtar Kelimeler:

İlişkisiz paralel makine,
çizelgeleme,
ilave kaynak,
kaynak kısıtları,
ortak sunucu

ÖZ

İlişkisiz paralel makinelerin ilave kaynaklar ile birlikte çizelgenmesi için bütünleşik bir problem bu çalışmada ele alınmıştır. Üretim ortamında kullanılan makine veya tezgâh gibi kaynaklarla birlikte ilave kaynakların da kullanımı söz konusudur. İlave kaynakların kullanımı hem hazırlık hem de proses aşamasında olabilir. Hazırlık aşamasında ilave kaynak olarak ortak sunucunun kullanımıyla, ortak sunuculu makine çizelgeleme problemi ortaya çıkmaktadır. Proses aşamasında ilave kaynak kullanımıyla ise, kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemi oluşmaktadır. Bu iki ayrı problem bütünleştirilerek, tek bir problem olarak tanımlanmış ve matematiksel model geliştirilmiştir. Problemin karmaşık yapısından dolayı büyük boyutlu problemlerin çözümü için metasezgisel yöntemler önerilmiştir. Önerilen yöntemler, rassal türetilen problemlerde test edilmiştir. Hesaplama sonuçları, küçük boyutlu problemlerde matematiksel modelin, orta ve büyük boyutlu problemlerde tavlama benzetimi algoritmasının daha başarılı sonuçlar elde ettiğini göstermiştir.

A mathematical model for the unrelated parallel machine scheduling problem with common server and process resource constraints

H I G H L I G H T S

- A new mathematical model proposal for additional resource utilization in the unrelated parallel machine scheduling problem
- Integrated modelling of additional resource use in both setup and process stages
- Metaheuristics suggestion for solving large-size problems

Article Info

Research Article

Received: 07.04.2022

Accepted: 20.03.2023

DOI:

10.17341/gazimmfd.1099034

Keywords:

Unrelated parallel machine,
scheduling,
additional resource,
resource constraints,
common server

ABSTRACT

An integrated problem for unrelated parallel machine scheduling with additional resources is considered in this study. In addition to resources such as machines or workbenches used in the production environment, there is also the use of additional resources. Additional resources can be used both in the setup and process stage. With the use of a common server as an additional resource in the setup stage, machine scheduling problem with common server arises. With the use of additional resources in the process phase, resource-constrained machine scheduling problem occurs. By integrating these two separate problems, a single problem is defined, and a mathematical model is developed. Due to the complexity of the problem, metaheuristic methods are proposed for solving large-scale problems. The proposed methods are tested in randomly derived problems. The computation results show that the mathematical model for small-sized problems and simulation annealing algorithm for medium and large-sized problems achieved better results

1. Giriş (Introduction)

Üretim sistemlerinin karmaşıklığı, ürün çeşitliliği, müşteri talepleri, esneklik ve verimlilik koşulları, işletmelerin karar alma süreçlerini zorlaştırmaktadır. Üretim verimli, sürdürülebilir, esnek ve gerçekçi olarak yönetilmesi, kaynakların etkin kullanılması gerekmektedir. Üretim ortamında sınırlı olan kaynaklar makine, tezgah, işgücü, donanım, alet vb. olmaktadır. Bu çalışmada, hazırlık ve proses aşamalarında ilave kaynak kullanımının olduğu, makine ve sıra bağımlı hazırlık zamanı ile makine uygunluk kısıtlarını dikkate alan ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi araştırılmıştır. Yayılma zamanının (en büyük tamamlanma zamanı/makespan) en küçüklenmesi amaçlanmıştır. Hem hazırlık hem de proses aşamasında ilave kaynakların kullanımı söz konusudur. Klasik üretim çizelgeleme problemlerinde, üretim ortamında kaynak olarak makineler dikkate alınmaktadır [1]. Çizelgeleme problemlerinde sadece makinelerin kaynak olarak yer alması üretim ortamını gerçekçi olarak yansıtamamakta, mevcut olan ilave kaynakların da eşzamanlı şekilde ele alınmasını gerektirmektedir.

Üretim ortamında bulunan ilave kaynaklar fiyatsız, kalıp, işgücü, robot, AGV (otomatik yönlendirmeli araç) vb. sayılabilir. Bu ilave kaynaklar üretimde çeşitli aşamalarda kullanılmaktadır. Hazırlık, proses, yükleme, indirme-boşaltma, taşıma aşamaları ilave kaynaklarla gerçekleştirilmektedir. Hazırlık aşamasında yükleme, indirme, taşıma ve hazırlık işlemleri operatör, robot ve AGV tarafından yapılmaktadır. Hazırlık aşamasında, ilave kaynak olarak ortak sunucu kullanılabilir. Ortak sunucu operatör, endüstriyel robot ve AGV olabilmektedir. Maliyet, fiziksel alan sınırlamaları ve üretim sürecini basitleştirme ihtiyacı üretim ortamında hazırlık aşamasında ilave kaynak olan ortak sunucu kullanılmasını gerekli kılmaktadır. Hazırlık işlemi sırasında ortak sunucunun kullanıldığı çizelgeleme problemleri, ortak sunuculu makine çizelgeleme problemi olarak tanımlanmaktadır [2]. Hazırlık aşamasındaki işlemler, ortak bir sunucunun kullanılmasıyla ilgili bir çizelgeleme problemi de ortaya çıkarmaktadır. Ortak kaynak kullanan işlerin bulunması, çizelgelerin oluşturulmasını zorlaştırmaktadır. Kaynak sayısı bir adet ile sınırlı olduğunda işlerin beklemesine neden olmaktadır [3]. Proses aşamasında ise fiyatsız, kalıp, palet, işgücü, endüstriyel robot ilave kaynak olarak kullanılmaktadır. İşlerin işlem görebilmesi için proses aşamasında, proses ilave kaynakların kullanıma hazır olması gerekmektedir. Bu durum proses ilave kaynaklarının işlerle eşzamanlı çizelgenmesini gerektirmektedir. Proses süresince makine dışındaki kaynaklarında gerektiği ve bu kaynakların işlem süresine etki etmediği problemler kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemi olarak tanımlanmaktadır [4]. İlave kaynak kullanımını içeren problem modellerinin gerçek hayat problemlerine daha yakın olduğu belirtilmektedir [5]. Proses aşamasında ilave kaynak kullanımı, bu ilave kaynakların da kısıtlar dikkate alınarak çizelgenmesini gerektirmektedir. Plastik enjeksiyon makinelerinde kalıpların bağlanarak üretim yapıldığı, kalıpların hazırlık aşamasında kreyn ile makinelere taşındığı gerçek bir problemi, Bektur ve Saraç [6] araştırmışlardır. Proses sırasında ilave kaynak olarak operatörlerin kullanıldığı plastik enjeksiyon makinelerinin yer aldığı bir problem de incelenmiştir [7]. İlave kaynak kullanımının söz konusu olduğu paralel makineler tekstil, plastik, metal, elektronik, seramik, gıda, iletişim, gemi imalatı gibi birçok üretim alanında görülmektedir. İşlerin paralel makinelerde ilave kaynak kullanımıyla çizelgenmesini gerektiren, araç şasisi imalat fabrikasında gerçek bir problemden motive olunmuştur. Ele alınan problem, iki ayrı problem olarak literatürde yer alan hazırlık aşamasında ilave kaynak içeren ortak sunuculu makine çizelgeleme problemi ile proses aşamasında ilave kaynak kullanımı içeren proses kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemini, farklı aşamada farklı tür ilave kaynak kullanımını içeren tek bir problem olarak bütünleştirmiştir.

Kaynakların işlere belirli zaman periyodu boyunca tahsis edildiği makine çizelgeleme problemleri üretim ortamına, kısıtlara ve amaçlara göre çeşitlilik göstermektedir. Aynı işin birden fazla sayıda makinede işlem görebildiği durumda makineler, paralel makine olarak tanımlanmaktadır. Pratikte farklı paralel makine çizelgeleme uygulamaları görülebilir [8]. Teknik özellikler, kullanım ömrü vb. birtakım özelliklerden dolayı aynı iş için farklı sürelerde işlem gerçekleştirilebilir. İşler her bir paralel makinede farklı proses zamanlarında işlem gördüğünde ise bu makineler, ilişkisiz paralel makine olarak adlandırılmaktadır. Graham vd. [9] ve Blazewicz vd. [4] tarafından tanımlanan standart üç alanlı gösterime göre ele alınan problem $R, S_1 | res \cdot 11, M_j, s_{ijk} | C_{enb}$ şeklinde gösterilmektedir. R ilişkisiz paralel makineleri, S_1 ortak sunucu olarak kullanılan hazırlık aşamasındaki ilave kaynağı, $res \cdot 11$ proses aşamasında kullanılan ilave kaynağı, M_j makine uygunluk kısıtlarını, s_{ijk} makine ve sıra bağımlı hazırlık zamanını ve C_{enb} yayılma zamanını göstermektedir.

Problem NP-zor yapıdadır, çünkü iki özdeş paralel makineye sahip en basit versiyon için bile NP-zordur [10]. Ayrıca Garey ve Johnson [11], sadece tek bir ilave kaynakla (proses) dahi özdeş paralel makine çizelgeleme probleminin NP-tam olduğunu ortaya koymuştur. Blazewicz vd. [4], kaynak kısıtlı çizelgeleme problemlerinin karmaşıklığının bir sınıflandırmasını yapmış, $P3 | res \cdot 11, p_j = 1 | C_{max}$ ile $Q2 | res \cdot 11, p_j = 1 | C_{max}$ problemlerinin NP-zor yapıda olduğunu ortaya koymuştur. Abdekhodae ve Wirth [12] ise, ilave kaynak olarak hazırlık aşamasında bir ortak sunucunun kullanıldığı iki makineli özdeş paralel makine çizelgeleme probleminin güçlü şekilde NP-zor olduğunu ortaya koymuştur. Dolayısıyla bu problemi çözmek klasik ilişkisiz paralel makine problemini çözmekten çok daha zordur. Ele alınan problem, hazırlık aşamasında ve proses aşamasında ilave kaynak kullanımı içeren makine çizelgeleme problemini tek bir problem olarak bütünleştirmiştir. Klasik ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi sadece tek atama problemidir ve işlerin sırası yayılma zamanını etkilememektedir. Bu problemin çözümü sadece işlerin makinelere atanmasını değil, işlerin makinelere atanması ve sıralanmasını belirlemektedir. Aynı zamanda ilave kaynaklarında mevcut miktardan daha fazla kullanılmayacak şekilde tüm kaynak kısıtlarının sağlanarak ilave kaynakların işlere atanması ve sıralanmasını da içermektedir. Hem makine hem de ilave kaynak kullanımını çatışmasını önleyebilmek için makinelerin boşta kalma sürelerinin artması gerekmektedir.

Literatürde ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini ele alan çok sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmaların çoğunda kaynak olarak sadece makinelerin dikkate alındığı görülmektedir [1, 13, 14]. Makinelerle birlikte ilave kaynak kullanımını dikkate alan çalışmalar kısıtlı sayıda bulunmaktadır. İlave kaynak kullanımının ele alındığı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ile ilgili yapılan çalışmalardan erişilebilenler Tablo 1'de verilmiştir. İlişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde proses sırasında kullanılan ilave kaynakları dikkate alan kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemlerini inceleyen sınırlı sayıda çalışma mevcuttur. Tablo 1'den görülebileceği gibi, çalışmalarda işlem süresine etkimeyen proses aşamasındaki ilave kaynak kullanımında, kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısı değişken ve birden fazla miktarda olduğu; aynı kaynak türü sayısı ve kaynak miktarı durumunda işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olduğu; kaynak türü sayısının bir adet, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısı değişken ve birden fazla miktarda olduğu; aynı kaynak türü sayısı ve kaynak miktarı durumunda işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olduğu; kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının bir adet ve işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olduğu problemler incelenmiştir. Kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak

Tablo 1. İlave kaynak kullanımının olduğu ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ile ilgili yapılan çalışmalar
(Literature review for unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources)

Yazar	Yıl	İlave Kaynak Kullanımı	Amaç	Yöntem
Al-Harkan vd. [15]	2021	$res \dots$	C_{enb}	MHS
Bitar vd. [16]	2021	$res \cdot 11$	$\sum w_j C_j; \sum n_j \theta_j; \sum mov_{res}$	ILP
Su vd. [17]	2021	$res1 \dots$	C_{enb}	IP, GA, melez GA
Fanjul-Peyro [18]	2020	$res1 \dots$	C_{enb}	MILP, SY
Yepes-Borrero vd. [19]	2020	S	C_{enb}	MILP, GRASP
Al-Harkan ve Qamhan [20]	2019	$res \dots$	C_{enb}	MILP, melez yöntem (DKA, TB)
Bektur ve Saraç [21]	2019	S_1	$\sum w_j T_j$	MILP, TA, TB
Qamhan ve Alharkan [22]	2019	$res1 \cdot 1$	C_{enb}	MILP
Vallada vd. [23]	2019	$res1 \dots$	C_{enb}	Zenginleştirilmiş DA, zenginleştirilmiş iteratif AA
Zhu ve Tianyu [24]	2019	$res \dots 1$	$\sum w_j C_j + \sum E_{jk}$	0-1 IP, çok amaçlı AIS
Afzalirad ve Shafipour [25]	2018	$res \dots$	C_{enb}	0-1 IP, GA, melez GA
Fleszar ve Hindi [26]	2018	$res1 \dots$	C_{enb}	MILP, SY (Kısıt programlama içeren)
Villa vd. [27]	2018	$res1 \dots$	C_{enb}	SY
Fanjul-Peyro vd. [28]	2017	$res1 \dots$	C_{enb}	MILP, MSY
Manupati vd. [29]	2017	$res \cdot 11$	$\sum C_j, \sum F_j, \sum T_j, \sum Loadvar_k$	MINLP, AI-NSGA-II
Afzalirad ve Rezaeian [30]	2016	$res \dots$	C_{enb}	0-1 IP, GA, AIS
Bitar vd. [31]	2016	$res \cdot 11$	$\sum w_j C_j$	MA
Özpeynirci vd. [32]	2016	$res \dots 1$	C_{enb}	MIP, TA
Zheng ve Wang [33]	2016	$res1 \cdot 1$	C_{enb}	MILP, iki aşamalı FOA
Fanjul vd. [34]	2015	$res1 \dots$	C_{enb}	ILP, SY
Ruiz vd. [35]	2015	$res1 \dots$	C_{enb}	MILP, MSY
Kerkhove ve Vanhoucke [36]	2014	S_1	$\sum (w_j T_j + w_j L_j)$	MIP, melez metasezgisel (TB ve GA)
Lozano ve Medaglia [37]	2014	$res \dots 1$	$C_{enb}, \sum T_j$	İki aşamalı SY (MILP, GRASP)
Torabi vd. [38]	2013	$res \cdot 11$	$\sum w_j F_j + \sum w_j T_j + \sum D$	MINLP, MOPSO
Pessan ve Neron [39]	2011	S_1	$f(C_j)$	TTA, GA, MA
Zhang vd. [40]	2011	$res \dots 1$	$Throughput$	PÖ
Ruiz ve Andrés [41]	2007	S_1	$\sum \alpha R_{ijk} + \sum \beta C_{ij}$	MIP, SY
Chen [42]	2006	$res \dots 1$	T_{enb}	SY
Chen ve Wu [43]	2006	$res \dots 1$	$\sum T_j$	SY
Chen [44]	2005	$res \dots 1$	C_{enb}	SY
Dastidar ve Nağı [45]	2005	$res \dots 1$	$\sum cost$	MILP, AYA
Tamaki vd. [46]	1993	$res \dots 1$	$\alpha C_{enb} + \beta \bar{L} + \gamma L_{enb}$	Karesel MIP

$res \dots$: Proses aşamasındaki ilave kaynak kullanımında, kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısı değişken ve birden fazla miktarda olması; $res \cdot 1$: kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olması; $res1 \dots$: kaynak türü sayısının bir adet, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısı değişken ve birden fazla miktarda olması; $res1 \cdot 1$: kaynak türü sayısının bir adet, kaynak miktarının birden fazla, işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olması; $res \cdot 11$: kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının bir adet ve işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olması; S/S_1 : Ortak sunucu

C_{enb} : Son işin tamamlanma zamanı; \bar{L} : Ortalama gecikme/sapma; L_{enb} : Enbüyük gecikme/sapma; $\sum cost$: Toplam maliyet; T_{enb} : En büyük gecikme; $\sum T_j$: Toplam geç tamamlanma zamanı; $Throughput$: Üretim miktarı; $\sum w_j C_j$: Ağırlıklandırılmış toplam tamamlanma zamanı; $\sum E_{jk}$: Toplam enerji tüketimi; $\sum w_j F_j$: Ağırlıklandırılmış toplam akış zamanı; $\sum w_j T_j$: Ağırlıklandırılmış toplam geç tamamlanma zamanı; $\sum D$: Makine yük değişimi; $\sum C_j$: Toplam tamamlanma zamanı; $\sum F_j$: Toplam akış zamanı; $\sum Loadvar_k$: Toplam makine yükü değişimi; $\sum n_j \theta_j$: Tamamlanmış ürün sayısı; $\sum mov_{res}$: Toplam ilave kaynak hareket sayısı; $\sum \alpha R_{ijk}$: Toplam atanan kaynak sayısı; $w_j L_j$: Ağırlıklandırılmış toplam gecikme/sapma
IP: Tamsayılı programlama modeli; ILP: Tamsayılı doğrusal programlama; MILP: Karma tamsayılı doğrusal programlama modeli; MIP: Karma tamsayılı programlama modeli; MINLP: Karma tamsayılı doğrusal olmayan programlama modeli; GA: Genetik algoritma; AIS: Yapay bağlılık sistemleri; MHS: Modifiyeli harmoni arama algoritması; TA: Tabu arama algoritması; TB: Tavlama benzetimi; SY: Sezgisel yöntem; MOPSO: Çok amaçlı parçacık sürü optimizasyonu; AYA: Ayrışma algoritması; PÖ: Pekiştirmeli öğrenme; MSY: Mat-sezgisel yöntem; DKA: Değişken komşuluk arama; TTA: Tepe tırmanış algoritması; MA: Memetik algoritma; DA: Dağıtık arama; AA: Açgözlü algoritma; FOA: Meyve sineği optimizasyon algoritması; GRASP: Açgözlü Rassallaştırılmış Uyarlamalı Arama Prosedürü

miktarının bir adet olup işler için gerekli kaynak ihtiyacı sayısının bir adet olduğu proses ilave kaynak kullanımı, iş geliş zamanı ve hazırlık zamanı içeren çok amaçlı ilişkisiz paralel makine problemini Torabi vd. [38] çalışmalarında ele almışlardır. Matematiksel model ve

MOPSO geliştirilmiştir. Bitar vd. [31], sıra ve makine bağımlı hazırlık zamanı, makine uygunluk kısıtı ile birden fazla türün kaynak miktarının bir adet olduğu yardımcı alet/teçhizat kullanımı içeren iki farklı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini ele almışlardır.

Problemler için memetik algoritma metasezgiseli önerilmiştir. Manupati vd. [29], işlerin geli zamanı ile hazırlık zamanı ve ilave kaynak kullanım kısıtını içeren çok amaçlı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemini incelemişlerdir. Problem çözümü için matematiksel model ve AI-NSGA-II metasezgisel algoritması önerilmiştir. Bitar vd. [16], sıra ve makine bağımlı hazırlık zamanı ile ilave kaynak kullanımını dikkate alan problemini üç farklı amaç için araştırmışlardır. Proses aşamasındaki ilave kaynağın olduğu bu problemlerin çözümünde matematiksel programlama, kesin çözüm yöntemi, sezgisel, metasezgisel ve makine öğrenmesi yöntemleri kullanılmıştır. Hazırlık aşamasında ilave kaynak olarak ortak sunucu da kullanılmaktadır. Bu aşamada üretim ortamında işgücü, AGV, endüstriyel robot ilave kaynakları kullanılmaktadır. İlişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde hazırlık aşamasında kullanılan ilave kaynak olarak ortak sunucuyu dikkate alan az sayıda çalışma mevcuttur. Ortak sunucunun olduğu bu problemlerin çözümünde matematiksel programlama, sezgisel ve metasezgisel yöntemler kullanılmıştır. Bektur ve Saraç [21], toplam ağırlıklı gecikmenin en küçüklenmesini amaçlayan ilişkisiz paralel makine problemini incelemişlerdir. Hazırlık aşamasında ilave kaynak kullanımı, hazırlık zamanı ve makine uygunluk kısıtları dikkate alınmıştır. Çalışmada probleme karma tam sayılı lineer programlama modeli geliştirilmiştir. Problem çözümü için tabu arama ve tavlama benzetimi metasezgiselleri önerilmiştir. Literatürde benzer problemler için matematiksel modelin yanı sıra sezgisel/metasezgisel yöntemler sıklıkla tercih edilmiştir. İlişkisiz paralel makine çizelgeleme probleminde metasezgisel yöntemlerden tavlama benzetimi yönteminin tercih edildiği, proses aşamasında ilave kaynak kullanımını dikkate alan çalışmalar [42-44, 46] ve hazırlık aşamasında ilave kaynak kullanımını dikkate alan çalışmalar [21, 36] literatürde az sayıda bulunmaktadır. Tavlama benzetimi (TB) algoritmasının çözüm süresini azaltması, kabul edilebilir çözümler sunması ve çizelgeleme problemlerindeki performansı sebebiyle kullanılması tercih edilmiştir.

İşletmelerin üretim sistemlerinden verimli bir şekilde yararlanması, çizelgeleme kararlarının etkin ve gerçekçi bir şekilde verilmesiyle sağlanmaktadır. Bu sebeple çizelgeleme kararı alınırken üretim çizelgeleme probleminin gerçekçi bir şekilde yapılandırılması önem taşımaktadır. Üretim ortamındaki tüm kaynak ve kısıtlar çizelgeleme kararlarında kullanılmalıdır. Ulaşılabilen bilimsel literatürde çizelgeleme problemlerinde makinelerin dışında ilave kaynakların dikkate alındığı durumlar sınırlı sayıdadır. İlave kaynakların çizelgeleme problemlerinde dikkate alındığı çalışmalar üretimin daha gerçekçi ve etkin çizelgenmesini sağlayacaktır. Bu çalışmanın amacı hem hazırlık hem de proses aşamasındaki ilave kaynakları bütüncül şekilde dikkate alan ilişkisiz paralel makine ortamında etkin üretim çizelgeleri elde etmektir. Hem hazırlık hem de proses aşamasında ilave kaynakların kullanıldığı, makine uygunluk kısıtı ile makine ve sıra bağımlı hazırlık zamanına sahip, yayılma zamanını en küçüklemeyi amaçlayan bir ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ortaya konmuştur. Mevcut klasik çizelgeleme problemlerine göre bir genişleme, üretim ortamında makineler dışında olan ilave kaynaklarında kullanımdır. Bu genişleme, üretim ortamını daha gerçekçi ve esnek olarak yansıtmakta, problemi ise daha karmaşık hale getirmektedir. Bilimsel literatürde iki ayrı problem olarak yer alan; hazırlık aşamasında ilave kaynak içeren ortak sunuculu makine çizelgeleme problemi ile proses aşamasında ilave kaynak kullanımını içeren kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemi tek bir problem şeklinde tanımlanarak bütüncül yapıda ele alınmıştır. Problemde dikkate alınan birden fazla tür, bir adet miktar ve bir adet kullanımı olan proses ilave kaynaklarının yönetimi ve izlenebilirliği, işletmelerdeki maliyet ve fiziksel kısıtlar sebebiyle önem arz etmektedir. Literatürde ilk kez ele alınan, hazırlık ve proses aşamasında ilave kaynak kullanımının söz konusu olduğu, ortak sunuculu ve kaynak kısıtlı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme

problemi için karma tam sayılı doğrusal programlama modeli (MILP) geliştirilmiştir. Benzer matematiksel modellerden farklı olarak önerilen matematiksel model hazırlık ve proses ilave kaynak kullanımını kısıtları aynı modelde yer almaktadır. Atama, sıralama ve zamanlama alt problemlerini içermektedir. İlave kaynak kullanım zamanları belirlenmektedir. Böylece üretim ortamının farklı aşamalarda ilave kaynakların da tümünü dikkate alan çizelgeler üretilmiştir. Çalışmada yeni bir problem tanımlandığından probleme özgü bir veri seti literatürde bulunmamaktadır. Problem için test problemleri üretilmiştir. Problemin karmaşık yapısından dolayı kabul edilebilir sürelerde çözüm elde edilemeyen durumlarda, sezgisel ve metasezgisel yöntemler kabul edilebilir çözüm zamanlarında optimale yakın çözümler bulmak için daha uygundur. TB algoritmasının problemlere uygulanmasının kolay olması, yerel eniyiden kurtulabilme özelliği ve iyi sonuçlara yakınsamadaki performansıyla başarılı kabul edilen ve kullanımı yaygınlaşmış olan bir yöntemdir. Çözüm süresini azaltması, kabul edilebilir çözümler sunması ve çizelgeleme problemlerindeki performansı sebebiyle TB algoritmasının kullanılması tercih edilmiştir. MILP, Rassal İniş Arama (RA) ve Tavlama Benzetimi yöntemleri test problemlerinde karşılaştırılmıştır. Üretim ortamındaki operasyonel kaynakları ve kısıtları dikkate alan üretim ortamını daha gerçekçi yansıtan bu problemin tanımlanması ve probleme özgü bir matematiksel model geliştirilmesiyle literatüre katkı sağlanması bu çalışmanın motivasyonlarından biri olmuştur. Çalışmanın diğer motivasyonu ise üretim ortamının etkin bir matematiksel model ile sezgisel/metasezgisel yöntem ortaya konularak kabul edilebilir çözüm süresinde üretim çizelgeleri elde edilmesiyle endüstriye katkı sağlanmasıdır. Çalışmanın sonraki bölümleri şu sıraya göre düzenlenmiştir. İkinci bölümde, problemin detaylı tanımı yapılmış ve geliştirilen matematiksel model sunulmuştur. Problem için metasezgisel yöntemler üçüncü bölümde verilmiştir. Dördüncü bölümde, matematiksel modelin ve diğer yöntemlerin test problemlerinde deneysel sonuçları paylaşılmıştır. Elde edilen bulgular, çalışmanın katkısı ve öneriler son bölümde yer almıştır.

2. Problem Tanımı ve Önerilen Matematiksel Model (Problem Definition and Proposed Mathematical Model)

Bu çalışmada, ele alınan $R, S_1 | res \cdot 11, M_j, S_{ijk} | C_{max}$ probleminde n adet iş $i, j = \{0, 1, 2, \dots, N\}$, m adet ilişkisiz paralel makinede $m = \{1, 2, \dots, M\}$ çizelgelenmelidir. Her iş hazırlık ve işlem (proses) operasyonlarından oluşmaktadır. Üretim ortamında kaynak olarak makinelerin dışında hazırlık ve proses aşamasında ilave kaynaklar kullanılmaktadır. Hazırlık aşamasında makinede iş ile ilgili hazırlık, işin makineye yüklenmesi ve indirilmesi işlemleri yapılmaktadır. Hazırlık operasyonu, ilave kaynak olan ortak bir sunucu tarafından gerçekleştirilmektedir. Ortak sunucu, personel ya da endüstriyel robot olabilmektedir. Hazırlığı yapan sadece tek bir ilave kaynak mevcut olup, aynı anda sadece bir işin hazırlık işlemi yapılmaktadır. Bir işin makinede işlem görebilmesi için öncesinde hazırlığın yapılmış olması gerekmektedir. Hazırlık süresi makine ve sıra bağımlıdır. Bir işin hazırlık süresi, işin yapılacağı makineye ve ilgili işten önce işlem gören işe bağımlıdır. Her iş sıfır zamanında hazır bulunmaktadır. İşler bölünmemektedir. Her makinede aynı anda sadece bir iş işlem görebilir. İşlem operasyonu sırasında işler makine haricinde, ilave kaynaklara ihtiyaç duymaktadırlar. Bu ilave kaynaklar proses boyunca kullanılmaktadır. Proses aşamasında kullanılan ilave kaynaklar olarak kalıp, fiktür, palet, makine operatörü, endüstriyel robot, teçhizat vb. olabilmektedir. Proses boyunca kullanılacak ilave kaynak türü birden fazla olup, her ilave kaynaktan bir adet mevcuttur. Her iş, proses süresince bir adet ilave kaynak kullanılmaktadır. Proses aşamasında ilave kaynak kullanımı işlem süresine etki etmemektedir. İlave kaynak, hazırlık ve proses süresince uygun olmalıdır. Her işe her makinede işlem yapılamamakta, belirli makinelerde işlem yapılmaktadır. Yayılma zamanının en küçüklenmesi

amaçlanmaktadır. Bu amaç ve kısıtlar dikkate alınarak işlerin makinelerle atanması ve sıralanması ile eşzamanlı olarak ilave kaynakların hazırlık ve proses süresince atanması ve sıralanması gerekmektedir. Benzer problemlerin incelendiği literatürdeki çalışmalardan, kaynak türü sayısının birden fazla, kaynak miktarının bir adet ve işler için gerekli kaynak miktarının bir adet olduğu proses ilave kaynak kullanımını dikkate alan matematiksel modelin yer aldığı Torabi vd. [38] ve Manupati vd. [29]'nin çalışmalarında, C_j (*j işinin tamamlanma zamanı*) değişkenini temel alınmış ve model bu değişken temelinde oluşturulmuştur. Bitar vd. [16] proses ilave kaynak kullanım kısıtının aynı olduğu çalışmalarında, u_{jmt} (*j işinin m makinesinde t zamanında işleme başlama zamanı*) değişkenini içeren matematiksel model kullanmışlardır. Hazırlık aşamasında ilave kaynak olarak ortak sunucu kullanımı koşulu olan Ruiz ve Andres [41]'in çalışmalarında, C_j (*j işinin tamamlanma zamanı*) değişkenini dikkate alınmış ve model bu değişkene göre oluşturulmuştur. Kerkhove ve Vanhoucke [36], aynı hazırlık ilave kaynak kullanımlı x_{jkm} (*j işi k. sırada m makinesinde işlem görmesi*) değişkenini ve C_j (*j işinin tamamlanma zamanı*) değişkenini içeren matematiksel model önermişlerdir. Bektur ve Saraç [21], x_{ijk} (*i makinesinde j işinin k. sırada işlem görmesi*) değişkeninin yer aldığı matematiksel model oluşturmuşlardır. Yepes-Borrero vd. [19], hazırlık aşamasında birden fazla miktarda ilave kaynak kullanımının söz konusu olduğu probleme H_{kijt} (*k makinesinde i işinden sonra j işinin t zamanında hazırlık işleminin bitmesi*) değişkenini temel alan bir matematiksel model geliştirmişlerdir. Benzer matematiksel modellerden farklı olarak bu çalışmada, önerilen matematiksel model hazırlık ve proses ilave kaynak kullanım kısıtlarını aynı modelde içermektedir. Proses ilave kaynağının hazırlık ve proses aşamasında kullanıma uygun olmasını dikkate almaktadır. Y_{ijm} (*i işinden sonra j işinin m makinesinde işlem görmesi*) değişkeni kullanılmaktadır. Atama, sıralama ve zamanlama alt problemlerini içermektedir. Proses başlangıç, proses bitiş, hazırlık başlangıç ve hazırlık bitiş zamanı değişkenlerini matematiksel model içerisinde kullanılmaktadır. İlave kaynakların izlenebilirliği belirlenmektedir. Model yapısı itibarıyla diğer amaç fonksiyonuna sahip matematiksel modellere dönüşebilir.

Problem için bir karma tamsayı doğrusal programlama modeli önerilmiştir. Matematiksel modelin genelliğini kaybetmemek için yapay işin ($i,j=0$) hazırlık süresi ve proses süresi sıfır kabul edilmiştir. Matematiksel modele ilişkin indisler, parametreler, karar değişkenleri, amaç fonksiyonu ve kısıtlar şu şekildedir:

Indisler:

- i, j : İş indisleri $i, j=0, 1, 2, \dots, N$
- k, m : Makine indisleri $k, m=1, 2, \dots, M$
- h : Proses ilave kaynak indisi $h=1, 2, \dots, H$

Parametreler:

- P_{jm} : j işinin m makinesindeki işlem süresi
- S_{ijm} : i işinden sonra gelen j işinin m makinesindeki hazırlık süresi
- B_{jm} : j işi m makinesinde işlem görebiliyorsa 1, aksi takdirde 0
- Q_{jh} : j işi h proses ilave kaynağını kullanıyorsa 1, aksi takdirde 0
- L : Büyük pozitif bir sayı

Karar Değişkenleri:

- C_j : j işinin tamamlanma zamanı
- C_{enb} : Yayılma zamanı (En büyük tamamlanma zamanı)
- G_j^m : j işinin m makinesinde işleme başlama zamanı

- F_j^m : j işinin m makinesinde işlemin bitiş zamanı
- A_j : j işinin hazırlığının başlama zamanı
- U_j : j işinin hazırlığının bitiş zamanı
- X_{jkm} : j işi m makinesine atandıysa 1, aksi takdirde 0
- Y_{ijm} : i işinden sonra j işi m makinesine atandıysa 1, aksi takdirde 0
- Z_{ijh} : h proses ilave kaynağını kullanan i işi j işi başlamadan önce tamamlandıysa 1, aksi takdirde 0
- V_{ij} : i işinin hazırlığından sonra j işinin hazırlığı yapılıyorsa 1, aksi takdirde 0

Matematiksel Model:

$$enk \ z = C_{enb} \tag{1}$$

$$\sum_{m=1}^M X_{jkm} = 1 \quad \forall j; j = 1, \dots, N \tag{2}$$

$$X_{0m} = 1 \quad \forall m \tag{3}$$

$$\sum_{i \neq j}^N Y_{ijm} = X_{jkm} \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{4}$$

$$\sum_{j=i}^N Y_{ijm} \leq X_{im} \quad \forall m, i; i = 1, \dots, N \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^N Y_{0jm} = 1 \quad \forall m \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^N Y_{0jm} = X_{0m} \quad \forall m \tag{7}$$

$$X_{jkm} \leq B_{jm} \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{8}$$

$$F_j^m + L(1 - X_{jkm}) \geq G_j^m + P_{jm} \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{9}$$

$$F_j^m - L(1 - X_{jkm}) \leq G_j^m + P_{jm} \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{10}$$

$$U_j + L(3 - Y_{ijm} - X_{jkm} - X_{im}) \geq A_j + S_{ijm} \quad \forall m, i, j; i = 0, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j \tag{11}$$

$$U_j - L(3 - Y_{ijm} - X_{jkm} - X_{im}) \leq A_j + S_{ijm} \quad \forall m, i, j; i = 0, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j \tag{12}$$

$$G_j^m + L(3 - Y_{ijm} - X_{jkm} - X_{im}) \geq F_i^m + S_{ijm} \quad \forall m, i, j; i = 0, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j \tag{13}$$

$$G_j^m + L(1 - X_{jkm}) \geq U_j \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{14}$$

$$G_j^m - L(1 - X_{jkm}) \leq U_j \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{15}$$

$$A_j + L(3 - Y_{ijm} - X_{jkm} - X_{im}) \geq F_i^m \quad \forall m, i, j; i = 0, \dots, N, j = 1, \dots, N, i \neq j \tag{16}$$

$$C_j + L(1 - X_{jkm}) \geq F_j^m \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{17}$$

$$C_j - L(1 - X_{jkm}) \leq F_j^m \quad \forall m, j; j = 1, \dots, N \tag{18}$$

$$C_{enb} \geq C_j \quad \forall j; j = 1, \dots, N \tag{19}$$

$$Z_{ijh} + Z_{jih} = 1 \quad \forall i, j, h; i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, i < j, Q_{ih} = 1, Q_{jh} = 1 \tag{20}$$

$$C_i \leq A_j + L(3 - Z_{ijh} - X_{im} - X_{jk}) \quad \forall i, j, k, m, h; i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, N, i < j, k \neq m, Q_{ih} = 1, Q_{jh} = 1 \tag{21}$$

$$C_j \leq A_i + L(3 - Z_{jih} - X_{im} - X_{jk}) \quad \forall i, j, k, m, h; i = 1, \dots, N, \\ j = 1, \dots, N, i < j, k \neq m, Q_{ih} = 1, Q_{jh} = 1 \quad (22)$$

$$V_{ij} + V_{ji} = 1 \quad \forall i, j; i \neq j, i < j \quad (23)$$

$$A_i + LV_{ij} \geq U_j \quad \forall i, j; i \neq j, i < j \quad (24)$$

$$A_j + LV_{ji} \geq U_i \quad \forall i, j; i \neq j, i < j \quad (25)$$

$$X_{jm} \in \{0,1\} \quad \forall m, j \quad (26)$$

$$Y_{ijm} \in \{0,1\} \quad \forall m, i, j; i \neq j \quad (27)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \quad (28)$$

$$C_{enb} \geq 0 \quad (29)$$

$$Z_{jih} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, h; i \neq j, i < j \quad (30)$$

$$G_j^m \geq 0; F_j^m \geq 0 \quad \forall m, j \quad (31)$$

$$A_j \geq 0; U_j \geq 0 \quad \forall j \quad (32)$$

$$V_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j; i \neq j, i < j \quad (33)$$

Eş. 1 ile belirtilen modelin amaç fonksiyonu, yayılma zamanının en küçüklenmesidir. Eş. 2, her işin mutlaka bir makinede işlem görmesini sağlamaktadır. Her makineye ilk sıradaki iş olarak yapay işi, Eş. 3 kısıtı atamaktadır. Eş. 4 ve Eş. 5 kısıtları, her işin her makinede yapay işi de içeren bir işten sonra ve diğer bir işten önce işlenmesini sağlamaktadır. Her makinede tüm işlerden önce ilk sıraya yapay işin atanmasını ve yapay işten sonra işlerin makineye atanmasını Eş. 6 ve Eş. 7 kısıtları garanti etmektedir. Makine uygunluk koşulları, Eş. 8 ile sağlanmaktadır. Eş. 9 ve Eş. 10, her işin atandığı makinede tamamlanma zamanını, işin makinede işlenmeye başlama zamanı ve işlem süresinin toplanmasıyla hesaplamaktadır. Eş. 11 ve Eş. 12, her işin hazırlığının tamamlanma zamanını, işin hazırlığının başlama zamanı ve hazırlık süresinin toplanmasıyla hesaplamaktadır. Aynı makinede bir iş tamamlanmadan önce başka bir işin başlatılmamasını, Eş. 13 kısıtı sağlamaktadır. Eş. 14 ve Eş. 15, işin hazırlığının tamamlanmadan makinenin bir işi başlatamayacağını garanti etmektedir. Aynı makinede önceki iş tamamlanmadığı sürece iş için hazırlığının başlatılmayacağını Eş. 16 garanti etmektedir. Eş. 17 ve Eş. 18, işin tamamlanma zamanını belirlemektedir. Yayılma zamanı Eş. 19 ile hesaplanmaktadır. Eş. 20-Eş. 22, aynı proses ilave kaynağını kullanan her iki iş için bir işin diğer iş başlamadan önce bitmesini sağlamaktadır. Bir işin hazırlığı tamamlanmadan önce başka bir işin hazırlığının başlatılmamasını belirleyen karar değişkeni Eş. 23 ile belirlenmektedir. Eş. 24 ve Eş. 25 kısıtları, aynı anda ortak sunucu tarafından sadece bir işin hazırlık işleminin yapılmasını ve bütün hazırlık işlemlerinin ilave kaynak olan sunucu tarafından yapılmasını sağlamaktadır. Eş. 26-Eş. 33, işaret kısıtlarıdır. Matematiksel model,

6 iş ve 2 makine içeren küçük boyutlu bir örnek problem üzerinde uygulanmıştır. Her iş mevcut makine sayısının yarısı sayıda makinede işlem görebilmektedir. Proses sırasında kullanılan ilave kaynak türü sayısı 3 adet olarak belirlenmiştir. Hazırlık işlemi 1 adet sunucu/server (hazırlık ilave kaynağı) ile yapılmaktadır. Aynı anda hazırlık aşamasındaki ilave kaynak (ortak sunucu) ile sadece tek bir işin hazırlık işlemi gerçekleştirilmektedir. Örnek problemin işlem süreleri (P_{jm}) U(10,100) dağılımı, sıra ve makine bağımlı hazırlık süreleri (S_{ijm}) U(1,49) dağılımı, makine uygunluk değerleri (B_{jm}) her iş için $m/2$ adet makinenin uygunluğu olarak belirlenmiştir. Örnek problemin işlem süreleri (P_{jm}) ile sıra ve makine bağımlı hazırlık süreleri (S_{ijm}) sırasıyla Tablo 2 ve Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 2. Örnek problemin proses süreleri (Processing times of example problem)

j	m	
	1	2
1	61	-
2	30	-
3	32	-
4	94	-
5	-	24
6	-	78

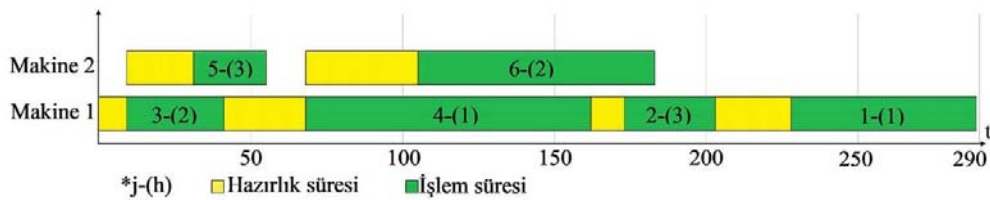
Tablo 3. Örnek problemin hazırlık süreleri (Setup times of example problem)

j	m = 1				m = 2	
	1	2	3	4	5	6
0	47	37	9	33	22	40
1	-	14	39	48	-	-
2	25	-	17	26	-	-
3	45	17	-	27	-	-
4	23	11	24	-	-	-
5	-	-	-	-	-	37
6	-	-	-	-	25	-

Örnek problemin matematiksel modeli Gurobi 9.0 yazılımı ile çözülmüştür. Elde edilen sonuca ait en iyi çözümde, son işin tamamlanma zamanı 289 olarak gerçekleşmiştir. Matematiksel modelin kullanımı sonucu örneğe ait eniyi çizelge Şekil 1’de verilmiştir.

3. Çözüm Yöntemleri (Solution Methods)

Problemin karmaşık yapısından dolayı küçük boyutlu problemlere optimal çözüm bulunabilmektedir. Orta ve büyük boyutlu problemlerde metasezgisel algoritmalar kabul edilebilir çözüm zamanlarında optimale yakın çözümler bulabilmektedir. Bu problemde büyük boyutlu problemlerin çözümü için Rassal İniş Arama Algoritması ve Tavlama Benzetimi geliştirilmiştir. İzleyen bölümlerde bu algoritmalar açıklanmıştır.



Şekil 1. Örnek problem için çizelge (Schedule for example problem)

3.1. Rassal İniş Arama Algoritması (Random Descent Search Algorithm)

Rassal iniş arama algoritması, bir başlangıç çözümünden rassal hareketlerle daha iyi çözümler aramaktadır. Algoritma, geçerli çözümden sadece daha iyi çözümleri kabul etmektedir. Problem için RA algoritması geliştirilmiştir. Başlangıç çözümü rassal olarak belirlenmiştir. Komşu çözüm türetme yöntemi olarak araya ekleme (insertion) komşu türetme yöntemi kullanılmıştır. Önerilen RA algoritmasının ana hatları Şekil 2'de verilmiştir.

3.2. Önerilen Tavlama Benzetimi Algoritması (Proposed Simulated Annealing Algorithm)

Tavlama benzetimi algoritması, kombinatoriyal eniyileme problemlerinin çözümünde kullanılan stokastik bir arama algoritmasıdır. Kirkpatrick vd. [47] tarafından eniyileme için katı maddelerin fiziksel tavlama sürecine benzeyen işlemler içeren bir yöntem olarak sunulmuştur. TB, yerel arama yöntemlerinin yerel bir eniyeye ulaştıktan sonra global eniyi için daha fazla arama yapmamasından oluşan zayıflığı rassal çözüm kabulleriyle gidermeye çalışan bir yöntemdir. TB algoritmasının problemlere uygulanmasının kolay olması, yerel eniyiden kurtulabilme özelliği ve iyi sonuçlara yakınsamadaki performansıyla başarılı kabul edilen ve kullanımı yaygınlaşmış olan bir yöntemdir. Hem proses hem de hazırlık aşamasında ilave kaynak kullanan ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi ile ilgili ulaşılabilen literatürde herhangi bir çalışmayla karşılaşılmadığından bu problem için tavlama benzetimi algoritması kullanılmıştır. TB yöntemini kullanan ilişkisiz paralel makinelerde proses aşamasında ilave kaynak kullanımını içeren çalışmalar [42-44, 46] ve hazırlık aşamasında ilave kaynak kullanımını içeren çalışmalar [21, 36] literatürde az sayıda bulunmaktadır. Çözüm süresini azaltması, kabul edilebilir çözümler sunması ve çizelgeleme problemlerindeki performansı sebebiyle TB algoritmasının kullanılması tercih edilmiştir. Ele alınan problem için tavlama benzetimi algoritması önerilmiştir.

3.2.1. Tavlama benzetimi algoritmasının temel adımları (Basic steps of simulated annealing algorithms)

NP-zor yapısına sahip olan problemin çözümünde tavlama benzetimi algoritması kullanılmıştır. Zor ve çözümü uzun süre gerektiren problemlerde metasezgisel yöntemler makul sürelerde kabul edilebilir

- Adım 1:** Problem veri ve parametrelerini oku.
Başlangıç çözümünü (S_0) oluştur ve çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_0)$) hesapla.
Başlangıç çözümünü, mevcut çözüm ($S \leftarrow S_0$) olarak belirle.
Başlangıç çözümünün amaç fonksiyon değerini, mevcut çözüm amaç fonksiyon değeri ($f(S) \leftarrow f(S_0)$) olarak belirle.
- Adım 2:** Başlangıç çözümünü, en iyi çözüm ($S_{eniyi} \leftarrow S_0$) olarak belirle.
Başlangıç çözümünün amaç fonksiyon değerini, en iyi çözüm amaç fonksiyon değeri ($f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_0)$) olarak belirle.
- Adım 3:** Komşu çözüm türetme yöntemini seç.
Mevcut çözümden (S), komşu çözüm (S_{yeni}) türet.
Komşu çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_{yeni})$) hesapla.
- Adım 4:** Eğer komşu çözüm amaç fonksiyon değeri en iyi çözüm amaç fonksiyon değerinden küçük ($f(S_{yeni}) < f(S_{eniyi})$) ise en iyi çözümü komşu çözümle ($S_{eniyi} \leftarrow S_{yeni}$) güncelle, en iyi çözüm amaç fonksiyon değerini de komşu çözüm amaç fonksiyon değeriyle ($f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_{yeni})$) güncelle ve Adım 5'e geç.
Aksi takdirde ise, Adım 6'ya git.
- Adım 5:** Mevcut çözümü, komşu çözümle ($S \leftarrow S_{yeni}$) güncelle.
Mevcut çözümün amaç fonksiyon değerini, komşu çözümün amaç fonksiyon değeriyle ($f(S) \leftarrow f(S_{yeni})$) güncelle.
- Adım 6:** Eğer Durdurma kriteri sağlanmadı ise Adım 3'e git, aksi takdirde Adım 7'ye git.
- Adım 7:** Elde edilen en iyi çözüm (S_{eniyi}) ve en iyi çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_{eniyi})$) raporla, algoritmayı durdur.

Şekil 2. Rassal iniş arama algoritması (Random descent search algorithm)

çözümler vermektedir. Problemin karmaşıklığı dikkate alındığında, literatürde çizelgeleme problemleri için kabul edilebilir sonuçlar sunan TB kullanılarak çözüm aranmıştır. Yöntemin temel adımları Şekil 3'de gösterilmiştir.

3.2.2. Çözüm gösterimi (Solution representation)

Çözümün gösteriminde tek bir sırada, makine-iş ikilileri makinelere atanma sırasına göre verilmiştir. Makineye atanan iş, makine-iş ikilisi ile gösterilirken, iş sıraları listenin sırasına göre belirlenir. İş sayısı kadar makine-iş ikilisi oluşturulur. Makine-İş sıralaması şeklindeki çözüm gösterimi ve 6 iş 2 makineden oluşan örnek bir gösterim Şekil 4'de verilmiştir.

3.2.3. Başlangıç çözümü elde edilmesi (Generation of the initial solution)

TB algoritmasında kullanılan başlangıç çözümü rassal olarak üretilmiştir. Rassal şekilde makine ve iş seçilmektedir. Uygunluk koşulunu sağlayan işler seçilen makineye atanmaktadır. Koşulun sağlanmadığı durumlarda makine ve iş yeniden seçilmektedir. İşlerin tümü uygunluk koşulunu sağlayarak makinelere atandığında başlangıç çözümü elde edilmektedir.

3.2.4. Amaç fonksiyonunun hesaplanması (Calculation of objective function)

TB enerji fonksiyon değeri, problemin bir çözümünün amaç fonksiyon değeri olarak belirlenmiştir. Amaç fonksiyonunun hesaplanmasında, hazırlık aşamasında ve proses aşamasında ilave kaynağının kullanımının uygunluğu dikkate alınmaktadır. Hazırlık aşamasında tek bir ilave kaynak kullanımı mevcuttur. Hazırlık işlemi aynı anda sadece bir iş için yapılmaktadır. Bir işin işlem görebilmesi için aynı makinede önceki işin tamamlanması, hazırlık için hazırlık aşamasında kullanılan ilave kaynağın uygun olması ve iş için gerekli olan proses ilave kaynağının uygun olması gerekmektedir. Bu koşullar uygun olduğunda iş makinede işlem görebilmektedir. Bir çözümün amaç fonksiyonu belirtilen koşullar dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

3.2.5. Komşuluk türetmede kullanılan yöntemler (Neighbourhood methods)

Problem için önerilen TB algoritmasında iki farklı komşu türetme yöntemi kullanılmıştır. Seçilen yöntem, mevcut çözümden komşu bir

çözüm üretmektedir. Komşu üretme yöntemi olarak kullanılacak yöntem rassal olarak seçilmektedir. Yöntemlerin ilki olan ikili değişirme (swap) yöntemi, rassal iki işin yerini değiştirir. Diğer yöntem araya ekleme (insertion) yöntemi, rassal seçilen bir işi rassal seçilen başka bir işin önüne ekler.

4. Sonuçlar ve Tartışmalar (Results and Discussions)

Önerilen yöntemlerin yapısını, karmaşıklığını, çalışmasını test etmek ve doğrulamak için test problemleri türetilmiştir. Test problemlerinde MILP, RA ve TB yöntemlerinin performansları karşılaştırılmıştır. Çalışmada yeni bir problem tanımlandığından probleme özgü bir veri seti literatürde bulunmamaktadır. Belirlenen dağılım ve parametre değerlerine göre test problemleri türetilmiştir. İşlerin proses süresi, Fanjul-Peyro vd. [28] tarafından önerilen $U(10,100)$ dağılımına göre belirlenmiştir. $U(1,49)$ dağılımı ile işlerin hazırlık süresi oluşturulmuştur. Makine uygunluk kısıtlarının belirlenmesinde, Afzalirad ve Shafipour [25] tarafından yapılan çalışmada önerilen her işin toplam makine sayısının yarısı ($m/2$) kadar makinede işlem

görmesi kuralı dikkate alınmıştır. Proseste kullanılan ilave kaynak türü sayısı, Torabi vd. [38] tarafından yapılan çalışmada yer alan kardinal sayı ilkesi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu kardinal sayı ilkesine dayanarak, $(Makine Sayısı) \times (0,8)$ ve $(Makine Sayısı) \times (1,5)$ aralığında yer alan tam sayı değerleri proseste kullanılan ilave kaynak türü sayısı olarak kullanılmıştır. Küçük boyutlu problemler 30 adet, orta boyutlu problemler 30 adet ve büyük boyutlu problemler 225 adet olmak üzere toplam 285 adet test problemi türetilmiştir. Küçük, orta ve büyük boyutlu olmak üzere üç grupta test problemleri belirlenmiştir. Test problemlerinin her bir grubu için iş sayısı, makine sayısı, proses zamanı, hazırlık zamanı ve proses ilave kaynak türü sayısı parametreleri Tablo 4'te verilmiştir.

[[Makine-İş] [Makine-İş] ...[Makine-İş]]

[[1-3] [2-5] [1-4] [2-6] [1-2] [1-1]]

Şekil 4. Çözüm gösterimi (Solution representation)

- Adım 1:** Problem veri ve parametrelerini, algoritma parametrelerini oku.
Başlangıç çözümünü (S_0) oluştur ve çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_0)$) belirle.
- Adım 2:** Başlangıç çözümünü, mevcut çözüm ($S \leftarrow S_0$) olarak ata.
Başlangıç çözümünün amaç fonksiyon değerini, mevcut çözüm amaç fonksiyon değeri ($f(S) \leftarrow f(S_0)$) olarak ata.
Başlangıç çözümünü, en iyi çözüm ($S_{eniyi} \leftarrow S_0$) olarak belirle.
Başlangıç çözümünün amaç fonksiyon değerini, en iyi çözüm amaç fonksiyon değeri ($f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S_0)$) olarak belirle.
Mevcut sıcaklık değerine, başlangıç sıcaklık değerini ata.
- Adım 3:** Her sıcaklıkta üretilecek çözüm sayısı sayacının başlangıç değerini 0 olarak al.
- Adım 4:** Komşu çözüm üretme yöntemini seç.
Mevcut çözümden (S), komşu çözümü (S_{yeni}) türet.
Komşu çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_{yeni})$) hesapla.
Her sıcaklıkta üretilecek çözüm sayısı sayacının değerini artır.
- Adım 5:** Komşu çözüm ve mevcut çözüm amaç fonksiyon değeri farkını ($f(S_{yeni}) - f(S)$) hesapla.
Eğer bu fark ($f(S_{yeni}) - f(S) < 0$) ise, mevcut çözümü komşu çözümle ($S \leftarrow S_{yeni}$) güncelle ve mevcut çözüm amaç fonksiyon değerini komşu çözümün amaç fonksiyon değeriyle ($f(S) \leftarrow f(S_{yeni})$) güncelle.
Aksi takdirde ($f(S_{yeni}) - f(S) \geq 0$) ise, 0-1 arasında rassal sayı üret, kabul olasılığını hesapla. Rassal sayı, kabul olasılığından küçük ise, mevcut çözümü komşu çözümle ($S \leftarrow S_{yeni}$) güncelle ve mevcut çözüm amaç fonksiyon değerini komşu çözümün amaç fonksiyon değeriyle ($f(S) \leftarrow f(S_{yeni})$) güncelle.
- Adım 6:** Eğer ($f(S) < f(S_{eniyi})$) ise, en iyi çözümü mevcut çözümle ($S_{eniyi} \leftarrow S$) güncelle ve en iyi çözüm amaç fonksiyon değerini mevcut çözümün amaç fonksiyon değeriyle ($f(S_{eniyi}) \leftarrow f(S)$) güncelle.
- Adım 7:** Eğer çözüm sayacı maksimum üretilecek çözüm sayısına eşit ise Adım 8'e geç.
Aksi durumda Adım 9'a git.
- Adım 8:** Sıcaklık azaltma fonksiyonu ile yeni sıcaklık değerini hesapla. Durdurma kriteri sağlandı ise Adım 10'a git, aksi takdirde Adım 3'e git.
- Adım 9:** Eğer Durdurma kriteri sağlanmadı ise Adım 4'e git.
Aksi takdirde Adım 10'a git.
- Adım 10:** Elde edilen en iyi çözüm (S_{eniyi}), en iyi çözüm amaç fonksiyon değerini ($f(S_{eniyi})$) raporla ve algoritmayı durdur.

Şekil 3. Tavlama benzetimi algoritması (Simulated annealing algorithm)

Tablo 4. Test problemlerinin parametre değerleri ve dağılımları (Parameter values and distributions of test problems)

Parametre	Dağılım/Değer		
	Küçük Problemler	Orta Ölçekli Problemler	Büyük Problemler
j	{8,12,16}	{20,25,30}	{50,100,150,200,250}
m	{2,4,6}	{2,4,6}	{10,20,30}
P_{jm}		$U(10,100)$	
S_{ijm}		$U(1,49)$	
B_{jm}		Her iş için $m/2$ adet makine uygun	
H		$[0,8 \times m - 1, 5 \times m] \in Z^+$	

Başlangıç sıcaklığı, sıcaklık azaltma fonksiyonu oranı, her sıcaklıkta üretilecek çözüm sayısı ve durdurma kriteri TB algoritmasının parametreleridir. TB algoritmasında kullanılan parametre değerleri yapılan ön testler ile belirlenmiştir. Parametre değerleri belirlenirken literatürde sıklıkla kullanılan değerler dikkate alınmıştır. Başlangıç sıcaklığı için {10, 30, 50, 100, 150, 200}, sıcaklık azaltma fonksiyonu oranı için {0,80; 0,85; 0,90; 0,95}, her sıcaklıkta üretilecek çözüm sayısı için { m , $2 \times m$, $3 \times m$, $5 \times m$, $10 \times m$,} değerleri test edilmiştir. Başlangıç sıcaklığı 50, sıcaklık azaltma fonksiyonu oranı (0,95), her sıcaklıkta üretilecek çözüm sayısı $2 \times m$ ve durdurma kriteri olarak çalışma süresi 300 sn. kullanılmıştır.

Test problemleri önerilen karma tam sayılı lineer programlama modeli ile çözülmüştür. Problemin zorluk yapısından dolayı MILP yönteminin çözüm elde edemediği problemlerde, uygun çözüm elde edebilmek için RA ve TB algoritması önerilmiştir. MILP kullanılarak yapılan testlerde problemlerin çözüm süre limiti 3600 sn. olarak belirlenmiştir. Çözücü olarak Gurobi 9.0 kullanılmıştır. Önerilen MILP, RA ve TB algoritması Python programlama dilinde kodlanmıştır. RA ve TB yöntemlerinin çözüm süre limiti 300 sn. olarak sınırlandırılmıştır. Her iki yöntemin stokastik özelliğinden dolayı RA ve TB algoritmaları her problem için beşer kez çalıştırılmıştır. Elde edilen en iyi çözüm değeri kullanılmıştır.

Yöntemler, Intel (R) Core™ i5- 6200U CPU@ 2.30 GH işlemci, 8 GB bellek ve Windows 10 işletim sistemi özelliklerine sahip bir bilgisayarda çalıştırılmıştır.

Küçük boyutlu problemlerin MILP, RA ve TB yöntemleri kullanılarak elde edilen hesaplama sonuçları Tablo 5'te verilmiştir. MILP, 29 problemde diğer yöntemlerin elde ettiği uygun çözümlere kıyasla iyi çözüm (best feasible solution) elde etmiştir. MILP, 29 çözümün 22 adetinde ise optimum çözüm bulmuştur. Optimum çözümün bulunduğu problemlerde, 18 problemde 75 sn., 2 problemde 15 sn. ve 2 problemde ise 2700 sn.den kısa sürelerde çözüme ulaşılmıştır. Optimum çözümün elde edilemediği 7 problemde ise süre limitinde iyi çözüm elde edilmiştir. TB, 1 problemde iyi çözüme ulaşırken 1 problemde ise MILP ile aynı optimum çözüm değerine ulaşmıştır. RA, küçük boyutlu problemlerde iyi çözüm elde edememiş uygun çözüm elde etmiştir. Kullanılan yöntemlerin iyi çözüme göre bulunduğu göreceli yüzde sapma (RPD-Relative Percentage Deviation), ((Yöntemin bulunduğu çözüm değeri-İyi çözüm değeri)/İyi çözüm değeri) $\times 100$ formülü ile hesaplanmıştır. Küçük boyutlu problemlerde ortalama RPD değeri MILP, RA ve TB için sırasıyla 0,08; 25,12 ve 12,04 olarak gerçekleşmiştir. MILP, küçük boyutlu problemlerde diğer yöntemlere göre elde edilen iyi çözüm sayısı bakımından daha iyi sonuç vermiş ve daha küçük ortalama RPD değeri elde etmiştir.

Tablo 5. Küçük boyutlu problemlerin hesaplama sonuçları (Computational results of small size problems)

No	Problem N-M-H	MILP			RA		TB	
		Sonuç	RPD	Süre (sn.)	Sonuç	RPD	Sonuç	RPD
1	8-2-2	384*	0,00	0,66	518	34,90	432	12,50
2	8-2-3	430*	0,00	0,41	481	11,86	430*	0,00
3	8-4-4	176*	0,00	1,01	250	42,05	206	17,05
4	8-4-5	174*	0,00	0,80	210	20,69	196	12,64
5	8-4-6	182*	0,00	1,21	205	12,64	195	7,14
6	8-6-5	161*	0,00	1,34	195	21,12	179	11,18
7	8-6-6	116*	0,00	1,04	137	18,10	137	18,10
8	8-6-7	124*	0,00	0,72	164	32,26	135	8,87
9	8-6-8	123*	0,00	0,56	167	35,77	153	24,39
10	8-6-9	109*	0,00	1,07	130	19,27	126	15,60
11	12-2-2	537*	0,00	5,63	672	25,14	539	0,37
12	12-2-3	483*	0,00	10,74	645	33,54	506	4,76
13	12-4-4	256*	0,00	156,12	295	15,23	285	11,33
14	12-4-5	227*	0,00	43,96	262	15,42	239	5,29
15	12-4-6	210*	0,00	184,17	262	24,76	227	8,10
16	12-6-5	171*	0,00	72,36	229	33,92	205	19,88
17	12-6-6	168*	0,00	74,09	223	32,74	216	28,57
18	12-6-7	155*	0,00	19,61	161	3,87	161	3,87
19	12-6-8	128*	0,00	13,46	178	39,06	140	9,38
20	12-6-9	145*	0,00	19,50	169	16,55	175	20,69
21	16-2-2	774	0,00	3600,00	943	21,83	790	2,07
22	16-2-3	698	0,00	3600,00	1070	53,30	773	10,74
23	16-4-4	269	0,00	3600,00	324	20,45	281	4,46
24	16-4-5	271	0,00	3600,00	318	17,34	316	16,61
25	16-4-6	304	0,00	3600,00	417	37,17	329	8,22
26	16-6-5	268	0,00	3600,00	337	25,75	296	10,45
27	16-6-6	242	2,54	3600,00	253	7,20	236	0,00
28	16-6-7	189*	0,00	1909,01	258	36,51	261	38,10
29	16-6-8	215	0,00	3600,00	238	10,70	236	9,77
30	16-6-9	189*	0,00	2660,47	254	34,39	229	21,16
Ortalama	RPD		0,08			25,12		12,04

*Optimum çözüm

N-M-H (İş-Makine-Proses İlave Kaynak Türü)

Tablo 6. Orta boyutlu problemlerin hesaplama sonuçları (Computational results of medium size problems)

No	Problem N-M-H	MILP		RA		TB	
		Sonuç	RPD	Sonuç	RPD	Sonuç	RPD
31	20-2-2	516	0,00	812	57,36	559	8,33
32	20-2-3	669	0,00	930	39,01	687	2,69
33	20-4-4	392	0,00	450	14,80	398	1,53
34	20-4-5	375	0,00	409	9,07	399	6,40
35	20-4-6	392	1,55	427	10,62	386	0,00
36	20-6-5	328	4,46	346	10,19	314	0,00
37	20-6-6	269	0,00	383	42,38	289	7,43
38	20-6-7	289	0,00	310	7,27	313	8,30
39	20-6-8	246	0,00	302	22,76	287	16,67
40	20-6-9	246	0,00	272	10,57	248	0,81
41	25-2-2	756	5,15	990	37,69	719	0,00
42	25-2-3	893	2,29	1193	36,66	873	0,00
43	25-4-4	571	17,01	552	13,11	488	0,00
44	25-4-5	435	8,48	492	22,69	401	0,00
45	25-4-6	506	12,95	525	17,19	448	0,00
46	25-6-5	418	13,90	485	32,15	367	0,00
47	25-6-6	468	26,15	433	16,71	371	0,00
48	25-6-7	456	33,33	353	3,22	342	0,00
49	25-6-8	372	19,61	366	17,68	311	0,00
50	25-6-9	374	11,98	411	23,05	334	0,00
51	30-2-2	1204	15,99	1642	58,19	1038	0,00
52	30-2-3	1126	0,00	1510	34,10	1137	0,98
53	30-4-4	615	10,41	670	20,29	557	0,00
54	30-4-5	655	32,32	603	21,82	495	0,00
55	30-4-6	551	5,56	567	8,62	522	0,00
56	30-6-5	484	18,92	468	14,99	407	0,00
57	30-6-6	628	44,04	519	19,04	436	0,00
58	30-6-7	492	34,43	368	0,55	366	0,00
59	30-6-8	445	9,88	430	6,17	405	0,00
60	30-6-9	403	14,49	395	12,22	352	0,00
Ortalama	RPD		11,43		21,34		1,77

N-M-H (İş-Makine-Proses İlave Kaynak Türü)

Orta boyutlu problemlerde elde edilen hesaplama sonuçları Tablo 6'da verilmiştir. MILP, 9 problemde diğer yöntemlerin elde ettiği uygun çözümlere kıyasla iyi çözüme ulaşırken, SA 21 problemde iyi çözüme ulaşmıştır. RA, iyi çözüm elde edememiş, uygun çözüm elde etmiştir. Orta boyutlu problemlerde RPD ortalaması yöntemler için MILP 11,4; RA 21,34 ve TB 1,77 olmuştur. TB, orta boyutlu problemlerde diğer yöntemlere göre iyi çözüm sayısı ve ortalama RPD değeri bakımından daha iyi performans göstermiştir.

MILP, RA ve TB yöntemleri kullanılarak büyük boyutlu problemlerin elde edilen hesaplama sonuçları incelendiğinde, RA 22 problemde diğer yöntemlerin elde ettiği uygun çözümlere kıyasla iyi çözüme ulaşırken, TB 203 problemde iyi çözüme ulaşmıştır. MILP, büyük boyutlu problemlerde iyi çözüm elde edememiş, uygun çözüm elde etmiştir. Ayrıca MILP 144 problemde süre limitinde uygun çözüme ulaşamamıştır. Ortalama RPD değeri MILP, RA ve TB için sırasıyla 287,04; 12,08 ve 0,25 olmuştur. TB algoritması, büyük boyutlu problemlerde elde edilen iyi çözüm sayısı ve ortalama RPD değeri bakımından diğer yöntemlere göre daha iyi performans göstermiştir.

İş-Makine (N-M) problem grubu bazında görece yüzde sapma değerleri (RPD-PG) Tablo 7'de verilmiştir. RPD-PG değeri (Problem grubundaki problemlerin RPD toplamı/Problem grubundaki problem sayısı) formülü ile hesaplanmıştır. TB algoritması 3,4; RA algoritması

19,22 ve MILP 68,52 ortalama RPD-PG değerine sahiptir. Önerilen TB algoritması, RA ve MILP yöntemlerine göre daha küçük ortalama RPD-PG değeri elde etmiştir. MILP, 150 ve üzeri sayıda işin yer aldığı problemlerde süre limiti içerisinde uygun çözüme ulaşamadığı için çözüm elde edilen problemlerin RPD-PG değeri hesaplanmıştır.

Önerilen yöntemler, elde edilen çözüm ve RPD-PG değerleri üzerinden analiz edilmiştir. TB algoritması 285 adet problemin 225'inde diğer yöntemlerin elde ettiği uygun çözümlere kıyasla iyi çözüm elde etmiştir. MILP, 38 adet problemde iyi çözüm ve 68,52 ortalama RPD-PG değeri elde etmiştir. Fakat büyük boyutlu problemler içerisinde, 150 ve üzeri sayıda işin yer aldığı problemlerde süre limiti içinde uygun çözüme ulaşamamıştır.

RA, 22 adet problemde iyi çözüm ve 19,22 ortalama RPD-PG değeri elde etmiştir. TB algoritması, 225 adet problemde iyi çözüm ve 3,42 ortalama RPD-PG değeri elde etmiştir. TB algoritması tüm problemlerde çözüm bulabilmiştir. Küçük boyutlu problemlerde matematiksel model, orta ve büyük boyutlu problemlerde tavlama benzetimi algoritmasının daha başarılı sonuçlar elde ettiğini hesaplama sonuçları göstermiştir. Test problemlerinde, TB algoritmasının en küçük ortalama RPD-PG değeri olan 3,42 ve 225 adet problemde iyi çözüm elde etmesiyle birlikte tüm problemlerde uygun çözüme ulaşabilmesi, MILP ve RA yöntemlerine kıyasla başarılı olduğunu göstermektedir.

Tablo 7. RPD-PG değerlerinin karşılaştırılması
(Comparison of RPD-PG values)

Problem N-M	RPD-PG		
	MILP	RA	TB
8-2	0,00	23,38	6,25
8-4	0,00	25,12	12,28
8-6	0,00	25,30	15,63
12-2	0,00	29,34	2,57
12-4	0,00	18,47	8,24
12-6	0,00	25,23	16,48
16-2	0,00	37,56	6,41
16-4	0,00	24,99	9,76
16-6	0,51	22,91	15,89
20-2	0,00	48,19	5,51
20-4	0,52	11,49	2,64
20-6	0,89	18,63	6,64
25-2	3,72	37,17	0,00
25-4	12,81	17,67	0,00
25-6	20,99	18,56	0,00
30-2	8,00	46,15	0,49
30-4	16,10	16,91	0,00
30-6	24,35	10,59	0,00
50-10	128,63	11,77	0,00
50-20	266,87	21,70	0,07
50-30	368,53	28,50	0,00
100-10	146,39	9,93	0,44
100-20	269,43	14,65	0,00
100-30	376,79	11,99	0,35
150-10	-	5,46	1,50
150-20	-	9,53	0,50
150-30	-	8,17	0,31
200-10	-	13,02	0,00
200-20	-	9,01	0,02
200-30	-	8,42	0,40
250-10	-	12,81	0,00
250-20	-	6,20	0,41
250-30	-	5,59	0,08
Ortalama	68,52	19,22	3,42
N-M (İş-Makine)			

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, hazırlık ve proses aşamalarında ilave kaynakların kullanıldığı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi önerilmiştir. İki ayrı problem olarak literatürde yer alan; hazırlık aşamasında ilave kaynak olarak ortak sunucunun mevcut olduğu ortak sunuculu makine çizelgeleme problemi ile proses aşamasında ilave kaynak kullanımının olduğu kaynak kısıtlı makine çizelgeleme problemi tek bir problem olarak bütünleştirilerek tanımlanmıştır. Üretim ortamının farklı aşamalarındaki ilave kaynakları da dikkate alan çizelgeleme problemi yapılandırılmıştır. Hazırlık ve proses aşamalarında ilave kaynakların kullanıldığı, makine ve sıra bağımlı hazırlık zamanları ve makine uygunluk kısıtlarının olduğu yayılma zamanının en küçüklenmesi amaçlı bir karma tam sayılı matematiksel model (MILP) geliştirilmiştir. Problem yeni tanımlandığından probleme özgü bir veri seti literatürde bulunmamaktadır. Önerilen yöntemlerinin etkinliğini ölçmek için küçük, orta ve büyük boyutlu test problemleri türetilmiştir. Test problemlerinde kapsamlı bir değerlendirme yürütülmüştür. Problemin karmaşıklığından dolayı MILP büyük boyutlu problemlerin tümünde uygun çözüme ulaşamamıştır. Bu sebeple RA ve TB yöntemleri problemin çözümü için önerilmiştir. Deneysel sonuçlara göre TB, MILP ve RA yöntemleriyle karşılaştırıldığında daha iyi sonuçlar elde etmiştir. Metasezgisel yöntem TB, proses ve hazırlık aşamalarında ilave

kaynakların kullanıldığı ilişkisiz paralel makine çizelgeleme problemi için ilk kez önerilmiştir.

İlave kaynakların hem hazırlık hem de proses aşamasında kullanımının dikkate alındığı çizelgeleme problemiyle üretimin daha gerçekçi çizelgelemesi sağlanabilmiştir. Klasik çizelgeleme problemleri kaynak olarak sadece makineleri dikkate almaktadır. Makine dışındaki kaynaklarında hazırlık ve proses aşamasında dikkate alınmasıyla, etkin ve verimli kaynak kullanımı gerçekleştirilmiştir. Ayrıca üretim ortamının dijitalleşmesine katkı sağlanabilmiştir. Gelecek çalışmalarda problemin farklı amaç fonksiyonlarına sahip versiyonlarına, problemin karmaşıklığından dolayı farklı sezgiseller ve alt sınır bulma yöntemlerine odaklanılması düşünülmektedir.

Kaynaklar (References)

1. Pinedo, M., Scheduling: Theory, Algorithms and Systems, Springer, New York, A.B.D., 2012.
2. Hall, N.G., Potts, C.N., Srikandarajah, C., Parallel machine scheduling with a common server, *Discrete Applied Mathematics*, 102 (3), 223-243, 2000.
3. Akyol E., Saraç T., A mix integer programming model for parallel machine scheduling problem: Using shared resource, *Journal of Science Part C: Design and Technology of Gazi University*, 5 (3), 109-126, 2017.
4. Blazewicz, J., Lenstra, J.K., Rinnoy Kan, A.H.G., Scheduling subject to resource constraints: Classification and complexity, *Discrete Applied Mathematics*, 5, 11-24, 1983.
5. Edis, E.B., Oguz, C., Ozkarahan, I., Parallel machine scheduling with additional resources: Notation, classification, models and solution methods, *European Journal of Operational Research*, 230 (3), 449-463, 2013.
6. Bektur G., Saraç T., Two parallel injection machine scheduling under crane constraint, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 31 (4), 903-911, 2016.
7. Edis E.B., Oguz C., Ozkarahan I., Solution approaches for simultaneous scheduling of jobs and operators on parallel machines, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 27 (3), 527-535, 2012.
8. Ayaz, H.I., Ozturk, Z., A mathematical model and a heuristic approach for train seat scheduling to minimize dwell time, *Computers & Industrial Engineering*, 160, 107590, 2021.
9. Graham, R., Lawler, L.E.L., Lenstra, J.K.L., Rinnooy Kan, A.H.G., Optimization and approximation in deterministic sequencing and scheduling: a survey, *Annals of Discrete Mathematics*, 5, 287-326, 1979.
10. Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G., Brucker, P., Complexity of machine scheduling problems, *Annals of Discrete Mathematics*, 1, 343-362, 1977.
11. Garey, M., Johnson, D., Complexity results for multiprocessor scheduling under resource constraints, *SIAM Journal on Computing*, 4, 397-411, 1975.
12. Abdekhodae, A.H., Wirth, A., Scheduling parallel machines with a single server: Some solvable cases and heuristics, *Computers & Operations Research*, 29 (3), 295-315, 2002.
13. Furugi A., A tabu search algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem with machine availability constraint and sequence-dependent setup time, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 36 (3), 1539-1550, 2021.
14. Saraç T., Tutumlu B., A bi-objective mathematical model for an unrelated parallel machine scheduling problem with job-splitting, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 37 (4), 2293-2307, 2022.
15. Al-Harkan, I.M., Qamhan, A.A., Badwelan, A., Alsamhan, A., Hidri, L., Modified harmony search algorithm for resource-constrained parallel machine scheduling problem with release dates and sequence-dependent setup times, *Processes*, 9 (4), 654, 2021.
16. Bitar, A., Dauzère-Pérès, S., Yugma, C., Unrelated parallel machine scheduling with new criteria: Complexity and models, *Computers & Operations Research*, 132, 105291, 2021.

17. Su, B., Xie, N., Yang, Y., Hybrid genetic algorithm based on bin packing strategy for the unrelated parallel workgroup scheduling problem, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 32, 957-969, 2021.
18. Fanjul-Peyro, L., Models and an exact method for the unrelated parallel machine scheduling problem with setups and resources, *Expert Systems with Applications*: X, 5, 100022, 2020.
19. Yepes-Borrero, J.C., Villa, F., Perea, F., Caballero-Villalobos, J.P., GRASP algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem with setup times and additional resources, *Expert Systems with Applications*, 141, 112959, 2020.
20. Al-Harkan, I.M., Qamhan, A.A., Optimize unrelated parallel machines scheduling problems with multiple limited additional resources, sequence-dependent setup times and release date constraints, *IEEE Access*, 7, 171533-171547, 2019.
21. Bektur, G., Saraç, T., A mathematical model and heuristic algorithms for an unrelated parallel machine scheduling problem with sequence-dependent setup times, machine eligibility restrictions and a common server, *Computers & Operations Research*, 103, 46-63, 2019.
22. Qamhan, A.A., Alharkan, I.M., Note on A two-stage adaptive fruit fly optimization algorithm for unrelated parallel machine scheduling problem with additional resource constraints, *Expert Systems with Applications*, 128, 81-83, 2019.
23. Vallada, E., Villa, F., Fanjul-Peyro, L., Enriched metaheuristics for the resource constrained unrelated parallel machine scheduling problem, *Computers & Operations Research*, 111, 415-424, 2019.
24. Zhu, W., Tianyu, L., A novel multi-objective scheduling method for energy based unrelated parallel machines with auxiliary resource constraints, *IEEE Access*, 7, 168688-168699, 2019.
25. Afzalirad, M., Shafipour, M., Design of an efficient genetic algorithm for resource-constrained unrelated parallel machine scheduling problem with machine eligibility restrictions, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 29 (2), 423-437, 2018.
26. Fleszar, K., Hindi, K.S., Algorithms for the unrelated parallel machine scheduling problem with a resource constraint, *European Journal of Operational Research*, 271 (3), 839-848, 2018.
27. Villa, F., Vallada, E., Fanjul-Peyro, L., Heuristic algorithms for the unrelated parallel machine scheduling problem with one scarce additional resource, *Expert Systems with Applications*, 93, 28-38, 2018.
28. Fanjul-Peyro, L., Perea, F., Ruiz, R., Models and matheuristics for the unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources, *European Journal of Operational Research*, 260 (2), 482-493, 2017.
29. Manupati, V.K., Rajyalakshmi, G., Chan, F.T., Thakkar, J.J., A hybrid multi-objective evolutionary algorithm approach for handling sequence- and machine-dependent set-up times in unrelated parallel machine scheduling problem, *Sādhanā*, 42 (3), 391-403, 2017.
30. Afzalirad, M., Rezaeian, J., Resource-constrained unrelated parallel machine scheduling problem with sequence dependent setup times, precedence constraints and machine eligibility restrictions, *Computers & Industrial Engineering*, 98, 40-52, 2016.
31. Bitar, A., Dauzère-Pérès, S., Yugma, C., Roussel, R., A memetic algorithm to solve an unrelated parallel machine scheduling problem with auxiliary resources in semiconductor manufacturing, *Journal of Scheduling*, 19 (4), 367-376, 2016.
32. Özpeynirci, S., Gökğür, B., Hnich, B., Parallel machine scheduling with tool loading, *Applied Mathematical Modelling*, 40 (9), 5660-5671, 2016.
33. Zheng, X. L., Wang, L., A two-stage adaptive fruit fly optimization algorithm for unrelated parallel machine scheduling problem with additional resource constraints, *Expert Systems with Applications*, 65, 28-39, 2016.
34. Fanjul, L., Perea, F., Ruiz, R., Algorithms for the unspecified unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources, 2015 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM), Seville-Spain, 69-73, 21-23 October, 2015.
35. Ruiz, R., Fanjul, L., Perea, F., A bin packing reformulation and matheuristics for the unrelated parallel machines scheduling problem with resources, *Actas de la XVI Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial*, Albacete-Spain, 1183-1192, 9-12 November, 2015.
36. Kerkhove, L.P., Vanhoucke, M., Scheduling of unrelated parallel machines with limited server availability on multiple production locations: a case study in knitted fabrics, *International Journal of Production Research*, 52 (9), 2630-2653, 2014.
37. Lozano, A.J., Medaglia, A.L., Scheduling of parallel machines with sequence-dependent batches and product incompatibilities in an automotive glass facility, *Journal of Scheduling*, 17 (6), 521-540, 2014.
38. Torabi, S.A., Sahebjamnia, N., Mansouri, S. A., Bajestani, M. A., A particle swarm optimization for a fuzzy multi-objective unrelated parallel machines scheduling problem, *Applied Soft Computing*, 13 (12), 4750-4762, 2013.
39. Pessan, C., Neron, E., Setup tasks scheduling during production resettings, *International Journal of Production Research*, 49 (22), 6787-6811, 2011.
40. Zhang, Z., Zheng, L., Hou, F., Li, N., Semiconductor final test scheduling with Sarsa (λ, k) algorithm, *European Journal of Operational Research*, 215 (2), 446-458, 2011.
41. Ruiz, R., Andrés, C., Unrelated parallel machines scheduling with resource-assignable sequence dependent setup times, 3rd Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Applications (MISTA), Paris-France, 439-446, 28-31 August, 2007.
42. Chen, J.F., Minimization of maximum tardiness on unrelated parallel machines with process restrictions and setups, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 29 (5), 557-563, 2006.
43. Chen, J.F., Wu, T.H., Total tardiness minimization on unrelated parallel machine scheduling with auxiliary equipment constraints, *Omega*, 34 (1), 81-89, 2006.
44. Chen, J.F., Unrelated parallel machine scheduling with secondary resource constraints, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 26 (3), 285-292, 2005.
45. Dastidar, S.G., Nagi, R., Scheduling injection molding operations with multiple resource constraints and sequence dependent setup times and costs, *Computers & Operations Research*, 32 (11), 2987-3005, 2005.
46. Tamaki, H., Hasegawa, Y., Kozasa, J., Araki, M., Application of search methods to scheduling problem in plastics forming plant: A binary representation approach, 32nd IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio-A.B.D., 3845-3850, 15-17 December, 1993.
47. Kirkpatrick, S., Gelatt, S., Vecchi, M., Optimization by simulated annealing, *Science*, 220 (4598), 671- 680, 1983.

