



4 Boyutlu Modelde Spinör Tipi İntanton Çözümlerinin Dalgacık Entropisinin İncelenmesi

Mine Ak^{1*}

^{1*} (ORCID: 0000-0003-1131-5529), mineak83@yahoo.com

(İlk Geliş Tarihi 5 Nisan 2022 ve Kabul Tarihi 28 Ağustos 2022)

(DOI: 10.31590/ejosat.1099184)

ATIF/REFERENCE: Ak, M. (2022). 4 Boyutlu Modelde Spinör Tipi İntanton Çözümlerinin Dalgacık Entropisinin İncelenmesi. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (38), 329-334.

Öz

Son yıllarda, doğrusal olmayan dinamik sistemlerin yörüngelerinin özelliklerini araştırmak için çeşitli alanlarda birçok yöntem önerilmiştir. Bu çalışmada, Heisenberg anılatı aracılığıyla bulunan dört boyutlu Gürsey modeldeki spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngelerinin karakteristiği incelenmiştir. Spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngeleri, Shannon dalgacık entropisi – wavelet entropy (WE) yöntemiyle analiz edilmektedir. Spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngelerinin düzenli veya düzensiz durumlarını analiz etmek için faz uzayında WE ve WE spektrumu üzerine çalışılmaktadır. Spinör tipi instanton çözümlerinin kararlı nokta etrafında düzenli yörüngelere ve diğer noktalar için düzensiz yörüngelere sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu çalışmaya göre, faz uzayında WE doğrusal olmayan dinamik sistemlerin entropi evrimini gözlemlemek için kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler: Doğrusal olmayan dinamik sistemler, spinör tipi instanton, dalgacık entropisi, faz uzayı.

Investigation of Wavelet Entropy of Spinor Type Instanton Solutions in a 4-Dimensional Model

Abstract

In recent years, many methods have been proposed in various fields to investigate the properties of orbits of nonlinear dynamical systems. In this study, the characteristics of the orbits of spinor-type instanton solutions in the four-dimensional Gursej model via Heisenberg ansatz is investigated. The orbits of spinor-type instanton solutions are analyzed by Shannon wavelet entropy (WE) method. In order to analyze the regular or irregular states of the orbits of spinor-type instanton solutions, WE spectrum and WE in phase space are studied. It is observed that spinor-type instanton solutions have regular orbits around the fixed point and irregular orbits for other points. According to this study, WE can be used to observe the entropy evolution of nonlinear dynamical systems in phase space.

Keywords: Nonlinear dynamical systems, spinor-type instanton, wavelet entropy, phase space.

¹ Sorumlu Yazar: mineak83@yahoo.com

1. Giriş

İnstantonlar, standart modelde kuantum alan teorisi bağlamında var olan klasik topolojik çözümlerdir (Rajaraman, 1987). İnanstanonlar, vakumlar arası tünellemeye karşılık geldiğinden, kuarkların parçacıklar içinde hapsolmesini açıklamada önemli bir rol oynarlar (Dunajski, 2010). Gürsey model, dört boyutlu konformal invaryant saf fermiyonik bir modeldir (Gursey, 1956). Gürsey modelde, spinör tipi instantonlara karşılık gelen çözümler Heisenberg anatzı kullanılarak elde edilmiştir (Heisenberg, 1954) (Kortel, 1956). Konformal invaryant saf spinör Gürsey alan denkleminin spinör tipi instanton çözümleri, konformal simetrisinin kendiliğinden kırılmasıyla bulundu (Akdeniz, 1982). Daha sonraki yıllarda, spinör dalga denklemleri üzerine birçok çalışma yapılmıştır (Akdeniz ve ark., 1982) (Hortacsu ve ark., 2007) (Hortacsu ve Lutfuoğlu, 2007) (Canbaz ve ark., 2012) (Aydogmus ve ark., 2013) (Ak, 2022).

Entropi, sistemdeki enerjiyi hesaplamak için termodinamikte ilk olarak Clausius tarafından kullanılmıştır (Clausius, 1850). Sonra Boltzmann istatistiksel fiziğin temellerini attı (Boltzmann, 1871). Daha sonra, bilgi teorisinde Shannon (Shannon, 1948), entropiyi rastgele bir veri kaynağı tarafından üretilen bilginin ortalama hızı olarak hesapladı (Nicolis ve ark., 2020). Bilgi teorisine göre entropi, ayırık veya sürekli bir sistemdeki belirsizliğin bir ölçüsüdür. Shannon entropisi, rastgele seçilen bir değişikenden üretilen bilginin beklenen değerini hesaplar. Entropi, bir sistemdeki kaos olarak tanımlanır. Sistemdeki düzensizlik ne kadar büyük olursa, entropi de o kadar büyük olur (Wehrl, 1978).

Shannon entropisi, başlangıçta bilgi kaynağının belirsizliğini ifade etmek için kullanıldı. Daha sonra bilgi teorisi dışındaki diğer alanlarda belirsizlik veya düzensizliğin bir ölçüsü olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu nedenle bu çalışmada Shannon entropisi tercih edilmiştir. Bir sistemin düzensizliği, sistem bileşenleri arasındaki enerji akışıyla ilgilidir. Bir sistemdeki belirsizlik veya düzensizlik ne kadar büyükse, entropi de o kadar yüksek olur (Zhang ve ark., 2021). Sistem düzensizliği arttıkça sistemi oluşturan bileşenler arasındaki enerji alışverişi azalır ve entropi değeri artar. Buna göre en düzensiz sistem, maksimum entropi değerine sahip sistemdir. Bilimsel çalışmalarda farklı entropi yöntemleri kullanılsa da Shannon entropisi pratikte en sık kullanılan belirsizlik ölçüsüdür (Camarena-Martinez ve ark., 2016) (Pan ve ark., 2016).

Dinamik sistemler birçok alanda farklı uygulamaları ile oldukça önemli ve geniş bir araştırma alanı oluşturmaktadır. Birçok dinamik sistemdeki davranış özelliklerinin doğru ve hızlı bir şekilde belirlenmesi uzun süredir çok önemli bir araştırma konusu olmuştur (Brin ve Stuck, 2015). Bu çalışmada, spinör tipi instanton çözümlerinin dalgacık entropisi (Shannon dalgacık entropisi) incelenmiştir. Dalgacık entropisi, dalgacık ayrıştırma ve entropinin birleştirilmesine dayanan bir yöntemdir (Huang ve ark., 2021). Yüksek zaman-frekans çözünürlüğüne sahip bir sinyalin düzensizlik derecesini veya sırasını tahmin etmek için kullanılır (Shannon, 1948). Dalgacık entropisi, oldukça düzenli sinyaller için daha düşük ve oldukça düzensiz sinyaller için daha yüksektir (Rosso ve ark., 2001).

Bu çalışmada, spinör tipi instanton çözümlerinin farklı başlangıç koşullarına göre davranışı Shannon dalgacık entropi yöntemi ile incelenmiştir. Yörüngelerle ilgili bilgi almak için, faz

uzaylarında Shannon dalgacık entropisi (WE), farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ parametre değerleri için değişen başlangıç koşullarına göre incelenir. Bu çalışmaya göre, spinör tipi instanton çözümlerinin kararlı noktalar etrafında düzenli yörüngelere ve diğer noktalarda düzensiz yörüngelere sahip olduğu görülmektedir.

Bu makale şu şekilde planlanmıştır: Bölüm 2'de, Gürsey modelde Heisenberg anatzı ile elde edilen spinör tipi instanton çözümlerinin lineer olmayan diferansiyel denklemlerinden ve düzenli ve düzensiz yörüngeleri tespit etmek için kullandığımız dalgacık entropisinden bahsedilmiştir. Bölüm 3'te, spinör tipi instanton çözümlerinin dalgacık entropisi, farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değerleri ile değişen başlangıç koşullarına göre çizilmiştir. Faz uzaylarındaki çözümlerin dalgacık entropisi de bu bölümde verilmiştir. Sonuçlar Bölüm 4'te sunulmuştur.

2. Materyal ve Metot

2.1. Gürsey Model

3/2 ölçek boyutunda fermiyon alanlarına dayanan Gürsey dalga denklemleri, konformal invaryant Lagrange denklemleri (Gürsey, 1956)

$$L = i\bar{\psi}\partial\psi + g(\bar{\psi}\psi)^{\frac{4}{3}} \quad (1)$$

ile tanımlanır. g pozitif kuplaj sabitidir. Hareket denklemleri,

$$i\partial\psi + g(\bar{\psi}\psi)^{\frac{1}{3}}\psi = 0 \quad (2)$$

ile verilir. Heisenberg anatzının (Heisenberg, 1954) Öklid konfigürasyonunun karmaşık formu

$$\psi = [ix_{\mu}\gamma_{\mu}\chi(s) + \varphi(s)]C, \quad (3)$$

ile ifade edilir. C keyfi bir spinör sabitidir. $\chi(s)$ ve $\varphi(s)$ ise $s = x_{\mu}^2 = r^2 + t^2 (x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z, x_4 \equiv t)$ 'nin gerçek fonksiyonlarıdır. (3) denklemini (2) denkleminde yerine yazarsak,

$$4\chi(s) + 2s \frac{d\chi(s)}{ds} - \alpha[s\chi(s)^2 + \varphi(s)^2]^{\frac{1}{3}}\varphi(s) = 0, \quad (4a)$$

$$2 \frac{d\varphi(s)}{ds} + \alpha[s\chi(s)^2 + \varphi(s)^2]^{\frac{1}{3}}\chi(s) = 0, \quad (4b)$$

denklem çiftini elde ederiz. $\alpha = g(\bar{C}C)^{\frac{1}{3}}$ yazarsak,

$$i\gamma_{\mu}\partial_{\mu}\psi = \left[-4\chi(s) - 2s \frac{d\chi(s)}{ds} + 2ix_{\mu}\gamma_{\mu} \frac{d\varphi(s)}{ds} \right] \bar{C}C, \quad (5)$$

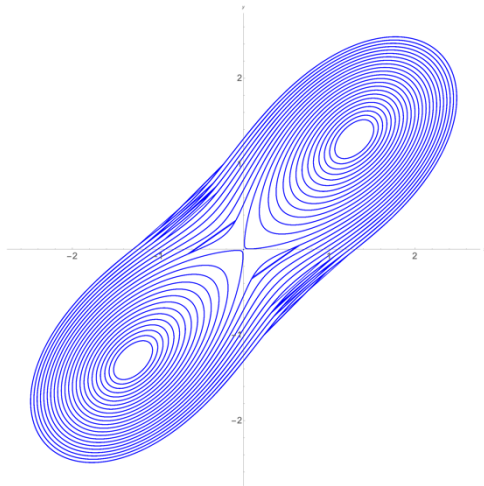
$$(\bar{\psi}\psi)^{\frac{1}{3}} = (s\chi^2(s) + \varphi^2(s))(\bar{C}C)^{\frac{1}{3}}$$

elde ederiz. $\chi = As^{-\sigma}F(t)$ ve $\varphi = Bs^{-\tau}G(t)$ ile $t \equiv \ln s$, $\sigma = \tau + \frac{1}{2}$, $\tau = \frac{3}{4}$ ve $A^2 = B^2$ (Kortel, 1956) yazarak, doğrusal olmayan basit diferansiyel denklem sistem çifti (4a) ve (4b)'nin boyutsuz formu (6a) ve (6b) denklemleri,

$$2 \frac{dF(t)}{dt} + \frac{3}{2}F(t) - \alpha(AB)^{\frac{1}{3}} [F(t)^2 + G(t)^2]^{\frac{1}{3}} G(t) = 0, \quad (6a)$$

$$2 \frac{dG(t)}{dt} - \frac{3}{2}G(t) + \alpha(AB)^{\frac{1}{3}} [F(t)^2 + G(t)^2]^{\frac{1}{3}} F(t) = 0, \quad (6b)$$

elde edilir. Burada F ve G $\in \mathbb{R}$ reel fonksiyonlardır ve A, B pozitif sabitlerdir (Kortel, 1956). $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$ için bu denklem sisteminin çözümü (Akdeniz, 1982)'de verilen Gürsey instantonlarıdır. Yakın tarihte yapılan bir çalışmada, faz uzayında Gürsey instantonlarının evriminde kuplaj sabitinin rolü araştırılmıştır (Aydogmus ve ark., 2013).



Şekil 1. Gürsey instantonlarının çözümlerine karşılık gelen faz diyagramı (Aydogmus ve ark., 2013).

(Figure 1. Phase diagram corresponding to solutions of Gürsey instantons (Aydogmus et al., 2013).)

2.2. Dalgacık Dönüşümleri

Dalgacık dönüşümü, bir sinyalin zaman-frekans analizi için kullanılan bir dönüşüm türüdür. Özellikle sismik verilerin incelenmesi sırasında yaşanan sorunlar, "Sürekli Dalgacık Dönüşümü"nü geliştirilmesine olanak sağlamıştır. Daha sonra dalgacık analizinin çok çeşitli sinyal tiplerine uygulanabilir olduğu bulundu (Daubechies, 1992) (Aldroubi ve Unser, 1996) (Mallat, 1999).

Dalgacık, frekans ve zamanda iyi konumlanmış bir titreşim fonksiyonudur. Bir dalgacık kümesi $\psi_{a,b}$, ana dalgacık $\psi(t)$ 'nin açılımları ve ötelemeleri tarafından üretilen temel fonksiyonlar kümesidir:

$$\psi_{u,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right), \quad (7)$$

Burada ölçek s, dönüşüm parametreleri u ve t zamandır. s'nin artması dalgacığın daralmasına neden olur. Böylece s benzersiz analitik model ve modelin farklı zaman ve ölçeklerdeki kopyaları elde edilir. Dalgacık dönüşümleri şu şekilde tanımlanır:

$$(W_{\psi} f)(u, s) = \langle f, \psi_{u,s} \rangle = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (8)$$

Ayrık parametre seti için $s_j = 2^{-j}$ ve $u_{j,k} = 2^{-j}k$ ile ana dalgacık fonksiyonunun özel seçimi için $\psi(t)$,

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (9)$$

ile verilir. Sonlu enerji sinyallerinden oluşan Hilbert uzayı, $L^2(\mathbb{R})$ 'nin bir ortonormal temelidir. İlişkili ondalık ayrık dalgacık dönüşümü, sinyalin yedekli olmayan bir temsilini oluşturur ve değerleri dalgacık serisindeki katsayılarıdır. Buradaki dalgacık katsayıları, farklı ölçeklerde yerel enerjilerin doğrudan tahminini ve bilgisini sağlar. Ayrıca bilgi, $L^2(\mathbb{R})$ 'de iç içe geçmiş alt uzayların hiyerarşik bir şemasında düzenlenebilir.

Örnekleme süresi t_s 'nin, tekdüze bir zaman ızgarasına rağmen örneklenen $S = \{s_0(n), n=1, \dots, M\}$ değerleri tarafından verildiği varsayılır. Basitlik için $t_s = 1$ alınır. Ayrıştırma tüm çözünürlük seviyelerinde yapılırsa, dalgacık genişlemesi şu şekilde olacaktır:

$$S(t) = \sum_{j=-N}^{-1} \sum_k C_j(k) \psi_{j,k}(t) = \sum_{j=-N}^{-1} r_j(t), \quad (10)$$

burada dalgacık katsayıları $C_j(k)$, j ve j+1 ardışık sinyal yaklaşımları arasındaki yerel artık hatalardır ve $r_j(t)$, j ölçeğindeki artık sinyaldir. $2^{j-1}\omega_s \leq |\omega| \leq 2^j\omega_s$ frekanslarına karşılık gelen S(t) sinyalinin bilgisini içerir.

$\{\psi_{j,k}(t)\}$, $L^2(\mathbb{R})$ için ortonormal bir temel olduğundan, enerji kavramı Fourier teorisinden türetilmiştir. Dalgacık katsayıları $C_j(k) = \langle S, \psi_{j,k} \rangle$ ile verilir. Ayrıntı sinyalinin enerjisi ve her k örneklemeindeki enerji,

$$E(k) = \sum_{j=-N}^{-1} |C_j(k)|^2 \quad (11)$$

ile verilir. Sonuç olarak, toplam enerji şu şekilde hesaplanabilir:

$$E_{tot} = \|S\|^2 = \sum_{j<0} \sum_k |C_j(k)|^2 = \sum_{j<0} E_j \quad (12)$$

Göreceli dalgacık enerjisine karşılık gelen normalize değerler,

$$\rho_j = \frac{E_j}{E_{tot}} \quad (13)$$

$j = -1, -2, \dots, -N$ için çözünürlük seviyesi enerjinin farklı ölçeklerde olasılık dağılımını tanımlar. Sonuç olarak, $\sum_j \rho_j = 1$ ve olasılık enerji dalgacık dağılımı $P \equiv \{\rho_j\}$ hem zaman hem de frekans düzlemlerinde belirli fenomenleri saptamak ve karakterize etmek için uygun bir araç oluşturan bir zaman ölçeği olasılık yoğunluğu olarak kabul edilir.

Shannon entropisi (Shannon, 1948), olasılık dağılımını analiz etmek ve karşılaştırmak için etkili bir yöntemdir ve ayrıca herhangi bir dağılım bilgisinin bir ölçüsünü hesaplar. Toplam Shannon WE (Rosso ve ark., 2001) (Blanco ve ark., 1998) (Rosso ve Mairal, 2002) şu şekilde tanımlanır:

$$S_{WT}^S[P] = - \sum_{j < 0} \rho_j \cdot \ln [\rho_j] \quad (14)$$

Sinyalin düzen-düzensizlik ölçüsü ve sinyalin temel dinamikleri hakkında bilgi veren WE'dir. Çok düzenli bir sistemde, sinyal büyük ölçüde tek bir benzersiz dalgacık çözünürlük seviyesinde çözülecektir, yani, temsili sinyal frekansını içeren dalgacık çözünürlük seviyesi dışında tüm göreceli dalgacık enerjileri sıfıra çok yakın olacaktır. Bu durumda WE sıfıra yakın veya çok düşük bir değerde olacaktır. Düzensiz bir sistemde sinyal, tüm frekans bantlarının bir dalgacık temsiline sahip olacaktır. Sonuç olarak, bağlı dalgacık enerjisi tüm çözünürlük seviyeleri için hemen hemen eşit olacak ve WE maksimum değerlerde olacaktır.

3. Araştırma Sonuçları ve Tartışma

$F(t)$ ve $G(t)$ için WE, denklem (6a) ve (6b)'de $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1, 1.2, 0.7$ gerçek parametresi için, sırası ile $[-2, 2]$, $[-2, 2]$, $[-4, 4]$ aralığında 0.01 adım boyutu ile değişen başlangıç koşuluyla hesaplanır. 0'dan 1000'e $t = 1$ adım boyutu kullanılarak ve önceki bölümdeki denklemler sırayla hesaplanarak, (6a) ve (6b) denklemlerinin sayısal çözümlerinden elde edilen $F(t)$ ve $G(t)$ zaman serileri olan $f(n)$ ve $g(n)$ sinyalleri üretilir.

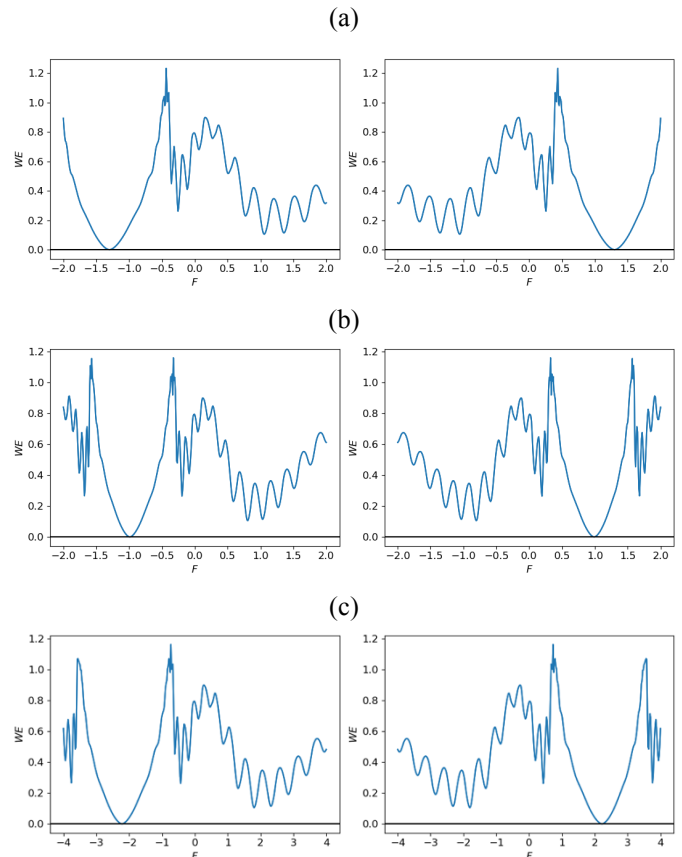
3.1. Spinör tipi instanton çözümlerinin dalgacık entropisi spektrumları

Bu bölümde, spinör tipi instanton çözümlerinin başlangıç koşullarına göre farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değerlerinde WE spektrumu verilmiştir. Şekil 2 (a)'da, $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$ için $(F, G) = \left(-\frac{3\sqrt{3}}{4}, -\frac{3\sqrt{3}}{4}\right) = \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{4}\right)$ kararlı noktalar ve $(F, G) = (0, 0)$ çatallanma noktasıdır. Bu değerler spinör tipi instanton çözümlerine karşılık gelir (Aydogmus ve ark., 2013). Şekil 2 (b)'deki $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ ve Şekil 2 (c)'deki $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ değerleri, spinör tipi instanton çözümlerinin gerçek parametre $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değerlerine göre değişimini görmek için rastgele seçilir. Bir önceki çalışmada (Aydogmus ve ark.,

2013) yapılan stabilite analizine göre, $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ için $(F, G) = \left(-\frac{5\sqrt{\frac{5}{2}}}{8}, -\frac{5\sqrt{\frac{5}{2}}}{8}\right) = \left(\frac{5\sqrt{\frac{5}{2}}}{8}, \frac{5\sqrt{\frac{5}{2}}}{8}\right)$ ve $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ için $(F, G) = \left(-\frac{15\sqrt{\frac{15}{14}}}{7}, -\frac{15\sqrt{\frac{15}{14}}}{7}\right) = \left(\frac{15\sqrt{\frac{15}{14}}}{7}, \frac{15\sqrt{\frac{15}{14}}}{7}\right)$ kararlı noktalar ve $(F, G) = (0, 0)$ çatallanma noktasıdır.

Şekil 2 (a), $G = -1.3$ değeri sabit tutularak $F = -1.3$ 'te ve $G = 1.3$ değeri sabit tutularak $F = 1.3$ 'te WE sıfırdır ve periyodik yörüngeler olarak yorumlanabilir ve periyodik olmayan yörüngeler olan diğer noktalarda WE sıfırdan farklı değerlere sahiptir. Benzer şekilde Şekil 2 (b), (c)'deki $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ ve $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ değerleri için kararlı nokta etrafında periyodik, diğer noktalarda ise periyodik olmayan yörüngelere sahip olduğu şeklinde yorumlanabilir. Şekil 2 (a)'da $F = \{-2, -0.5\}$ ve $F = \{0.5, 2\}$ değerleri civarında, Şekil 2 (b)'de $F = \{-1.5, -0.4\}$ ve $F = \{0.4, 1.5\}$ değerleri civarında ve Şekil 2 (c)'de, $F = \{-3.5, -1\}$ ve $F = \{1, 3.5\}$ değerleri civarında WE en büyük değerlere sahiptir.

Şekil 2 incelendiğinde, $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ parametresinin değeri arttıkça kararlı noktaların değeri azalmakta, $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ parametresinin değeri azaldığında ise kararlı noktaların değeri artmaktadır. Spinör tipi instanton çözümlerinin WE spektrumuna göre, gerçek parametre $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değişse bile yörüngelerin özelliklerinin değişmediği ve yörüngelerin benzer özellikler gösterdiği gözlemlenmiştir.



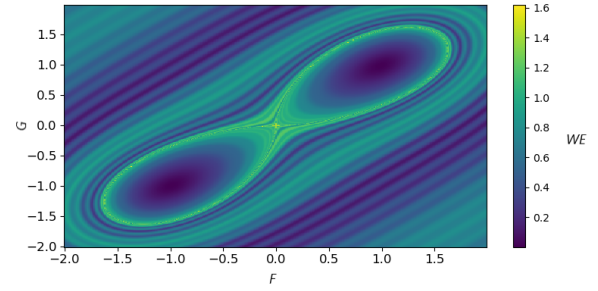
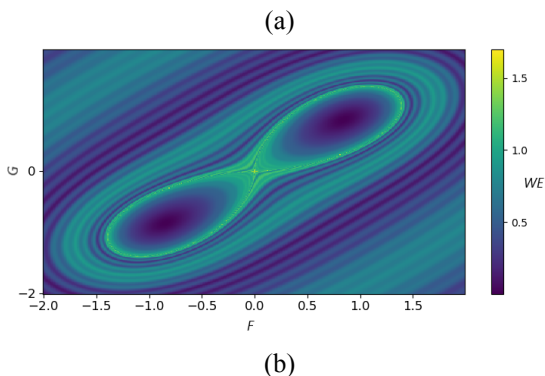
Şekil 2. (a) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ ve (c) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ için değişen F değerlerine göre spinör tipi instanton çözümlerinin WE spektrumu. (Figure 2. WE spectrum of spinor type instanton solutions with varying F values for (a) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ and (c) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$)

3.2. Spinör tipi instanton çözümlerinin faz uzayında dalgacık entropisi

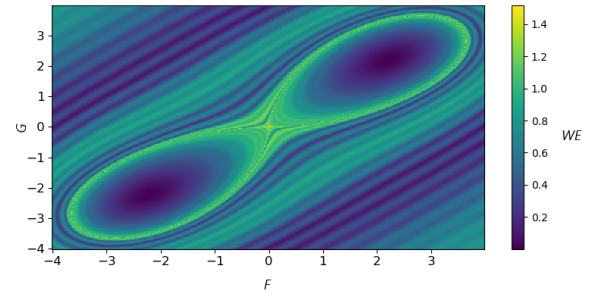
Bu bölümde, farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değerleri için değişen başlangıç koşullarına göre spinör tipi instanton çözümlerinin değişimini daha iyi görmek için WE konturu çizilmektedir. Farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ değerleri için değişen $F(t)$ ve $G(t)$ değerlerine göre faz uzayının büyük bir alanını kapsayan renk grafiği incelenmiştir.

Şekil 3 (a)'da $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b)'de $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ ve (c)'de $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ için çatallanma noktası $(F, G) = (0, 0)$, kararlı noktalar yaklaşık olarak sırası ile $(F, G) = (-1.3, -1.3) = (1.3, 1.3)$, $(-1, -1) = (1, 1)$ ve $(-2.1, -2.1) = (2.1, 2.1)$ periyodik yörüngeler koyu renktedir. Periyodik olmayan yörüngeler açık renktedir. Çatallanma yörüngesindeki WE'nin en yüksek değerinde olduğu görülmektedir. Ayrıca periyodik yörüngeler ve kararlı noktalar çevresinde dalgacık entropi değerinin 0 olduğu gözlemlenmiştir. Şekil 3'teki kontur grafiklerinden de görüleceği gibi, spinör tipi instanton çözümlerinde farklı $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}}$ parametreleri için başlangıç koşulları dikkate alındığında önemli bir değişiklik görülmemektedir.

Şekil 3'e bakıldığında, WE'nin spinör tipi instanton çözümlerinin faz uzayında temsili ile periyodik ve periyodik olmayan durumlar arasındaki ayırım daha net hale gelmektedir. Genel olarak, spinör tipi instanton çözümlerinin kararlı noktalar etrafında periyodik yörüngelere sahip olduğu sonucuna varılabilir. Periyodik yörünge ile çatallanma yörüngesi arasında WE değerlerinin arttığı görülmektedir. WE değerleri çatallanma yörüngesinde en yüksek düzensizliğe ulaşmakta olup bu yörünge dışındaki yörüngelerde daha düşük değerlerdedir.



(c)



Şekil 3. (a) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ ve (c) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$ için spinör tipi instanton çözümlerinin faz uzayında WE'si.

(Figure 3. WE in phase space of spinor-type instanton solutions for (a) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ and (c) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$)

(Figure 3. WE in phase space of spinor-type instanton solutions for (a) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1$, (b) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 1.2$ and (c) $\alpha(AB)^{\frac{1}{3}} = 0.7$)

4. Sonuç

Gürsey modelinde Heisenberg anızatı kullanılarak elde edilen spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngelerinin düzensizlik durumları araştırılmıştır. Spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngelerinin düzensizlik durumlarını incelemek için WE spektrumu ve WE'nin kontur grafiği analiz edilmiştir. Bir önceki çalışmada (Aydogmus ve ark., 2013) analitik olarak belirlenen spinör tipi instanton çözümlerinin kararlı noktaları WE yöntemi ile doğru bir şekilde belirlenebilir. Kararlı nokta etrafında periyodik yörüngeler ve kararlı noktadan uzakta periyodik olmayan yörüngeler olduğu görülmektedir. Ayrıca WE, çatallanma yörüngesindeki en yüksek düzensizliğe ulaştıktan sonra artmaya ve azalmaya devam etmektedir. Sonuç olarak faz uzayında WE yöntemi sayesinde lineer olmayan bir denklem sistemi olan spinör tipi instanton çözümlerinin yörüngelerinin periyodikliği hakkında bilgi sahibi olmak mümkündür.

Bu çalışmanın sonucunda, WE'leri faz uzayında ele almak, doğrusal olmayan dinamik sistemlerin yörüngelerinin periyodikliği hakkında bize hızlı ve doğru bir sonuç verebilir. Diğer entropi yöntemlerinin (Pincus, 1991) (Richman ve Moorman, 2000) (Bandt ve Pompe, 2002) (Costa ve ark., 2002) (Truebner ve ark., 2006) (Chen ve ark., 2007) (Baumert ve ark., 2012) (Riedl ve ark., 2013) (Li ve ark., 2015) faz uzayında WE'leri incelenebilir ve lineer olmayan sistemlerin yörüngelerinin periyodik veya periyodik olmayan doğası hakkında daha ayrıntılı bilgi elde edilebilir.

5. Teşekkür

Bu makaleyi hazırlarken verdiği destek için değerli hocam Prof. Dr. K.Gediz AKDENİZ'e teşekkür ederim.

Kaynakça

- Ak, M. (2022). 4 Boyutlu Fermiyonik Modelde Kaosun Genelleştirilmiş Hizalama İndeksi Yöntemiyle İncelenmesi. *Journal of the Institute of Science and Technology*, 12(2), 726-734.
- Akdeniz, K. G. (1982). On classical solutions of Gurseý's conformal-invariant spinor model. *Lettere al Nuovo Cimento*, 33(2), 40-44.
- Akdeniz, K. G., Arik, M., Durgut, M., Hortaçsu, M., Kaptanođlu, S., & Pak, N. K. (1982). The quantization of the Gurseý model. *Physics Letters B*, 116(1), 34-36.
- Aldroubi, A., Unser, M. (1996). *Wavelets in Medicine and Biology*. Boca Raton: CRC Press.
- Aydogmus, F., Canbaz, B., Onem, C., Akdeniz, K. G. (2013). The behaviours of Gurseý instantons in phase space. *Acta Physica Polonica B*, 44(9), 1837-1845.
- Bandt, C., Pompe, B. (2002). Permutation entropy: a natural complexity measure for time series. *Physical Review Letters*, 88(17), 174102.
- Baumert, M., Javorka, M., Seeck, A., Faber, R., Sanders, P., Voss, A. (2012). Multiscale entropy and detrended fluctuation analysis of QT interval and heart rate variability during normal pregnancy. *Comput Biol Med*, 42(3), 347-352.
- Blanco, S., Figliola, A., Quian-Quiroga R., Rosso, O. A., Serrano, E. (1998). Time-frequency analysis of electroencephalogram series (III): wavelet packets and information cost function. *Physical Review E*, 57, 932-940.
- Boltzmann, L. (1871). Einige allgemeine Satze über Warmegleichgewicht unter Gas-molekullen, *Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien*, 63, 679-711.
- Brin, M., Stuck, G. (2015). *Introduction to Dynamical Systems*. Illustrated edition, Cambridge University Press.
- Camarena-Martinez, D., Valtierra-Rodriguez, M., Amezcua-Sanchez, J. P., Granados-Lieberman, D., Romero-Troncoso, R. J., Garcia-Perez, A. (2016). Shannon Entropy and K-Means Method for Automatic Diagnosis of Broken Rotor Bars in Induction Motors Using Vibration Signals. *Shock and Vibration*, 2016, 1-10.
- Canbaz, B., Onem, C., Aydogmus, F., Akdeniz, K. G. (2012). From Heisenberg ansatz to attractor of Thirring Instanton. *Chaos, Solitons & Fractals*, 45(2), 188-191.
- Chen, W., Wang, Z., Xie, H., Yu, W. (2007). Characterization of Surface EMG Signal Based on Fuzzy Entropy. *IEEE Trans Neural Syst Rehabil Eng*, 15(2), 266-272.
- Clausius, R. (1850). On the motive power of heat & on the laws which may be deduced from it for the theory of heat. *Annalen der Physik*, 79, 368-500.
- Costa, M., Goldberger, A. L., Peng, C.-K. (2002). Multiscale entropy analysis of complex physiologic time series. *Physical Review Letters*, 89(6), 068102.
- Daubechies, I. (1992). *Ten Lectures on Wavelets*. Philadelphia: SIAM.
- Dunajski, M. (2010). *Solitons, Instantons, and Twistors*. Illustrated edition, Oxford University Press.
- Gurseý, F. (1956). On a conform-invariant spinor wave equation. *Il Nuovo Cimento*, 3(5), 988-1006.
- Heisenberg, W. (1954). Zur quantentheorie nichtrenormierbarer wellengleichungen. *Zeitschrift für Naturforschung A*, 9, 292-303.
- Hortacsu, M., Lutfuoglu, B. C., & Taskin, F. (2007). Gauged system mimicking the Gurseý model. *Modern Physics Letters A*, 22, 2521-2532.
- Hortacsu, M., Lutfuoglu, B. C. (2007). Renormalization group analysis of a Gurseý model inspired field theory. *Physical Review D*, 76, 025013.
- Huang, W., Luo, G., Cheng, M., He, J., Liu, Z., Zhao, Y. (2021). Protection Method Based on Wavelet Entropy for MMC-HVDC Overhead Transmission Lines. *Energies*, 14(3), 678.
- Kortel, F. (1956). On some solutions of Gurseý's conformal-invariant spinor wave equation. *Il Nuovo Cimento*, 4, 210-215.
- Li, P., Liu, C., Li, K., Zheng, D., Liu, C., Hou, Y. (2015). Assessing the complexity of short-term heartbeat interval series by distribution entropy. *Med Biol Eng Comput*, 53(1), 77-87.
- Mallat, S. (1999). *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Second edition, San Diego: Academic Press.
- Nicolis, O., Mateu, J., Contreras-Reyes J. E. (2020). Wavelet-Based Entropy Measures to Characterize Two-Dimensional Fractional Brownian Fields. *Entropy*, 22(2), 196.
- Pan, S., Han, T., Tan, A. C., Lin, T. R. (2016). Fault diagnosis system of induction motors based on multiscale entropy and support vector machine with mutual information algorithm. *Shock and Vibration*, 2016, 1-12.
- Pincus, S. M. (1991). Approximate entropy as a measure of system complexity. *Proc Natl Acad Sci USA*, 88(6), 2297-2301.
- Rajaraman, R. (1987). *Solitons and Instantons: An Introduction to Solitons and Instantons in Quantum Field Theory*. 1st edition, North Holland.
- Richman, J. S., Moorman, J. R. (2000). Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample Entropy. *Am J Physiol Heart Circ Physiol*, 278(6), H2039-H2049.
- Riedl, M., Müller, A., Wessel, N. (2013). Practical considerations of permutation entropy: A tutorial review. *The European Physical Journal Special Topics*, 222, 249-262.
- Rosso, O. A., Blanco, S., Yordanova, J., Kolev, V., Figliola, A., Schürmann, M., Başar, E. (2001). Wavelet entropy: a new tool for analysis of short duration brain electrical signals. *Journal of Neuroscience Methods*, 105(1), 65-75.
- Rosso, O. A., Mairal, M. L. (2002). Characterization of time dynamical evolution of electroencephalographic records. *Physica A*, 312, 469-504.
- Shannon, C. (1948). A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal*, 27, 379-423.
- Truebner, S., Cygankiewicz, I., Schroeder, R., Baumert, M., Vallverdu, M., Caminal, P., Vazquez, R., Luna, A. B., Voss, A. (2006). Compression entropy contributes to risk stratification in patients with cardiomyopathy. *Biomed Tech (Berl)*, 51(2), 77-82.
- Wehrl, A. (1978). General properties of entropy. *Reviews of Modern Physics*, 50, 221-260.
- Zhang, H., Jiang, W., Deng, X. (2021). A New Method to Measure the Information Quality Based on Shannon Entropy. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 46, 3691-3700.