

BENZETİLMİŞ TAFLAMA ALGORİTMASI KULLANARAK YÜKSEK DERECEDEDEN IIR FİLTRELERİN TASARLANMASI

Adem KALINLI¹, Nurhan KARABOĞA²

¹Erciyes Üniversitesi, Kayseri Meslek Yüksek Okulu, Elektronik Bölümü, 38039, Kayseri

²Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Bölümü, 38039, Kayseri

Özet: Yüksek dereceden IIR filtrelerin, birinci ve ikinci derece yapıların kaskat veya paralel formda düzenlenmesiyle gerçekleştirilmesinin direkt form olarak gerçekleştirilmesine göre bazı avantajları vardır. Paralel ve kaskat formların katsayı hassasiyetlerinin daha düşük olmasından dolayı bu formlar düşük hataya sahip olacak şekilde daha hassas olarak ayarlanabilmektedir. Yine, düşük dereceden yapıların kutup yerlerini incelemek suretiyle kararlılığını takip etmek daha kolaydır. Ayrıca düşük dereceli yapılardan oluşan modeller, değişim gürültüsüne ve aritmetik kuantalama etkilerine daha az hassasiyet göstermektedir. Bu çalışmada, benzetilmiş tavlama algoritması kullanılarak düşük dereceli yapılar aracılığıyla yüksek dereceden IIR filtrelerin tasarımı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: IIR Filtre Tasarımı, Benzetilmiş Tavlama Algoritması, Optimizasyon

DESIGN OF THE HIGH ORDER IIR FILTERS USING SIMULATED ANNEALING ALGORITHM

Abstract: Realization of high-order IIR filters by means of first and second-order filters that in parallel or cascade form has some advantages over the realization using direct form. Parallel and cascade forms can be tuned more precisely since the parameter sensitivity of these forms is relatively low. In addition to this advantage, the stability control of low-order filters by analysing their pole places is easier than high-order filters and models consisting of low-order structures shows less sensitivity to arithmetic quantization effects. In this work, the design of high order IIR filters via low-order structures using simulated annealing algorithm has been examined.

Keywords: IIR Filter Design, Simulated Annealing Algorithm, Optimization

1. Giriş

Geleneksel gradyent tabanlı algoritmalar, hata yüzeyinin kuadratik ve filtre katsayılarına göre tek modlu olması dolayısıyla, FIR filtre tasarımlarında oldukça yaygın kullanılmasına rağmen, IIR filtrelerin tasarımında çok iyi sonuçlar üretememektedir. Bunun sebebi, IIR filtrelerin genellikle çok-modlu hata yüzeyine sahip olması nedeniyle geleneksel gradyent tekniklerinin kolaylıkla bölgesel minimaya takılabilmesi ve bölgesel minimadan kurtulma yeteneklerinin bulunmamasıdır. Bundan dolayı IIR filtre tasarımında, küresel optimumu bulma kabiliyetine sahip olan rasgele tabanlı algoritmaların kullanılmasına olan ilgi artmıştır [1-3].

Benzetilmiş Tavlama (BT) algoritması (Kirkpatrick v.d., 1983), zor optimizasyon problemlerinin çözümü için geliştirilmiş rasgele tabanlı algoritmalarından birisidir. BT algoritması, problemde bağımsız rasgele araştırma yapan sezgisel ve iteratif bir algoritmadır. BT algoritması uyguladığı çeşitli stratejiler ile bölgesel minimadan kurtularak küresel en iyiyi bulma yeteneğine sahiptir. Ayrıca BT algoritması, bilgisayar programının kolaylıkla kullanılabilmesi ve az sayıda kontrol parametresine ihtiyaç duyması gibi avantajlara da sahiptir.

BT algoritmasının değişik varyasyonları, IIR filtrelerin direkt formda tasarımında başarılı bir şekilde kullanılmıştır [3-4]. Direkt form olarak gerçekleştirilen IIR yapıların tasarımı ile ilgili literatürde çok sayıda çalışma vardır. Bu formda gerçekleştirilen IIR filtrenin transfer fonksiyonu, tek bir pay ve payda polinomu şeklinde ifade edilmekte ve bu formun zaman domenindeki uygulaması ise bir tane yüksek dereceden fark denklemleri şeklinde ortaya çıkmaktadır. Direkt form IIR yapı, kontrol sahasında sistem kimliklendirme problemleri için yaygın olarak kullanılmasına rağmen, işaret işleme açısından kaskat veya paralel birinci ve ikinci derece kısımlardan oluşacak şekilde ayrıştırılmış filtre yapısının kullanılmasının direkt forma göre iki temel avantajı vardır: 1) Paralel ve kaskat formların katsayı hassasiyetleri direkt forma göre daha düşüktür. Dolayısıyla paralel ve kaskat formlar daha düşük hataya sahip olacak şekilde daha hassas ayarlanabilmektedir. 2) Düşük dereceden bölümler içeren, paralel ve kaskat formların kutup yerlerini incelemek suretiyle kararlılığını takip etmek daha kolaydır. Ayrıca düşük dereceli yapılardan oluşan modeller parametrelerin değişim gürültüsüne ve aritmetik kuantalama etkilerine daha az hassasiyet göstermektedir [5-7].

Bu çalışmada, benzetilmiş tavlama algoritmasının yüksek dereceden IIR filtrelerin tasarımı için performans incelemesi yapılmıştır. Simülasyon çalışmalarında 3. ve 4. dereceden IIR filtreler kullanılmış ve filtrelerin direkt, paralel ve kaskat form gerçekleştirmeleri için sonuçlar alınmış ve tartışılmıştır.

2. Benzetilmiş Tavlama Algoritması

BT algoritması ilk olarak Kirkpatrick, Gelatt ve Vecchi tarafından önerilmiştir [8]. BT algoritması, katıların fiziksel tavlama işlemi ile kombinatoriyal optimizasyon problemlerinin çözümü arasındaki benzerlik ilişkisi üzerine dayalıdır.

Tavlama işlemi, katının ergime noktasına kadar ısıtılması ve devamında mükemmel kafes yapılı durumda kristalize olana kadar yavaşça soğutulması işlemidir. Malzemelerin atomları yüksek sıcaklıklarda yüksek enerji seviyelerindedir ve düzgün yerleşimler için daha fazla hareket serbestliğine sahiptirler. Düzgün yapılı bir kristal sağlandığında, sistem minimum enerjiye sahiptir. Sıcaklık azaltıldıkça, atomik enerji düşer. Eğer soğutma işlemi çok hızlı gerçekleşirse, kristal yapıda bozukluklar ve düzensizlikler ortaya çıkacaktır. Bu nedenle soğutma işleminin dikkatle yapılması gerekmektedir [9].

Fiziksel tavlama işlemi, Monte Carlo tekniği üzerine dayalı olarak Metropolis ve arkadaşları tarafından modellenmiştir [10]. Verilen bir T sıcaklığında, sistem enerjilerinin olasılık dağılımı aşağıda ifade edilen termodinamik kanunu ile belirlenir:

$$P(E) = e^{-E/(kT)} \quad (1)$$

Burada, E sistem enerjisi, k ise Boltzmann sabitidir.

Küçük bir karışıklıkla sistem durumunda değişiklik yaratılması halinde, Metropolis algoritmasına göre sistemin yeni enerjisi hesaplanır. Eğer enerji azalmış ise, sistem bu yeni duruma geçer. Enerji artmış ise yeni durumun kabul edilip edilmemesine, Eşitlik (1) de verilen olasılık formülü kullanılarak karar şu şekilde verilir: Uniform dağılımdan $[0,1]$ aralığında rasgele bir sayı δ üretilir ve Eşitlik (2)' de tanımlanan şart sağlanırsa durum, yeni durum olarak kabul edilir. Aksi takdirde, mevcut durum değiştirilmez.

$$\delta \leq e^{-\Delta E/T} \quad (2)$$

Burada, ΔE , iki durumun enerji seviyeleri arasındaki farktır ve bu kabul kriteri *Metropolis kriteri* olarak bilinir.

Eşitlik (1)' e göre, yüksek sıcaklıklarda tüm enerji durumları için $P(E)$, 1'e yakınsar. Düşük sıcaklıklarda bile sistemin yüksek enerji seviyesine sahip olması küçük bir olasılıkla görülebilir. Bu nedenle enerjilerin istatistiksel dağılımı, sistemin bir bölgesel enerji minimumundan çıkmasına izin verir.

Kombinatoryal optimizasyon problemi ile tavlama işlemi arasındaki benzerlikte, katının durumları optimizasyon probleminin muhtemel çözümlerini temsil eder ve bu durumların enerjileri çözümler için hesaplanan amaç fonksiyon değerlerine karşılık gelir. Minimum enerji durumu problem için optimal çözümü temsil eder. BT iteratif bir algoritmadır, yani algoritma çözüm uzayında sayıların vektörü formunda ifade edilen bir çözümü sürekli olarak geliştirmeye çalışır. Standart bir BT algoritmasının adımları Şekil 1' de verilmiştir.

| |
|--|
| <p>Adım 1. Bir başlangıç çözümü üret, S .</p> <p>Adım 2. Bir $S' \in N(S)$ çözümü seç ve amaç fonksiyon değerlerindeki farkı hesapla. $\Delta = C(S) - C(S')$</p> <p>Adım 3. Eğer,</p> <p style="padding-left: 40px;">(i) S', S den daha iyi ($\Delta > 0$), yada</p> <p style="padding-left: 40px;">(ii) $\delta \leq e^{\Delta E/T}$ ise,</p> <p style="padding-left: 40px;">S' nü yeni çözüm olarak tayin et ($S \leftarrow S'$), Aksi takdirde, mevcut çözümü tut.</p> <p>Adım 4. Sıcaklığı güncelle.</p> <p>Adım 5. Eğer Durdurma kriteri sağlanıyor ise dur, Aksi takdirde Adım 2' ye git.</p> |
|--|

Şekil 1. Benzetilmiş tavlama algoritmasının temel adımları.

BT algoritmasının bir probleme uygulanması aşamasında karar verilmesi gereken önemli kavramları iki grupta toplamak mümkündür [11]:

a) Probleme özgü seçimler: Problem, muhtemel tüm çözümleri içerecek şekilde formüle edilmelidir. Çözümlerin temsili yapılmalı, minimize edilecek bir amaç fonksiyonu ile komşuluk üretim mekanizması tanımlanmalı ve bir başlangıç çözümü üretilmelidir.

b) Soğutma planına ait seçimler: Sıcaklık parametresi T nin başlangıç değerine, soğutma oranına ve güncelleme kuralına; her bir sıcaklıkta icra edilecek iterasyon sayısına karar verilmelidir.

BT algoritmasının performansı büyük oranda seçilen soğutma planına bağlıdır. Literatürde çeşitli soğutma planları önerilmiştir. Önerilen en eski plan, Kirckpatrick ve arkadaşlarının fiziksel tavlama ile olan benzerliğe dayanarak ileri sürdükleri plandır. Bu tavlama planına göre, maddenin sıvı safhaya ulaştığında tüm parçacıkların rasgele düzenlenmesini taklit etmek için, T sıcaklık parametresinin başlangıç değeri, denenen tüm hareketler kabul edilecek kadar yüksek seçilmiştir. Sıcaklık parametresinin değerini azaltmak için ise, $T(t+1) = r \cdot T(t)$ bağıntısı kullanılmıştır. Burada, r değeri 1' den küçük fakat 1'e yakın bir sabittir ve genellikle değeri 0.8 ile 0.99 arasında seçilir. Bu sıcaklık fonksiyonu ile sıcaklık parametresinin değeri, sıfıra yaklaştıkça daha da yavaş azalmaktadır. Sıcaklık parametresinin her değerinde gerçekleştirilecek iterasyon sayısı sabit bir üst sınıra göre belirlenerek problemin, fiziksel tavlamadaki ısı dengeye karşılık gelen bir denge durumuna ulaşması amaçlanmaktadır. Bu tavlama planında, sıcaklık parametresinin her değerinde elde edilen çözüm, belli sayıda ardışık sıcaklık değişimleri boyunca aynı kalırsa BT algoritması durdurulmaktadır. Buna göre elde edilen son durum, fiziksel tavlamadaki *donma durumuna (frozen state)* karşılık gelmektedir.

3. BT Algoritmasının Probleme Uygulanması

Bu çalışmada, filtreleme için Şekil 2' de gösterilen sistem kimliklendirme konfigürasyonu kullanılmıştır. Burada $x(k)$ ve $y(k)$ sırasıyla filtrenin giriş ve çıkışı, $d(k)$ bilinmeyen sistemin çıkışı ve $e(k)$ hata sinyalidir. IIR Filtrenin transfer fonksiyonu Eşitlik (3)'de verilmiştir.

$$H_M(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{\sum_{i=0}^L a_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^M b_i z^{-i}} \quad (3)$$

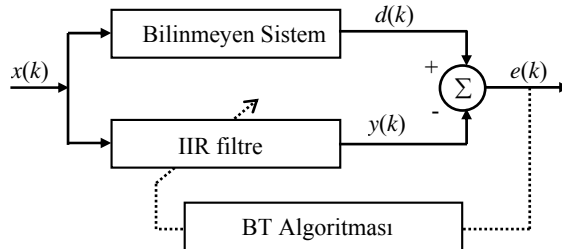
Burada $M, M \geq L$, filtrenin derecesidir ve bilinmeyen sistem, transfer fonksiyonu $H_M(z)$ olan IIR filtre kullanılarak kimliklendirilecektir. IIR filtre tasarımı, Eşitlik (4)' de verilen amaç fonksiyonunun minimize edileceği bir optimizasyon problemi olarak görülebilir.

$$J(\mathbf{w}_H) = E[e^2(k)] \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (d(k) - y(k))^2 \quad (4)$$

Burada, N kullanılan veri sayısı ve

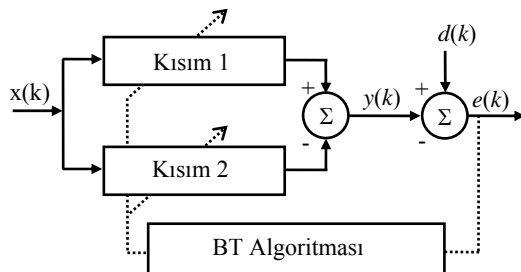
$$\mathbf{w}_H = [a^T \ b^T]^T = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_L \ b_1 \ \dots \ b_M]^T \quad (5)$$

filtre katsayılarını göstermektedir. Tasarımda amaç, \mathbf{w}_H 'ı ayarlayarak Eşitlik (4) ile verilen ortalama karesel hatayı minimize etmektir.

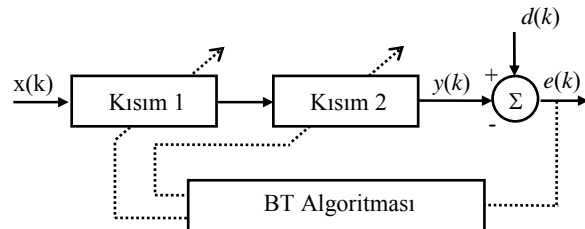


Şekil 2. Sistem kimliklendirme konfigürasyonu.

IIR filtrelerin direkt forma alternatif olarak paralel ve kaskat formda gerçekleştirilmesi için önerilen sistem kimliklendirme modelleri ise Şekil 3 ve Şekil 4' te verilmiştir. Önerilen modellerde, yüksek dereceden IIR filtreler daha düşük dereceden kısmi yapıların sırasıyla paralel ve kaskat formda bağlanmasıyla gerçekleştirilmektedir.



Şekil 3. Paralel form IIR filtre.



Şekil 4. Kaskat form IIR filtre.

Bu çalışmada Bölüm 2' de bahsedilen çözüm vektörü, filtre katsayılarından oluşan bir parametreler dizisidir. Muhtemel bir IIR filtre tasarlandıktan sonra bu filtreye ilişkin kalite değeri aşağıdaki fonksiyon kullanılarak hesaplanır:

$$f_{\text{kalite}} = \frac{1}{J + a} \quad (6)$$

Burada, a küçük bir sabittir ve çalışmada değeri 0.1 olarak alınmıştır.

Bu çalışmada giriş veri sayısı $N=100$ olarak seçilmiştir. Tasarım esnasında kararlılık, filtre kutbunun birim çember içerisinde kalması şartıyla sağlanmıştır. BT algoritması için sıcaklık noktalarının sayısı 15, her bir sıcaklıktaki iterasyon sayısı 15 ve sıcaklık azalma parametresi 0.9 olarak alınmıştır.

4. Simülasyon Sonuçları

Simülasyon çalışmalarında transfer fonksiyonları Eşitlik (7) ve Eşitlik (8)'de verilen 3. ve 4. dereceden iki IIR filtre kullanılmıştır [12]. IIR filtrelerin direkt formda tasarımları için Şekil 2' de verilen kimliklendirme modelinde, hem bilinmeyen sistem hem de tasarlanmaya çalışılan filtre aynı derecedendir.

$$H = \frac{0.1626 + 0.0098z^{-1} + 0.0366z^{-2} + 0.0366z^{-3}}{1.0 - 0.001z^{-1} - 0.82z^{-3}} \quad (7)$$

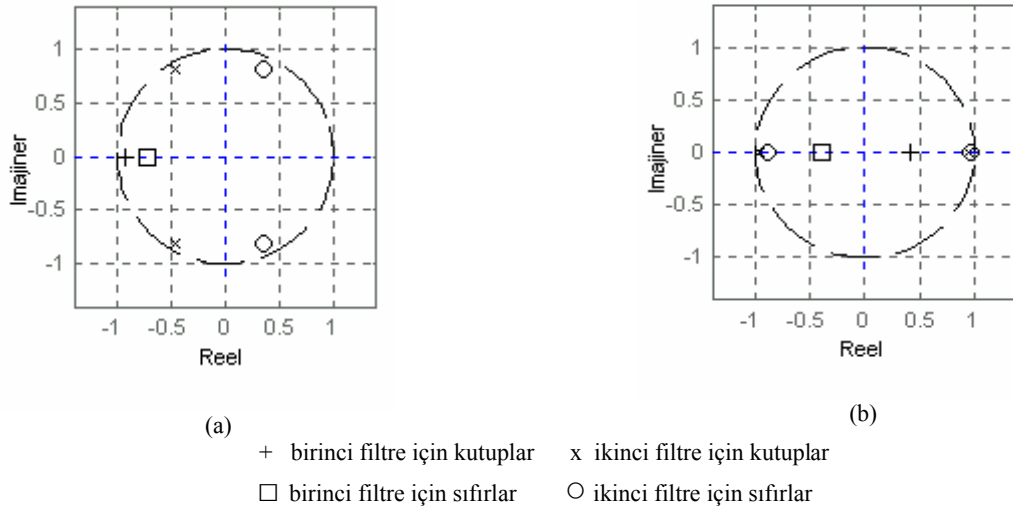
$$H = \frac{0.8 - 1.46z^{-1} - 1.46z^{-2} - 0.72z^{-3} + 0.17z^{-4}}{1.0 - 0.36z^{-1} + 0.91z^{-2} + 0.03z^{-3} + 0.16z^{-4}} \quad (8)$$

3. dereceden sistemin tasarımında 1. ve 2. dereceden iki filtre, 4. dereceden sistemin tasarımında ise 2. dereceden iki filtre, seri ve paralel formlarda bağlanarak simülasyonlar yapılmıştır. Eşitlik (3) ile verilen IIR filtre transfer karakteristiği ifadesinde, 1. derece yapılar için $M=L=1$, 2. derece yapılar için $M=L=2$ olarak alınmıştır. Buna göre birinci derece yapılar 3 adet, 2. derece yapılar için ise 5 adet filtre katsayısı BT algoritması kullanılarak belirlenmiştir. 3. dereceden IIR filtre tasarımında belirlenmesi gereken toplam filtre katsayısı adedi 8, 4. dereceden IIR filtre tasarımında ise 10 dur. Simülasyon çalışmalarında filtre girişlerine beyaz gausyen dağılım uygulanmıştır ($N=100$). 3. dereceden sistemin paralel ve kaskat formda gerçekleştirilmesi araştırmasında kullanılan 1. ve 2. dereceden filtreler için elde edilen transfer fonksiyonları Eşitlik (9) ve Eşitlik (10)' da verilmiştir. Bu filtrelerin kutup ve sıfır yerleri ise Şekil 5'te gösterilmiştir.

$$H_{\text{paralel}} = \frac{-0.0117 - 0.08z^{-1} - 0.0431z^{-2}}{1 + 0.8666z^{-1} + 0.898z^{-2}} + \frac{0.2549 - 0.0196z^{-1}}{1 + 0.6862z^{-1}} \quad (9)$$

$$H_{\text{kaskat}} = \frac{-0.0117 - 0.1137z^{-1} - 0.1137z^{-2}}{1 + 0.7254z^{-1} + 0.7098z^{-2}} \times \frac{0.0431 - 0.8274z^{-1}}{1 + 0.8745z^{-1}} \quad (10)$$

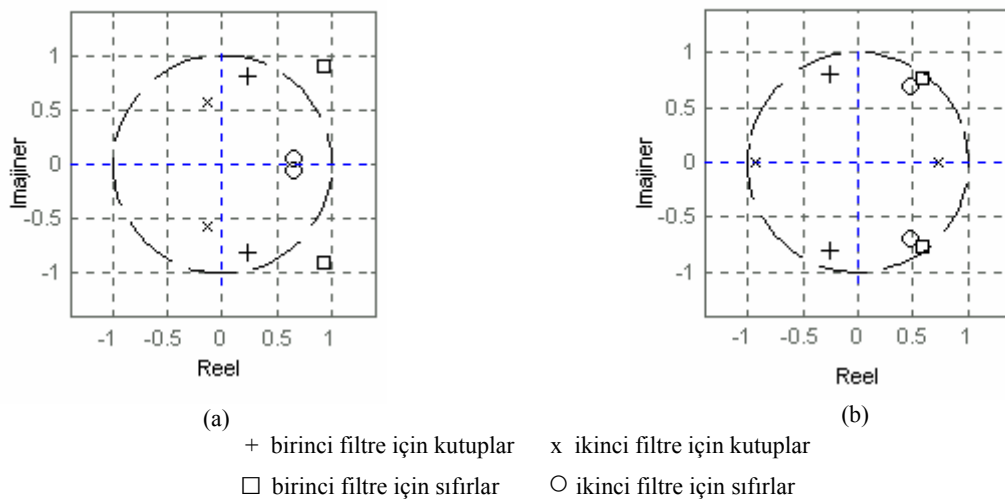
4. dereceden filtrenin paralel ve kaskat formda gerçekleştirilmesinde kullanılan 2. dereceden iki filtre için elde edilen transfer fonksiyonları Eşitlik (11) ve Eşitlik (12)' de verilmiştir. Bu filtrelerin kutup ve sıfır yerleri ise Şekil 6'da gösterilmiştir. Bu örnek için direkt, paralel ve kaskat tasarımlarda çözümün gelişimi ise Şekil 7'de verilmiştir. Şekil 7' den görüldüğü gibi, paralel ve kaskat formda tasarım yapıldığında algoritmanın yakınsama hızı direkt formda yapılan tasarıma göre daha iyidir.



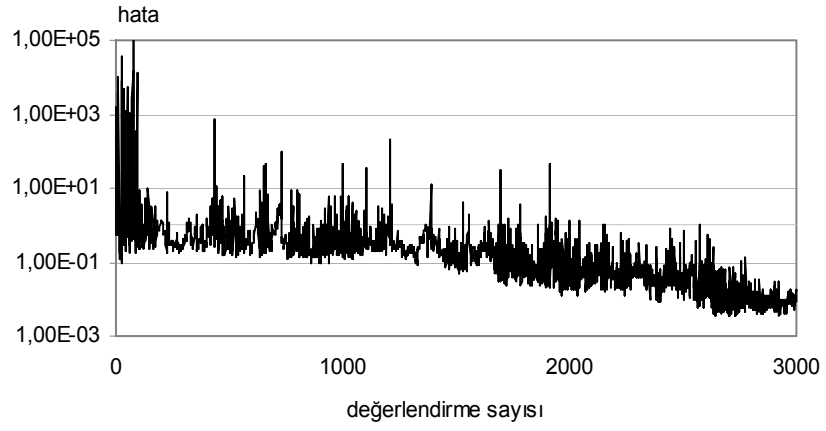
Şekil 5. Üçüncü derece IIR filtrenin a)kaskat b) paralel formda tasarımında kullanılan filtrelerin kutup ve sıfırların yerleri.

$$H_{paralel} = \frac{-0.0980 - 0.4274z^{-1} + 0.2235z^{-2}}{1.0 - 0.2392z^{-1} + 0.4667z^{-2}} + \frac{0.8667 - 0.6156z^{-1} - 0.0902z^{-2}}{1.0 + 0.1058z^{-1} + 0.5607z^{-2}} \quad (11)$$

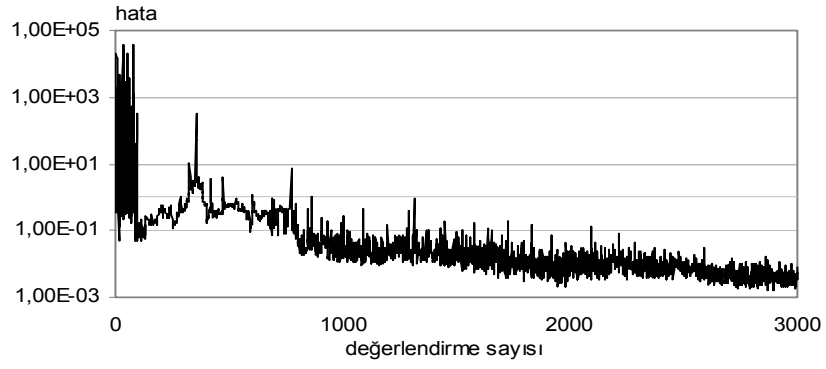
$$H_{kaskat} = \frac{0.4745 - 0.6156z^{-1} + 0.2314z^{-2}}{1.0 - 0.2941z^{-1} + 0.4902z^{-2}} \times \frac{0.2941 - 0.2314z^{-1} + 0.5529z^{-2}}{1.0 + 0.9294z^{-1} + 0.5451z^{-2}} \quad (12)$$



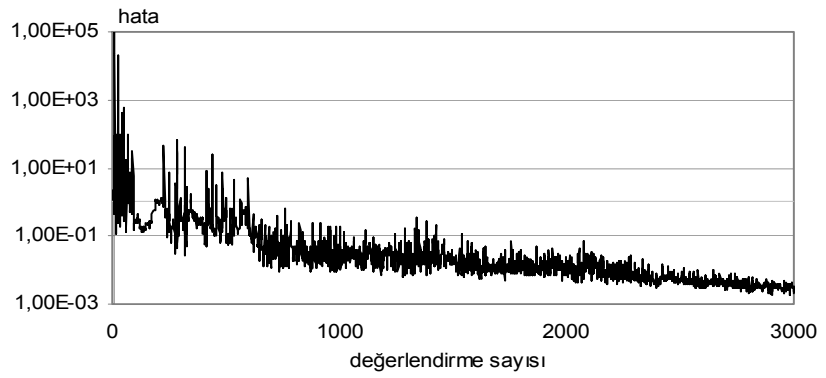
Şekil 6. Dördüncü derece IIR filtrenin a)kaskat b) paralel form gerçekleştirilmesi durumunda kutup ve sıfırların yerleri.



(a)



(b)



(c)

Şekil 7. Dördüncü dereceden IIR filtre için hatanın gelişimi (a) direkt form b) paralel form c) kaskat form.

5. Sonuç

Bu çalışmada, BT algoritmasının yüksek dereceden IIR filtrelerin değişik formlardaki tasarımı için performans incelemesi yapılmıştır. Simülasyon çalışmalarında 3. ve 4. dereceden IIR filtreler kullanılmış ve her iki filtrenin direkt, paralel ve kaskat formda tasarımları BT algoritması kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Elde edilen neticeler yüksek dereceden IIR filtrelerin, düşük dereceden yapıların paralel ve kaskat formda bağlanmasıyla tasarlanmasında BT algoritmasının başarıyla kullanılabileceğini göstermiştir.

Kaskat ve paralel formların kullanılması halinde yüksek dereceden IIR filtrelerin tasarımında, direkt formun kullanılmasına göre optimum çözüme daha hızlı yakınsayan tasarımların gerçekleştirildiği de gözlenmiştir.

Teşekkür

Bu çalışma Erciyes Üniversitesi Araştırma Fonu tarafından desteklenmiştir (Proje No: EÜBAP-02-012-3). Yazarlar desteklerinden dolayı Erciyes Üniversitesi' ne teşekkür ederler.

Kaynaklar

1. Kalınlı, A., Karaboğa, N., Tabu Araştırma Algoritması Kullanarak Adaptif IIR Filtre Tasarımı, 9. Sinyal İşleme ve Uygulamaları Kurultayı (SIU'2001), 530-535, Doğu Akdeniz Üniversitesi, KKTC, 2001.
2. Karaboga, N., Kalinli, A., Karaboga, D., Designing IIR Filters Using Ant Colony Optimisation Algorithm, Engineering Applications of Artificial Intelligence, **17**, 3, 301-309, 2004.
3. Chen, S., Luk, B.L., Adaptive Simulated Annealing for Optimization in Signal Processing Applications, Signal Processing, **79**, 117-128, 1999.
4. Nambiar, R., Mars, P., Genetic and Annealing Approaches to Adaptive Digital Filtering. IEEE 26th Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, 871-875, 1992.
5. Jackson, L.B., Round Off Analysis for Fixed Point Digital Filters Realised in Cascade or Parallel Form, IEEE Trans. Audio Electro-Acoust, 107-122, Haziran 1970.
6. Shynk J.J., Adaptive IIR Filtering Using Parallel-Form Realizations, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, **37**, 4, 519-533, 1989.
7. Balasingham, I., Mitra, S.K., Ramstad, T.A., Adaptive Filters Based on Tapped Cascaded Allpass Sections, in Proc. Norwegian Signal Processing Conference, (Tromso, Norway), 113-118, NORSIG/IEEE, 1997.
8. Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C.D., Vecchi Jr, M.P., Optimization By Simulated Annealing, Science, **220**, 671-680, 1983.
9. Dowsland, K.A., Simulated Annealing. In Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems, (Editor, Reeves, C.R.), McGraw-Hill, 1995.
10. Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A. and Teller, E., Equation Of the State Calculation by Fast Computing Machines, Journal of Chemical Physics, **21**, 1087-1092, 1953.
11. Jhonson, S., Aragon, C., Mccgeoch, L., ve Schevon, C., Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation, Part-I, Graph Partitioning, Operations Research, **37**, 865-892, 1989.
12. Pasquato, L., Kale, I., System Identification Via Hybrid FIR-IIR Adaptive Filtering, Proceedings of the 16th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC/99, **2**, 1064-1069, 1999.