



Değişken kesitli hiperstatik çerçevenin castigliano teoremi ve mathematica ile çözümü

Cengiz Duran ATIŞ¹, Müslüm KILINÇ¹

¹Erciyes Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Melikgazi-KAYSERİ

Anahtar Kelimeler:

Kuvvet metodu, Hiperstatik çerçeve, Değişken kesit, Castigliano teoremi

ÖZET

Çalışmada değişken kesitli tek katlı hiperstatik çerçevenin mesnet reaksiyonlarının ve moment değişimlerinin Mathematica paket programı yardımıyla nasıl bulunduğu gösterilmiştir. Çerçeveyi oluşturan çubuk kesitinde veya yükünde süreksizlik oluşturan noktalar başlangıç alınarak kesimler yapılmıştır. Bu kesimlere ait moment ifadeleri ve atalet momenti değişimleri de ayrıca elde edilmiştir. Çerçeve hiperstatik olduğundan denge denklemlerine ilave olarak gerekli olan süreklilik denklemleri Mathematica paket programı ortamında Castigliano'nun ikinci teoremi uygulanarak elde edilmiştir. Elde edilen denklemler çözülerek hiperstatik çerçeve sistem mesnet reaksiyonları hesaplanmıştır.

Solution of undeterminate frame system with variable section using castigliano's theorem and mathematica

Key Words:

Force method, Undeterminate frame, Variable section, Castigliano's theorem

ABSTRACT

In the study, it is shown that how the support reactions of an undeterminate one storey bar-frame system with variable section and, function of internal moment distribution are found using Mathematica package program. Sections are taken on frame system, the reference points are taken for a section where moment of inertia or load cause discontinuity. For those sections, functions of internal moment and functions of moment of inertia are obtained. Since the frame system is undeterminate, in addition to equilibrium equations, the compatibility equations are obtained by employing Castigliano's second theorem in the Mathematica medium having symbolic operation ability. Support reactions of undeterminate frame system are solved using the equilibrium and compatibility equations simultaneously.

*Sorumlu Yazar (Corresponding author) e-posta: cdatis@erciyes.edu.tr

1.Giriş

Günümüzde inşaat mühendislerinin çoğu bina tasarım ve hesap işlerini bilgisayarlar vasıtasıyla yapmaktadırlar. Öyle ki bazı uygulamacılar yapı projesini grafik ortamda interaktif olarak döşemeler, kolonlar, kirişler ve yükler tanımlayarak, üst katları ise birbirinden kopyalayarak bilgisayara veri olarak girmektedir. Daha sonra bilgisayar tarafından çözüm için gerekli veriler hazırlanıp, gerekli programlar icra edilerek istenen sonuçlar sunulmaktadır. Bazı mühendisler programların içinde ne olduğunu bilemeden işlerini yürütmekte ve mühendislik bilgisini sonuçları yorumlamak için kullanmaktadır.

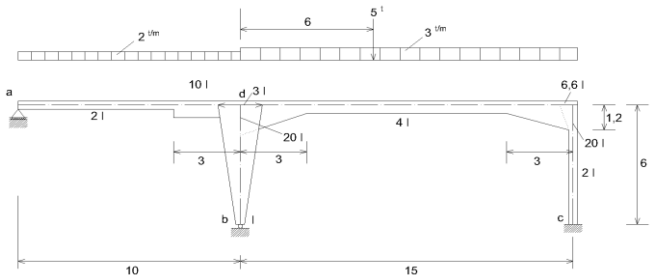
Değişken kesitli hiperstatik çubukların el ile çözümü yapı statigi kitaplarında (Çakıroğlu ve Çetmeli, 2000) verilen tablolar kullanılarak yapılır. Bu durum ise oldukça zahmetlidir, hata yapma olasılığında yüksektir. Değişken kesitli elemana sahip çerçeve veya kirişlerin çözümünün SAP2000 programı ile de yapılabilirdiği Özmen vd. (2012) yazdıkları kılavuzda göstermişlerdir.

Bu çalışmada, hem mühendislik bilgisini hem de bilgisayarı bir arada kullanarak, literatürde (Çakıroğlu ve Çetmeli, 2000) el ile çözüm sonuçları verilen hiperstatik değişken kesitli çerçeve sistemi; bir mühendisin kendi bilgisi ve bilgisayar yardımıyla el ile çözer gibi nasıl çözeceğini Castigliano'nun ikinci teoremi kullanılarak ve sembolik işlem yeteneği olan Mathematica paket programı ortamında gösterilmiştir. Böylece mühendisin hem bilgiyi hem de bilgisayarı (teknolojiyi) kullanması gerektiği hatırlatılmış olup, mühendisin bilgi ile bilgisayar arasında ortada yer ediniş, gerektiğinde bilgi ve bilgisayarı harmanlaması gerektiği gösterilmiştir.

2.Material ve yöntem

Çalışmada çözülen hiperstatik çerçeve sistem, Yapı statigi II, sayfa 26 da (Çakıroğlu ve Çetmeli, 2000) verilen problem olup, kitapta problemin çözümü değişken kesitlerle ilgili tablolar ve virtüel iş prensibi kullanılarak elde edilmiştir.

Çerçevenin, yükleme durumu, açıklıklar, mesnetlenme şekli, ve kesitinde oluşan değişimler aşağıdaki Şekil 1, üzerinde verilmiştir. Şekil 1'den de görüldüğü üzere sistemin bazı kesitlerinde değişimler bulunmaktadır. Sistemde hem ani kesit değişimi hemde sürekli kesit değişimi bulunmaktadır. Kesitler dikdörtgen olarak verilmiştir. Çerçeve iki açıklıklı olup, tek katlıdır. Bir mesnedi basit, bir diğeri ise kayıcı basit mesnet olup, bir mesnede ankastredir. Çalışmada sunulan problemin çözümü Mathematica paket programı ortamında Castigliano'nun ikinci teoremi yardımıyla elde edilmiştir. Aşağıda problemin çözümü ile ilgili adımlar yer almaktadır.

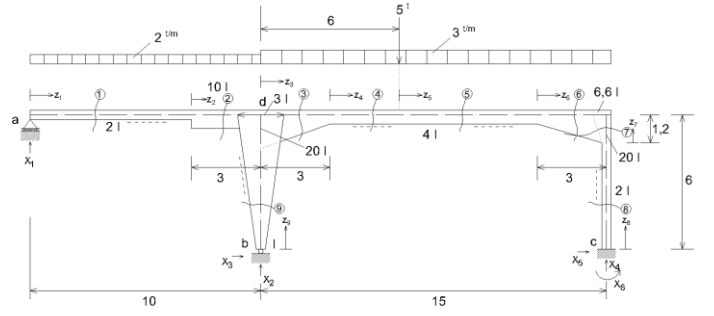


Şekil 1. Hiperstatik değişken kesitli çerçeve, yük ve mesnet durumu

3.Problemin çözümü

Çerçeve sistemin serbest cisim diyagramı çizilerek, aşağıda Şekil 2'de sunulmuştur. Serbest cisim diyagramından sistemde altı adet mesnet reaksiyonu bulunduğu görülmektedir. Çözüm için kullanılacak üç adet denge denklemi mevcuttur. Buradan sistemin fazladan bağlı ve üçüncü dereceden dıştan hiperstatik olduğu anlaşılmaktadır. Sistemin çözümü için denge denklemlerine ilaveten üç adet denkleme daha ihtiyaç duyulmaktadır. Bu denklemler süreklilik denklemleri veya uygunluk denklemleri olarak da bilinir. Çalışmada ilave olarak gerekli olan bu üç denklem ilerde Castigliano'nun ikinci teoremi kullanılarak elde edilmektedir.

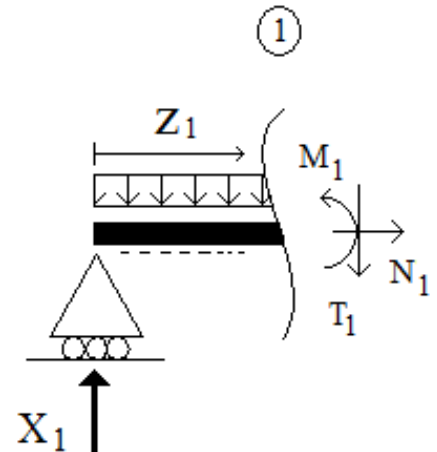
Çerçeve sistemin serbest cisim diyagramında, çubuklarda süreksizlik oluşturan kısımlarda (kesit değişimi veya yük değişimi) kesitler alınabilir. Aşağıda Şekil 2'de her bir süreksizlik için toplam dokuz adet kesit alınmış olup, bunlar numaralandırılmıştır. Kesit başlangıç noktaları referans alınıp, çubuk ekseninin (z) sıfırdan başlatılıp, diğer kesite kadar tarif edilmiştir.



Şekil 2. Çerçeveye ait serbest cisim diyagramı ve seçilen kesitler

Her bir kesitin ayrılıp denge denklemleri vasıtasıyla iç moment değişimlerinin fonksiyonları elde edilebilir. Gerekli olduğu normal kuvvet ve kesme kuvveti fonksiyonu da ilave edilebilir. Burada, sadece ilk kesit için bunun nasıl yapılacağı gösterilmiştir.

Aşağıda ilk (1) numaralı kesit sistemden ayrılarak serbest cisim diyagramı çizilmiştir. Kesite göre moment denge denklemi yazıldığında, Denklem 1 elde edilir. Şekilden z_1 değerinin 0-7 arasında değiştiği görülebilir.



Şekil 3. Çerçeve 1 nolu kesit serbest cisim diyagramı

$$m_1 = x_1 \cdot z_1 - z_1^2 \quad (1)$$

Benzer şekilde 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 numaralı kesitler için serbest cisim diyagramları ayrı-ayrı çıkartılabilir. Burada bunlar ayrı olarak verilirse de, yukarıdaki Şekil 2 da toplu olarak görülmektedir. Her bir kesite ait moment denklemleri yazıldığında m_2 - m_9 moment ifadeleri Denklem 2 – 9 de verildiği şekilde elde edilir. Burada; z_2 değeri 0-3 arasında, z_3 değeri 0-3 arasında, z_4 değeri 0-3 arasında, z_5 değeri 0-6 arasında, z_6 değeri 0-3 arasında, z_7 değeri 0-1.2, z_8 değeri 0-4.8 ve z_9 değeri de 0-6 arasında değişmektedir.

$$m_2 = x_1 * (7 + z_2) - (7 + z_2)^2 \quad (2)$$

$$m_3 = x_1 * (10 + z_3) - 2 * 10 * (5 + z_3) - 3 * \frac{z_3^2}{2} + x_2 * z_3 - x_2 * 6 \quad (3)$$

$$m_4 = x_1 * (13 + z_4) - 2 * 10 * (8 + z_4) - 3 * \frac{(3 + z_4)^2}{2} + x_2 * (3 + z_4) - x_3 * 6 \quad (4)$$

$$m_5 = x_1 * (16 + z_5) - 2 * 10 * (11 + z_5) - 3 * \frac{(6 + z_5)^2}{2} + x_2 * (6 + z_5) - x_3 * 6 - 5 * z_5 \quad (5)$$

$$m_6 = x_1 * (22 + z_6) - 2 * 10 * (17 + z_6) - \frac{3 * (12 + z_6)^2}{2} + x_2 * (12 + z_6) - x_3 * 6 - 5 * (6 + z_6) \quad (6)$$

$$m_7 = x_6 + x_5 * (4.8 + z_7) \quad (7)$$

$$m_8 = x_6 + x_5 * z_8 \quad (8)$$

$$m_9 = x_3 * z_9 \quad (9)$$

Tüm çerçeve sisteminin düşey yük dengesi yazıldığında ve x_1 bilinmeyişi çekildiğinde kolayca Denklem 10 elde edilir.

$$x_1 = -(x_2 + x_4 - 70) \quad (10)$$

Ayrıca, yatay yük dengesi yazılıp, x_3 çekildiğinde, Denklem 11 elde edilir.

$$x_3 = -x_5 \quad (11)$$

Bunlara ilave olarak, x_1 bilinmeyeninin mesnet noktasına göre moment denge denklemi yazılıp, x_2 bilinmeyişi çekilirse Denklem 12 elde edilir.

$$x_2 = -2.5 * x_4 - 0.1 * x_6 + 96.75 \quad (12)$$

Denklem 10-12'de verilen x_1 , x_2 , x_3 ifadeleri, Denklem 1-9 de verilen moment ifadelerinde yerine konulup, m_1 - m_9 moment ifadeleri x_4 , x_5 , ve x_6 'ya bağlı olarak elde edilir. Burada bu işlemler bilgisayar tarafından yapılacağı için ara sonuçlar verilmemiştir.

Yazılan denge denklemleri sonrasında x_1 , x_2 ve x_3 ifade edilmiştir. Ancak, x_4 , x_5 , ve x_6 'nında çözülebilmesi için üç ilave denkleme ihtiyaç olduğu açıktır. Daha önce belirtildiği üzere ilave denklemler Castigliano'nun ikinci teoreminden faydalanılarak oluşturulacaktır. Castigliano'nun ikinci teoremine

göre iç kuvvetlerin yaptığı işin (enerjinin), herhangi bir kuvvete göre türevi o kuvvetin bulunduğu noktadaki ve kuvvet doğrultusunda oluşan deplasmana eşittir (Silva, 2006; Omurtag, 2007).

Aşağıda, iç kuvvetlerin toplam işinin kapalı denklemi mevcuttur (Denklem 13). İç kuvvetlerin işinin herhangi bir P kuvvetine göre türevi kapalı formda Denklem 14'deki gibi elde edilir (Omurtag 2007; Özbek, 1996). Aşağıda verilen denklemlerde Denklem 13-14, moment, normal kuvvet, kayma kuvveti, burulma momentinin tamamının etkileri görülmektedir. Çalışmada sadece eğilme momenti etkisi göz önüne alınmakla birlikte, eksenel kuvvet, kayma kuvveti veya burulma momenti etkisinde kolaylıkla gözönüne alınabilir. Sadece eğilme etkisi göz önüne alındığında Denklem 14'de eğilme momentli terim kalacak diğerleri kaybolacaktır.

$$U = \frac{1}{2} \int \frac{M^2}{EI} dz + \frac{1}{2} \int \frac{N^2}{EF} dz + \frac{1}{2} \int \frac{k'T^2}{GF} dz + \frac{1}{2} \int \frac{M_b^2}{GI_b} dz \quad (13)$$

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial P} = \int \frac{M}{EI} \frac{\partial M}{\partial P} dz + \int \frac{N}{EF} \frac{\partial N}{\partial P} dz + \int \frac{k'T}{GF} \frac{\partial T}{\partial P} dz + \int \frac{M_b}{GI_b} \frac{\partial M_b}{\partial P} dz \quad (14)$$

Sistemin iç kuvvetlerinin işinin bir mesnet reaksiyonuna göre türevi, mesnet reaksiyonu yönünde ve mesnetteki deplasmanı verecektir (Denklem 11). Bu kuvvet momentse, dönme açısını verecektir. Mesnette deplasmanın sıfır olduğu bilindiğinden (ilaveten ankastre mesnette hem deplasman hem de dönme sıfırdır.) elde edilecek ifade sıfıra eşitlenir. Bu da sistemin çözümünde kullanılmak üzere ilave bir denklem sağlamış olur (süreklilik denklemi).

Çerçeve sistemin x_4 , x_5 , ve x_6 mesnet reaksiyonları için ilave denklemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Denklem 14 ifadesi sadece eğilme momenti etkisini göz önüne alarak, x_4 , x_5 , ve x_6 için uygulanır, elde edilen ifadeler sıfıra eşitlenirse, çözüm için gerekli üç ilave denklem elde edilir.

Aşağıda Denklem 14'ün x_4 , x_5 , ve x_6 için uygulanması, Denklem 15– 17 de kapalı olarak ifade edilmiştir. L_j değeri j kesiti ile bir sonraki gelen kesit arasındaki mesafe olup, m_j ve I_j sırasıyla j kesitine ait moment ve atalet momenti değişimidir.

$$\sum_{j=1}^9 \int_0^{L_j} \frac{m_j}{E \cdot I_j} \frac{\partial m_j}{\partial x_4} dz_j = 0 \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^9 \int_0^{L_j} \frac{m_j}{E \cdot I_j} \frac{\partial m_j}{\partial x_5} dz_j = 0 \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^9 \int_0^{L_j} \frac{m_j}{E \cdot I_j} \frac{\partial m_j}{\partial x_6} dz_j = 0 \quad (17)$$

Çerçeve sistemin bazı kesitlerinde atalet momenti sabittir, bazılarında ise değişkendir. Sabit olanlar 1, 2, 4, 5 ve 8 kesitleri olup, 3, 6, 7 ve 9 kesitlerinde atalet momenti değişkendir. Kesiti değişken olan yerlerde atalet momentinin de değişiminin bilinmesi önem taşımaktadır. Atalet momentlerinin değişimi kesit yüksekliğinin küpüyle ilişkilidir, ve bunların ifade edilmeleri gerekmektedir. Yukarıda Şekil 1 de, çerçeve sistemin kesitinde kesitin değiştiği noktalarda kesitin atalet momenti verilmiştir. Bunlar kullanılarak, aşağıdaki denklemlerde (Denklem 18-26) yükseklik değişiminin eğimi ifade edilmiş olup, yükseklik değişimine bağlı olarak atalet momenti değişimi yazılmıştır. Kesit genişliğinin atalet momentine etkisi doğrusaldır, bu nedenle kesit genişliği 12 varsayıldığında, kesit başında ve kesit sonundaki atalet momentlerinin küp kökü alınarak direk yüksekliğe dönüştürülebilir. Bu iki yüksekliğin farkına mesafeye bölünmüş ve böylece yükseklik değişiminin eğimi bulunmuştur. Sonra, yüksekliğin kesit başlangıç ve bitişi arasında değişiminin fonksiyonu yazılmıştır. Kesit genişliği 12 alındığından, burada yüksekliğin küpü kesitteki herhangi bir noktadaki atalet momentine doğrudan karşılık gelmektedir.

$$I_1 = 2 \quad (18)$$

$$I_2 = 10 \quad (19)$$

$$I_3 = \left(\left(20^{\frac{1}{3}} - \text{eğim}_3 \cdot z_3 \right)^3 \right); \quad \text{eğim}_3 = \left(\frac{\sqrt[3]{20} - \sqrt[3]{4}}{3} \right) \quad (20)$$

$$I_4 = 4 \quad (21)$$

$$I_5 = 4 \quad (22)$$

$$I_6 = \left(\left(4^{\frac{1}{3}} - \text{eğim}_6 \cdot z_6 \right)^3 \right); \quad \text{eğim}_6 = \left(\frac{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{20}}{3} \right) \quad (23)$$

$$I_7 = \left(\left(2^{\frac{1}{3}} - \text{eğim}_7 \cdot z_7 \right)^3 \right); \quad \text{eğim}_7 = \left(\frac{\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6.6}}{1.2} \right) \quad (24)$$

$$I_8 = 2 \quad (25)$$

$$I_9 = \left(\left(1^{\frac{1}{3}} - \text{eğim}_9 \cdot z_9 \right)^3 \right); \quad \text{eğim}_9 = \left(\frac{\sqrt[3]{1} - \sqrt[3]{8}}{6} \right) \quad (26)$$

Denklem 18-26'de verilen atalet momenti fonksiyonları, Denklem 15-17 icra edilirken her bir kesit için yerine konulup, integralin sonucu bulunduğu x_4 , x_5 , ve x_6 'ya bağlı üç süreklilik denklemi elde edilir. Bu denklemler (Denklem 27-29) aşağıda verilmiştir.

$$-7194.0346 + 381.0741248 x_4 + 132.5295 x_5 + 33.948 x_6 = 0 \quad (27)$$

$$-1905.1389 + 132.5294 x_4 + 148.612 x_5 + 25.2098 x_6 = 0 \quad (28)$$

$$-578.0364 + 33.9482 x_4 + 25.2098 x_5 + 6.4726 x_6 = 0 \quad (29)$$

Elde edilen son üç denklem birlikte çözüldüğünde x_4 , x_5 , ve x_6 bilinmeyenleri elde edilir. Bu değerlerde Denklem 10-12'de yerine konularak, x_1 , x_2 ve x_3 mesnet reaksiyonları da kendi aralarında çözülür. Böylece kesit değişimi olan çerçeve sistemin mesnet reaksiyonları hesaplanmış olur. Aşağıda Denklem 30-35'te x_1 , x_2 , x_3 , x_4 , x_5 ve x_6 değerleri kN olarak verilmektedir.

$$x_1 = 4.9135 \quad (30)$$

$$x_2 = 44.5739 \quad (31)$$

$$x_3 = 6.9910 \quad (32)$$

$$x_4 = 20.5125 \quad (33)$$

$$x_5 = -6.9910 \quad (34)$$

$$x_6 = 8.9474 \quad (35)$$

Bulunan mesnet reaksiyonları değerleri, Denklem 1-9 de ifade edilen moment değişimlerinde yerine konulup, eğilme momenti ifadeleri elde edilir. Elde edilen bu ifadelerin grafiği çerçeve üzerinde çizilebilir.

Yukarıda verilen bütün işlemler sırasıyla Mathematica (Wolfram) isimli sembolik işlem yeteneği olan paket program ile kodlanabilir. Aşağıda adı geçen paket program ortamında çerçeve için yazılmış kısa kodlama görülmektedir.

4.Problemin çözümü için yazılan kod

Aşağıda problemin çözümü için yukarıda verilen bilgiler kullanılarak, sembolik hesap yeteneği olan Mathematica paket programı için kod yazılmıştır. Burada her satır tek-tek açıklanmamaktadır, programın akışından ve değişken isimlerinden neler yapıldığının anlaşılacağı düşünülmektedir.

ClearAll[Evaluate[Context[] <> ""]] (*butun degiskenleri temizler*)

i1 = 2;

i2 = 10;

egim3 = ((20)^(1/3) - (4)^(1/3))/3;

i3 = ((20)^(1/3) - egim3*z3)^3;

i4 = 4;

i5 = 4;

egim6 = ((4)^(1/3) - (20)^(1/3))/3;

i6 = ((4)^(1/3) - egim6*z6)^3;

egim7 = ((2)^(1/3) - (6.6)^(1/3))/1.2;

i7 = ((2)^(1/3) - egim7*(z7))^3;

i8 = 2;

egim9 = ((1)^(1/3) - (8)^(1/3))/6;

i9 = ((1)^(1/3) - egim9*(z9))^3;

x1 = -(x2 + x4 - 2*10 - 5 - 3*15);

x3 = -x5;

x2 = -(x4*25. + x6 - 5*16 - 2*10*5 - 3*15*(10 + 7.5))/10;

m1 = x1*z1 - 2*z1^2/2;

m2 = x1*(7 + z2) - 2*(7 + z2)^2/2;

m3 = x1*(10 + z3) - 2*10*(5 + z3) - 3*z3^2/2 + x2*z3 - x3*6;

m4 = x1*(13 + z4) - 2*10*(8 + z4) - 3*(3 + z4)^2/2 + x2*(3 + z4) - x3*6;

m5 = x1*(16 + z5) - 2*10*(11 + z5) - 3*(6 + z5)^2/2 + x2*(6 + z5) - x3*6 - 5*z5;

m6 = x1*(22 + z6) - 2*10*(17 + z6) - 3*(12 + z6)^2/2 + x2*(12 + z6) - x3*6 - 5*(6 + z6);

m7 = x6 + x5*(4.8 + z7);

$$m8 = x6 + x5*z8;$$

$$m9 = x3*z9;$$

$$d1 = \text{Integrate}[m1*D[m1, x4]/i1, \{z1, 0, 7\}] +$$

$$\text{Integrate}[m2*D[m2, x4]/i2, \{z2, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m3*D[m3, x4]/i3, \{z3, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m4*D[m4, x4]/i4, \{z4, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m5*D[m5, x4]/i5, \{z5, 0, 6\}] +$$

$$\text{Integrate}[m6*D[m6, x4]/i6, \{z6, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m7*D[m7, x4]/i7, \{z7, 0, 1.2\}] +$$

$$\text{Integrate}[m8*D[m8, x4]/i8, \{z8, 0, 4.8\}] +$$

$$\text{Integrate}[m9*D[m9, x4]/i9, \{z9, 0, 6\}];$$

$$d2 = \text{Integrate}[m1*D[m1, x5]/i1, \{z1, 0, 7\}] +$$

$$\text{Integrate}[m2*D[m2, x5]/i2, \{z2, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m3*D[m3, x5]/i3, \{z3, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m4*D[m4, x5]/i4, \{z4, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m5*D[m5, x5]/i5, \{z5, 0, 6\}] +$$

$$\text{Integrate}[m6*D[m6, x5]/i6, \{z6, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m7*D[m7, x5]/i7, \{z7, 0, 1.2\}] +$$

$$\text{Integrate}[m8*D[m8, x5]/i8, \{z8, 0, 4.8\}] +$$

$$\text{Integrate}[m9*D[m9, x5]/i9, \{z9, 0, 6\}];$$

$$d3 = \text{Integrate}[m1*D[m1, x6]/i1, \{z1, 0, 7\}] +$$

$$\text{Integrate}[m2*D[m2, x6]/i2, \{z2, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m3*D[m3, x6]/i3, \{z3, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m4*D[m4, x6]/i4, \{z4, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m5*D[m5, x6]/i5, \{z5, 0, 6\}] +$$

$$\text{Integrate}[m6*D[m6, x6]/i6, \{z6, 0, 3\}] +$$

$$\text{Integrate}[m7*D[m7, x6]/i7, \{z7, 0, 1.2\}] +$$

$$\text{Integrate}[m8*D[m8, x6]/i8, \{z8, 0, 4.8\}] +$$

$$\text{Integrate}[m9*D[m9, x6]/i9, \{z9, 0, 6\}];$$

$$d1 = \text{Simplify}[d1]$$

$$d2 = \text{Simplify}[d2]$$

$$d3 = \text{Simplify}[d3]$$

$$cz = \text{Solve}[\{d1 == 0, d2 == 0, d3 == 0\}, \{x4, x5, x6\}]$$

$$x4 = cz[[1, 1, 2]];$$

$$x5 = cz[[1, 2, 2]];$$

$$x6 = cz[[1, 3, 2]];$$

Print["mesnet reaksiyonlari"]

Print["x1=", x1]

Print["x2=", x2]

Print["x3=", x3]

Print["x4=", x4]

Print["x5=", x5]

Print["x6=", x6]

Print["moment ifadeleri"]

Print["m1=", m1]

Print["m2=", m2]

Print["m3=", m3]

Print["m4=", m4]

Print["m5=", m5]

Print["m6=", m6]

Print["m7=", m7]

Print["m8=", m8]

Print["m9=", m9]

Yukarıda verilen Mathematica ortamında yazılan kodlar icra edilince. Daha önce yukarıda çözümü verilen mesnet reaksiyonları elde edilir. Bunlarda moment ifadelerinde yerine konulup, moment değişimleri elde edilmektedir. Hazırlanan kodda sadece mesnet reaksiyonları hesaplanmakta ve iç moment değişim fonksiyonları çıktı olarak verilmektedir. Kodu kısa tutmak amacıyla grafik kısmı verilmemiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde (Çakıroğlu ve Çetmeli, 2000) virtüel iş prensibi ile verilen çözüm ile bire bir uyuşmaktadır. Çalışmada, literatürde verilen bir problemin çözümünün doğruluğu da teyit edilmiştir.

5.Sonuç

Hiperstatik değişken kesitli çerçeve sistemin çözümü, çalışmada kuvvet yöntemi kullanılarak, el ile çözer gibi sembolik işlem yeteneği olan bilgisayar paket programı ortamında kodlanarak elde edilmiş olup, sonuç olarak elde edilen değerlerin literatürde verilen değerler ile uyumlu olduğu gözlenmiştir. Çalışmada bir mühendisin kendi bilgileriyle değişken kesitli hiperstatik bir problemi nasıl çözeceği kuvvet metodu kullanılarak gösterilmiştir.

Semboller

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	Mesnet reaksiyonları
$m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8, m_9$	Kesitlere ait moment fonksiyonu
$z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6, z_7, z_8, z_9$	Kesitlere ait çubuk eksenleri
L_j	Kesitler arası mesafe
$I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8, I_9$	Kesitlere ait atalet momenti
U	İç kuvvetlerin yaptığı iş
M	Eğilme Momenti
N	Normal kuvvet
T	Kesme Kuvveti
M_b	Burulma momenti
E	Elastisitemodülü
G	Kayma modülü
I_b	Burulma atalet momentini
egim	Kesite ait yükseklik değişiminin eğimi

Kaynaklar

1. Çakıroğlu, A., Çetmeli, E., Yapı Statiği I, II, 10. Baskı, İstanbul, Beta Basım A.Ş., 2000.
2. Özmen, G., Orakdöğen, E., Darılmaz, K., Örneklerle Sap2000 V15, İstanbul, Birsen Yayınevi, 2012.
3. Silva, V. D., Mechanics and Strength of Materials, Netherlands, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, 2006.
4. Omurtag, M.H., Mukavemet, İstanbul, Birsen Yayınevi, 2007.
5. Özbek, T., Mukavemet, İstanbul, Birsen Yayınevi, 1996.
6. Wolfram, Mathematica, <http://www.wolfram.com/mathematica/>.