



Yetersiz veri ortamında tahminler için örnek bir uygulama: gri tahmin yöntemi

*Erkan KÖSE¹, H.Soner APLAK², Mehmet KABAK³

^{1,2} Kara Harp Okulu Savunma Bilimleri Enstitüsü, 06654 Bakanlıklar-Ankara

³ Kara Harp Okulu Dekanlığı Endüstri ve Sistem Mühendisliği Bölümü, 06654 Bakanlıklar-Ankara

ÖZET

Anahtar Kelimeler:
Gri Sistem Teorisi, Gri Tahmin

Gri tahmin yöntemi sistem davranışları hakkında yeterli tecrübemizin bulunmadığı ve sınırlı sayıda veriye ulaşılabildiği durumlarda tatmin edici sonuçlar üretebilen bir tahmin yöntemidir. Bu çalışmanın amacı, doğası gereği sınırlı sayıda veriye ulaşılabilen sistemler için gri tahmin yönteminin etkinliğini test etmektir. Çalışmada bir üniversitede dört yıllık lisans eğitimini tamamlamış öğrencilerin ilk beş yarıyılık akademik başarı ortalamaları kullanılarak mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmış ve elde edilen sonuçlar gerçek mezuniyet notları ile karşılaştırılmıştır. Ulaşılan sonuçlar incelendiğinde gri tahmin yönteminin yetersiz veri ortamında oldukça iyi sayılabilecek tahmin sonuçları ürettiği görülmüştür.

A case study for prediction in inadequate data environment: grey prediction method

ABSTRACT

Key Words:
Grey System Theory, Grey Prediction

Grey prediction method is a prediction method that produces satisfactory results when we do not have enough experience about system behaviors and we can reach only a limited number of data. The purpose of this study is to examine effectiveness of grey prediction method in systems which as a course of their nature limited number of data can be reached. In this study we try to predict graduation grade of students who are complete four-year undergraduate education in a university by using their first five semesters' academic success average and compare results with real values. When the outcomes studied it has seen that the grey prediction method produce very satisfactory results in the circumstances of poor data.

1. Giriş

Disiplinler arası bir yaklaşım olan gri sistem teori, küçük örneklem ve zayıf bilginin yer aldığı problemlere çözüm bulabilmek için 1980'li yılların başında Deng (1982) tarafından ortaya atılmıştır. Sosyal, ekonomik, endüstriyel, tarımsal, biyolojik sistemler gibi pek çok sistem ismini ilgili olduğu alandan alır. Gri sistemler ismi ise incelenen konuya ait bilgi düzeyi esas alınarak seçilmiştir (Liu ve Lin, 2006). Gri sistem teoride, herhangi bir sisteme ilişkin tüm bilgiler biliniyorsa bu tür sistemler için beyaz sistem, hiçbir bilgi bilinmiyorsa siyah sistem, kısmen bilgi sahibi olduğumuz sistemler için de gri sistem tanımlamaları kullanılmaktadır. Siyah, gri ve beyaz sistemlerin çeşitli açılardan karşılaştırılması Tablo-1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Siyah, Gri ve Beyaz Sistemlerin Karşılaştırılması (Liu ve Lin, 2006)

	Siyah	Gri	Beyaz
Bilgi	Bilinmiyor	Tam değil	Bilinmiyor
Görünüm	Karanlık	Gri	Parlak
Süreç	Yeni	Geçiş aşamasında	Eski
Özellik	Keşmekeş	Kompleks	Düzenli
Yöntem	Olumsuz	Değişken	Olumlu
Davranış	Hoşgörü	Tolerans	Katı
Sonuç	Sonuç yok	Birden fazla çözüm	Tek çözüm

Gri sistem teori temel olarak sistemler arasındaki ilişkinin analizi, model kurulması, tahmin ve karar problemlerinde sıkça kullanılan bir yöntemdir (Wen, 2004). Gri sistem teorisinin uğraş alanını gri üretim, gri ilişki analizi, gri modelleme, gri karar verme, gri kontrol ve gri tahmin olmak üzere altı temel başlık altında incelemek mümkündür (Köse ve diğerleri, 2011).

Gri tahmin yöntemi ortaya atıldığı ilk günden bu güne kadar özellikle yeterli veriye ulaşamadığı durumlarda pek çok değişik alanda uygulama imkânı bulmuştur. Xia ve Hu (1997) 1985-1993 yılları arasındaki beş yıllık veriyi kullanarak Luo Yang şehrinin atık su miktarının tahmininde, Lin ve Hsu (2002)

Tayvan'da alkol içermeyen içeceklerin satış tahmininde, Hsu (2003) entegre devre talep miktarının tahmininde, Lin ve Yang (2003, 2004) Tayvan'da üretilen bilgi teknolojisi ürünlerinin miktarının tahmininde, Trivedi ve Singh (2005) 1993-1997 yıllarına ait verileri kullanarak Hindistan'da yıllık yağış miktarının tahmininde, Tsai ve diğerleri (2005) haberleşme talep miktarının tahmininde, Mohammadi ve diğerleri (2011) trafik kazalarının tahmininde, Zhan ve Hua (2011) Çin'de yangın kazalarının tahmininde Markov modelleri ile bütünleşik olarak, Zhang ve diğerleri (2012) soğuk zincir lojistiğinde talep miktarının belirlenmesinde gri tahmin yöntemi kullanmışlardır.

Bu çalışmada bir üniversitede dört yıllık lisans eğitimini tamamlamış öğrencilerin gerçek veriler yardımı ile mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin akademik başarıları dönem bazında açıklandığından üçüncü sınıfın ikinci yarıyılında öğrenim gören bir öğrenci için ancak 5 yarıyıllık değerlendirme sonucuna ulaşılabilmektedir. Bu veriler kullanılarak öğrencilerin mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmış ve elde edilen sonuçlar gerçek mezuniyet notları ile karşılaştırılmıştır.

Ayrıca gri tahmin modeli ile üretilen tahmin değerlerinin doğruluğunu test etmek amacıyla ortalamaya dayanan tahmin yöntemlerinden birisi olan üssel düzeltme yöntemi kullanılarak mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmış ve edilen sonuçlar gri tahmin yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Ulaşılan sonuçlar incelendiğinde gri tahmin yönteminin geleneksel tahmin yöntemleri için neredeyse imkânsız sayılabilecek doğrulukta tahmini sonuçlar ürettiği görülmüştür.

Çalışmanın bundan sonraki bölümünde gri sistem teorisi ve gri tahmin yöntemi detaylı olarak incelenmiştir. Üçüncü bölümde gerçek veriler kullanılarak yetersiz veri ortamında gri tahmin yöntemi için örnek bir uygulamaya yer verilmiştir. Çalışmanın son bölümünde ulaşılan sonuçlar tartışılmış ve genel bir değerlendirmeye yer verilmiştir.

2. Gri sistem teorisi ve gri tahmin yöntemi

Disiplinler arası bir yaklaşım olan gri sistem teorisi belirsizliğin sayılaşdırılmasında alternatif bir metottur. Ortaya çıkışındaki temel düşünce stokastik veya bulanık yöntemlerle üstesinden gelinemeyen belirsiz sistemlerin davranışlarını, sınırlı sayıda veri yardımı ile tahmin etmektir.

Olasılık ve istatistik, bulanık matematik ve gri sistem teori deterministik olmayan sistemler için yapılan çalışmalarda kullanılan en yaygın yöntem ve teorilerdir. Farklı tipteki belirsizliklerle uğraşmalarına rağmen bu teorilerin ortak noktası, eksik bilgi ve belirsizliğin olduğu durumlarda anlamlı sonuçlar çıkarabilme gücüne sahip olmalarıdır.

Bulanık matematiğin gücü, tanımsal belirsizliğe sahip problemlere çözüm bulabilmesinde yatmaktadır. Bulanık matematik kullanılarak incelenen bütün nesnel belirgin içsellik, belirgin olmayan uzantı karakteristiğine sahiptirler. Örneğin "genç adam" bulanık bir kavramdır. Genç adam denildiğinde neyin kastedildiğini herkes bilir ancak tam olarak hangi yaş aralığındaki insanların bu tanımlamaya uyduğunu söylemek oldukça güçtür.

Bulanık matematikten farklı olarak gri sistem teorisi ile incelenen nesnel belirgin uzantı, belirgin olmayan içsellik karakteristiğine sahiptirler (Liu ve Lin, 2006). Örneğin "T.C Hükümeti, ülke nüfusunu 2050 yılına kadar 90 ile 100 milyon arasında tutmayı planlıyor" ifadesindeki 90 ile 100 milyon aralığı, gerçek değeri hakkında herhangi bir bilgi sahibi olmadığımız ancak sınırları kesin olarak bilinen bir gri kavramdır.

Gri sistemlerin karakteristik özelliklerini bulanık matematik, olasılık veya istatistikle tam olarak açıklamak mümkün değildir. Teknik olarak söylemek gerekirse, bulanık matematik kavramsal belirsizliğe sahip problemleri, geçmiş tecrübeler yardımıyla, üyelik fonksiyonlarını kullanarak çözmeye çalışır. Olasılık ve istatistik ise gerçekçi çıkarımlar yapabilmek için özel dağılımlara ve makul büyüklükte bir örneklemeye ihtiyaç duyarlar. Aşağıdaki tabloda üç teori arasındaki farklılıklar özet olarak gösterilmiştir.

Tablo 2. Deterministik Olmayan Yöntemlerin Karşılaştırılması (Liu ve Lin, 2006)

	Gri Sistem Teori	Olasılık & İstatistik	Bulanık Matematik
Çalışma Alanı	Yetersiz bilgi	İstatistiksel belirsizlik	Kavramsal belirsizlik
Temel Küme	Gri belirsiz kümeler	Kantor kümeler	Bulanık kümeler
Yöntem	Bilgi kapsamı	Olasılık dağılımları	Üyelik fonksiyonları
Prosedür	Gri serilerin oluşturulması	Sıklık dağılımları	Marjinal örneklem
Gereksinim	Herhangi bir dağılım	Belirli dağılımlar	Tecrübe
Amaç	Gerçekçi kurallar	İstatistiksel kanunlar	Kavramsal ifadeler
Karakteristik	Küçük örneklem	Büyük örneklem	Tecrübe

Gri sistem teorisinin temel uğraş alanlarından olan gri tahmin yöntemini geleneksel tahmin yöntemlerden ayıran temel özelliği, belirsiz sistemlerin davranışlarını tahmin edebilmek için sınırlı sayıda veriye ihtiyaç duymasındır. Zaman serileri gibi geleneksel tahmin yöntemleri doğru değerlendirmeler yapabilmek için büyük miktarda geçmiş veriye ve bilinen istatistiksel dağılımlara ihtiyaç duyar. Geleneksel tahmin yöntemlerinin aksine gri tahmin yönteminin temel özelliği, veri seti hakkında katı varsayımlara ihtiyaç duymaması ve sınırlı veriye sahip sistemlerin analizinde başarı ile uygulanabilmesidir. Tablo-3'de geleneksel tahmin yöntemleri ile gri tahmin yönteminin temel özellikleri karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Tablo 3. Geleneksel Tahmin Yöntemlerinin Karşılaştırılması (Chiang ve diğerleri, 1998)

Tahmin Yöntemi	Gerekli Minimum Gözlem Sayısı	Örneklem Türü	Örneklem Aralığı	Matematiksel Gereksinim
Basit üssel Fonksiyonlar	5-10	Aralık	Kısa	Temel
Regresyon Analizi	10-20	Trend	Kısa	Orta
Tesadüfi Regresyon	10	Herhangi Bir tip	Uzun	Gelişmiş
Box-Jenkins	50	Aralık	Uzun	Gelişmiş
Sinir Ağları	Fazla Sayıda	Aralık veya Değil	Kısa	Gelişmiş
Gri Tahmin Yöntemi	4	Aralık	Uzun	Temel

Gri tahmin yöntemi, elde mevcut verileri kullanarak gri model GM(1,1) yardımıyla geleceğe ilişkin tahminlerde bulunmak için geliştirilmiştir. GM(1,1), bir grup türevlenebilir eşitliği barındıran zaman serisi tahmin modelidir. GM(1,1) gösterimi, tek değişkene sahip birinci derecen türevlenebilir eşitliklerin yer aldığı gri modeli ifade etmek için kullanılmaktadır. Gri tahmin yöntemi aşağıda detaylı olarak açıklanan temel adımlarından oluşur (Liu ve Lin, 2006).

Adım-1: Başlangıç verilerini kullanarak aşağıda gösterilen $X^{(0)}$ ham veri setini oluştur.

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \quad (1)$$

Adım-2: Birinci dereceden toplam üretim operatörü kullanarak $X^{(1)}$ 'i oluştur.

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (3)$$

Adım-3: Birinci dereceden ortalama değer üretim operatörünü kullanarak $Z^{(1)}$ 'i oluştur.

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) \quad (4)$$

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), z^{(1)}(4), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (5)$$

Adım-4: $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ eşitliğinde yer alan a ve b parametre değerlerini tahmin et.

GM(1,1) yardımıyla tahmin yapabilmek için öncelikli olarak a ve b parametre değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Parametre değerlerinin belirlenmesinde kullanılacak iki yöntem en küçük kareler yöntemi ve parametrik yöntemdir. Ancak Wen (2004), normal şartlar altında bu yöntemlerden en küçük kareler yönteminin kullanılmasını tavsiye etmektedir.

Parametre değerlerini en küçük kareler yöntemi ile tahmin etmek için $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ eşitliğini veri setindeki tüm değerler için yeniden yazalım.

$$x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) = b \quad (6)$$

$$x^{(0)}(3) + az^{(1)}(3) = b$$

$$\dots$$

$$x^{(0)}(n) + az^{(1)}(n) = b$$

Yukarıda verilen denklem sistemlerini matris formuna dönüştürmek istersek $Y=B\hat{a}$ eşitliği elde edilecektir. \hat{a} , B ve Y değerlerinin matris gösterimindeki karşılıkları aşağıda gösterildiği gibidir.

$$B = \begin{bmatrix} -Z^{(1)}(2) & 1 \\ -Z^{(1)}(3) & 1 \\ -Z^{(1)}(4) & 1 \\ \dots & \dots \\ -Z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (7)$$

GM (1,1)'in parametre değerlerine karşılık gelen \hat{a} vektörünü elde edebilmek için sırası ile aşağıda tanımlanan matris işlemleri gerçekleştirilmelidir.

$$Y = B \hat{a}$$

$$B^T Y = B^T B \hat{a}$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

Adım-5: $\frac{dx^{(1)}(k)}{dk} + ax^{(1)}(k) = b$ şeklinde gösterilen birinci dereceden türevlenebilir eşitliği çöz ve tahmin modelini elde et.

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1))e^{-ak} + \frac{b}{a}(1 - e^{-ak})$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-a})[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak}$$

Adım-6: Tahmin modelini kullanarak tahmin değerlerini üret.

Adım-7: Tahmin modelinin hata payını belirle ve modelin gelecek tahmin değerlerini üretmek için kullanılıp kullanılmayacağını test et.

Gri tahmin modelinin performansını test etmek için Deng (1986) tarafından doğruluk ve hata oranı olmak üzere iki belirleyici ölçüt önerilmiştir.

Orijinal veri setinin herhangi bir k elemanı için tahmin hatası $\varepsilon^{(0)}(k)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\varepsilon^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k), k = 1, 2, \dots, n$$

Orijinal veri setinin herhangi bir k elemanı için hata oranı $\delta^{(0)}(k)$ ile gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\delta^{(0)}(k) = \left(\frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right) \times 100\%, k = 2, 3, \dots, n$$

Tahmin modelinin doğruluğu aşağıda tanımlanan p parametresi ile belirlenir.

$$p = \frac{\sum_{k=2}^n (1 - |\delta^{(0)}(k)|)}{n-1}$$

Tahmin edilen verinin hata ortalaması ve hata kareleri ortalaması sırasıyla ξ ve S_1 simgeleriyle gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\xi = \frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon^{(0)}(k)}{n}$$

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (\varepsilon^{(0)}(k) - \xi)^2}{n}}$$

Gözlemlenen verinin ortalaması ve hata kareleri ortalaması sırasıyla m ve S_2 simgeleriyle gösterilir ve aşağıdaki gibi hesaplanır:

(8)

$$m = \frac{\sum_{k=1}^n x^{(0)}(k)}{n} \quad (9)$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - m)^2}{n}} \quad (10)$$

Tahmin modelinin hata oranını veren parametre değeri C ile gösterilir ve aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır:

$$C = \frac{S_1}{S_2} \quad (12)$$

Hata oranı ne kadar düşük olursa tahmin modelinin performansı da o denli yüksek olacaktır. Tahmin modeli için iki belirleyici ölçüt olan p ve C parametrelerinin aldıkları değerlere göre tahmin modellerinin sınıflandırılması Tablo-4'de gösterilmiştir.

Tablo 4. Tahmin Modellerinin Doğruluk Sınıflandırması (Deng, 1986; Tseng ve diğerleri, 2001)

SINIFLANDI RMA	PARAMETRELER(13)	
	P	C
İYİ	>0.95	< 0.35
YETERLİ	> 0.80	< 0.50
SINIRDA	> 0.70	< 0.65
YETERSİZ	≤0.70	≥0.65

Adım-8: Tahmin modelini kullanarak gelecek döneme ilişkin tahmin değerlerini üret.

3. Örnek Uygulama (15)

Bu çalışmada yetersiz veri ortamında gri tahmin yönteminin etkinliğini değerlendirmek için dört yıllık lisans eğitimi veren bir üniversitenin üçüncü sınıf ikinci yarıyılında öğrenim gören öğrencilerin mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmıştır.

Öğrencilerin akademik başarıları dönem bazında açıklandığından her bir öğrenci için ancak 5 yıllık değerlendirme sonucuna ulaşılabilmektedir. Yöntemin doğruluğunu test etmek amacıyla değişik yıllarda üniversiteden mezun olmuş ve tesadüfi olarak seçilmiş 14 öğrencinin ilk beş dönemlik akademik başarı ortalamalarından yararlanılmıştır. Çalışmada kullanılan veriler Tablo-5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. Öğrencilerin İlk Beş Dönemlik Akademik Başarı Ortalamaları

Sıra Nu	1_1 YY	1_2 YY	2_1 YY	2_2 YY	3_1 YY
1	3,705	3,807	3,435	3,359	3,308
2	3,143	2,667	3,083	3,100	3,193
3	2,833	2,988	2,952	2,788	3,114
4	3,262	3,667	3,631	3,788	3,636
5	3,455	3,386	2,952	3,013	2,964
6	2,926	3,181	3,174	3,087	3,315
7	3,394	3,149	2,567	3,239	3,370
8	3,159	2,920	3,034	2,875	3,133
9	2,784	2,932	2,587	2,728	2,885
10	3,011	2,852	2,964	3,011	2,845
11	3,511	3,420	3,360	3,314	3,250
12	3,761	3,500	3,478	3,696	3,369
13	3,023	2,307	2,500	3,087	2,798
14	3,966	3,591	3,288	3,475	3,512

Her bir öğrencinin gelecek dönemlerde elde edeceği akademik başarı ortalamalarını tahmin etmek için ikinci bölümde detaylı olarak açıklanan gri tahmin yöntemi kullanılmıştır. Gri tahmin modeli oluşturulurken öğrencilerin ilk beş dönemlik not ortalamaları kullanılmış ve gelecek dönemlere ait notlar tahmin edilmeye çalışılmıştır. Daha sonra gri tahmin modelinin ürettiği sonuçlarla gerçek veriler karşılaştırılmış ve modelin doğruluğu test edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen sonuçlar müteakip tablolarda sunulmuştur.

Tablo 6. Öğrencilerin İlk Beş Dönemlik Akademik Başarı Ortalamaları

Sıra Nu	Gerçek Değer	Tahmin Değeri	Fark	Hata Yüzdesi	Doğruluk (P)	Hata Oranı (C)
1	3,646	3,094	0,552	0,151	0,879	0,403
2	2,273	3,421	-1,148	0,505		
3	2,761	3,015	-0,254	0,091		
4	3,091	3,696	-0,605	0,195		
5	3,113	2,781	0,332	0,106		
6	2,859	3,269	-0,410	0,143		
7	3,196	3,445	-0,249	0,077		
8	2,900	3,113	-0,213	0,073		
9	2,524	2,783	-0,259	0,102		
10	3,211	2,924	0,287	0,089		
11	3,420	3,199	0,221	0,064		
12	3,447	3,467	-0,020	0,005		
13	3,053	3,206	-0,153	0,050		
14	3,375	3,453	-0,078	0,023		

Tablo-6 incelendiğinde üçüncü sınıf ikinci yarıyıl akademik başarı ortalamalarını tahmin etmek için oluşturulan modellerin doğruluk ve hata oranı bakımından yeterli olduğu görülmektedir.

Tablo 7. Dördüncü Sınıf Birinci Yarıyıl Tahmin Değerleri

Sıra Nu	Gerçek Değer	Tahmin Değeri	Fark	Hata Yüzdesi	Doğruluk (P)	Hata Oranı (C)
1	3,590	2,954	0,636	0,177	0,902	0,372
2	2,893	3,603	-0,710	0,245		
3	3,036	3,038	-0,002	0,000		
4	3,476	3,702	-0,226	0,065		
5	3,561	2,672	0,889	0,249		
6	3,370	3,302	0,068	0,020		
7	3,156	3,605	-0,449	0,142		
8	3,081	3,164	-0,083	0,026		
9	2,974	2,783	0,191	0,064		
10	3,115	2,928	0,187	0,060		
11	3,512	3,146	0,366	0,104		
12	3,564	3,451	0,113	0,031		
13	3,013	3,453	-0,440	0,146		
14	3,561	3,448	0,113	0,031		

Tablo-7 incelendiğinde dördüncü sınıf birinci yarıyıl akademik başarı ortalamalarını tahmin etmek için oluşturulan modellerin doğruluk bakımından iyi hata oranı bakımından yeterli olduğu görülmektedir.

Tablo 8. Dördüncü Sınıf İkinci Yarıyıl Tahmin Değerleri

Sıra Nu	Gerçek Değer	Tahmin Değeri	Fark	Hata Yüzdesi	Doğruluk (P)	Hata Oranı (C)
1	3,273	2,821	0,452	0,138	0,879	0,403
2	3,250	3,794	-0,544	0,167		
3	3,352	3,060	0,292	0,087		
4	3,727	3,709	0,018	0,004		
5	3,273	2,567	0,706	0,215		
6	3,500	3,336	0,164	0,046		
7	3,313	3,772	-0,459	0,138		
8	3,456	3,216	0,240	0,069		
9	2,943	2,783	0,160	0,054		
10	2,239	2,933	-0,694	0,309		
11	3,591	3,094	0,497	0,138		
12	3,489	3,434	0,055	0,015		
13	2,966	3,719	-0,753	0,253		
14	3,614	3,443	0,171	0,047		

Tablo-8 incelendiğinde dördüncü sınıf ikinci yarıyıl akademik başarı ortalamalarını tahmin etmek için oluşturulan modellerin doğruluk ve hata oranı bakımından yeterli olduğu görülmektedir.

Elde edilen sonuçlar birleştirilerek öğrencilerin tahmini mezuniyet not ortalamaları hesaplanmış ve gerçek mezuniyet notları ile karşılaştırılmıştır. Ulaşılan sonuçlar Tablo-9'da sunulmuştur. Tablo-9'daki değerler incelendiğinde sadece beş yarıyla ait akademik başarı notları kullanılarak oluşturulan gri tahmin modelinin % 0,031 gibi çok küçük ortalama hata ile tahmini değerler ürettiği görülmektedir.

Tablo 9. Gerçekleşen ve Tahmin Edilen Not Ortalamaları

Sıra Nu	Gerçek Değer	Tahmin Değeri	Fark	Hata Yüzdesi
1	3,515	3,310	0,205	0,058
2	2,950	3,250	-0,300	0,101
3	2,978	2,973	0,004	0,001
4	3,534	3,636	-0,101	0,028
5	3,214	2,973	0,240	0,074
6	3,176	3,198	-0,022	0,007
7	3,173	3,317	-0,144	0,045
8	3,069	3,076	-0,007	0,002
9	2,794	2,783	0,011	0,004
10	2,906	2,933	-0,027	0,009
11	3,422	3,286	0,135	0,039
12	3,538	3,519	0,018	0,005
13	2,843	3,011	-0,168	0,059
14	3,547	3,522	0,025	0,007
ORTALAMA			0,100	0,031

Gri tahmin yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçların karşılaştırılabilmesi amacıyla benzer uygulama ortalamaya dayanan tahmin yöntemlerinden üssel düzeltme yöntemi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Üssel düzeltme yöntemine ilişkin detaylı açıklamayı pek çok kaynaktan edinmek mümkündür (Gürsakar, 2001; Kobu, 2008). Gerçek değerler, üssel düzeltme yöntemi ve gri tahmin yöntemleri kullanılarak elde edilen tahmin değerleri karşılaştırmalı olarak Tablo-10'da sunulmuştur. Üssel düzeltme yönteminde hesaplamalar yapılırken düzeltme katsayısı $\alpha=0,1$ olarak alınmıştır.

Üssel düzeltme yöntemi gerçek değerler bilindiğinde bir sonraki döneme ait verilerin tahmin edilmesinde etkili bir yöntemdir. Tablo-10'da üssel düzeltme yöntemi ile elde edilen tahmin değerleri sütunları bir önceki döneme kadarki gerçek değerler kullanılarak hesaplanmıştır. Yani, üssel düzeltme yöntemi ile dördüncü yıl ikinci dönem (4_2 YY ÜTAH.) tahmin değerleri hesaplanırken 3_2 YY ve 4_1 YY ait gerçek krediler kullanılmıştır. Benzer şekilde mezuniyet kredisinin tahmininde de 3_2 YY, 4_1 YY ve 4_2 YY gerçek değerlerinin bilindiği varsayılmıştır. Gri tahmin yönteminde ise bu değerlerin tamamı gri tahmin modeli kullanılarak üretilmiştir. Gri tahmin modelinin gerçeğe bu kadar yakın değerler üretebilmesi için ilk beş döneme ait kredilerin bilinmesi yeterli olmuştur.

Tablo 10. Üssel Düzeltme Yöntemi Kullanılarak Elde Edilen Tahmin Değerleri ve Karşılaştırma

3_2 YY GER.	3_2 YY ÜTAH.	3_2 YY GTAHAH.	4_1 YY GER.	4_1 YY ÜTAH.	4_1 YY GTAHAH.	4_2 YY GER.	4_2 YY ÜTAH.	4_2 YY GTAHAH.	MEZ. GER.	MEZ. ÜTAH.	MEZ. GTAHAH.
3,646	3,535	3,094	3,590	3,548	2,954	3,273	3,522	2,821	3,515	3,551	3,310
2,273	2,960	3,421	2,893	2,908	3,603	3,25	2,941	3,794	2,950	2,989	3,250
2,761	2,917	3,015	3,036	2,919	3,038	3,352	2,967	3,060	2,978	2,950	2,973
3,091	3,546	3,696	3,476	3,508	3,702	3,727	3,529	3,709	3,534	3,547	3,636
3,113	3,149	2,781	3,561	3,188	2,672	3,273	3,213	2,567	3,214	3,186	2,973
2,859	3,108	3,269	3,370	3,118	3,302	3,500	3,167	3,336	3,176	3,138	3,198
3,196	3,149	3,445	3,156	3,152	3,605	3,313	3,169	3,772	3,173	3,133	3,317
2,900	3,011	3,113	3,081	3,011	3,164	3,456	3,058	3,216	3,069	3,042	3,076
2,524	2,757	2,783	2,974	2,763	2,783	2,943	2,790	2,783	2,794	2,784	2,783
3,211	2,964	2,924	3,115	2,995	2,928	2,239	2,925	2,933	2,906	2,938	2,933
3,420	3,375	3,199	3,512	3,392	3,146	3,591	3,417	3,094	3,422	3,389	3,286
3,447	3,549	3,467	3,564	3,544	3,451	3,489	3,539	3,434	3,538	3,541	3,519
3,053	2,774	3,206	3,013	2,816	3,453	2,966	2,839	3,719	2,843	2,724	3,011
3,375	3,547	3,453	3,561	3,537	3,448	3,614	3,545	3,443	3,547	3,570	3,522
GER. : Gerçek değerler ÜTAH.: Üssel düzeltme yöntemi ile elde edilen tahmin değerleri GTAHAH.: Gri tahmin yöntemi ile elde edilen tahmin değerleri											

Tablo-10'daki değerler üssel düzeltme yönteminin en az gri tahmin modeli kadar doğru tahmin sonuçları ürettiğini göstermektedir. Ancak gri tahmin modelinin yukarıda açıklandığı şekilde bu doğruluğu yakalamada sadece beş adet gözlem verisini kullandığı gözden kaçırılmamalıdır. Aksi takdirde gri tahmin modeline haksızlık yapılmış olur.

4. Sonuç ve değerlendirme

Bu çalışmanın amacı sınırlı sayıda veriye ulaşılabildiği durumlarda gri tahmin yönteminin etkinliğini test etmektir. Bu maksatla bir üniversiteden değişik yıllarda mezun olmuş ve tesadüfi olarak seçilmiş 14 öğrencinin ilk beş yarıyılık akademik başarı ortalamaları kullanılarak mezuniyet notları tahmin edilmeye çalışılmıştır. Ulaşılan sonuçlar incelendiğinde gri tahmin yönteminin yetersiz veri ortamında oldukça iyi sayılabilecek tahmin sonuçları ürettiği görülmüştür.

Belirsizliğin hâkim olduğu sistemler için yapılan tahmin çalışmalarında veri yetersizliği ve üyelik fonksiyonlarının tesis edilememesi gibi nedenlerle, stokastik ve bulanık tabanlı yöntemlerin kullanılmadığı durumlarda gri tahmin yönteminin başarı ile uygulanabileceğini değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- Chiang, J.S., Wu, P.L., Ciang, S.D., Chang, T.J., Chang, S.T. ve Wen, K.L., *Introduction of grey system theory*, Taiwan, GAO-Li Publication, 1998.
- Deng, J.L., The control problems of grey systems, *System & Control Letters*, 5: 288-294, 1982.
- Deng, J.L., *Grey forecasting and decision*, Huazhong University of Science and Technology Press, 1986.
- Gürsakal, N., *Bilgisayar Uygulamalı İstatistik 2*, 1.Baskı, Alfa Yayınları, Bursa, 2001.
- Hsu, L.C., Applying the grey prediction model to the global integrated circuit industry, *Technological Forecasting & Social Change*, 70(6): 563-574, 2003.
- Kobu, B., *Üretim Yönetimi*, 14.Baskı, Beta Yayınları, İstanbul, 2008.
- Kose, E., Temiz, I. ve Erol, S., Grey system approach for economic order quantity models under uncertainty, *The Journal of Grey System*, 1: 71-82, 2011.
- Lin, C.T. ve Hsu, P.F., Forecast of nonalcoholic beverage sales in Taiwan using the grey theory, *Asia Pacific Journal of Marketing and Logistics*, 14: 3-12, 2002.
- Lin, C.T. ve Yang, S.Y., Forecast of the output value of Taiwan's optoelectronics industry using the grey forecasting model, *Technological Forecasting and Social Change*, 70: 177-186, 2003.
- Lin, C.T. ve Yang, S.Y., Forecast of the output value of Taiwan's IC Industry Using the Grey Forecasting Model, *International Journal Computer Applications in Technology*, 19: 23-27, 2004.
- Liu, S. ve LIN, Y., *Grey Information: Theory and Practical Applications*, Springer, 11-21, 2006.
- Mohammadi, A., Moradi, L., Talebnejad, A. ve Nadaf, A., The use of grey system theory in predicting the road traffic accident in Fars province in Iran, *Australian Journal of Business and Management Research*, 1(9): 18-23, 2011.
- Trivedi, H.V. ve Singh, J.K., Application of grey system theory in the development of a runoff prediction model, *Bio Systems Engineering*, 92(4): 521-526, 2005.
- Tsai, M.T., Hsiao, S.W. ve Liang, W.K., Using grey theory to develop a model for forecasting the demand for telecommunications, *Journal of Information and Optimization Sciences*, 26: 535-547, 2005.
- Tseng, F.M., Yu, H.C. ve Tzeng, G.H., Applied hybrid grey model to forecast seasonal time series, *Technological Forecasting and Social Change*, 67(2): 291-302, 2001.
- Wen, K.L., *Grey Systems: Modeling and Prediction*, Tucson, USA, YangSky Scientific Press, 2004.
- Xia, J. ve HU, B., A grey system model for predicting trend change of urban waste water load, *Journal of Environmental Hydrology*, 5: 1-10, 1997.
- Zhan, L.M. ve Hua, S.J., Application of Grey- Markov Model in Forecasting Fire Accidents, *Precedia Engineering*, 11: 314-318, 2011.
- Zhang, Y., Xu, H. ve Zheng, Y., Chinese residents' cold chain logistics demand forecasting based on GM (1,1) model, *African Journal of Business Management*, 6(14): 5136-5141, 2012.