Erciyes University Journal of the Institute of Science and Technology
Erciyes Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi
ISSN 1012-2354
Cilt (Volume): 29, Sayı (Issue): 3, Haziran/June-2013
http://fbe.erciyes.edu.tr/

ESNEK DİREKT TOPLANAN

***Emin AYGÜN[1], Akın Osman ATAGÜN[2] , Tuğba CANAYAZ[1]**
[1] *Erciyes Üniversitesi, Fen Fak. Matematik Bölümü,*
[2] *Bozok Üniversitesi, Fen Edeb. Fak. Matematik Bölümü*

ÖZET

Molodtsov tarafından ortaya atılan esnek küme teorisi, belirsizlikle başa çıkmak için etkili bir matematiksel araç olarak görülmektedir. Bu teori, bilgi sistemleri, karar verme problemleri, optimizasyon teorisi, cebirsel yapılar ve matematiksel analiz gibi belirsizlik içeren birçok alana uygulandı. Bu çalışmada esnek küme teorisi direkt toplamlara uygulanarak esnek direkt toplananlar inşa edildi. Esnek yapıların iki farklı tanımı kullanılarak esnek yapıların esnek direkt toplamları ve cebirsel yapıların esnek direkt toplamları tanımlanarak bunlar ilgili örneklerle gösterildi.

Anahtar Kelimeler: Direkt Toplam, Esnek kümeler, Esnek Direkt Toplananlar

SOFT DIRECT SUMMAND

ABSTRACT

Soft set theory, proposed by Molodtsov, has been regarded as an effective mathematical tool to deal with uncertainties. This theory has been applied to many fields such as information systems, decision making problems, optimization theory, algebraic structure and basic mathematics analysis, etc. which contain uncertainties. In this paper, applying soft set theory, soft direct summand have been constructed. Soft direct sums of soft structures and soft direct sums of algebraic structures are introduced and illustrated by related examples.

Key Words: Direct Sum, Soft Sets, Soft Direct Summands

*Sorumlu Yazar e-posta: eaygun@erciyes.edu.tr

1. Giriş

Esnek kümeler teorisi, Molodtsov [1] tarafından belirsizlikle başa çıkmak için bir matematiksel araç olarak ortaya atıldı. Molodtsov [1], sürekli diferansiyellenebilir fonksiyonlar, oyun teorisi, işlem araştırmaları, Riemann integrasyonu, Perron integrasyonu, olasılık, ölçüm teorisi vb. alanlarda esnek küme teorisini kullanarak, başarılı çalışmalar yaptı. Ayrıca, yazar yaklaşık nesne kavramını formüle etti ve esnek küme teorisi isimli bir kitap yayımladı. Maji ve arkadaşları [2] karar verme problemleri için esnek küme teorisini araştırdılar. Teorik olarak, esnek kümeler üzerine çeşitli işlemler tanımladılar. Ali ve arkadaşları [3] esnek kümelerin bazı kavramlarını verdiler. Sezgin ve Atagün [4] esnek küme üzerinde kesişim, genişletilmiş kesişim, kısıtlanmış birleşim, kısıtlanmış farkı tanımladılar ve her birinin kendi arasındaki bağlantılarını gösterdiler. Aktaş ve Çağman [5] esnek kümeleri, bulanık kümeler ve yaklaşımlı kümelerin ilgili kavramlarıyla karşılaştırdılar, ayrıca pek çok yeni çalışmanın önünü açan "Esnek Grup Teorisi"ni literatüre kazandırdılar. Esnek grup yapısı üzerinde esnek altgrup,normal esnek altgrup, esnek homomorfizm gibi cebirsel yapılar tanımladılar. Acar ve diğerleri [6] esnek halkaları, Atagün ve Sezgin [7] esnek yakın halkaları tanımladılar. Sezgin ve Atagün [8] halka, cisim ve modülün esnek cebirsel yapısıyla ilgili çalıştılar.

Bu çalışmada, Molodtsov'un [1] esnek küme tanımı kullanılarak esnek direkt toplanan kavramı verilmiştir. Esnek yapıların esnek direkt toplamları ve cebirsel yapıların esnek direkt toplamları tanımlanmış ve örneklerle gösterilmiştir.

2. Ön Bilgiler

Bu bölümde, temel bilgi niteliğinde olan ve çalışmanın diğer kısımlarında sıkça kullanılan yapılar verilecektir.

Tanım 2.1. [1] U evrensel küme ve E parametrelerin bir kümesi olsun. $P(U)$, U 'nun kuvvet kümesi ve $A \subset E$ olarak gösterilsin. Bir (F,A) sıralı ikilisi U üzerinde esnek küme olarak adlandırılır. Burada F, $F\colon A \to P(U)$ ile verilen bir dönüşümdür.

Tanım 2.2. [4] (F,A) ve (G,B), U üzerinde iki esnek küme olsun. Bu esnek kümelerin kısıtlanmış kesişimi

$(F,A) \Cap (G,B) = (H,C)$ şeklinde gösterilir. Burada, $C = A \cap B$ ve $\forall x \in C$ için $H\colon C \to P(U)$ dönüşümü

$H(x) = F(x) \cap G(x)$ şeklinde tanımlıdır.

Tanım 2.3. [5] G bir grup, A boştan farklı bir küme olmak üzere (F,A), G üzerinde bir esnek küme olsun (F,A) 'ya G üzerinde bir esnek grup denir $\Leftrightarrow$ $\forall x \in A$ için, $F(x) < G$ (alt grup)'dir .

Örnek 2.3. Kabul edelim ki
$G = A = S_3 = \{e,(12),(13),(23),(123),(132)\}$ olsun.

$$F(x) = \{y \in G\colon xRy \Leftrightarrow y = x^n, n \in N\}$$

şeklinde bir küme değerli fonksiyon tanımlayalım. Bu durumda (F,A) esnek kümesi,

$F(e) = \{e\}, F(12) = \{e,(12)\},$

$F(13) = \{e,(13)\},\ F(23) = \{e,(23)\}$

$F(123) = F(132) = \{e,(123),(132)\}$

$\forall x \in A$ için $F(x)$'ler G grubunun alt grubu olduğu için (F,A) , G üzerinde bir esnek gruptur.

Tanım 2.4.[6] R bir halka ve (F,A) , R üzerinde boştan farklı bir esnek küme olsun. $\forall x \in A$ için $F(x)$, R' nın alt-halkası ise (F,A) esnek kümesine R üzerinde esnek halka denir.

Tanım 2.5. [7] (F,A) , N yakın-halkası üzerinde boştan faklı bir esnek küme olsun. $\forall x \in supp(F,A)$ için $F(x)$, N yakın-halkasının alt yakın-halkası oluyorsa, (F,A)'ya N üzerinde bir esnek yakın-halka denir.

Tanım 2.6. [7] N bir yakın halka ve (F,A) , N üzerinde bir esnek yakın halka olsun. Aşağıdaki şartları sağlayan N üzerindeki (G,I) boştan farklı esnek kümesine (F,A)'nın bir esnek sol (sırasıyla sağ) ideali denir ve $(G,I) \tilde{\trianglelefteq}_l (F,A)$ (sırasıyla $(G,I) \tilde{\trianglelefteq}_r (F,A)$) ile gösterilir.

i) $I \subset A$,

ii) $\forall x \in supp(G,I)$ için

$G(x) \tilde{\trianglelefteq}_l F(x)$ (sırasıyla $G(x) \tilde{\trianglelefteq}_r F(x)$)

Eğer (G,I) , (F,A)'nın hem esnek sol ideali hem esnek sağ ideali ise, (G,I) 'ya (F,A) 'nın esnek ideali denir ve $(G,I) \tilde{\trianglelefteq} (F,A)$ ile gösterilir.

Örnek 2.6. $(Z_6,+)$ toplamsal grubunu ele alalım. Aşağıdaki şekilde verilen çarpma işlemi tablosuna göre $(Z_6,+,.)$ bir (sağ) yakın halkadır.

.	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	3	1	5	3	1	5
2	0	2	4	0	2	4
3	3	3	3	3	3	3
4	0	4	2	0	4	2
5	3	5	1	3	5	1

$N = (Z_6, +, .)$ yakın-halkasını alalım. $F: A \to P(N)$ küme değerli fonksiyonu $\forall x \in A = Z_6$ için

$$F(x) = \{y \in A: xRy \Leftrightarrow xy \in \{0,2,4\}\}$$

olarak tanımlansın. Bu durumda (F, A), N üzerinde boştan farklı bir esnek kümedir.

Buradan, $F(0) = F(2) = F(4) = Z_6$ ve

$F(1) = F(3) = F(5) = \emptyset$ olur.

$I = \{0,2,4\}$ ve $G: I \to P(N)$ küme değerli fonksiyonu $\forall x \in I$ için

$$F(x) = \{y \in I: xRy \Leftrightarrow xy \in \{0,3\}\}$$

olarak tanımlansın.

$G(0) = Z_6$, $G(2) = G(4) = \{0,3\}$ olur. Dolayısıyla $supp(G, I) = \{0,2,4\}$.

$\forall x \in supp(G, I)$ için $G(x) \lhd F(x)$ olduğundan dolayı $(G, I) \tilde{\lhd} (F, A)$ sağlanır.

3. Esnek Alt Yapılar

Tanım 3.1. [5] G bir grup, (F, A) ve (H, B) , G üzerinde iki esnek grup olsun.

i) $B \subset A$,

ii) $\forall x \in B$ için $H(x) < F(x)$

şartları sağlanıyorsa, (H, B) esnek kümesine (F, A)' nın esnek alt grubu denir ve $(H, B) \tilde{<} (F, A)$ ile gösterilir.

Tanım 3.2. [6] R bir halka, (F, A) ve (H, B) , R üzerinde iki esnek halka olsun. Aşağıdaki şartlar sağlanıyorsa (H, B) esnek kümesine (F, A)' nın esnek alt halkası denir.

i) $B \subset A$,

ii) $\forall x \in Supp(H, B)$ için $H(x), F(x)$ 'in bir alt halkasıdır.

Tanım 3.3. [7] N bir yakın halka, (F, A) ve (G, B) , N üzerinde esnek yakın halkalar olsun. Aşağıdaki şartlar sağlanırsa (G, B)' ye (F, A) 'nın esnek alt yakın-halkası denir.

i) $B \subset A$,

ii) $\forall x \in Supp(G, B)$ için $G(x), F(x)$ 'in bir alt yakın halkasıdır.

Tanım 3.4. [8] I, R 'nin ideali ve $(F, I), R$ üzerinde bir esnek küme olsun. $\forall x, y \in I$ ve $r \in R$ için,

i) $F(x - y) \supseteq F(x) \cap F(y)$

ii) $F(rx) \supseteq F(x)$

iii) $F(xr) \supseteq F(x)$

şartları sağlanıyorsa, (F, I) *ya* R'nin bir esnek ideali denir ve $(F, S) \tilde{\lhd} R$ ile gösterilir.

Tanım 3.5. [8] (F, I_1) ve (G, I_2), R halkasının iki esnek ideali olsun. $I_1 \cap I_2 = \{0\}$ ise o zaman (F, I_1) ve (G, I_2) esnek ideallerinin toplamı $(F, I_1) + (G, I_2) = (H, I_1 + I_2)$ şeklinde tanımlanır ve $\forall x + y \in I_1 + I_2$ için $H(x + y) = F(x) + G(y)$ dir.

Tanım 3.6. [8] S, R 'nin alt halkası ve $(F, S), R$ üzerinde bir esnek küme olsun. $\forall x, y \in S$ için,

i) $F(x - y) \supseteq F(x) \cap F(y)$ ve

ii) $F(xy) \supseteq F(x) \cap F(y)$

şartları sağlanıyorsa, (F, S) *ye* R'nin bir esnek alt halkası denir ve $(F, S) \tilde{<} R$ ile gösterilir.

Tanım 3.7. [9] M, N 'nin alt yakın-halkası ve $(F, M), N$ üzerinde bir esnek küme olsun. $\forall x, y \in M$ için,

i) $F(x - y) \supseteq F(x) \cap F(y)$ ve

ii) $F(xy) \supseteq F(x) \cap F(y)$

şartları sağlanıyorsa, (F, M)' ye N 'nin bir esnek alt yakın-halkası denir ve $(F, M) \tilde{<} N$ ile gösterilir.

Tanım 3.8. [8] S, G 'nin alt grubu ve $(F, S), G$ üzerinde bir esnek küme olsun. $\forall x, y \in S$ için $F(x - y) \supseteq F(x) \cap F(y)$ şartı sağlanıyorsa, (F, S) *ye* G'nin bir esnek alt grubu denir.

4. Direkt Toplam

Tanım 4.1. [10] G değişmeli bir grup ve G nin $H_1, H_2, \ldots, H_n$ alt gruplarını göz önüne alalım.

Eğer $x \in H_1 + H_2 + \cdots + H_n$ için $x = h_1 + h_2 + \cdots + h_n$ yazılışı tek türlü ise $H_1 + H_2 + \cdots + H_n$ toplamına

Teorem 4.2. [10] G değişmeli bir grup ve $H_1, H_2 \leq G$ olsun. Bu durumda

$$G = H_1 \oplus H_2 \Leftrightarrow (i)\ G = H_1 + H_2 \text{ ve}$$
$$(ii)\ H_1 \cap H_2 = \{0\}$$

Teorem 4.3. [10] G değişmeli bir grup ve $H_1, H_2 \leq G$ olsun. Bu durumda $G = H_1 \oplus H_2$ olmak üzere

(i) $G/_{H_1} \cong H_2$

(ii) $G/_{H_2} \cong H_1$ dir.

Tanım 4.4. [11] N bir yakın-halka ve $I \lhd N$ olsun. Eğer $\exists J \lhd N$ için,

$$N = I + J$$

oluyorsa, I idealine N yakın-halkasının bir direkt toplananı denir. Buradaki J idealine ise, I nın N deki direkt bileşeni adı verilir.

5. Esnek Direkt Toplanan

Esnek ideallerin ve esnek alt grupların direkt toplamı iki farklı şekilde tanımlanarak örneklerle gösterilecektir.

Önce esnek yapıların esnek direkt toplamlarını tanımlayalım :

Tanım 5.1. N bir yakın halka (F, A), N üzerinde bir esnek yakın halka olmak üzere ;

(G,I) ve (H,J) (F,A) esnek yakın halkasının esnek idealleri olsun.

i) (G,I) ⋒ (H,J) = (T, I∩ J) ve $\forall x \in I \cap J$ için $T(x) = G(x) \cap H(x) = \{0_N\}$ özel olarak

$T(0) = \{0_N\}$ ve

ii) $(G, I) + (H, J) = S_{sup}$ $supp(F, A) = A$ olmak üzere

$\forall x \in supp(F, A)$ için

$$S(x) = G(x) + H(x)$$
$$= \{g + h : g \in G(x), h \in H(x)\}$$

$S_{sup} = (F, A)$ ise **(**G,I) ve (H,J) ye (F,A) esnek yakın halkasının esnek direkt toplanan idealleri denir ve direkt toplam denir ve $H_1 \oplus H_2 \oplus \ldots \oplus H_n$ ile gösterilir.

Aşağıdaki tablolarla tanımlı işlemler altında $(N, +, .)$ bir (sağ) yakın halkadır.

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	3	2
2	2	3	0	1
3	3	2	1	0

.	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	0	0	0	2
3	1	1	1	3

(F, A), N üzerinde bir esnek küme $A = N$ ve $F: A \to P(N)$ fonksiyonu $\forall x \in A$ için $F(0) = F(1) = N$, $F(2) = \emptyset$, $F(3) = \{0\}$ şeklinde tanımlanıyor. Buradan (F, A), N üzerinde bir esnek yakın halkadır.

$I = \{0,3\} \subset A$ için $G: I \to P(N)$,

$$G(x) = \{0\} \cup \{y \in N: xRy \Leftrightarrow xy \in \{0,2\}\}$$

olmak üzere $G(0) = N$, $G(3) = \{0\}$ ve $G(0) \lhd F(0)$, $G(3) \lhd F(3)$ olduğundan (G, I), (F, A) nın esnek idealidir.

$J = \{0,1\} \subset A$ için $H: J \to P(N)$,

$$H(x) = \{y \in N: xRy \Leftrightarrow xy \in \{0,1\}\}$$

olmak üzere $H(0) = H(1) = N$ ve

$H(0) \lhd F(0)$, $H(1) \lhd F(1)$ olduğundan (H, J), (F, A) nın esnek idealidir.

i) **(**G,I) ⋒ (H,J) = (T, I∩ J) ve $\forall x \in I \cap J = \{0\}$ için

$T(0) = G(0) \cap H(0) = \{0_N\}$

ii) $\forall x \in supp(F, A) = \{0,1,3\}$ için

$(G, I) + (H, J) = S_{\{0,1,3\}}$

$S(0) = G(0) + H(0) = N = F(0)$

$S(1) = G(1) + H(1) = N = F(1)$

$(G,I)\bigoplus(H,J)=(F,A)$ ile gösterilir.

Örnek 5.1. $N=\{0,1,2,3\}$ Klein-4 grubunu göz önüne alalım.

Tanım 5.2. G bir grup (F,A), G üzerinde bir esnek grup olmak üzere ;

(H,B) ve (K,C) (F,A) esnek grubunun esnek alt grupları olsun.

i) (H,B) ⋒ (K,C) = (T, B∩ C) ve $\forall x\in B\cap C$ için $T(x)=H(x)\cap K(x)=\{0_G\}$ özel olarak $T(0)=\{0_G\}$ ve

ii) $(H,B)+(K,C)=S_A$ $\forall x\in A$ için

$S(x)=H(x)+K(x)$

$=\{h+k : h\in H(x), k\in K(x)\}$

$S_A=(F,A)$ ise (H,B) ve (K,C) ye (F,A) esnek grubunun esnek direkt toplanan alt grupları denir ve $(H,B)\bigoplus(K,C)=(F,A)$ ile gösterilir.

Örnek 5.2. $G=(Z_{12},+)$ grubunu göz önüne alalım.

$A=\{0,2,4,6,8,10\}$ ve (F,A), G üzerinde bir esnek küme olmak üzere $F\colon A\to P(G)$ fonksiyonu

$F(0)=Z_{12}$, $F(2)=\{0,4,8\}$, $F(4)=\{0\}$, $F(6)=\{0,6\}$, $F(8)=\{0,2,4,6,8,10\}$, $F(10)=\emptyset$ şeklinde tanımlanıyor, ki bunlarda G nin altgruplarıdır. Buna göre (F,A), G üzerinde bir esnek gruptur.

$B=\{0,2,4\}\subset A$ ve (H,B), G üzerinde bir esnek küme olmak üzere $H\colon B\to P(G)$ fonksiyonu $H(0)=\{0,3,6,9\}$,

$H(2)=\{0,4,8\}$, $H(4)=\{0\}$ şeklinde tanımlanıyor.

$H(0)<F(0)$, $H(2)<F(2)$, $H(4)<F(4)$ olduğundan (H,B), (F,A) nın esnek alt grubudur.

$C=\{0,6,8\}\subset A$ ve (K,C), G üzerinde bir esnek küme olmak üzere $K\colon C\to P(G)$ fonksiyonu

$K(0)=\{0,4,8\}$, $K(6)=\{0,6\}$, $K(8)=\{0,2,4,6,8,10\}$ şeklinde tanımlanıyor. $K(0)<F(0)$, $K(6)<F(6)$, $K(8)<F(8)$ olduğundan (K,C), (F,A) nın esnek alt grubudur.

i) (H,B) ⋒ (K,C) = (T, B∩ C) ve $\forall x\in B\cap C=\{0\}$ için $T(0)=H(0)\cap K(0)=\{0_G\}$

ii) $\forall x\in A=\{0,2,4,6,8,10\}$ için

$S(3)=G(3)+H(3)=\{0\}=F(3)$

olduğundan $(G,I)\bigoplus(H,J)=(F,A)$ dır.

$S(2)=H(2)+K(2)=\{0,4,8\}=F(2)$

$S(4)=H(4)+K(4)=\{0\}=F(4)$

$S(6)=H(6)+K(6)=\{0,6\}=F(6)$

$S(8)=H(8)+K(8)=\{0,2,4,6,8,10\}=F(8)$

$S(10)=H(10)+K(10)=\emptyset=F(10)$

olduğundan $(H,B)\bigoplus(K,C)=(F,A)$ dır.

Cebirsel yapıların esnek direkt toplamları da aşağıda verilmiştir.

Tanım 5.3. (F,I) ve (G,J) R halkasının iki esnek ideali olsun. $I\cap J=\{0\}$ ve $I+J=R$ ise o zaman iki esnek idealin toplamı $(F,I)+(G,J)=(H,I+J)$ şeklinde tanımlanır ve

$\forall x+y\in I+J$ için

$$H(x+y)=F(x)+G(y) \text{ dir.}$$

Buradan eğer $H(x+y)=R$ ise o zaman(F,I) ve (G,J) ye R halkasının direkt toplanan idealleri denir ve $(F,I)\bigoplus(G,J)=R$ ile gösterilir.

Örnek 5.3. R= $(Z_6,+,.)$ halkasını göz önüne alalım. $I=\{0,2,4\}$, R'nin bir idealidir. (F,I), R üzerinde bir esnek küme olmak üzere $F\colon I\to P(R)$ fonksiyonu $F(0)=Z_6$,

$F(2)=F(4)=\{0,2,3\}$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre (F,I), R'nin bir esnek idealidir.

$J=\{0,3\}$, R'nin bir idealidir. (G,J) R üzerinde bir esnek küme olmak üzere

$G\colon J\to P(R)$ fonksiyonu $G(0)=Z_6$, $G(3)=\{1,4,5\}$ şeklinde tanımlanıyor. Buradan (G,J), R'nin bir esnek idealidir.

$I\cap J=\{0,2,4\}\cap\{0,3\}=\{0\}$ ve

$I+J=\{0,2,4\}+\{0,3\}=Z_6=R$

şartları sağlandığından bu iki esnek idealin toplamına bakalım.

$\forall x+y\in I+J=\{0+0,0+3,2+0,2+3,4+0,4+3\}$ için

$H(0+0)=F(0)+G(0)=Z_6$

$H(0+3)=F(0)+G(3)=Z_6$

$(H,B)+(K,C)=S_{\{0,2,4,6,8,10\}}$

$S(0)=H(0)+K(0)=G=F(0)$

$H(4+0)=F(4)+G(0)=Z_6$

$H(4+3)=F(4)+G(3)=Z_6$

$\forall x+y\in I+J$ için

$H(x+y)=R=Z_6$ olduğundan $(F,I)\oplus(G,J)=R$ dir.

Tanım 5.4. (K,A) ve (S,B) G grubunun iki esnek alt grubu olsun. $A\cap B=\{0\}$ ve $A+B=G$ ise o zaman iki esnek alt grubun toplamı $(K,A)+(S,B)=(H,A+B)$ şeklinde tanımlanır ve $\forall x+y\in A+B$ için

$$H(x+y)=K(x)+S(y) \text{ dir.}$$

Buradan eğer $H(x+y)=G$ ise o zaman (K,A) ve (S,B) ye G grubunun direkt toplananları denir ve $(K,A)\oplus(S,B)=G$ ile gösterilir.

Örnek 5.4. $G=(Z_{10},+)$ grubunu göz önüne alalım.

$A=\{0,5\}$, G ' nin bir alt grubudur. (K,A), G üzerinde bir esnek küme olmak üzere $K:A\to P(G)$ fonksiyonu $K(0)=\{0,3,4,9\}$, $K(5)=\{0,4,9\}$ şeklinde tanımlanıyor. Buna göre (K,A), G 'nin bir esnek alt grubudur.

$B=\{0,2,4,6,8\}$, G 'nin bir alt grubudur. (S,B), G üzerinde bir esnek küme olmak üzere $S:B\to P(G)$ fonksiyonu $S(0)=\{0,2,5,7,9\}$, $G(2)=G(4)=G(6)=G(8)=\{2,5,7,9\}$ şeklinde tanımlanıyor. Buradan (S,B), G 'nin bir esnek alt grubudur.

$A\cap B=\{0,5\}\cap\{0,2,4,6,8\}=\{0\}$ ve

$A+B=\{0,5\}+\{0,2,4,6,8\}=Z_{10}=G$ şartları sağlandığından bu iki esnek alt grubun toplamına bakalım.

$\forall x+y\in A+B=\{0+0,5+0,0+2,5+2,0+4,5+4,0+6,5+6,0+8,5+8\}$ için

$H(0+0)=K(0)+S(0)=Z_{10}$
$H(5+4)=K(5)+S(4)=Z_{10}$
$H(5+0)=K(5)+S(0)=Z_{10}$
$H(0+6)=K(0)+S(6)=Z_{10}$
$H(0+2)=K(0)+S(2)=Z_{10}$
$H(5+6)=K(5)+S(6)=Z_{10}$
$H(5+2)=K(5)+S(2)=Z_{10}$

$H(2+0)=F(2)+G(0)=Z_6$

$H(2+3)=F(2)+G(3)=Z_6$

$H(0+8)=K(0)+S(8)=Z_{10}$

$H(0+4)=K(0)+S(4)=Z_{10}$

$H(5+8)=K(5)+S(8)=Z_{10}$

$\forall x+y\in A+B$ için $H(x+y)=G=Z_{10}$ olduğundan $(K,A)\oplus(S,B)=G$ dir.

Kaynaklar

1. Molodtsov, D., Soft set theory-Firrst results, Computers and Mathematics with Applications, 37 (1), 19-31, 1999.

2. Maji, P. K., Bismas, R., Roy, A.R., Soft set theory, Computers and Mathematics with Applications, 45 (1), 555-562, 2003.

3. Ali, M.I., Feng, F., Liu, X., Min, W.K., Shabir, M., On some new operations in soft set theory, Comput. Math. Appl., 57 (9), 1547-1553, 2009.

4. Sezgin A., Atagün A.O., On operations of soft sets, , Comput. Math. Appl., 61 (5) (2011) 1457-1467.

5. Aktaş, H., Çağman, N., Soft sets and soft groups, Information Sciences, 177 (1), 2726- 2735, 2007.

6. Acar U., Koyuncu F. and Tanay B., Soft Sets and Soft Rings, Comput. Math. Appl. 59 (2010), 3458-3463.

7. Atagün A.O., Sezgin. A., Soft near-rings, submitted, 2009.

8. Atagün A.O. and Sezgin A., Soft Substructures of Rings, Fıelds and Modules, Comput. Math. Appl., 61 (3) (2011) 592-601.

9. Feng, F., Jun, Y. B., Zhao, X., Soft semirings, Comput. Math. Appl., 56 (10), 2621-2628,2008.

10. Prof. Dr. Sait Halıcıoğlu Soyut Cebir Ders Notları

11. Atagün, A. O., Aygün, E., Yakın-halkaların Farklı Asal İdealleri ve Direkt Toplananlar, E. Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 21, 54-61, 2005.