



## SABİT MIKNATISLI SENKRON MOTORUN MOMENT DALGALANMALARININ SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE OLUŞTURULAN AKI MODELİNİN KULLANILMASIYLA AZALTILMASI

Eyyüp ÖKSÜZTEPE<sup>1</sup>, Hasan KÜRÜM<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Fırat Üniversitesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği, ELAZIĞ

### ÖZET

Sürekli mıknatıslı senkron motorlar, stator oluklarındaki değişken manyetik relüktans, stator halkalanma akılarındaki bozulmalar ve inverter beslemeden kaynaklanan nedenlerden dolayı moment dalgalanmaları oluşturur. Bu moment dalgalanmaları hızda osilasyonlara neden olur. Bu makalede Sonlu elemanlar Yöntemi ile Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorun akı analizi yapılmış ve bulunan sonuçlar moment dalgalanmalarının azaltılması için alan yönlendirmeli kontrolde kullanılmıştır. Önerilen yöntemin geçerliliği Matlab Simulink programı ile ispatlanmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Sürekli mıknatıslı senkron motor, Sonlu elemanlar yöntemi, Moment dalgalanmaları.

## TORQUE RIPPLE MINIMIZATION OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MOTOR WITH USE OF FLUX MODEL COMPOSED OF FINITE ELEMENT METHOD

### ABSTRACT

Permanent magnet synchronous motor generate torque pulsations owing to variable magnetic reluctance at the stator slots, distortion of the stator flux linkage distribution, and reasons to based on inverter. This torque pulsations cause speed oscillations. In this paper, flux analysis of permanent magnet synchronous motor with finite element method was made, and the findings were used in field oriented control for to decrease torque pulsations. The validity of proposed method was demonstrate by using Matlab Simulink program.

**Keywords:** Permanent magnet synchronous motor, Finite element method, Torque ripple.

\*E-Posta: [hkurum@firat.edu.tr](mailto:hkurum@firat.edu.tr)

## 1. GİRİŞ

Sürekli Mıknatıslı Senkron Motorlar (SMSM) yüksek davranış, boyut ve verimlilikleri nedeniyle günümüzde endüstriyel robot, uçak, asansör, pompa, fan gibi birçok endüstride yaygın olarak kullanılmaktadır. SMSM'ler klasik doğru akım ve alternatif akım motorlarının yerini alma yoluna girmiştir.

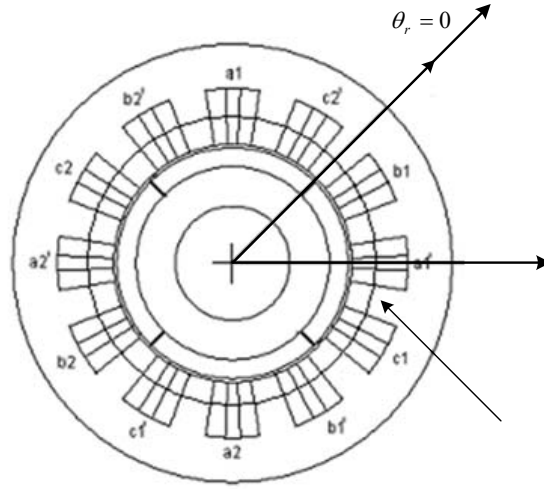
SMSM'lerde uygulanabilir sargı geometrisi ve stator oluklarından dolayı oluşan manyetik relüktans değişimi nedeniyle hava aralığındaki akı düzgün olmaz. Bu durum, moment dalgalanmalarına sebep olur. Ayrıca inverterlerle beslenen SMSM'lerin akımlarındaki harmonikler ve referans akımla gerçek akım arasındaki zaman gecikmeleri moment dalgalanmalarına sebep olmaktadır [1, 2]. SMSM'ler hava aralığındaki akıya göre, sinüzoidal ve yamuk akı dağılımlı olarak iki çeşittir. Sürekli mıknatıslı senkron motorlarda, oluk etkileri ve doyma nedeniyle hava aralığındaki akı ne tam bir sinüs fonksiyonu ne de tam yamuk şeklindedir [3]. Rotorun hareket ettirilmesiyle, rotor üzerinde bulunan mıknatısların stator sargılarında sinüzoidal bir gerilim indüklemesi için stator sargılarının dağıtılmış olması gereklidir. Pratikte stator sargıları, stator oluklarının sayısının müsaade ettiği oranda dağıtılabilir. Ayrıca motorda kullanılan saçların bazı kısımlarında oluşan doyma, hava aralığındaki akının tam bir sinüs fonksiyonu şeklinde değişmesini önler. Bu motorların kontrolü yapılırken bu akının sinüs fonksiyonu olduğu kabul edilir. Bu varsayım özellikle SMSM'nin kontrolünde motorda moment dalgalanmalarına sebep olmaktadır [4,5].

Bu çalışmada rotordaki mıknatısların stator sargılarında oluşturacağı zıt emk'nın daha iyi modellenmesi için Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) ile akı analizi gerçekleştirilmiş ve bu sonuçlar kullanılarak moment dalgalanması azaltılmıştır.

## 2. MOTOR MIKNATIS AKILARININ SEY İLE İNCELENMESİ

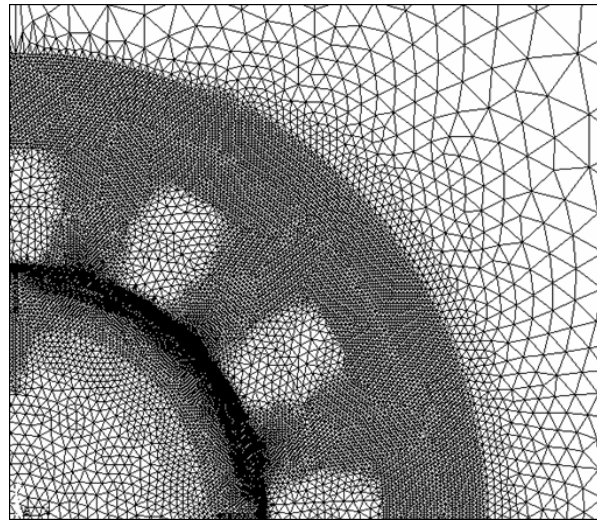
Sonlu elemanlar yöntemi, Laplace ve Poisson tipi kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümlerinde kullanılan bir yöntemdir. SEY ile bir motorun boşta veya yükte üretebileceği moment ve akı dağılımları, motorun fiziksel boyutları ve kullanılacak malzemenin özelliklerine göre hesaplanabilir[6-9].

Şekil 1’de SEY ile incelenen motorun kesiti ve çalışılacak d-q düzlemi verilmiştir. Motor sargılarından geçen akıyı hesaplamak için stator dişlerinin ortasından geçen bir daire seçilmiş ve bu daire üzerindeki düğümlerin vektör potansiyel değerleri kullanılarak akı hesabı yapılmıştır. İncelenen motorun boyutları Ek’de verilmiştir.



Şekil 1. SEY ile incelenen motorun kesiti.

Şekil 2’de SEY ile incelenen motorun çözüm ağı görülmektedir. Motorun 1/4 ‘lük parçası için verilen çözüm ağında 29313 üçgen eleman ve 14544 düğüm bulunmaktadır.



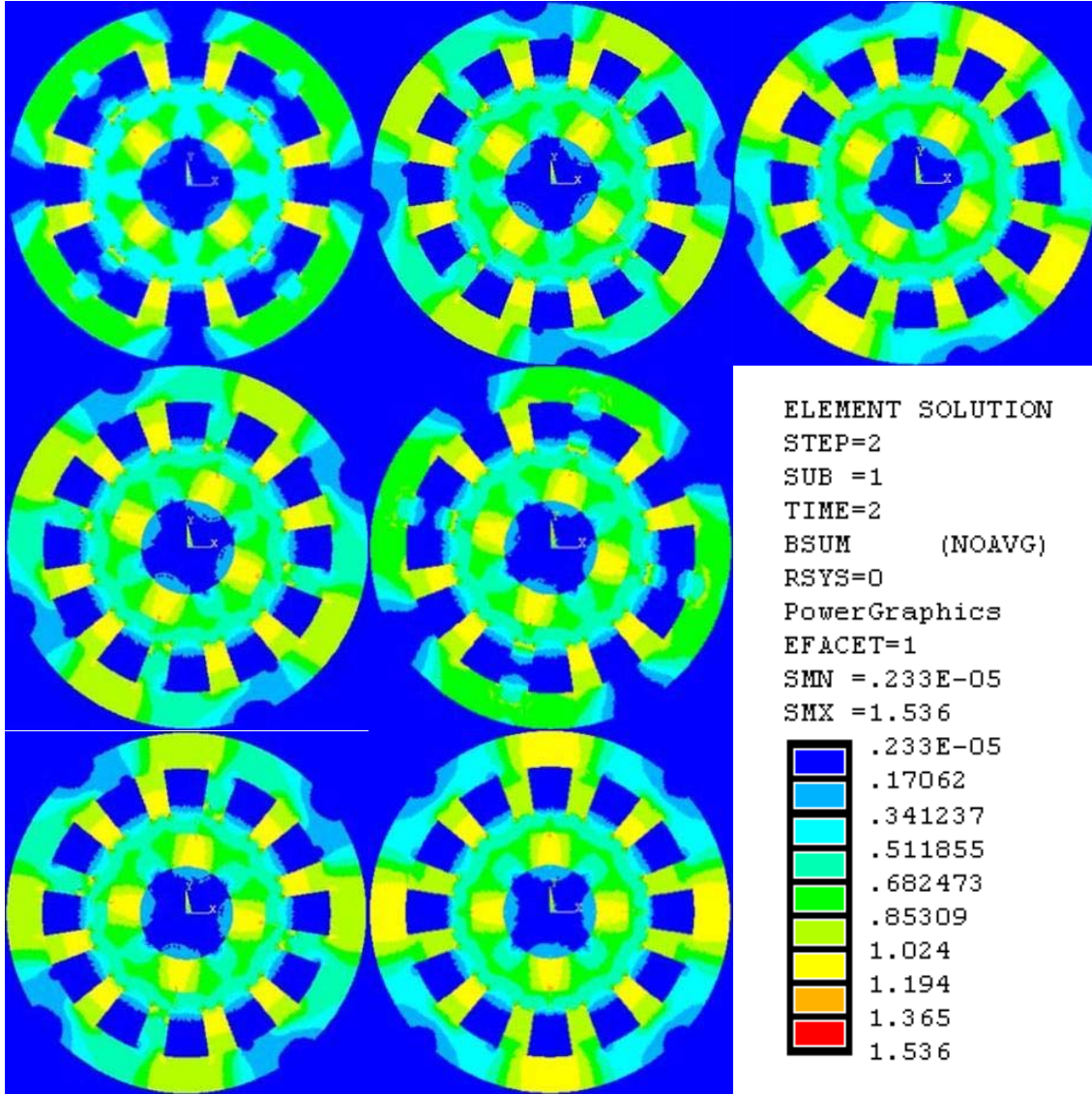
Şekil 2. İncelenen motorun çözüm ağı.

S

N

S

Şekil 3’de SMSM’nin  $7.5^\circ$  hareket ettirildiğinde her bir durum için yapılan statik analiz sonucu elde edilen manyetik indüksiyonun dağılımı verilmiştir.

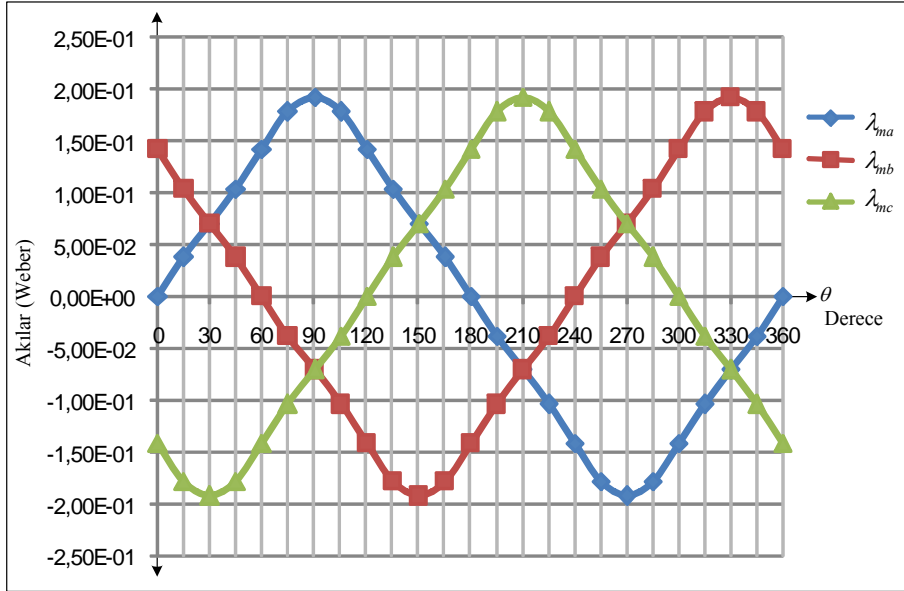


Şekil 3. Rotor mıknatıslarının  $7.5^\circ$  adım ile hareket ettirildiği durumda motor üzerindeki manyetik indüksiyon yoğunluğunun değişimi.

Şekil 1’de verilen akı hesabı için ele alınan çember boyunca her bir faz sargısından geçen akı, denklem 1 ile hesaplanır.

$$\lambda = \int_l \phi dl \quad (1)$$

$\lambda$  akı,  $\phi$  vektör potansiyel,  $l$  hat çizgisinin uzunluğudur. Hesaplanan akıların rotor açısına göre değişimi Şekil 4’de görülmektedir.



Şekil 4. Mıknatısların motor sargularından geçirdiği akının değişimi.

Şekil 4’de mıknatısların 3 faz sargılardan geçirdiği akıların tam bir sinüs fonksiyonuna göre değişmediği görülmektedir. Yalnız a faz sargısını halkalayan akının Fourier incelemesi Şekil 5’de görülmektedir. Bu Fourier incelemede sadece tek sayılı harmoniklerin etkili olduğu görülmektedir.

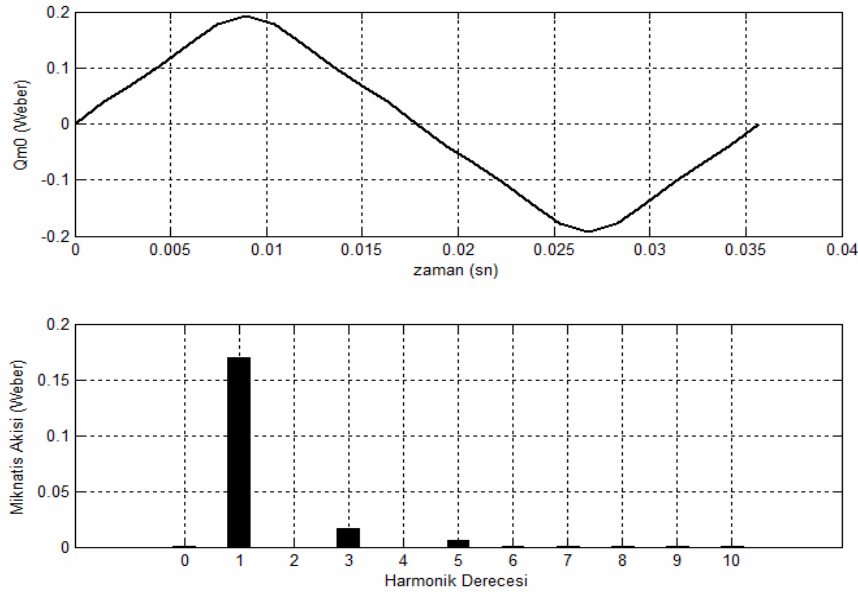
Motorda kullanılan mıknatıs akısının Fourier açılımı denklem 2’de verilmektedir.

$$\lambda_m = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_{m(2n-1)} \sin((2n-1)\theta_r) \quad (2)$$

Mıknatıs akılarının modellenmesinde 7. harmoniğe kadar olan harmonik katsayılarının kullanılması yeterli görülmektedir.

$$\lambda_m = \lambda_{m1} \sin \theta_r + \lambda_{m3} \sin 3\theta_r + \lambda_{m5} \sin 5\theta_r + \lambda_{m7} \sin 7\theta_r \quad (3)$$

Denklem 3’te  $\lambda_{m1}=0.1699$ ,  $\lambda_{m3}=0.0169$ ,  $\lambda_{m5}=0.0059$ ,  $\lambda_{m7}=0.0003$  olarak elde edilmiştir.



Şekil 5. Mıknatıs akısının harmonik incelemesi.

### 3. MATEMATİKSEL MODEL

SEY ile incelenen motorun d-q referans düzlemindeki gerilim denklemleri, genel eşdeğer devre için tasarlanmış gerilim denklemlerinden farklıdır. Park dönüşüm denklemi olarak verilen denklem 4, denklem 3'e uygulanırsa, mıknatısların stator sargılarından geçirdiği akıların rotor referans düzlemindeki ifadesi denklem 5'de verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_r) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

Burada  $f$  motorun akım, gerilim ve akı değişkenlerinden birini temsil etmektedir. Motor mıknatısları denklem 5'ile modellenir.

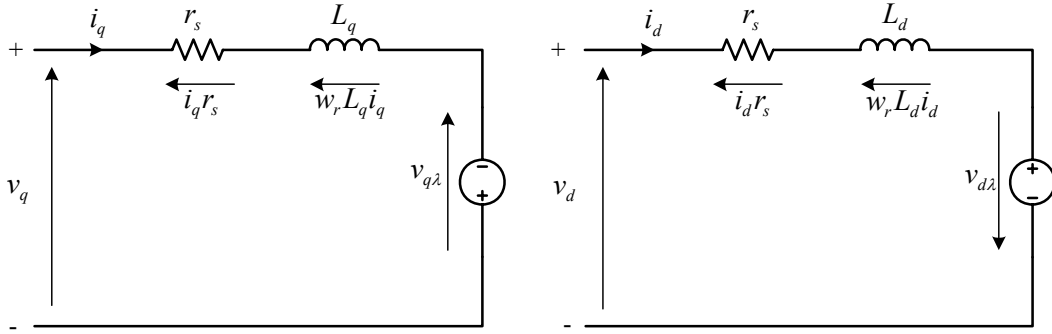
$$\lambda_{mq} = \lambda_{m5} \sin(6\theta_r) + \lambda_{m7} \sin(6\theta_r)$$

$$\lambda_{md} = \lambda_{m1} - \lambda_{m5} \cos(6\theta_r) + \lambda_{m7} \cos(6\theta_r) \quad (5)$$

Motorun sargılarından geçen toplam akı değerleri, denklem 6'da verilmiştir.

$$\lambda_q = L_q i_q + \lambda_{mq}$$

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_{md} \quad (6)$$



Şekil 6. SEY ile elde edilen motor modelinin basitleştirilmiş d-q eşdeğer devresi.

Şekil 6'da  $v_{q\lambda}$  ve  $v_{d\lambda}$  akı değişimlerinden kaynaklanan gerilimler olup denklem 7 ve denklem 8'de verilmiştir.

$$v_{q\lambda} = w_r (L_d i_d + \lambda_{m1} + 5\lambda_{m5} \cos(6\theta_r) + 7\lambda_{m7} \cos(6\theta_r)) \quad (7)$$

$$v_{d\lambda} = w_r (L_q i_q - 5\lambda_{m5} \sin(6\theta_r) + 7\lambda_{m7} \sin(6\theta_r)) \quad (8)$$

Motorun gerilim denklemleri denklem 9 ve denklem 10'da verilmiştir.

$$v_q = r_s i_q + L_q p i_q + w_r (L_d i_d + \lambda_{m1} + 5\lambda_{m5} \cos(6\theta_r) + 7\lambda_{m7} \cos(6\theta_r)) \quad (9)$$

$$v_{d\lambda} = r_s i_d + L_d p i_d - w_r (L_q i_q - 5\lambda_{m5} \sin(6\theta_r) + 7\lambda_{m7} \sin(6\theta_r)) \quad (10)$$

Elektriksel moment ifadesi denklem 11'de verilmiştir.

$$T_e = \frac{3P}{2} [(\lambda_{m1} + 5\lambda_{m5} \cos(6\theta_r) + 7\lambda_{m7} \cos(6\theta_r)) i_q - (5\lambda_{m5} \sin(6\theta_r) - 7\lambda_{m7} \sin(6\theta_r)) i_d] \quad (11)$$

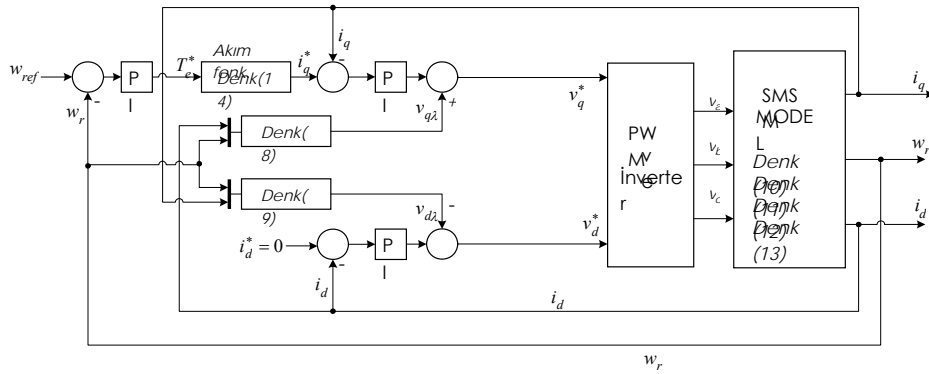




Kontrol devresinde d-q eksen akımlarının birbirinden bağımsız kontrol edilebilmesi için d-q eksen akımlarının tahmin edilmesi gerekir. Akım hatalarının moment kontrolörü tarafından işlenmesi ve akı değişiminden kaynaklanan gerilimlerin işleme katılmasıyla  $V_q$  ve  $V_d$  gerilimleri elde edilir.

SMSM'lerin geleneksel vektör kontrolünde d-q akıları, genelleştirilmiş motor modeli kullanılarak tahmin edilir. Ancak bu akılar, daha önce belirtildiği gibi motorun geometrisi, kullanılan sacın özellikleri, rotor yapısı ve mıknatısların yerleştiriliş biçimine göre değişmektedir. Burada kontrolü yapılacak motora göre akıların tahmininde SEY ile elde edilen gerilim denklemleri kullanılmaktadır.

Şekil 8'de SEY ile elde edilen motor modelinin alan yönlendirmeli kontrolde nasıl kullanıldığı görülmektedir.

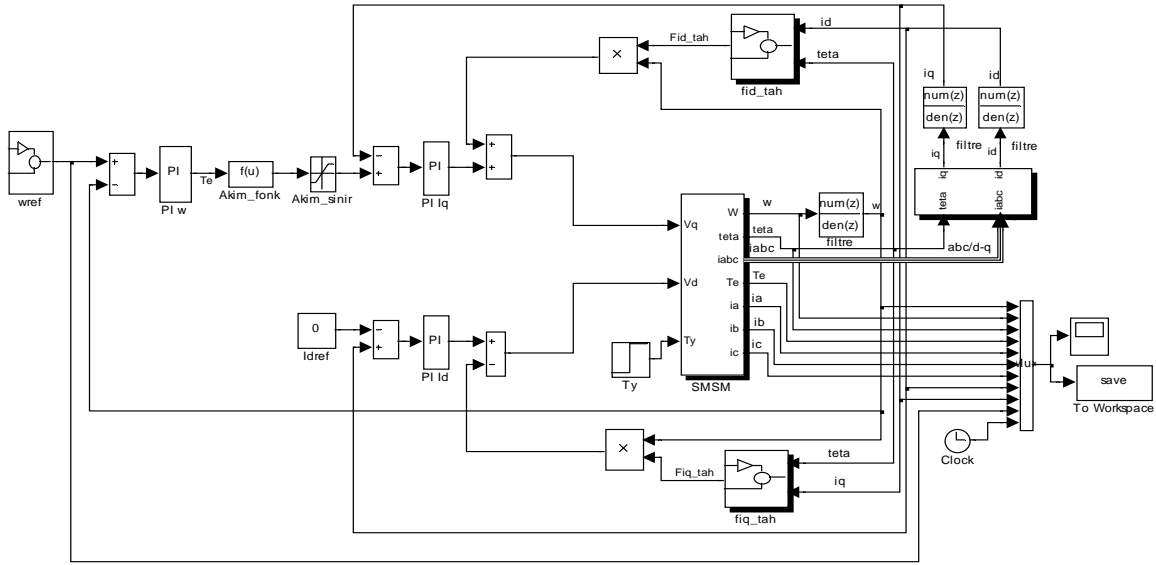


Şekil 8. SEY ile elde edilen SMSM modelinin vektör kontrolde kullanılması.

SEY ile elde edilen SMSM modelinin vektör kontrolde kullanılması ile daha düzgün bir moment de elde edilecektir.

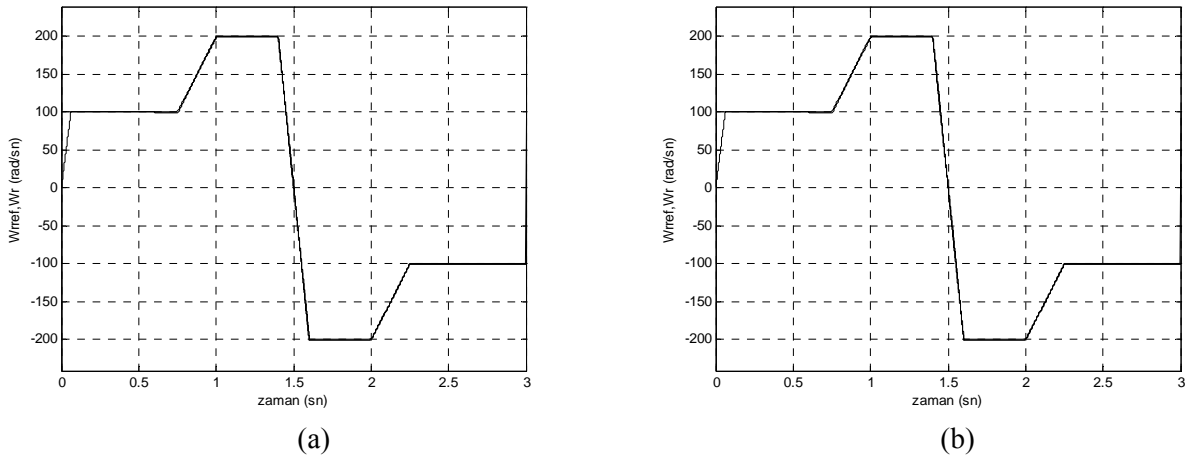
## 5. BENZETİM ve SONUÇLAR

Benzetimde öncelikle geleneksel akı denklemleri kullanılarak elde edilen sonuçlar ve önerilen yöntemle elde edilen sonuçlar sunulmuştur. Benzetimde kullanılan motorun elektriksel ve mekanik parametreleri Ek'de verilmiştir. SMSM'nin alan yönlendirmeli kontrolünün Matlab/Simulink benzetimi Şekil 9'da verilmiştir.



Şekil 9. SMSG'nin alan yönlendirmeli kontrolünün matlab/simulink benzetimi.

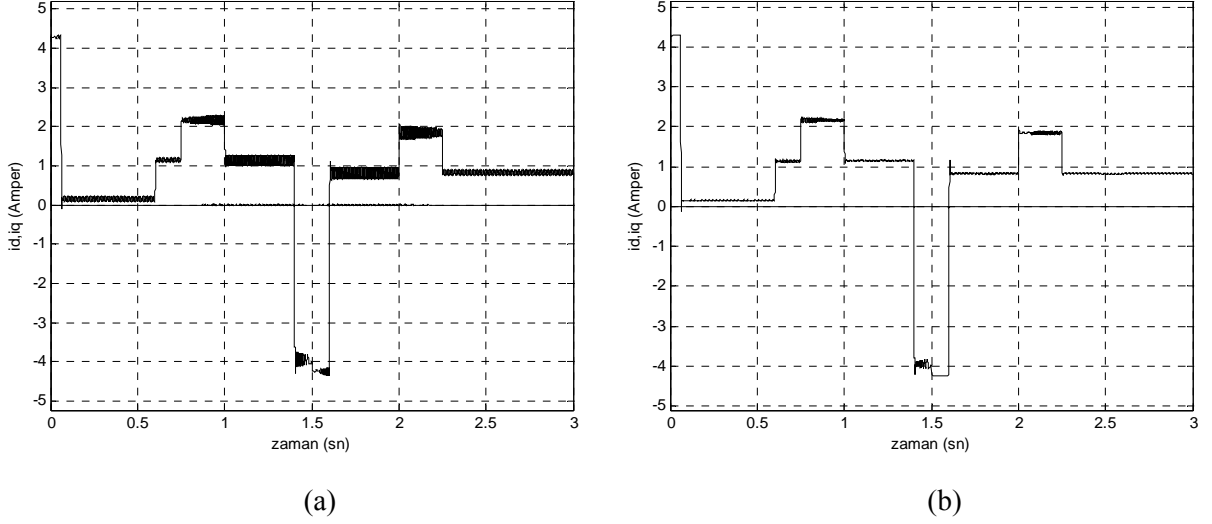
Benzetimde SMSG'ye 0.6 sn sonra 0.5Nm'lik bir yük momenti uygulanarak benzetim sonuçları alınmıştır. Şekil 10'da, yapılan kontrolde, verilen referans hız ile motor hızı geleneksel ve önerilen kontrol yöntemlerinin her biri için verilmiştir. Önerilen yöntem ve geleneksel yöntemin her ikisi de verilen referans hızı yakaladığı görülmektedir.



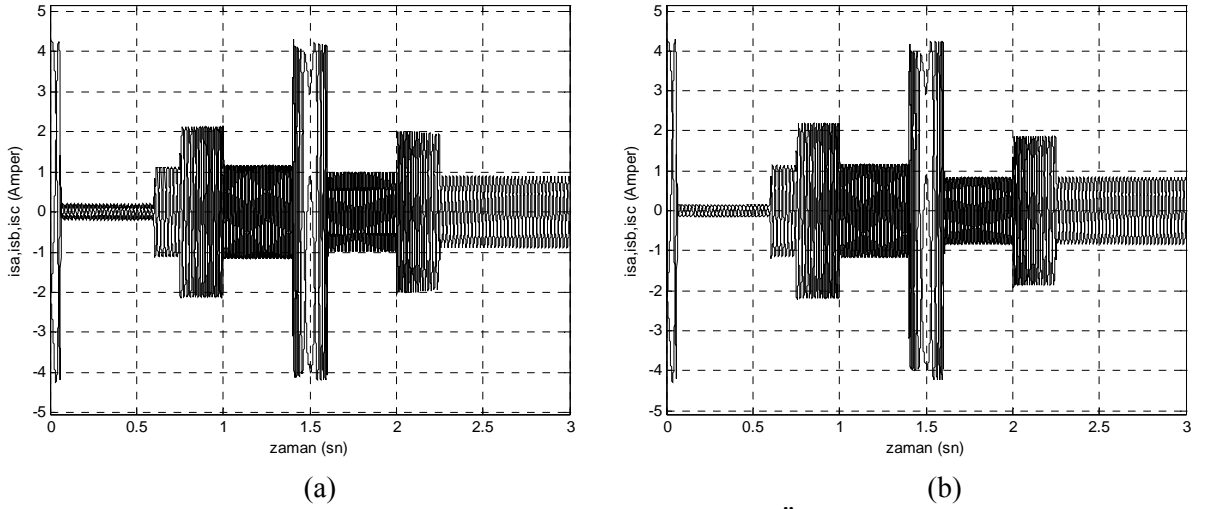
Şekil 10. Referans ve gerçek hız a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.

Şekil 11'de yapılan benzetimde elde edilen motor  $i_d$  ve  $i_q$  akımları, geleneksel ve önerilen yöntem için, verilmiştir. Kontrol yönteminde akım oranına göre maksimum gücü elde etmek için  $i_d$  akımı sıfırda tutulmuştur. Elektriksel momenti meydana getiren  $i_q$  akımı geleneksel yöntemde

düzgün olmadığı, önerilen yöntem de ise  $i_q$  akımının daha düzgün olduğu görülmektedir. Bu  $i_q$  akımının oluşmasında doğrudan etkisi olan mıknatıs akısının daha doğru modellenmesinden kaynaklanmaktadır.

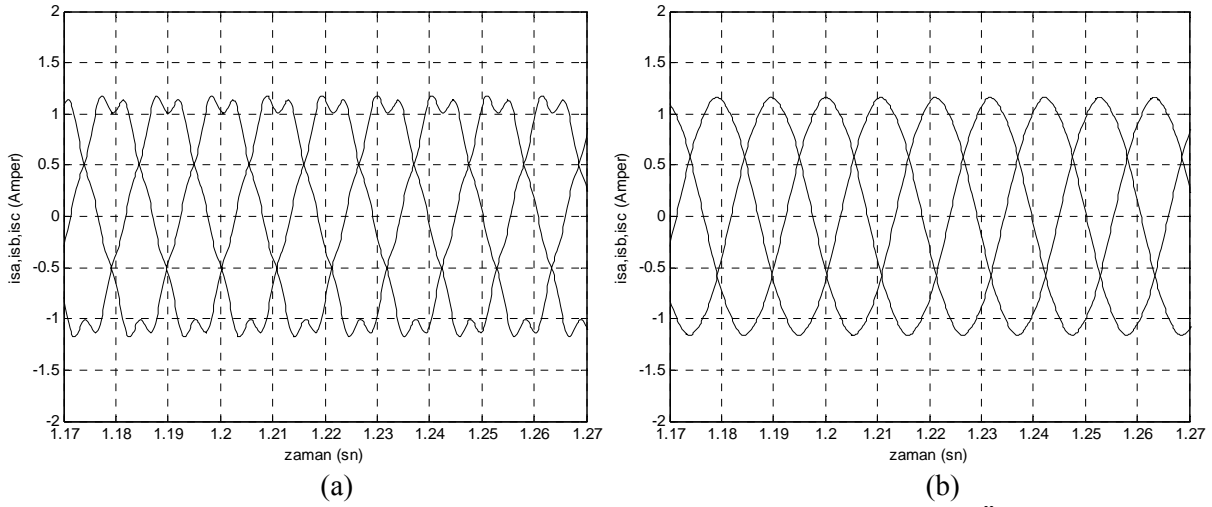


Şekil 11.  $i_d$  ve  $i_q$  akımları a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.



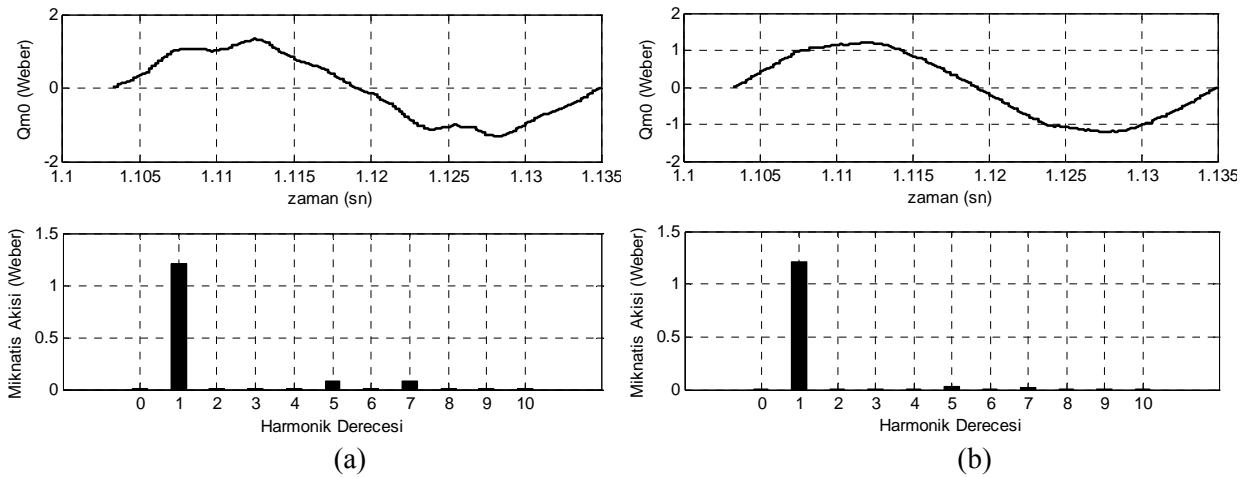
Şekil 12. Motor  $i_a, i_b, i_c$  akımları a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.

Şekil 12’de verilen motor üç faz akımının, daha açık bir görünüşü her iki yöntem için Şekil 13’de gösterilmiştir. Önerilen yöntemde elde edilen faz akımlarının sinüzoidal’a daha yakın olduğu açıkça görülmektedir.



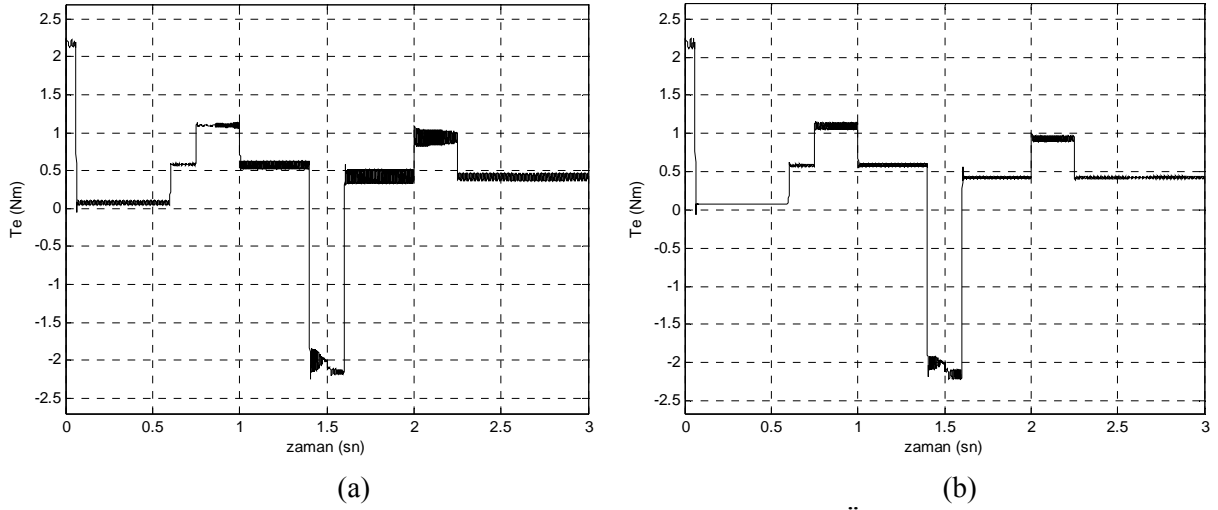
**Şekil 13.** Motor faz akımlarının açık görünüşü a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.

Şekil 14’de motorun sadece bir faz akımı için harmonik analizi verilmiştir. Geleneksel kontrol yöntemi ile elde edilen faz akımının özellikle 5. ve 7. harmoniğinin daha etkili olduğu görülmektedir. Yapılan harmonik analizlerinde de görüldüğü gibi akımdaki bu harmonikler önerilen yöntemde azaltılmıştır.



**Şekil 14.** Motor a faz akımının harmonik analizi a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.

Son olarak Şekil 15’de motorun elektriksel momenti verilmiştir. Momentin önerilen yöntemle daha düzgün olması  $i_q$  akımının daha düzgün olmasından kaynaklanmaktadır. Motorun SEY ile elde edilen verilerinin kullanılmasıyla yapılan akı tahmininin, alan yönlendirmeli kontrolde moment dalgalanmalarını azalttığı açıkça görülmektedir.



Şekil 15. Motorun elektriksel momenti a) Geleneksel yöntem b) Önerilen yöntem sonuçları.

Sonuç olarak; SMSM'nin moment dalgalanmalarının sebeplerinden biri, rotordaki mıknatıs akılarının stator sargılarında indüklediği emk'nın sinüzoidal olmamasıdır. Endüklenen emk'daki harmonikleri yok etmek için mıknatıs akısının çok iyi modellenmesi gerekir. Mıknatıs akılarının gerçeğe yakın olarak modellenmesi için SEY kullanılabilir. Elde edilen mıknatıs akı modeline göre motora gerilim uygulanırsa moment dalgalanmaları azaltılır.

### EK Çalışmada kullanılan SMSM'nin boyutları ve elektriksel parametreleri

Motora ait büyüklükler aşağıda verilmiştir;

Motorun uzunluğu	: 50 mm
Stator çapı	: 69 mm
Rotor çapı	: 35.85 mm
Mil çapı	: 20 mm
Mıknatısın radyal yöndeki kalınlığı	: 3 mm
Hava aralığı	: 0.5 mm

Elektriksel ve mekanik parametreleri aşağıda verilmiştir:

Stator direnci, $r_s$	: 2.6Ω
Stator endüktansı, L	: 3.63 mH
Atalet momenti, J	: 0.00257955 kgm <sup>2</sup>
Sürtünme katsayısı, B	: 0.00003743 Nm.s

Mıknatıs akısı,  $\lambda_m$  : 0.196 weber

Kutup sayısı, 2P : 4

## **KAYNAKLAR**

1. Hgoltz J., Springob L., Identification and compensation of torque ripple in high-precision permanent magnet motor drives, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 43, (2), 309-320, 1996.
2. Clenet S., Lefevre Y., Sadowski N., Astier S., Lajoie-Mazenc M., Compansation of permanent magnet motors torque ripple by means of current supply waveshapes control determined by finite element method, IEEE Transactions on Magnetics, 29, (2), 2019-2023, 1993.
3. De Angelo C., Bossio G., Solsona J., Garcia G.O. and Valla M.I., A rotor position and speed observer for permanent-magnet motors with nonsinusoidal EMF waveform, IEEE Transactions on Industrial Electronics, 52, (3), 807 – 813, 2005.
4. Leidhold R., Garcia G., PMAC motor control strategy, based on the instantaneous active andreactive power, for ripple-torque and copper-losses minimization, Industrial Electronics Society, IECON 2000. 26th Annual Conference of the IEEE, 2, 1401-1405, 2000.
5. Dai M., Keyhani A., Sebastian T., Torque ripple analysis of a permanent magnet brushless DC motor using finite element method, IEEE International Electric Machines and Drives Conference IEMDC 2001, 241 – 245, 2001.
6. Silvester P., Chari M.V.K., Finite Element Solution of Saturable Magnetic Field Problems, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, No: PAS-89, 7, 1642 – 1651, 1970.
7. Pereira L.A. and Canalli V.M., Five-phase permanent magnet synchronous machine operating as generator design, parameter determination by FEM and performance, Industry Applications Conference, 37th IAS Annual Meeting Conference record of the1, 398 – 405, 2002.
8. Fouad F.A., Nehl T.W. and Demerdash N.A., Permanenet magnet modeling for use in vector potantial finite element analysis in electrical machinery, IEEE Transactions on magnetics, vol.MAG-17, No.6,3002-3004,1981.
9. Pavlik D., A finite element technique for calculating the magnet sizes and inductances of permanent magnet machines, IEEE Transactions on Energy Conversion, 3, Mar.,116-122, 1988.