

Elektromanyetik Alan Etkili Fitzhugh-Nagumo Nöron Modeline Rotasyon Kontrol İşleminin Uygulanması

Nimet KORKMAZ^{ID*1}, Bekir ŞIVGA^{ID*2}

*^{1,2}Kayseri Üniversitesi Mühendislik Mimarlık ve Tasarım Fakültesi
Elektrik ve Elektronik Mühendisliği KAYSERİ

(Alınış / Received: 20.04.2022, Kabul / Accepted: 01.08.2022, Online Yayınlanma / Published Online: 23.08.2022)

Anahtar Kelimeler

Elektromanyetik Alan,
Biyolojik Nöron Modeli,
Fitzhugh-Nagumo,
Rotasyon Kontrol,
Dallanma Diyagramı,
Lyapunov Üsteli

Öz: Biyolojik nöron modellerinin kararlılık analizlerinin yapılması ve dinamik davranışlarının kontrolü üzerine literatürde pek çok çalışma mevcuttur. Son zamanlarda biyolojik sistemler, lazer sistemleri, kaotik sistemler ve nöral sistemler gibi doğrusal olmayan tanımlamalara sahip yapılarda, rotasyonel dinamikler gözlemlenmektedir. Bu rotasyonel dinamiklerin modellenmesi üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Burada da elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin hücre zarı potansiyeli ve transmembrane akımlarının oluşturduğu çekerlerin rotasyon kontrolünün Euler Rotasyon Teoremi kullanılarak yapılması amaçlanmaktadır. Bu çalışmada ele alınan ilgili model, elektromanyetik alan tanımlamasının Fitzhugh- Nagumo Nöron Modeline ilave bir durum değişkeni olarak eklenmesi ile tanımlanmakta ve bu yönüyle diğer modellerden farklılaşmaktadır. Modeldeki harici uyaran bir sinüzoidal kaynak şeklinde seçilerek, kaynağın genliğinin nöron modeli dinamiklerine etkisi; dallanma diyagramından, zaman domeni gösterimlerinden ve Lyapunov üstellerinden yararlanılarak gözlemlenecektir. Rotasyon kontrol işleminin başarımları, modeldeki harici akım kaynağının farklı genlik değerleri için kaydedilen nümerik simülasyon sonuçları ile paylaşılacaktır.

The Application of the Rotation Control Process to the Electromagnetic Field-Effect Fitzhugh-Nagumo Neuron Model

Keywords

Electromagnetic Field,
Biological Neuron Model,
Fitzhugh-Nagumo,
Rotation Control,
Bifurcation Diagram,
Lyapunov Exponent

Abstract: There are many studies about the stability analysis of the biological neuron models and the control of their dynamic behavior in the literature. Recently, the rotational dynamics have been observed in structures, which have nonlinear definitions, such as biological systems, laser systems, chaotic systems and neural systems. Several studies are carried out about the modeling of these rotational dynamics. Here, it is aimed to control the rotation of the attractors, which are formed by the membrane potential and the transmembrane currents of the electromagnetic field-effect Fitzhugh-Nagumo neuron model and it is used the Euler Rotation Theorem. The electromagnetic field-effect Fitzhugh-Nagumo neuron model differs from other models with its following aspect. This model has an additional state variable that describes the electromagnetic field effect. The effects of the amplitude of the external stimulus on the dynamics of this neuron model are observed by utilizing the bifurcation diagram, time domain representations and Lyapunov exponents and this external stimulus is selected as a sinusoidal source. The performance results of the rotation control process are shared with the numerical simulation results that are recorded for the different amplitude values of the external current source in this model.

*İlgili Yazar, email: nimetkorkmaz@kayseri.edu.tr

1. Giriş

Bir nöron hücresi; bünyesinde sodyum, potasyum, kalsiyum ve benzeri iyon yükleri barındırmaktadır. Bu iyonların bir kısmı hücre içine difüzyon yolu ile iletilirken, bir kısmı sadece hücre zarı üzerinde bulunan voltaj-kapılı iyon kanallarından geçerek hücre zarı yüzeyinde harici akımlar oluşturmaktadır. Hücre zarı yükler düzgün dağılım sağladığı yüklü bir yüzey ya da plaka olarak kabul edilebilir. Bahsedilen iyonların yüklü bir plaka gibi düşünülen zar yüzeyinden geçişlerinde, hücre zarı potansiyelinde dalgalanmalar meydana getirmektedir. Zamana bağlı değişen bir voltaj varsa zamanla değişen bir akım karakteristiğinden, dolayısı ile bir akı değişiminden de bahsetmek mümkündür. Bu bakış açısı ile literatürdeki çalışmaların bir kısmında, hücre zarı yüzeyinde oluşan iyon akışlarının yüklü bir plaka gibi düşünülen hücre zarında elektrik alan indükleyebileceği görüşü üzerine araştırmalar yapılmaktadır.

Bu çalışmalarda nöronun elektrofizyolojik nöral aktivitelerinin zamanla değişen bir elektromanyetik alan dağılımı indükleyebileceğini önerilmektedir. Yapılan çalışmaların bir kısmında nöronlar üzerinde indüklenebileceği düşünülen manyetik akı ifadesi; kayıp devre elemanı olarak 1970'lerde Leon Chua tarafından tanıtılan ve iyon yükü ile manyetik akı ifadelerini kullanarak tanımlanan memristör elemanı ile ilişkilendirilmiştir [1]. Böylece, memristör elemanı ile nöron modeli tanımlamaları birleştirilerek oluşturulan alternatif modellerin ele alındığı çalışmalar kaydedilmiştir [2-4]. Bu modellerde Hodgkin-Huxley, FitzHugh-Nagumo ve Hindmarsh-Rose gibi biyolojik nöron modelleri kullanılmıştır [5-7]. Örneğin yoğun elektromanyetik radyasyon ile ani kalp rahatsızlıkları ilişkilendirilerek nöral dinamikler gözlemlenmiş ve bu modellemede elektromanyetik radyasyon FitzHugh-Nagumo modelinin harici bir uyararı olarak ele alınmıştır [8]. Bir kardiyak modelinde elektromanyetik alana maruz bırakılan sistemdeki nöronların elektromanyetik radyasyon nedeni ile sükûnet durumuna geçtiği tespit edilmiştir [9]. Ayrıca bu sistemler çeşitli donanımlarla taklit edilerek biyolojiden esinlenilmiş gerçekleştirilmeye de ilham kaynağı olmuştur [10-13].

Öte yandan, manyetik akı ifadesini memristör elemanı ile ilişkilendirmeksizin; nöron modeline elektromanyetik alanı temsil eden bir durum değişkenini daha ekleyerek, elektromanyetik alanın etkisinin gözlemlenebileceğini öneren çalışmalar da literatürde mevcuttur [14]. Bu çalışmalarda modele eklenen değişkenin etkisinin gözlemlenebilmesi için özdeğer ve Lyapunov üsteli hesaplama ya da dallanma diyagramlarının çizdirilmesi gibi çeşitli kararlılık analizleri yapılmaktadır [15, 16]. Bu sistemlere uygulanan çeşitli kontrol yöntemleri ile ilgili sistemlerin dinamik davranışları da kontrol edilebilmektedir [17-19]. Son zamanlarda; biyolojik sistemlerde, kaotik sistemlerde, akışkanlar dinamiğinde, lazer sistemlerinde ve nöral sistemlerde rotasyonlu çeker yapıları ile karşılaşmaktadır [20-22]. Elektromanyetik alan gibi vektörel bir tanımlamanın dâhil edildiği bir biyolojik nöron modelinin çeker yapısının rotasyon kontrolünün yapılması da sistem dinamiklerinin kontrol edilebildiği çalışmalara önemli katkılar sağlayacaktır.

Bu çalışmada, elektromanyetik alan ifadesinin ilave bir durum değişkeni olarak tanımlandığı ve bu tanımlamanın FitzHugh-Nagumo nöron modeline adapte edildiği, literatürde mevcut bir biyolojik nöron modeli üzerinde durulmaktadır. Elektromanyetik alan tanımlı FitzHugh-Nagumo nöron modelinin Euler Rotasyon Teoremi kullanılarak çeker faz açısının kontrolünün yapılması amaçlanmaktadır. İlgili modelin çeker yapısı; hücre zarı potansiyelini ve transmembrane akımını temsil eden durum değişkenlerinin faz portresi çizdirilerek gözlemlenmektedir. Nörona tatbik edilen harici uyarının karakteristiği bir sinüzoidal dalga şeklinde seçilir. Harici kaynağın genlik değeri değişiminin nöron dinamiklerine etkisinin gözlemlenmesi için dallanma diyagramından ve Lyapunov üstellerinden yararlanılmaktadır. Ayrıca farklı genlik değerleri için çizdirilen faz portresi gösterimleri ile hem dallanma diyagramı ve Lyapunov Üsteli hesaplamaları doğrulanmaktadır hem de rotasyon kontrollünün başarımları sonuçları gösterilmektedir.

Bu kapsamda, Bölüm 2'de elektromanyetik alan tanımlı FitzHugh-Nagumo nöron modelinin tanıtılmasının ardından, Bölüm 3'te Euler Rotasyon Teoremi'nin ilgili modele uygulanarak çeker faz açısının rotasyon kontrolünün yapılması ile ilgili detaylar ele alınmaktadır. Son bölümde ise elde edilen sonuçlar tartışılmaktadır.

2. Elektromanyetik Alan Tanımlı Fitzhugh-Nagumo Nöron Modeli

Bir nöronun hücre zarı yüzeyinde gerçekleşen elektriksel iletim, zarda meydana gelen hücre içi ve hücre dışı arasındaki iyonik yük geçişlerinden kaynaklanmaktadır. Difüzyon yolu ile iletilen iyonik yüklerin haricinde, belirli bir eşik gerilimi seviyesini aşarak voltaj kapılı iyon kanallarından geçen iyonik yükler; hücre zarı yüzeyinde akım akışına sebep olmaktadır. Bu akım akışı ile voltaj kapılı kanalların iletkenlik özellikleri ilişkilendirilerek hücre zarı yüzeyinde meydana gelen potansiyel farkı, Hodgkin-Huxley tarafından detaylı bir şekilde modellenmiş ve ilerleyen dönemlerde pek çok çalışmaya öncü olmuştur. Son zamanlarda, hücre zarında

meydana gelen bu iyonik akışın bir elektromanyetik alan indükleyebileceği ve bu alanın modellere dâhil edilebileceği üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Bu çalışmaların bir kısmında memristör elemanının karakteristiğinden yararlanırken, bir kısmında ise elektromanyetik alan harici bir durum değişkeni olarak kabul edilerek modellenmiştir. Bu çalışmalarda elektromanyetik alan dağılımını tanımlamak için hücre zarı yüzeyi, yük yoğunluğu ' σ ' olan yüklü bir plaka gibi düşünülmüştür. Hücre zarı yüzey alanı ' S ' ve elektriksel yükü ' q ' olan hücre zarı yüzeyi yük yoğunluğu ' $\sigma = q/S$ ' ifadesi ile hesaplanır. Dielektrik sabiti ' ϵ ' olan bir ortamda indüklenen elektromanyetik alan, ' r ' yarıçaplı ve küre biçimli bir nöron tasviri için ' $E = (q/2S\epsilon)$ ' ya da ' $E = (\sigma/2\epsilon)$ ' şeklinde verilir. Yüklü plakalar arasındaki voltaj farkı ise ' $V = rE \cong E\sqrt{S}$ ' şeklinde tanımlanmaktadır. Hodgkin-Huxley tarafından yapılan çalışmada hücre zarında bulunan yağ lipitlerinin iletken iki plaka olarak aradaki boşluğun ise yalıtkan bir malzeme olarak düşünülüp, hücre zarının bir kapasitör elemanı ile ilişkilendirilerek modellenmiştir. Benzer şekilde son zamanlardaki çalışmalarda elektromanyetik alan dağılımı da ortam parametreleri ' p ' ve indüktansla ' L ' ilişkilendirilerek, aşağıdaki genel ifadelerle temsil edilmiştir [14]:

$$C \frac{dV}{dt} = f(V, i, p)$$

$$L \frac{di}{dt} = g(V, i) + rE \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2\epsilon S} \frac{dq}{dt} = \frac{1}{2\epsilon S} i = ki$$

Burada ' f ' ve ' g ' fonksiyonları hücre zarı potansiyeli ve transmembrane akımlarını temsil eden ve lineer olmayan fonksiyonlardır. Bu tanımlamaların Fitzhugh-Nagumo nöron modeline adapte edilmesi ile elde edilen elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin tanımlaması ise Denklem 2'de verilmektedir:

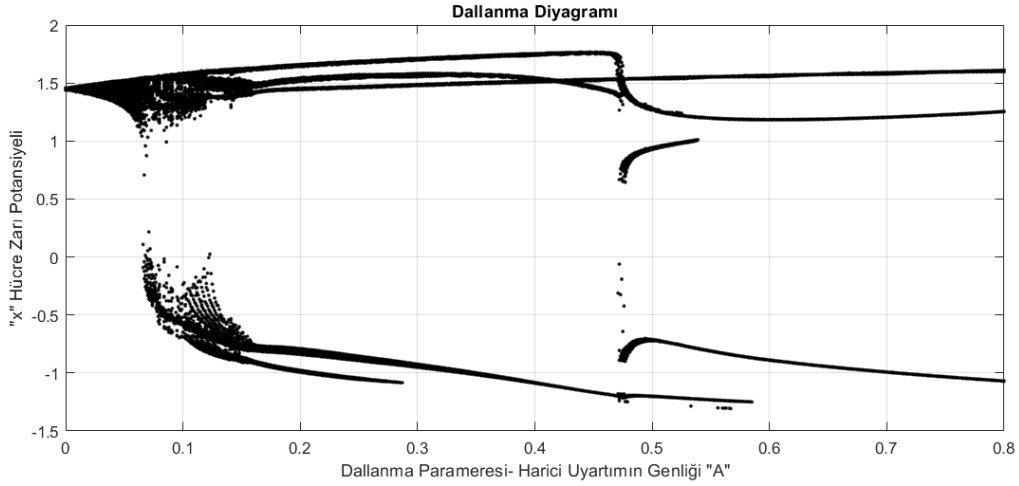
$$\tau \frac{dx}{dt} = x - \frac{x^3}{3} - y + I_{ext}$$

$$\frac{dy}{dt} = ax + by + d + rE \quad (2)$$

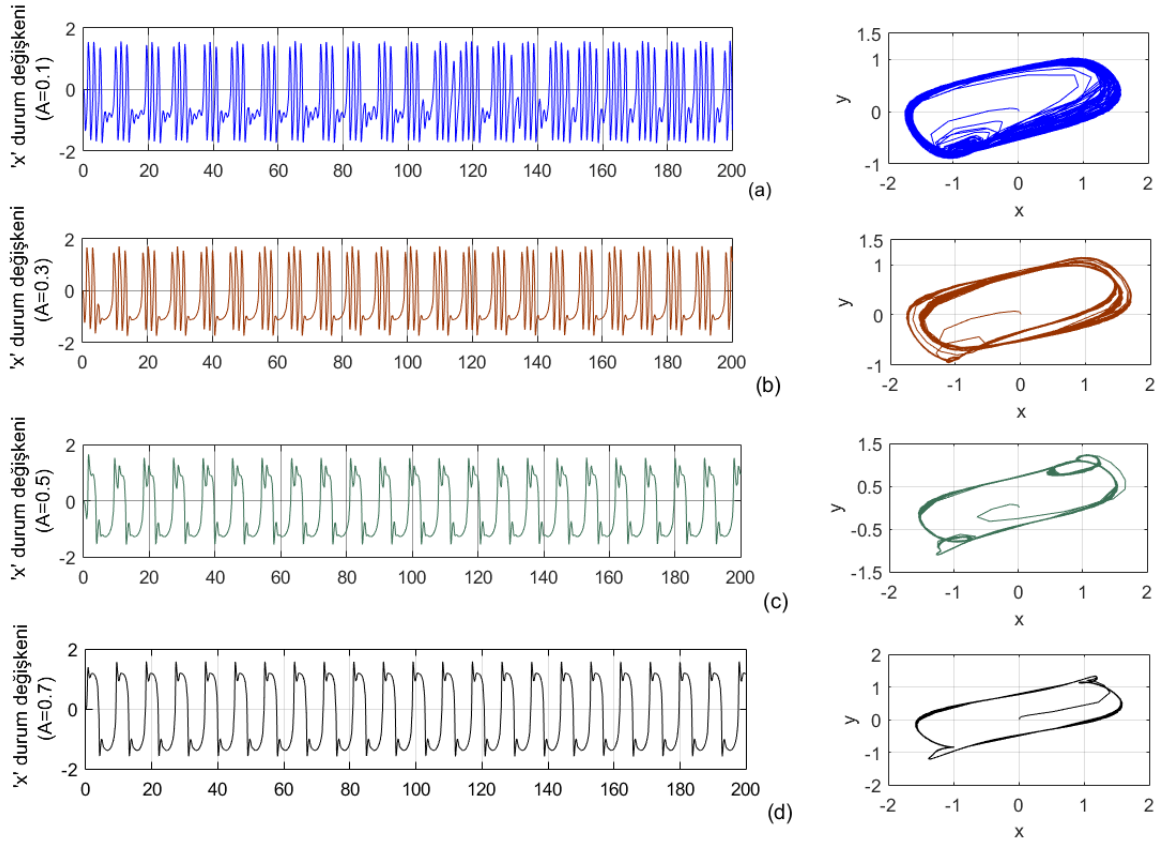
$$\frac{dE}{dt} = ky$$

Denklem 2'de ' x ' durum değişkeni hücre zarı potansiyelini, ' y ' durum değişkeni transmembrane akımını ve ' E ' durum değişkeni elektromanyetik alan dağılımını temsil etmektedir. ' a ', ' b ', ' d ' ve ' τ ' model parametreleri, ' I_{ext} ' ise nörona haricen tatbik edilen uyartımı temsil etmektedir. Elektromanyetik alanın etkisinin gözlemlendiği bu sistemde harici uyartımın karakteristiği sinüzoidal bir kaynak ' $I_{ext} = A \sin(\omega t)$ ' olarak belirlenmiştir. Bu harici uyartımın genliği de fazı da nöron modelinin dinamiklerini etkiler. Harici kaynağın genlik değişiminin elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeli üzerindeki etkisini gösteren dallanma diyagramı sonucu Şekil 1'de verilmektedir. Bu diyagram açısız frekans değeri 0,7 rad/s'de sabit tutularak iki yüz zaman örneği için çizdirilmiştir.

Dallanma diyagramına göre, elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin dinamikleri yaklaşık $0 < A < 0,2$ aralığında karmaşık bir desen davranışı sergilemektedir. Yaklaşık $0,2 < A < 0,6$ aralığında kısmen daha az karmaşık, yaklaşık $0,6 < A < 0,8$ aralığında ise belirli sayıda tepe değerine sahip nöral dinamikler sergilemektedir. Buna göre, $A = 0,1$, $A = 0,3$, $A = 0,5$ ve $A = 0,7$ değerleri için yapılan nümerik simülasyon sonuçları sırasıyla Şekil 2a-2d'de verilmektedir. Bahsedilen nöral desenler Şekil 2a-2d'de de gözlemlenmektedir. Aynı değerler için hücre zarı potansiyeline karşılık transmembrane akımının çizdirilmesi ile elde edilen faz portresi görüntüleri de sırasıyla Şekil 2a-2d'de verilmektedir.

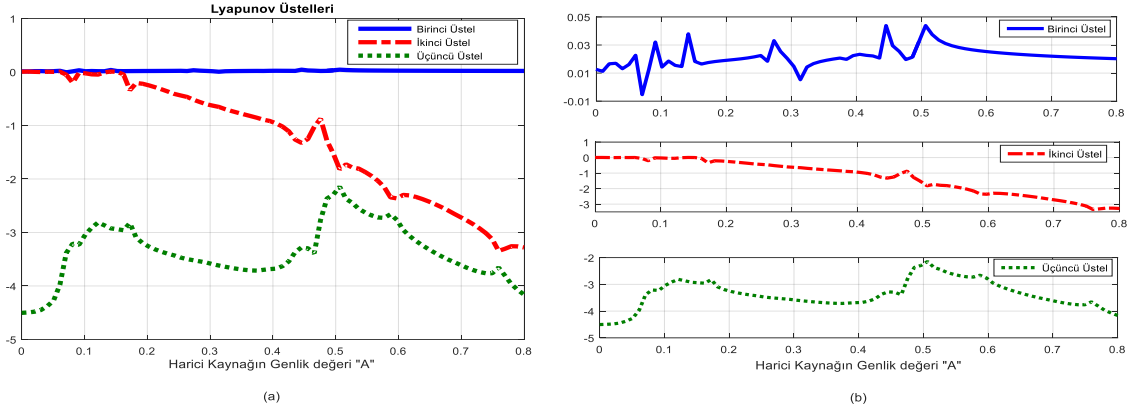


Şekil 1. Harici kaynağın genlik değişiminin elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeli üzerindeki etkisini gösteren dallanma diyagramı sonucu.



Şekil 2. Elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeline harici kaynağın farklı genlik değerleri uygulandığında [a) $A = 0,1$, b) $A = 0,3$, c) $A = 0,5$ ve d) $A = 0,7$] elde edilen ve zaman domeni ile faz portresi gösterimlerini içeren nümerik simülasyon sonuçları.

Bu analizlere ilaveten, Denklem 2 ile verilen elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin Lyapunov üstelleri hesaplandığında, dallanma diyagramında karmaşık desenlerin yoğun olduğu kısımlarda üstellerden en az birinin pozitif değerde olması beklenir. Bu sonucu gözlemlmek için yapılan Lyapunov üsteli hesaplamaları ile elde edilen sonuçlar Şekil 3a'da görülmektedir. Elde edilen grafikte birinci üstel pozitifken, ikinci ve üçüncü üsteller negatiftir. Birinci üstelin pozitif değerinin daha etkin gözlemlenmesi için Şekil 3b'de üstellerin ayrı ayrı verildiği bir gösterim bulunmaktadır.



Şekil 3.Harici kaynağın genlik değişiminin elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeli üzerindeki etkisini gösteren Lyapunov üsteli hesaplama sonuçları.

2. Elektromanyetik Alan Tanımlı Fitzhugh-Nagumo Nöron Modeline Rotasyon Kontrollünün Uygulanması

Biyolojik nöron modellerinin kararlılık analizlerinin yapılması ve dinamik davranışlarının kontrolü üzerine literatürde pek çok çalışma mevcuttur. Son zamanlarda biyolojik sistemler, lazer sistemleri, kaotik sistemler ve nöral sistemler gibi doğrusal olmayan tanımlamalara sahip yapılarda rotasyon değişimli dinamikler gözlemlenmekte ve bu dinamiklerin modellenmesi üzerine çalışmalar yapılmaktadır. Burada da elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin hücre zarı potansiyeli ve transmembrane akımlarının oluşturduğu faz çekerinin rotasyon kontrolü uygulanmaktadır.

(x, y, z) Kartezyen Koordinat Sistemi'nde üç durum değişkeni ile tanımlanan bir sistemin noktaları olsun. Rotasyon dönüşüm işlemi sonrasında (x', y', z') olmak üzere alternatif bir küme tanımlanabilir. Bahsi geçen iki kümenin orijinde çakışık, doğrultularının ise farklı olduğu kabulü yapılır. Ortogonalite şartına göre, vektörler ekseninde döndürülseler bile uzunlukları sabittir. Buna göre üç durum değişkeni ile tanımlanan bir vektörün rotasyon dönüşümü ile elde edilen alternatif kümesi şu şekilde tanımlanır [23]:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (3)$$

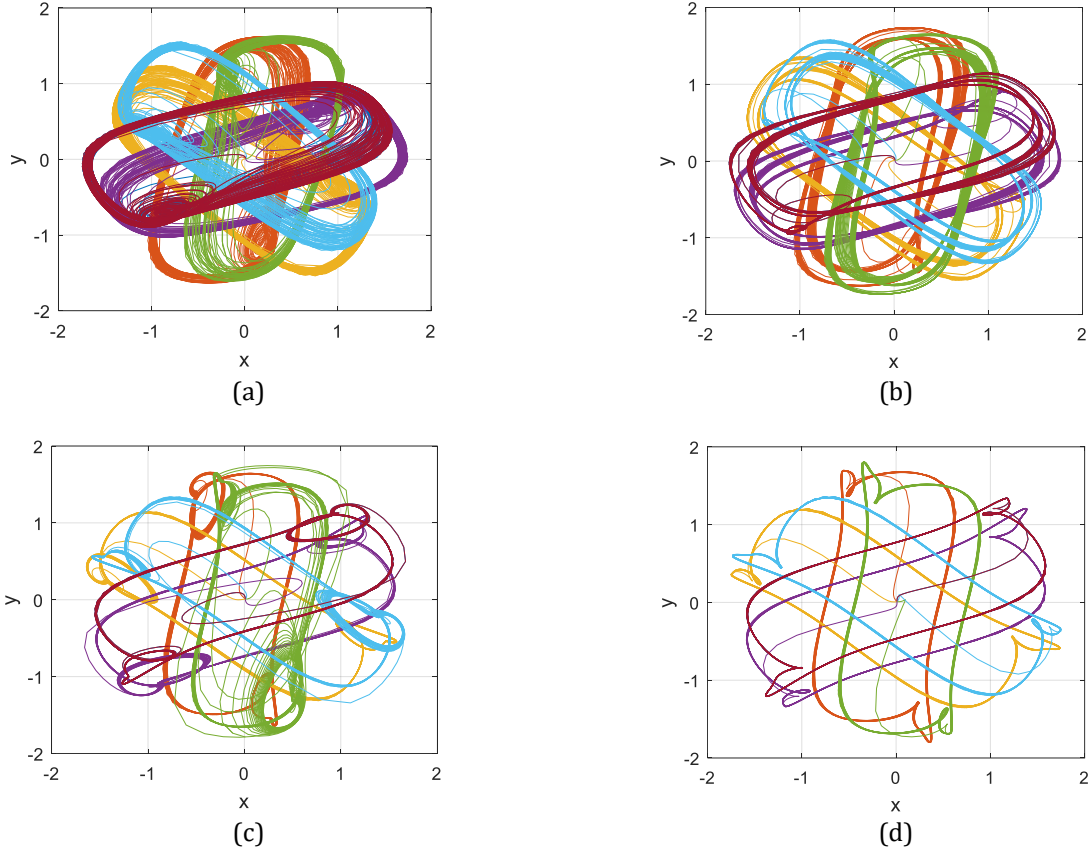
Burada 3×3 formunda tanımlanan matris rotasyon matrisidir. Denklem 2'deki elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin hücre zarı potansiyelini temsil eden durum değişkeni x' , transmembrane akımı y' ve elektromanyetik alan tanımlaması z' parametreleri gibi düşünülerek Denklem 3'e dâhil edilirse, Denklem 4'teki tanımlama elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \cos \theta \left[\left(x - \frac{x^3}{3} - y + I_{ext} \right) / \tau \right] + \sin \theta [ax + by + d + rE] \\ \frac{dy'}{dt} &= -\sin \theta \left[\left(x - \frac{x^3}{3} - y + I_{ext} \right) / \tau \right] + \cos \theta [ax + by + d + rE] \\ \frac{dE'}{dt} &= ky \end{aligned} \quad (4)$$

Euler Rotasyon Teoremine göre, Denklem 4'teki rotasyon matrisinin tersi alınarak $[T_1 = x = x' \cos \theta + y' \sin \theta]$ ve $[T_2 = y = -x' \sin \theta + y' \cos \theta]$ şeklinde bir düzenleme yapılırsa Denklem 5'teki ifade elde edilmektedir:

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= \cos \theta \left[\left(T_1 - \frac{T_1^3}{3} - T_2 + I_{ext} \right) / \tau \right] - \sin \theta [aT_1 + bT_2 + d + rE] \\ \frac{dy'}{dt} &= \sin \theta \left[\left(T_1 - \frac{T_1^3}{3} - T_2 + I_{ext} \right) / \tau \right] + \cos \theta [aT_1 + bT_2 + d + rE] \\ \frac{dE'}{dt} &= kT_2 \end{aligned} \quad (5)$$

Denklem 5'teki tanımlamada $\theta = [0, 60, 120, 180, 240, 300, 360]$ derecedeki açı değerleri için elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin ' x ' ve ' y ' durum değişkenleri ile oluşturulan faz portresi gösterimlerinin birbiri üzerine çizdirilerek elde edilen nümerik simülasyon sonuçları Şekil 4a-4d'de görülmektedir. Burada Şekil 4a, harici kaynağın genlik değerinin $A = 0,1$ değerine ayarlanması ile; Şekil 4b, harici kaynağın genlik değerinin $A = 0,3$ değerine ayarlanması ile; Şekil 4c, harici kaynağın genlik değerinin $A = 0,5$ değerine ayarlanması ile ve son olarak Şekil 4d, harici kaynağın genlik değerinin $A = 0,7$ değerine ayarlanması ile elde edilen nümerik simülasyon sonuçlarıdır.



Şekil 4. Rotasyon kontrol açısı $\theta = [0, 60, 120, 180, 240, 300, 360]$ derece değerlerine ayarlanarak elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeline harici kaynağın farklı genlik değerleri uygulandığında [a) $A = 0,1$, b) $A = 0,3$, c) $A = 0,5$ ve d) $A = 0,7$] elde edilen faz portresi gösterimleri.

3. Sonuç

Bu çalışmada nöronların hücre zarı yüzeylerinde meydana gelen iyonik değişimden kaynaklı akım akışının bir elektromanyetik alan indükleyebileceği düşüncesi ile geliştirilen literatürde mevcut bir nöral sistem ele alınmıştır. Elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinde; elektromanyetik alan etkisi diğer modellerden farklı olarak sisteme ilave bir durum değişkeni olarak adapte edilmiştir. Burada elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modelinin hücre zarı potansiyeli ve transmembrane akımının oluşturduğu dinamik çeker yapısının Euler Rotasyon Teoremi kullanılarak kontrolü sağlanmıştır. Bu kapsamda; ilgili nöral sistemin tanıtılmasının ardından, modelde tanımlı harici akım kaynağının genlik değerinin sistemin çeker yapısına olan etkisi; dallanma diyagramının çizdirilmesi, zaman domeninde nümerik simülasyonlarının yapılması ve Lyapunov üstellerin hesaplanması ile gözlemlenmiştir. Sonrasında rotasyon kontrol işlemi elektromanyetik alan etkili Fitzhugh-Nagumo nöron modeline adapte edilmiştir. Modeldeki harici akım kaynağının farklı genlik değerleri için kaydedilen nümerik simülasyon sonuçları ile rotasyon kontrol işleminin başarılı bir şekilde uygulandığı gösterilmiştir. Böylece, elektromanyetik alan gibi vektörel tanımlamaya sahip bir değişkenin adapte edildiği nöron modellerinde de rotasyon kontrol işleminin yapılabileceği sonucu çıkarılmıştır.

Kaynakça

- [1] Chua, L. 1971. Memristor-the missing circuit element. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 18 (5), 507-519.
- [2] Lv, M., Wang, C., Ren, G., Ma, J., Song, X. 2016. Model of electrical activity in a neuron under magnetic flow effect. *Nonlinear Dynamics*, 85(3), 1479-1490.
- [3] Lv, M., Ma, J. 2016. Multiple modes of electrical activities in a new neuron model under electromagnetic radiation. *Neurocomputing*, 205, 375-381.
- [4] Xu, Q., Song, Z., Bao, H., Chen, M., Bao, B. 2018. Two-neuron-based non-autonomous memristive Hopfield neural network: Numerical analyses and hardware experiments. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 96, 66-74.
- [5] Hodgkin, A.L., Andrew F.H. 1952. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of physiology*, 117(4), 500.
- [6] FitzHugh, R. 1961. Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. *Biophysical journal*, 1(6), 445-466.
- [7] Hindmarsh, J. L., Rose, R. M. 1984. A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations. *Proceedings of the Royal society of London. Series B. Biological sciences*, 221(1222), 87-102.
- [8] Wu, F., Wang, C., Xu, Y., Ma, J. 2016. Model of electrical activity in cardiac tissue under electromagnetic induction. *Scientific reports*, 6(1), 1-12.
- [9] Ma, J., Wu, F., Hayat, T., Zhou, P., Tang, J. 2017. Electromagnetic induction and radiation-induced abnormality of wave propagation in excitable media. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 486, 508-516.
- [10] Bao, B., Hu, A., Bao, H., Xu, Q., Chen, M., Wu, H. 2018. Three-dimensional memristive Hindmarsh-Rose neuron model with hidden coexisting asymmetric behaviors. *Complexity*, 2018.
- [11] Bao, H., Hu, A., Liu, W., Bao, B. 2019. Hidden bursting firings and bifurcation mechanisms in memristive neuron model with threshold electromagnetic induction. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 31(2), 502-511.
- [12] Lin, H., Wang, C., Sun, Y., Yao, W. 2020. Firing multistability in a locally active memristive neuron model. *Nonlinear Dynamics*, 100(4), 3667-3683.
- [13] Bao, B., Zhu, Y., Ma, J., Bao, H., Wu, H., Chen, M. 2021. Memristive neuron model with an adapting synapse and its hardware experiments. *Science China Technological Sciences*, 64(5), 1107-1117.
- [14] Ma, J., Zhang, G., Hayat, T., Ren, G. 2019. Model electrical activity of neuron under electric field. *Nonlinear dynamics*, 95(2), 1585-1598.
- [15] Kim, Y. 2010. Identification of dynamical states in stimulated Izhikevich neuron models by using a 0-1 test. *Journal of the Korean Physical Society*, 57(6), 1363-1368.
- [16] Bizzarri, F., Brambilla, A., Storti Gajani, G. 2013. Lyapunov exponents computation for hybrid neurons. *Journal of computational neuroscience*, 35(2), 201-212.
- [17] Çimen, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y., Kılıç, R. 2020. Evaluating the effectiveness of several synchronization control methods applying to the electrically and the chemically coupled hindmarsh-rose neurons. *Biosystems*, 198, 104284.
- [18] Thottil, S. K., Ignatius, R. P. 2017. Nonlinear feedback coupling in Hindmarsh-Rose neurons. *Nonlinear Dynamics*, 87(3), 1879-1899.
- [19] Karaca, Z., Korkmaz, N., Altuncu, Y., Kılıç, R. 2021. An extensive FPGA-based realization study about the Izhikevich neurons and their bio-inspired applications. *Nonlinear Dynamics*, 105(4), 3529-3549.

- [20] Kim, M. Y., Roy, R., Aron, J. L., Carr, T. W., Schwartz, I. B. 2005. Scaling behavior of laser population dynamics with time-delayed coupling: theory and experiment. *Physical review letters*, 94(8), 088101.
- [21] Prasad, A., Dana, S. K., Karnatak, R., Kurths, J., Blasius, B., & Ramaswamy, R. 2008. Universal occurrence of the phase-flip bifurcation in time-delay coupled systems. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 18(2), 023111.
- [22] Korkmaz, N. 2021. A Phase Control Method for the Dynamical Attractor of the HR Neuron Model: The Rotation-Transition Process and Its Experimental Realization. *Neural Processing Letters*, 53(6), 3877-3892.
- [23] Arfken G.B., Weber H.J. 1999. *Mathematical methods for physicists*, 6th edn. Elsevier Academic Press, Cambridge, 1205s. ISBN 0-12-088584-0