IBAD Sosyal Bilimler Dergisi
IBAD Journal of Social Sciences
dergipark.org.tr/ibad

IBAD, 2022; (13): 176-202
DOI: 10.21733/ibad.1109313
Özgün Araştırma / Original Article

Açıklanmış Karşılaştırmalı Üstünlük Göstergelerinin Uygun Anlamlandırılmaları Üzerine

On the Appropriate Interpretation of Revealed Comparative Advantage Indexes

Ayşenur Avar[1*]
Adil Korkmaz[2]

*** Sorumlu yazar**
Corresponding author

[1] Doktora Öğrencisi, Akdeniz Üniversitesi, Türkiye
PhD Student, Akdeniz University, Turkey
aysenuravar@gmail.com
ORCID ID https://orcid.org/0000-0002-6657-3552

[2] Prof. Dr., Akdeniz Üniversitesi, Türkiye
Prof. Dr., Akdeniz University, Turkey
adilkorkmaz2003@gmail.com
ORCID ID https://orcid.org/0000-0002-2432-518X

Makale geliş tarihi / First received : 27.04.2022
Makale kabul tarihi / Accepted : 07.07.2022

Bilgilendirme / Acknowledgement:

Yazarlar aşağıdaki bilgilendirmeleri yapmaktadırlar:

1- Yazarların katkı oranı eşittir.
2- Makalemizde etik kurulu izni ve/veya yasal/özel izin alınmasını gerektiren bir durum yoktur.
3- Yazarlar arasında çıkar çatışması yoktur.
4- Bu makalede araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

This article was checked by *Turnitin*. Similarity Index 06%

Atıf bilgisi / Citation:
Avar, A. ve Korkmaz, A. (2022). Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin uygun anlamlandırılmaları üzerine. *IBAD Sosyal Bilimler Dergisi*, (13), 176-202.

ÖZ

Bu çalışmada Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi ile ondan artan bir işlev aracılığı ile türetilen kimi açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin nasıl anlamlandırılması gerektiği konusu incelenmiştir. Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinden artan bir işlev aracılığıyla türetilen açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri arasında logaritmik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi ile simetrik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi başlarda gelir. Ağırlıklandırılmış açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi de tek ülke için hesaplanması koşulu altında yukarıda anılan göstergeler listesine eklenebilir. Bu göstergelerle ilgili inceleme hem kuramsal hem de görgül niteliktedir. Uygun anlamlandırmayı belirlemek için kuramsal incelemede kullanılan araç korelasyon çözümlemesidir. Aynı amaçla görgül incelemede kullanılan araç ise 2020 yılı için ISIC (Rev. 4) sınıflandırmasına göre Türkiye imalat sanayiinin dört basamaklı alt sektörlerine ilişkin dış ticaret verileriyle gerçekleştirilen korelasyon hesaplarıdır. Hem kuramsal hem de görgül incelemeye göre elde edilen bulgular şöyledir: Yukarıda dile getirilen kapsamdaki herhangi iki gösterge birbirlerine doğrusal olarak bağlı ise sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlıdır, değil ise öyle değildir; bununla birlikte söz konusu iki gösterge birbirlerine doğrusal olarak bağlı olsalar da olmasalar da sırasal ölçü anlamlandırmasına göre herhangi bir koşul altında olmaksızın; iki-sınıfsal ölçü anlamlandırmasına göre ise nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında yetkin bir biçimde tutarlıdır.

Anahtar kelimeler
Açıklanmış Karşılaştırmalı Üstünlük, Tutarlılık, Korelasyon, Artan İşlev

ABSTRACT

In this study, the issue of how Balassa's revealed comparative advantage index and some revealed comparative advantage indexes derived from it by an increasing function should be interpreted has been analyzed. Among the referred indexes derived from Balassa's revealed comparative advantage index by an increasing function, logarithmic revealed comparative advantage index and symmetric revealed comparative advantage index come first. The weighted revealed comparative advantage index under the condition that it is calculated for only a given country can also be added to the above-mentioned list of indexes. The analysis related to these indexes is both theoretical and empirical. The tool used in the theoretical analysis to determine the appropriate interpretation is correlation analysis. The tool used in the empirical analysis for the same purpose is the correlation calculations made with the foreign trade data of the four-digit sub-sectors of the Turkish manufacturing industry for 2020 according to the ISIC (Rev. 4) classification. The findings obtained according to both theoretical and empirical analysis are as follows: If any two of revealed comparative advantage indexes within the context mentioned above are linearly dependent on each other, they are perfectly consistent as a cardinal measure, otherwise they are not; however, whether or not the said two indicators are linearly dependent on each other, without any condition according to the ordinal measure interpretation and under the condition that neutral points of the two indexes are compatible according to the dichotomous measure interpretation, both of them are perfectly consistent.

Keywords
Revealed Comparative Advantage, Consistency, Correlation, Increasing Function

GİRİŞ

Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük (*revealed comparative advantage*) ilk kez Balassa (1965) çalışmasında dile getirilen bir kavramdır. Bu kavram, uluslararası iktisat yazınının temel kavramlarından biri olan karşılaştırmalı üstünlük (*comparative advantage*) kavramı ile yakından ilişkilidir. O nedenle söz konusu kavramın ne olduğunu anlayabilmek için önce Ricardo'nun karşılaştırmalı üstünlük kavramı üzerinde durmak gerekir. Ricardo; iki ülkeli, iki mallı ve iki üretim etmenli bir dünyada ticaretin her iki ülke yararına yapılabilmesi için mutlak üstünlüğün gerek koşul olmayıp karşılaştırmalı üstünlüğün yeter koşul olduğunu gösterir. Ona göre ticaret öncesinde malların fiyatları arasındaki oranlar ülkeden ülkeye değişiyorsa o ülkelerden biri bir malın, öteki de öteki malın üretiminde karşılaştırmalı üstünlüğe sahip olur. Böyle bir durumda da ülkeler hangi malın üretiminde karşılaştırmalı üstünlüğe sahipseler üretim etmenlerini o malın üretimine daha çok özgüleyip ticaret yaptıklarında daha yüksek bir gönenç düzeyine ulaşabilirler. Elbette Ricardo'nun iki ülkeye, iki mala ve iki üretim etmenine dayalı karşılaştırmalı üstünlük kuramı bugünün çok ülkeli, çok mallı ve çok üretim etmenli ekonomileri için de çıkarımlar yapmaya elverişlidir; ancak şu da bir gerçektir ki söz konusu kuramın anahtar kavramı olan karşılaştırmalı üstünlükleri ölçmek, ülkelerin kendi kendilerine yeterli oldukları çağlara dönüp o çağlardaki fiyat oranlarını gözlemlemeyi gerektirdiğinden artık olanaksızdır. Bugün fiyat oranlarında gözlemlenen gerçeklik salt karşılaştırmalı üstünlüğün etkilerini değil, onun yanı sıra ithalat engelleri ya da ihracat teşvikleri gibi devlet müdahalelerinden doğan etkileri de kapsar. Bu yüzden ülkeler arasındaki ticaretteki mal örüntülerine bakmak artık karşılaştırmalı üstünlükleri değil, "açıklanmış" karşılaştırmalı üstünlükleri görmek anlamına gelir. Balassa'nın yaklaşımına göre açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük devlet müdahalelerinin etkisi altında kalmış karşılaştırmalı üstünlüktür. Anılan gerçeklik bugün Balassa'nın 1965 tarihli makalesinde dile getirilenler başta olmak üzere birçok yöntemle ölçülmektedir. Öyleyse söz konusu seçenek çokluğu karşısında şu soruyu yöneltmek kaçınılmaz olmaktadır: Başka başka değerlere sahip olan bütün bu göstergeler aynı gerçekliği mi ölçerler? Elbette bütün bu göstergeler aynı açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük gerçekliğini ölçerler. Nasıl bir manzaraya farklı gözlerle bakanlar o manzarayı ne ölçüde değişik görürlerse görsünler aynı manzara gerçekliğine bakarlarsa, açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğü farklı göstergelerle ölçenler de onu ne ölçüde değişik düzeylerde nicelleştirirlerse nicelleştirsinler aynı açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük gerçekliğini öyle ölçerler. Üstelik bu göstergelerden birini iyi, ötekini kötü diye nitelendirebilmek için elde bir araç da yoktur. Bir gösterge ne ölçüde yeğlenebilir nitelikteyse bir başka gösterge de o ölçüde yeğlenebilir niteliktedir. O nedenle birçok iktisatçı en iyi gösterge arayışına değil de göstergelerin en iyi anlamlandırılması arayışına yönelerek açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sayısal ölçü (*cardinal measure*) olarak mı, sırasal ölçü (*ordinal measure*) olarak mı, yoksa iki-sınıfsal ölçü (*dichotomous measure*) olarak mı anlamlandırılmaları gerektiği sorusunu yöneltir. İktisat yazınında tartışılagelen bu soru buradaki çalışmada da tartışılmaktadır. Bu çalışmanın amacı Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi ile ondan artan bir işlev (*an increasing function*) aracılığıyla türetilen kimi açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin anlamlandırılmaları konusunda bulgular elde etmektir. Bu amaç için kullanılan araç ise korelasyon kavramıdır. Belirtilen aracı kullanıp açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin anlamlandırılması konusunda bulgular elde edebilmek için çalışmada önce açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri tanıtılmakta, daha sonra onların anlamlandırılmaları konusu işlenmekte, korelasyon çözümlemeleri yapılmakta ve son olarak hem kuramsal hem de görgül bulgulara dayalı olarak öneriler geliştirilmektedir. Göstergeler arasındaki korelasyon çözümlemelerine dayalı olarak onların tutarlılıklarını saptamak elbette birçok çalışmada görgül verilerle gerçekleştirilmiştir; bu çalışmadaki yöntem ise salt görgül değil, artan bir işlev aracılığıyla birbirleriyle ilişkili olan göstergelerin Maclaurin açılımları üstünde yükselen kuramsal bulgulara da dayalı olduğu için özgün bir yöntem olarak görünmektedir.

1. AÇIKLANMIŞ KARŞILAŞTIRMALI ÜSTÜNLÜK GÖSTERGELERİ

İktisat yazınında açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükleri ölçme konusundaki seçenek çokluğu incelenirken ilk olarak Balassa göstergeleriyle karşılaşılır. Liesner'in (1958) çalışmasından esinlenen Balassa (1965) açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğü ölçmek için iki gösterge geliştirir (Ravgotra & Kaur, 2017):

$$\mathrm{BRCA}_{ij} = \left(x_{ij}/x_{it}\right)/\left(x_{wj}/x_{wt}\right) \qquad [1]$$

ve

$$\mathrm{BRCA}_{ij} = \left(x_{ij}/x_{it}\right)/\left(m_{ij}/m_{it}\right). \qquad [2]$$

Bu bağıntılarda i=1, 2, …, M olmak üzere bir ülke; j=1, 2, …, N olmak üzere bir mal ya da mal öbeği (endüstri); x_{ij}, i ülkesinin j malı ya da mal öbeği ihracatı; x_{it}, i ülkesinin toplam ihracatı; m_{ij}, i ülkesinin j malı ya da mal öbeği ithalatı; m_{it}, i ülkesinin toplam ithalatı; x_{wj}, dünyanın j malı ya da mal öbeği ihracatı; x_{wt}, dünyanın toplam ihracatı anlamlarına gelmektedir. [1] ve [2] nolu bağıntılar açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükleri ölçme konusunda Balassa'nın bile bir seçenek çokluğu karşısında olduğunu gösterir. Gerçi Balassa (1977), ticaret engellerinin ithalatta yarattığı sapmayı gerekçe göstererek [2] nolu bağıntı ile getirdiği öneriyi daha sonra geri çeker; ancak daha sonraki zamanlarda Gnidchenko ve Salnikov (2015) bu tutumu eleştirir. Anılan yazarlara göre ticaret engelleri böyle bir sapma yaratmakla birlikte açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinde ithalata yer vermemenin daha büyük bir hataya neden olabileceğini belirtirler. Bu ve bunun gibi nedenlerle [2] nolu bağıntı ile getirilen önerinin geri çekilmesi, oybirliğiyle benimsenen bir tutum olmaktan çıkar. Nitekim kimi araştırıcılar (Altay & Gürpınar, 2008; Şahinli, 2011; Erkan, 2012) çalışmalarında Balassa'nın [1] nolu göstergesini kullanırken kimileri de (Yalçınkaya vd., 2014; Atlas, 2019; Erkesim, 2020) onun [2] nolu göstergesini kullanır. Balassa'nın öncü çalışmasından sonra açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükleri ölçmeyi amaçlayan birçok öneri daha geliştirilir. Donges ve Riedel (1977), Bowen (1983), Vollrath (1991), Lafay (1992), Proudman ve Redding (1997), Dalum vd. (1998), Laursen (1998), Hoen ve Oosterhaven (2006) ve Yu vd. (2009) bunlardan yalnızca birkaçıdır. Bu çalışmalarda önerilen göstergelerin bir bölümü sezgisel niteliktedir. Burada sezgisel sözcüğü "daha önce yaratılmış bir göstergeden türetilmeyip ilk kez yaratılan" anlamında kullanılmaktadır. [1] ile [2] nolu bağıntılarla tanımlanan Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri sezgisel nitelikteki göstergelere verilebilecek ilk örnekler olarak betimlenebilir. Gerçi bu göstergeler daha önce Liesner'in göreceli ihracat başarımı (*success relative to the export*) göstergesinden esinlenilerek biçimlendirilmişlerdir; ancak ondan bir işlev aracılığıyla türetilmemişlerdir.[1] Benzer biçimde göreceli ihracat üstünlüğü (*relative export advantage*)

$$\mathrm{RXA}_{ij} = \left(x_{ij}/x_{it}\right)/\left(x_{wj}/x_{wt}\right),$$

179

[1] Liesner'in göreceli ihracat başarımı göstergesi i_1 bir ülkeyi ve i_2 de başka bir ülkeyi ya da ülkeler öbeğini gösterirken j bir malı göstermek üzere $x_{i_1 j}/x_{i_2 j}$ biçiminde tanımlanır.

göreceli ithalat üstünlüğü (*relative import advantage*)

$$\mathrm{RMA_{ij}} = \left(\mathrm{m_{ij}}/\mathrm{m_{it}}\right)/\left(\mathrm{m_{wj}}/\mathrm{m_{wt}}\right)$$

biçimlerinde tanımlanır ise Vollrath'ın (1991)

$$\mathrm{RTA_{ij}} = \mathrm{RXA_{ij}} - \mathrm{RMA_{ij}}$$

ve

$$\mathrm{RC} = \ln\left(\mathrm{RXA_{ij}}\right) - \ln\left(\mathrm{RMA_{ij}}\right)$$

biçimlerinde tanımlanan göreceli ticaret üstünlüğü (*relative trade advantage*) ve açıklanmış rekabet edebilirlik (*revealed competitiveness*) göstergeleri de sezgisel olarak nitelendirilebilir. Bu örnekler çoğaltılabilir. Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin bir başka bölümü ise sezgisel nitelikteki açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin artan işlevi[2] aracılığıyla elde edilmişlerdir. Örnek olarak

$$\mathrm{LRCA_{ij}} = \ln\left(\mathrm{BRCA_{ij}}\right) \qquad [3]$$

gibi artan bir işlev olan logaritmik işlev aracılığıyla elde edilen $\mathrm{LRCA_{ij}}$ (*logarithmic revealed comparative advantage*) (Vollrath, 1991) ya da

$$\mathrm{SRCA_{ij}} = \frac{\mathrm{BRCA_{ij}} - 1}{\mathrm{BRCA_{ij}} + 1} \qquad [4]$$

gibi yine artan bir işlev olan hiperbolik işlev aracılığıyla elde edilen $\mathrm{SRCA_{ij}}$ (*symmetric revealed comparative advantage*) (Dalum vd., 1998; Laursen, 1998) göstergeleri $\mathrm{BRCA_{ij}}$'nin artan bir işlev aracılığıyla dönüştürülmüş biçimleridir. Bu listeye eklenebilecek olan bir başka gösterge de salt i sıra numaralı ülke için hesaplanması durumunda

$$\mu_i = \frac{\mathrm{BRCA_{i1}} + \mathrm{BRCA_{i2}} + \cdots + \mathrm{BRCA_{iN}}}{\mathrm{N}}$$

olmak üzere j=1, …, N sıra numaralı mallar ya da mal öbekleri için hesaplanabilecek olan

$$\mathrm{WRCA_{ij}} = \mathrm{BRCA_{ij}}/\mu_i \qquad [5]$$

biçiminde tanımlanan $\mathrm{WRCA_{ij}}$ (*weighted revealed comparative advantage*) göstergesidir (Proudman & Redding, 1997)[3]. Sezgisel nitelikteki göstergelerden artan bir işlev aracılığıyla türetilen bu örnekler de çoğaltılabilir.[4]

---

[2] Artan işlev için bakınız Silverman (1985, s. 49).

[3] [5] nolu bağıntıya göre $\mathrm{WRCA_{ij}}$ göstergesi yalnızca $\mathrm{BRCA_{ij}}$'ye değil, onunla birlikte μ_i'ye de bağlıdır. Ancak salt i sıra numaralı ülke için hesaplanması koşulu altında μ_i sabit olacağından [5] nolu bağıntı yatay eksen $\mathrm{BRCA_{ij}}$ ve dikey eksen $\mathrm{WRCA_{ij}}$ olmak üzere merkezden geçerek $1/\mu_i>0$ eğimiyle yükselen bir doğru denklemi olur. Elbette i=1, …, M olmak üzere çok sayıda ülke için hesaplanırsa $\mathrm{WRCA_{ij}}$ göstergesi yukarıda dile getirilen kapsamdaki listeye eklenemez; çünkü bu durumda μ_i başka başka ülkeler için başka başka değerler alabileceğinden ona da bağlı olan $\mathrm{WRCA_{ij}}$ göstergesi salt $\mathrm{BRCA_{ij}}$ göstergesinden artan bir işlev aracılığıyla türetilen bir açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi olmaktan çıkar.

[4] [3], [4] ve [5] nolu bağıntılarda dile getirilen göstergeleri biçimlendiren işlevlerin artan işlev olduklarını görebilmek için 0 ile ∞ arasında değişen $\mathrm{BRCA_{ij}}$'nin hep artı değerli olduğunu göz önünde bulundurup [3] nolu bağıntının türevini $\frac{\mathrm{d\,LRCA_{ij}}}{\mathrm{dBRCA_{ij}}} = \frac{1}{\mathrm{BRCA_{ij}}} > 0$, [4] nolu bağıntının türevini $\frac{\mathrm{d\,SRCA_{ij}}}{\mathrm{dBRCA_{ij}}} = \frac{2}{\left(\mathrm{BRCA_{ij}}+1\right)^2} > 0$ ve [5] nolu bağıntının türevini $\frac{\mathrm{d\,WRCA_{ij}}}{\mathrm{dBRCA_{ij}}} = \frac{1}{\mu_i} > 0$ biçimlerinde olmak üzere alıp bunların hep artı değerli olduklarını saptamak yeterlidir.

2. AÇIKLANMIŞ KARŞILAŞTIRMALI ÜSTÜNLÜK GÖSTERGELERİNİN ANLAMLANDIRILMALARI

Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin nasıl anlamlandırılmaları gerektiği sorusu temel nitelikte bir sorudur; çünkü anlamlandırmalar çok farklı sonuçlar yaratırlar. Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sayısal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda bunlar arasında farklar alınabilir ve bir ülkenin başka bir ülkeye ya da bir endüstrinin başka bir endüstriye göre açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük bakımından ne ölçüde ileride ya da ne ölçüde geride olduğu saptanabilir. Söz konusu göstergelerin sırasal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda ise iki ülke ya da iki endüstri açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük bakımından yalnızca sıralanabilir; dolayısıyla iki ülkeye ya da iki endüstriye ilişkin açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükler arasındaki fark sayısal düzeyde değil, sırasal düzeyde saptanabilir. Anılan göstergelerin iki-sınıfsal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda ise iki ülke ya da iki endüstri açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük bakımından bir nötr değere göre yalnızca sınıflandırılabilir; böylece bir ülke ya da bir endüstri ya açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğü olanlar sınıfına ya da açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğü olmayanlar sınıfına atanır (Ballance vd., 1987; Gnidchenko & Salnikov, 2015). Bu anlamlandırmaların bir başka sonucu da ekonometrik çalışmalarda gözlemlenebilir. Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükleri temellendirmek için yapılacak ekonometrik çalışmalarda farklı ölçme yöntemlerine göre farklı bulgular elde etme tehlikesi vardır. Örnek olarak bir ekonometrik denklemde açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük bağımlı, teknoloji düzeyi bağımsız değişken olsun; t istatistikleri sayısal ölçü olarak anlamlandırılan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin birinden ötekine değişebileceği için bir göstergeye göre istatistiksel olarak anlamlı olabilen teknoloji düzeyi bir başka göstergeye göre istatistiksel olarak anlamsız olabilir ki bu da ekonometrik çalışmalarda çelişkili bulguların elde edilmesi tehlikesi demektir. Oysa anlamlandırma biçiminde yapılacak bir değişiklik sonucunda böyle bir tehlikenin doğması önlenebilir. O nedenle açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin anlamlandırılma biçimleri ekonometrik çalışmalar için de olmazsa olmaz bir etkinlik olarak kendisini ortaya koyar.

Tarihsel sürece bakıldığında görülür ki açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin ilk anlamlandırma biçimi sayısal ölçü anlamlandırmasıdır. Nitekim Balassa 1965 tarihli makalesinde geliştirdiği göstergeleri sayısal ölçü olarak anlamlandırır. Yeats (1985) bu anlamlandırmaya çığır açan eleştiriler getirir. Ona göre Balassa'nın [1] nolu bağıntıda tanımlanan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin ekonomik çözümlemelerde kullanılmasıyla ilgili kimi zorluklar vardır: Belirli bir endüstri için açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin değerleri 1'in biraz üstünde ya da biraz altında yoğunlaşırsa endüstride en yüksek karşılaştırmalı üstünlüğe sahip olan ülke göreceli olarak düşük bir açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi değerine sahip olabilir. Bu da açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin sayısal ölçü olarak anlamlandırılmasını zorlaştırır. Benzer bir söz sırasal ölçü anlamlandırması için de yinelenebilir. Onun buradan çıkarımladığı sonuç açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin sayısal ölçü ya da sırasal ölçü olarak güvenilir olmadığıdır. Yeats (1985), Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerine ilişkin eleştirilerini burada durdurmaz. Ona göre sayısal ölçü ya da sırasal ölçü olarak güvenilir olmayan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri ülkeleri açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğe sahip olanlar ve olmayanlar biçiminde bile sınıflayamayabilir. Bütün bu eleştirilerden sonra açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin nasıl anlamlandırılacağı sorusu iktisat yazınında irdelenir. Bu bağlamda birçok yazar, açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sayısal ölçü mü, sırasal ölçü mü, yoksa iki-sınıfsal ölçü mü olduklarını tartışırlar. Bu konuda bir yargı geliştirmek için araç olarak ise korelasyonları kullanırlar. Bu doğrultudaki çalışmaların birçoğu Balassa (1965)'nın [1] nolu bağıntıda dile getirdiği açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi, Vollrath (1991)'ın RTA_{ij}, $\ln(RXA_{ij})$ ve $\ln(RXA_{ij})-\ln(RMA_{ij})$ göstergeleri üzerinde durur (Fertö & Hubbard, 2003; Oduro & Offei, 2014; Ashish & Kannan, 2015; Jagdambe, 2016; Jagdambe, 2019). Fertö ve Hubbard (2003) Macaristan'ın tarım-gıda sektörlerine ilişkin olarak 1992-1998 dönemi verilerine dayalı olarak gerçekleştirdikleri araştırmada şu kanıya varırlar: Balassa'nın [1] nolu göstergesi ile Vollrath'ın yukarıda anılan göstergeleri sayısal ölçü olarak daha az; ancak sırasal ve iki-sınıfsal ölçü olarak daha çok tutarlı olmaktadırlar. Oduro ve Offei (2014) de aynı göstergelerin tutarlılıklarını tartışırlar; ancak onlar araştırmalarını Gana'nın işlenmiş tarım ürünlerine ilişkin 2004-2011 dönemi verilerine dayalı olarak gerçekleştirirler ve şu kanıya varırlar: Anılan göstergeler sayısal ve sırasal ölçü olarak daha az, ancak iki-sınıfsal ölçü olarak daha çok tutarlıdırlar. Aynı göstergeleri tartışan Ashish ve Kannan (2015) ise Hindistan'ın işlenmiş tarım ürünlerine ilişkin 2003-2013 dönemi verilerine dayalı olarak araştırmalarını yaparlar ve şu kanıya varırlar: Anılan göstergeler sayısal ölçü olarak daha az, ancak sırasal ölçü olarak daha çok tutarlıdırlar; iki-sınıfsal ölçü olarak ise sayısal ölçüye göre daha çok tutarlı, ancak sırasal ölçüye göre daha az tutarlıdırlar. Jagdambe (2016) de Hindistan'ın tarım ürünlerine ilişkin 2001-2013 dönemi verilerine dayalı olarak gerçekleştirdiği araştırmada şu kanıya varır: Söz konusu göstergeler sayısal ölçü olarak daha az, sırasal ölçü olarak daha çok tutarlıdırlar; iki-sınıfsal ölçü olarak ise sayısal ölçüye göre daha çok tutarlı, ancak sırasal ölçüye göre daha az tutarlıdır. Gene Jagdambe (2019), Hindistan'ın tarım ürünlerine ilişkin 1996-2015 dönemi verilerine dayalı olarak yaptığı araştırmada şu kanıya varır: Değinilen göstergeler sayısal ve iki-sınıfsal ölçü olarak daha az tutarlı, ancak sırasal ölçü olarak daha çok tutarlıdır. Bebek (2017) ise araştırmasını 147 ülkenin ve 5037 mal ya da mal öbeğinin 1995-2013 dönemi verilerine dayalı olarak gerçekleştirir ve birçok göstergeyi sayısal ölçü, sırasal ölçü ve iki-sınıfsal ölçü anlamlandırmalarına göre tutarlılıkları bakımından karşılaştırır ve yalnızca logaritmik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük ile simetrik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sayısal ölçü olarak tutarlılıklarının yüksek olduğunu belirttikten başka Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük, logaritmik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük ve simetrik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sırasal ölçü olarak da iki-sınıfsal ölçü olarak da yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını dile getirir.[5] Yukarıdaki çalışmalarla benzerlikleri ve farklılıkları olan başka çalışmalar da vardır: Ballance vd. (1987), Fertö ve Hubbard (2003), Deb ve Basu (2011), Khai vd. (2016) bunlar arasındadır. Bütün bu çalışmalarda tutarlılıkları saptamak için kullanılan araç korelasyondur. Buradaki çalışma da yukarıda anılan çalışmalar gibi araç olarak korelasyonu kullanır. İnceleme kapsamına alınan göstergeler arasında ise $BRCA_{ij}$ ve ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen $LRCA_{ij}$, $SRCA_{ij}$ ve $WRCA_{ij}$ göstergeleri gelmektedir. Çalışmanın amacı, bu göstergelerle ilgili şu savı kanıtlamaktır: Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi ile ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen bir başka açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi birbirlerine doğrusal olarak bağlılarsa sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olurlar; ancak birbirlerine doğrusal olarak bağlı değillerse sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olmazlar. Öte yandan söz konusu iki gösterge birbirlerine doğrusal olarak bağlı olsunlar ya da olmasınlar koşulsuz bir biçimde

[5] Bu sonuçlar buradaki çalışmada matematiksel olarak kanıtlanmaktadır.

olmak üzere sırasal ölçü olarak; nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında ise iki-sınıfsal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olurlar. Buradaki "uyumluluk" sözcüğü şu durumu anlatır: Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin nötr değeri 1 olduğundan, artan bir f(·) işlevine -f′(·)>0- dayalı olarak yaratılan

$$\mathrm{FRCA}_{ij} = \mathrm{f}\left(\mathrm{BRCA}_{ij}\right) \qquad [6]$$

gibi yeni bir açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinin nötr değeri f(1) olmalıdır; buna uyulmaz da yaratılan yeni göstergenin nötr değeri f(1)'den farklı bir değer olarak belirlenir ise o zaman iki-sınıfsal ölçü olarak $BRCA_{ij}$ ile $FRCA_{ij}$ yetkin bir biçimde tutarlı olmaktan uzaklaşırlar. Ayrıca şunu da eklemek gerekir ki sayısal ölçü olarak anlamlandırılan iki gösterge arasında doğrusal ilişki yok ancak doğrusallığa yakın bir ilişki var ise bunlar arasında 1'e eşit olmasa da 1'e yakın bir korelasyon olur ve bu nedenle de söz konusu göstergeler yetkin bir biçimde tutarlılığa ulaşamasalar da ona yaklaşırlar.[6] Ancak doğrusallığa yakın ilişki içinde olmayan göstergeler bu özelliği bile gösteremezler ve aralarındaki düşük korelasyonlar nedeniyle yetkin bir biçimde tutarlı olmaktan uzaklaşırlar. Oysa anılan göstergelerin sırasal ya da iki-sınıfsal ölçü olarak anlamlandırılmaları durumunda sonuç değişir; çünkü o zaman aralarındaki 1'e eşit korelasyonlar nedeniyle anılan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri sırasal ölçü olarak ya da nötr noktalarının uyumluluğu koşulu altında iki-sınıfsal ölçü olarak birbirleriyle yetkin bir biçimde tutarlı olurlar. Dile getirilen bütün bu savları kanıtlayabilmenin temelinde ise korelasyon kavramı yatar.

3. KORELASYON ÇÖZÜMLEMESİ

Korelasyon kavramı Sir Francis Galton ile Karl Pearson'un birlikte çalışmalarından doğmuş bir kavramdır (Bruno, 1996, s. 84-88). Sir Francis Galton 19. yüzyılın son yarısında iki değişken arasındaki ilişkinin nasıl ölçülebileceği konusunu düşünürken Karl Pearson ile birlikte çalışmaya başlar. Korelasyon kavramı bu çalışmalardan filizlenir. Düşünce Sir Francis Galton'dan gelse de elde edilen ilişki ölçüsü bugün Pearson korelasyonu olarak adlandırılır. Pearson korelasyonunda doğrusal olan ilişkiler +1 ya da -1 sayıları; ancak doğrusal olmayan ilişkiler -1 ile +1 arasındaki sayılar ile temsil edilirken 0 sayısı da ilişkisizlik ölçüsü olarak yorumlanır. Korelasyonlar açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerini anlamlandırma bakımından değerlendirilirken şöyle bir yol gösterir: Hangi anlamlandırma biçiminde açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri arasında yüksek korelasyonlar elde edilir ise o anlamlandırma biçimine göre açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri tutarlı olmakta ve bu gerekçeyle de o anlamlandırma biçimi daha yeğlenebilir olarak nitelendirilmektedir. Bu işlevi görmekte bir araç olarak kullanılacak olan Pearson korelasyonunun gözlemsel değeri şöyle tanımlanır: U ile V değişkenlerine ilişkin (U_1, V_1), (U_2, V_2), …, (U_S, V_S) gözlemleri yapılırsa ortalama değerler

$$\overline{\mathrm{U}} = \frac{1}{\mathrm{S}}\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{S}} \mathrm{U}_{\mathrm{k}}$$

ve

[6] Burada doğrusal ilişkinin olmaması ancak doğrusallığa yakın bir ilişkinin olması Maclaurin açılımlarında doğrusal olan parçanın doğrusal olmayan parçaya daha geniş bir aralıkta baskın olması anlamında kullanılmaktadır.

$$\overline{V} = \frac{1}{S}\sum_{k=1}^{S} V_k$$

olarak gösterilmek üzere Pearson korelasyonunun gözlemsel değeri r(U, V) ya da kısaca r

$$r = r(U,V) = \frac{\sum_{k=1}^{S}(U_k-\overline{U})(V_k-\overline{V})}{\sqrt{\sum_{k=1}^{S}(U_k-\overline{U})^2 \sum_{k=1}^{S}(V_k-\overline{V})^2}} \qquad [7]$$

biçiminde yazılabilir (Ruben, 1966; Jiang, 2004). Cauchy-Schwarz eşitsizliği yardımıyla EK bölümünde de kanıtlandığı gibi bu değerin karesi en çok 1'e eşit olur. Bu özellik matematiksel olarak $r^2 \leq 1$ biçiminde dile getirilebilir. $r^2 \leq 1$ demek $-1 \leq r \leq +1$ demektir. Uç değerler doğrusal ilişkinin varlığı anlamına gelir. Bunu görebilmek için U ile V arasında β_0, β_1 ve β_2 değişmez sayılar ve g(·) doğrusal olmayan bir işlev olmak üzere k=1, …, S için

$$V_k = \beta_0 + \beta_1 U_k + \beta_2 g(U_k) \qquad [8]$$

biçiminde yazılabilecek bir ilişkiyi göz önünde bulundurmak gerekir. [8] nolu bağıntıda $\beta_0+\beta_1 U_k$ bölümü U ile V arasındaki ilişkinin doğrusal olan bölümünü, $\beta_2 g(U_k)$ ise doğrusal olmayan bölümünü simgeler. EK bölümünde de kanıtlandığı gibi ancak ve ancak $\beta_1 \neq 0$ olmak üzere $\beta_2=0$ durumunda r=1 olur. $\beta_1 \neq 0$ olmak üzere $\beta_2=0$ durumunun gerçekleşmesi demek doğrusal olmayan parçanın yok olması ancak salt doğrusal olan parçanın varlığını sürdürmesi demektir. Buna göre denebilir ki U ile V arasında salt doğrusal ilişki varsa $r^2=1$ olur ki bu da r=-1 ya da r=+1 demektir; oysa U ile V arasındaki ilişkide doğrusal olmayan bir parça varsa $r^2=1$ değil, $r^2<1$ durumu gerçekleşir ki bu da r'nin -1 ile +1 arasına yerleşmesi ancak asla -1 ya da +1 olmaması anlamına gelir. Bu iki durum şu örneklerle somutlaştırılabilir: V=U durumunda iki değişken arasında doğrusal bir ilişki vardır; bu durumda U; 1, 2, 3, …, 10 değerlerini alırken V; 1, 2, 3, …, 10 değerlerini alır ve ikisi arasındaki korelasyon +1 olur. Benzer bir biçimde V=-U durumunda korelasyon -1 olur. Oysa $V=U^2$ ilişkisi doğrusal olmayan bir ilişkidir; U; 1, 2, 3, …, 10 değerlerini alırken V; 1, 4, 9, …, 100 değerlerini alır ve ikisi arasındaki korelasyon 0.9746<1 olur. Bu örnekler sınırsız bir biçimde çoğaltılabilir. Burada dile getirilen özellikler bağlamında $BRCA_{ij}$ ile ondan [6] nolu bağıntıda dile getirildiği gibi artan bir işlev aracılığıyla türetilen $LRCA_{ij}$, $SRCA_{ij}$ ve $WRCA_{ij}$ göstergeleri arasındaki korelasyonlar farklı bağlamlarda hesaplanabilir: a) Tek ülke yaklaşımı: Bu yaklaşımda verili ülke sıra numarasını gösteren i sabit tutulup j=1, …, N biçiminde değiştirilerek U=Gösterge 1 ve V=Gösterge 2 değerleri hesaplandıktan sonra [7] nolu bağıntıya göre r(Gösterge 1, Gösterge 2) korelasyonu hesaplanır; b) Tek mal ya da mal öbeği yaklaşımı: Bu yaklaşımda verili mal ya da mal öbeği sıra numarasını gösteren j sabit tutulup i=1,…, M biçiminde değiştirilerek U=Gösterge 1 ve V=Gösterge 2 değerleri hesaplandıktan sonra [7] nolu bağıntıya göre r(Gösterge 1, Gösterge 2) korelasyonu hesaplanır; c) Çok ülke ve çok mal ya da mal öbeği yaklaşımı: Bu yaklaşımda verili bir ülke olmadığı gibi verili bir mal ya da mal öbeği de olmadığından i=1, …, M ve j=1, …, N biçiminde değiştirilerek U=Gösterge 1 ve V=Gösterge 2 değerleri hesaplandıktan sonra [7] nolu bağıntıya göre r(Gösterge 1, Gösterge 2) korelasyonu hesaplanır. [7]

[7] Bu çalışmada görgül bulgular için ilk yaklaşım seçilirken verili tek ülke Türkiye olarak belirlenmekte ve açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüklere ilişkin gösterge değerleri için hesaplanan mallar ya da mal öbekleri de ISIC (Rev. 4) sınıflamasına göre dört basamaklı imalat sanayi sektörleri olmaktadır.

4. KORELASYON ÇÖZÜMLEMESİ İLE TUTARLILIKLARIN İRDELENMESİ

Bu çalışmada tutarlılıkları irdelenecek olan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri $BRCA_{ij}$ ile ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen $LRCA_{ij}$, $SRCA_{ij}$ ve $WRCA_{ij}$ göstergeleri olup bunların tutarlılıkları izleyen alt bölümlerde değerlendirilmektedir.

4.1. $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ Karşılaştırması

[3] nolu bağıntıdan da anlaşılacağı üzere $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ arasındaki ilişki logaritmik bir ilişkidir. Buradan ters işlev

$$BRCA_{ij} = exp\left(LRCA_{ij}\right)$$

biçiminde olmak üzere elde edilir de bunun Maclaurin açılımı[8] yapılır ise

$$BRCA_{ij} = 1 + \frac{LRCA_{ij}}{1!} + \frac{{LRCA_{ij}}^2}{2!} + \frac{{LRCA_{ij}}^3}{3!} + \cdots$$

bulunur. Bu bağıntı göstermektedir ki $BRCA_{ij}$ ile $LRCA_{ij}$ arasındaki ilişkide doğrusal olan ve olmayan parçalar vardır. Doğrusal olan parça

$$1 + LRCA_{ij}$$

ve doğrusal olmayan parça

$$\frac{{LRCA_{ij}}^2}{2!} + \frac{{LRCA_{ij}}^3}{3!} + \cdots = exp\left(LRCA_{ij}\right) - 1 - LRCA_{ij}$$

biçimlerinde dile getirilebilir. Öyleyse söz konusu göstergeler arasındaki ilişki doğrusal olan ve olmayan parçalar içerdiği için korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

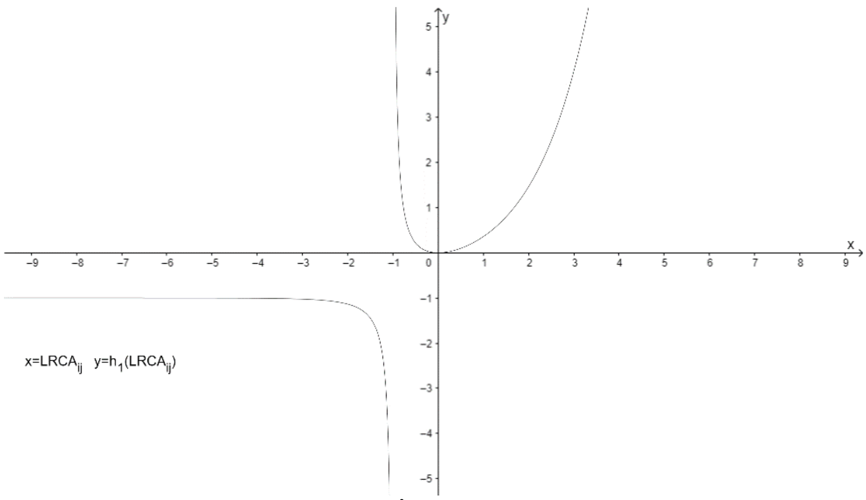
$$r\left(LRCA_{ij}, BRCA_{ij}\right) < 1 \qquad [9]$$

yazılabilir. [9] nolu bağıntı $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin yetkin bir biçimde tutarlı olmadıklarını kanıtlar. Burada şu soru yöneltilebilir: Yetkin bir biçimde tutarlı olmaktan uzaklaşan bu iki gösterge ona yaklaşabilir mi? Bu soruyu yanıtlayabilmek için bu iki gösterge arasındaki ilişkide doğrusal olmayan ve olan parçalar arasındaki oranı gösteren ve

$$h_1\left(LRCA_{ij}\right) = \frac{exp\left(LRCA_{ij}\right)}{1 + LRCA_{ij}} - 1$$

---

[8] Bir f(z) işlevinin Maclaurin açılımı $f(z) = f(0) + f'(0)\frac{z}{1!} + f''(0)\frac{z^2}{2!} + f'''(0)\frac{z^3}{3!} + \cdots$ biçiminde yazılabilir (Lim, 2004).



Çizim 1. h_1 İşlevinin Çizimi[9]

biçiminde dile getirilen $h_1(LRCA_{ij})$ işlevini incelemek gerekir. Çizim 1'e göre h_1 işlevinin iki asimptotu vardır: Dikey ve yatay asimptotlar. Dikey asimptot $LRCA_{ij}=-1$ dik doğrusudur. Öteki asimptot ise $LRCA_{ij}\rightarrow-\infty$ iken oluşan $h_1=-1$ yatay doğrusudur. Bir tane dikey asimptotun varlığı h_1 işlevine ilişkin grafiğin iki parçalı olduğunu gösterir. Soldaki parçanın tanım bölgesi $(-\infty, -1)$; sağdaki parçanın tanım bölgesi ise $(-1, +\infty)$'dur. Grafiğin soldaki parçası incelendiğinde görülür ki h_1 belirtilen tanım aralığında -1 ile $-\infty$ arasında değişir. Bu demektir ki $LRCA_{ij}\in(-\infty, -1)$ ise $h_1<-1$ olacağı için işaretleri farklı olsa da $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olmayan parçası doğrusal olan parçasına göre hep baskındır.[10] Grafiğin $(-1, +\infty)$ aralığında olan sağdaki parçası incelendiğinde ise h_1'in $+\infty$'dan başlayıp $LRCA_{ij}=0$ noktasında en küçük değer olarak 0'a erişip ondan sonra yükselmeye başladığı ve sonra da $+\infty$'a gittiği görülür. Bu tanım bölgesinde $h_1\geq0$'dır. Bu, $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olan ve olmayan parçalarının işaretçe aynı oldukları anlamına gelir. Anılan tanım bölgesinde $h_1=1$ durumunu sağlayan iki $LRCA_{ij}$ değeri Newton-Raphson yöntemiyle[11] $LRCA_{ij}=-0.768039047013466$ ve $LRCA_{ij}=+1.67834699001666$ olarak bulunabilir. Bu değerler doğrusal olan ve olmayan parçalardan birinin baskın ve ötekinin çekinik olarak nitelendirilemeyeceği apsis noktalarını temsil ederler. Ancak $-1<LRCA_{ij}<-0.768039047013466$ ve $+1.67834699001666<LRCA_{ij}<+\infty$ aralıklarında $h_1>1$ olduğu için bu aralıklarda doğrusal olmayan parçanın baskın olduğu saptanır. Buna karşılık $-0.768039047013466<LRCA_{ij}<+1.67834699001666$ aralığında ise $h_1<1$ olduğundan bu kez doğrusal olan parçanın baskın olduğu saptanır. Bütün bunlara bakıldığında görülen ise $(-\infty, +\infty)$ aralığında doğrusal olan parçanın baskın olduğu tek aralığın $-0.768039047013466<LRCA_{ij}<+1.67834699001666$ aralığı olduğudur. Bu çok dar aralık ise $BRCA_{ij}$ ve $LRCA_{ij}$ göstergelerinin sayısal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda yetkin bir biçimde tutarlılığa yönelmelerini sağlayacak aralığın çok dar olmasından başka bir anlama gelmez. Görgül bulgularla elde edilecek çok yüksek olmayan korelasyonlar bu konuda somut bir kanıt olarak değerlendirilebilir.[12] Değinilen göstergelerin sayısal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda bütün bunları söylemek olanaklı ise de sırasal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda nelerin söylenebileceğini saptamak için $LRCA_{ij}$ ve $BRCA_{ij}$ 186

[9] Grafiklerin çiziminde https://www.geogebra.org/ internet sitesi kullanılmıştır.

[10] Baskın olma mutlak değerce daha büyük, çekinik olma ise mutlak değerce daha küçük olma anlamında kullanılmaktadır.

[11] $f(z)=0$ denkleminin kökü Newton-Raphson yöntemiyle adım adım bulunur. Önceki adım z_0 ve bir sonraki adım z_1 olmak üzere iki adım arasında şu ilişki vardır: $z_1=z_0-\frac{f(z_0)}{f'(z_0)}$ (Ypma, 1995).

[12] Tablo 1'e göre $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ arasındaki 0.6383 düzeyindeki korelasyon bu durumu kanıtlamaktadır.

değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralamak gerekir. $BRCA_{ij}$ değerleri küçükten büyüğe doğru sıralandığında ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen $LRCA_{ij}$ değerleri de aynı biçimde olmak üzere küçükten büyüğe doğru sıralanacağından

$$rank\ LRCA_{ij} = rank\ BRCA_{ij} \quad [10]$$

doğrusal ilişkisi gerçekleşir. Öyleyse korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r(rank\ LRCA_{ij}, rank\ BRCA_{ij}) = 1 \quad [11]$$

olur. Bu da $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin sırasal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda yetkin bir biçimde tutarlı olacaklarını kanıtlar. Son olarak $BRCA_{ij}$'nin nötr noktasının 1 olduğu göz önünde tutularak

$$\text{dichotomous } \mathrm{BRCA_{ij}} = \begin{cases} 1, & \mathrm{BRCA_{ij}} > 1; \\ \frac{1}{2}, & \mathrm{BRCA_{ij}} = 1; \\ 0, & \mathrm{BRCA_{ij}} < 1 \end{cases}$$

ve $LRCA_{ij}$'nin $BRCA_{ij}$ ile uyumlu nötr noktasının 0 olduğu göz önünde tutularak

$$\text{dichotomous } \mathrm{LRCA_{ij}} = \begin{cases} 1, & \mathrm{LRCA_{ij}} > 0; \\ \frac{1}{2}, & \mathrm{LRCA_{ij}} = 0; \\ 0, & \mathrm{LRCA_{ij}} < 0 \end{cases}$$

biçiminde olmak üzere iki-sınıfsal değişkenler tanımlanacak olur ise $BRCA_{ij}>1$ olduğunda $LRCA_{ij}>0$; $BRCA_{ij}=1$ olduğunda $LRCA_{ij}=0$ ve $BRCA_{ij}<1$ olduğunda $LRCA_{ij}<0$ olduğu görülür ve buradan 187

$$\text{dichotomous } \mathrm{LRCA_{ij}} = \text{dichotomous } \mathrm{BRCA_{ij}}$$

doğrusal ilişkisinin gerçekleştiği anlaşılır. Öyleyse korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r(dichotomous\ LRCA_{ij}, dichotomous\ BRCA_{ij}) = 1 \quad [12]$$

olur. [12] nolu bağıntı $LRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında iki-sınıfsal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar.

4.2. $SRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ Karşılaştırması

[4] nolu bağıntıdan yararlanılarak ters işlev

$$\mathrm{BRCA_{ij}} = \frac{1 + \mathrm{SRCA_{ij}}}{1 - \mathrm{SRCA_{ij}}}$$

olarak elde edilir ise buradan

$$\frac{1}{1 - \mathrm{SRCA_{ij}}}$$

anlatımı geometrik dizi toplamı olarak

$$1 + \mathrm{SRCA_{ij}} + \mathrm{SRCA_{ij}}^2 + \mathrm{SRCA_{ij}}^3 + \cdots$$

biçiminde dile getirildiğinde[13]

$$\mathrm{BRCA_{ij}} = 1 + 2\mathrm{SRCA_{ij}} + \mathrm{SRCA_{ij}}^2 + \left(1 + \mathrm{SRCA_{ij}}\right)\left(\mathrm{SRCA_{ij}}^2 + \mathrm{SRCA_{ij}}^3 + \cdots\right)$$

elde edilir. $\mathrm{SRCA_{ij}}$ ile $\mathrm{BRCA_{ij}}$ ilişkisini [8] nolu kalıba göre anlatan bu bağıntıda doğrusal olan parça

$$1 + 2\mathrm{SRCA_{ij}}$$

ve doğrusal olmayan parça

$$\mathrm{SRCA_{ij}}^2 + \left(1 + \mathrm{SRCA_{ij}}\right)\left(\mathrm{SRCA_{ij}}^2 + \mathrm{SRCA_{ij}}^3 + \cdots\right) = \mathrm{BRCA_{ij}} - 1 - 2\mathrm{SRCA_{ij}}$$

olur. Doğrusal olan ve olmayan parçanın varlıkları nedeniyle korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r\left(SRCA_{ij}, BRCA_{ij}\right) < 1 \qquad [13]$$

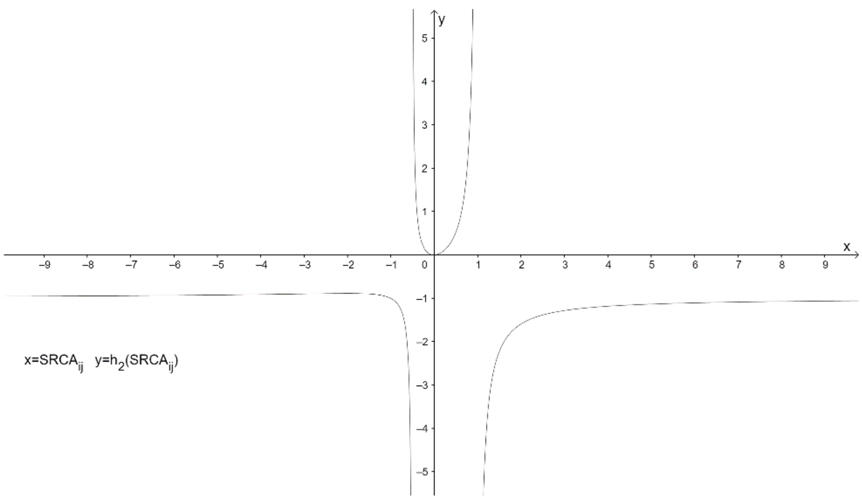
olur. Bu, $\mathrm{BRCA_{ij}}$ ile $\mathrm{SRCA_{ij}}$ göstergelerinin sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olmadıklarını kanıtlar. Bu iki göstergenin yetkin bir biçimde tutarlı olmamakla birlikte ona yaklaşıp yaklaşamadıklarını anlamak için doğrusal olmayan ve olan parçalar arasındaki oranı gösteren ve

$$h_2\left(\mathrm{SRCA_{ij}}\right) = \frac{\mathrm{BRCA_{ij}}}{1 + 2\mathrm{SRCA_{ij}}} - 1$$

biçiminde dile getirilen $h_2(\mathrm{SRCA_{ij}})$ işlevini incelemek gerekir. Bu işlev matematiksel işlemlerin ardından

188

$$h_2\left(\mathrm{SRCA_{ij}}\right) = \frac{2\mathrm{SRCA_{ij}}^2}{\left(1 + 2\mathrm{SRCA_{ij}}\right)\left(1 - \mathrm{SRCA_{ij}}\right)}$$



Çizim 2. h_2 İşlevinin Çizimi

olarak anlatılabilir. $\mathrm{SRCA_{ij}} \in [-1, +1)$ olduğu için h_2 işlevinin tanım bölgesi $[-1, +1)-\{-1/2\}$ olarak belirlenebilir. $\mathrm{SRCA_{ij}}$ göstergesinin tanım bölgesindeki sol ucun kapalı olmasının nedeni

[13] Geometrik dizi toplamı, $\frac{1}{1-\mathrm{SRCA_{ij}}}$ işlevinin Maclaurin açılımıdır.

$BRCA_{ij}$'nin sıfır olurken $SRCA_{ij}$'nin -1 olabilmesidir. Sağ ucunun açık olmasının nedeni ise $BRCA_{ij}$'nin sonsuza yaklaşması durumunda $SRCA_{ij}$'nin de +1'e yaklaşmasıdır. Bu nedenle Çizim 2'nin salt [-1, +1) aralığındaki bölümü $SRCA_{ij}$ ile ilgilidir. Anılan aralıkta h_2 işlevinin dikey asimptotlarından birincisi $SRCA_{ij}$=-1/2, ikincisi de $SRCA_{ij}$=1 ile anlatılabilir. Bu ikinci asimptot tanım bölgesinin açık olan sağ ucundadır. Üçüncü parça $SRCA_{ij}$ 'nin tanım bölgesinin dışında olduğu için h_2 işlevinin tanım bölgesindeki grafiği iki parçalı olur. Birinci grafik parçası [-1, -1/2), ikinci grafik parçası da (-1/2, +1) bölgesinde tanımlıdır. Birinci grafik parçası $SRCA_{ij}$=-1 ve h_2=-1 noktasından başlar ve soldan olmak üzere $SRCA_{ij}$'nin -1/2 değerine yaklaşması nedeniyle $h_2 \to -\infty$ olur. Dolayısıyla [-1, -1/2) tanım bölgesinde h_2'nin işareti eksi ve mutlak değeri 1'den büyük olduğu için $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olmayan parçası ile doğrusal olan parçasının işaretlerinin farklı olduğu ve birincisinin ikincisine hep baskın olduğu söylenebilir. Grafiğin (-1/2, +1) bölgesinde tanımlı olan ikinci parçası ise sağdan olmak üzere $SRCA_{ij} \to -1/2$ değerine yaklaşırken $h_2 \to +\infty$ olarak var olmaya başlar ve $SRCA_{ij}$=0 noktasında en küçük değer olarak 0'a ulaşır ve sonra da yukarı dönerek soldan olmak üzere $SRCA_{ij} \to +1$ değerine yaklaşırken $h_2 \to +\infty$'a gider. Grafiğin bu ikinci parçasında $h_2 \geq 0$'dır. Bu, $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olan ve olmayan parçaların işaretçe aynı olduklarını gösterir. Grafiğin söz konusu parçasında h_2=+1 değerini sağlayan iki $SRCA_{ij}$ değeri vardır. Bunlar $SRCA_{ij}$=-0.390388203202208 ve $SRCA_{ij}$=+0.640388203202208 değerleridir. Bu değerler Newton-Raphson yöntemiyle bulunabileceği gibi ikinci basamaktan bir denklemin köklerini bulma diye adlandırılan standart yöntem ile de elde edilebilir. Her iki apsis değerinde de h_2=+1 olur. Bu, söz konusu noktalarda $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olmayan ve olan parçalarının hem işaretçe hem de mutlak değerce eşit olduklarını ve bu nedenle de bunlardan birinin baskın ya da çekinik olmadığını gösterir. Ancak $SRCA_{ij}$'nin bu iki nokta arasındaki değerleri için $BRCA_{ij}$'nin doğrusal olan parçasının baskın ve öteki parçasının çekinik olduğu söylenebilir. Doğrusal parçayı baskın yapan aralık yukarıdaki değerler cinsinden şöylece yazılabilir: -0.390388203202208<$SRCA_{ij}$<+0.640388203202208. Bu aralık [-1, +1) aralığının yarısından biraz daha geniştir. Gerçi bu geniş olma durumu iki göstergeyi yetkin bir biçimde tutarlı yapmaya yetmez ancak ona yaklaştırabilir. Söz konusu aralığın bunu başarıp başarmadığını anlayabilmek için görgül verilerle yapılacak bir çalışma kanıt sağlayıcı nitelikte olacaktır.[14] Anılan iki göstergenin sayısal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda bütün bunlar söylenebilirken sırasal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda nelerin söylenebileceğini anlamak için $BRCA_{ij}$ değerlerini küçükten büyüğe doğru sıralarken ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen $SRCA_{ij}$ değerlerinin de aynı biçimde olmak üzere sıralandığını görmek gerekir. Her iki gösterge de aynı sıra değerlerine sahip oldukları için

$$rank\ SRCA_{ij} = rank\ BRCA_{ij} \quad [14]$$

doğrusal ilişkisi gerçekleşir. Öyleyse korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r\left(rank\ SRCA_{ij}, rank\ BRCA_{ij}\right) = 1 \quad [15]$$

olur. Bu da $BRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ göstergelerinin sırasal ölçü anlamlandırmasına göre yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar. Son olarak şu söylenebilir ki nötr değeri 1 olan $BRCA_{ij}$ göstergesi ile onunla uyumlu nötr değeri 0 olan $SRCA_{ij}$ göstergesinin iki-sınıfsal ölçü olarak değerleri eşittir. Bunu görebilmek için $SRCA_{ij}$>0 iken $BRCA_{ij}$>1; $SRCA_{ij}$=0 iken $BRCA_{ij}$=1 ve $SRCA_{ij}$<0 iken $BRCA_{ij}$<1 durumlarının aynı anda gerçekleştiklerini görmek yeterlidir. Bu, bir

[14] Tablo 1'den anlaşılaşacağı üzere söz konusu aralık bu iki göstergeyi sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlılığa değil, ancak 0.4556 düzeyinde bir tutarlılığa yaklaştırmaktadır.

malın ya da mal öbeğinin $BRCA_{ij}$'ye göre hangi sınıfa atanmış ise $SRCA_{ij}$'ye göre de o sınıfa atanacağı anlamına gelir. Öyleyse

$$\text{dichotomous SRCA}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{SRCA}_{ij} > 0; \\ \dfrac{1}{2}, & \text{SRCA}_{ij} = 0; \\ 0, & \text{SRCA}_{ij} < 0 \end{cases}$$

biçiminde olmak üzere yeni bir iki-sınıfsal değişken tanımlanacak olur ise

$$dichotomous\ SRCA_{ij} = dichotomous\ BRCA_{ij} \quad [16]$$

doğrusal ilişkisinin gerçekleştiği görülür. Korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r\left(dichotomous\ SRCA_{ij}, dichotomous\ BRCA_{ij}\right) = 1 \quad [17]$$

yazılabilir. [17] nolu bağıntı nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında $BRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ göstergelerinin iki-sınıfsal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar.

4.3. $LRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ Karşılaştırması

Bu iki göstergeyi karşılaştırabilmek için $SRCA_{ij}$'nin [4] nolu bağıntı ile dile getirilen tanımından yararlanılarak

$$\text{BRCA}_{ij} = \frac{1 + \text{SRCA}_{ij}}{1 - \text{SRCA}_{ij}}$$

biçiminde elde edilen ters işlevin [3] nolu bağıntıya yerleştirilmesi gerekir. O zaman

$$\text{LRCA}_{ij} = \ln\left(\frac{1 + \text{SRCA}_{ij}}{1 - \text{SRCA}_{ij}}\right) = \ln\left(1 + \text{SRCA}_{ij}\right) - \ln\left(1 - \text{SRCA}_{ij}\right)$$

yazılabilir. Burada $\left|\text{SRCA}_{ij}\right| < 1$ olduğu için $\ln\left(1 + \text{SRCA}_{ij}\right)$ ile $\ln\left(1 - \text{SRCA}_{ij}\right)$'nin Maclaurin açılımları sırasıyla

$$\ln\left(1 + \text{SRCA}_{ij}\right) = \text{SRCA}_{ij} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^2}{2} + \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^3}{3} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^4}{4} + \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^5}{5} - \cdots$$

ve

$$\ln\left(1 - \text{SRCA}_{ij}\right) = -\text{SRCA}_{ij} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^2}{2} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^3}{3} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^4}{4} - \frac{\text{SRCA}_{ij}{}^5}{5} - \cdots$$

biçiminde elde edilir. Bu ikisinin farkı olarak

$$LRCA_{ij} = 2\left(SRCA_{ij} + \frac{SRCA_{ij}{}^3}{3} + \frac{SRCA_{ij}{}^5}{5} + \cdots\right) \quad [18]$$

bulunur. [18] nolu bağıntıya göre $LRCA_{ij}$ göstergesi $SRCA_{ij}$'nin doğrusal olan ve olmayan parçalarını içermektedir. Doğrusal olan parça

$$2\text{SRCA}_{ij};$$

doğrusal olmayan parça ise

190

$$2\left(\frac{\mathrm{SRCA_{ij}}^3}{3}+\frac{\mathrm{SRCA_{ij}}^5}{5}+\cdots\right)=\mathrm{LRCA_{ij}}-2\mathrm{SRCA_{ij}}=ln\left(\frac{1+\mathrm{SRCA_{ij}}}{1-\mathrm{SRCA_{ij}}}\right)-2\mathrm{SRCA_{ij}}$$

olarak dile getirilebilir. $\mathrm{LRCA_{ij}}$ ile $\mathrm{SRCA_{ij}}$ arasındaki ilişki doğrusal olmayan bir parça içerdiği için korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

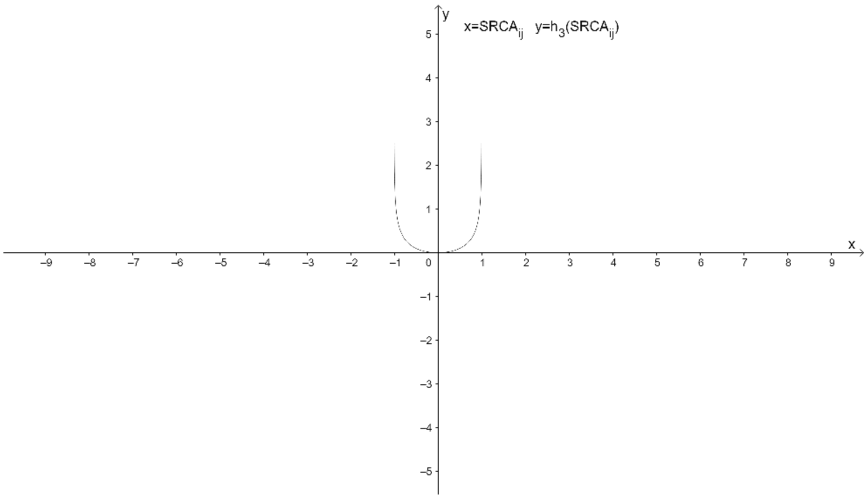
$$\mathrm{r}\left(\mathrm{LRCA_{ij}},\mathrm{SRCA_{ij}}\right)<1$$

olur. Bu, $\mathrm{LRCA_{ij}}$ ile $\mathrm{SRCA_{ij}}$ göstergelerinin sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olmadıklarını kanıtlar. Böyle olmakla birlikte iki göstergenin sayısal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda yetkin bir biçimde tutarlı olmaya yaklaşıp yaklaşamadıklarını anlamak için $\mathrm{LRCA_{ij}}$ anlatımındaki doğrusal olmayan ve olan parçalar arasındaki oranı gösteren ve

$$h_3\left(\mathrm{SRCA_{ij}}\right)=\frac{\mathrm{LRCA_{ij}}}{2\mathrm{SRCA_{ij}}}-1$$

biçiminde dile getirilen $h_3(\mathrm{SRCA_{ij}})$ işlevini incelemek gerekir. Bu işlev matematiksel işlemlerin ardından

$$h_3\left(\mathrm{SRCA_{ij}}\right)=\frac{1}{2\mathrm{SRCA_{ij}}}ln\left(\frac{1+\mathrm{SRCA_{ij}}}{1-\mathrm{SRCA_{ij}}}\right)-1$$



Çizim 3. h_3 İşlevinin Çizimi

olarak anlatılabilir. Bu işlevin tanım bölgesi [-1, +1)-{0} olarak belirtilebilir. Daha önce de belirtildiği üzere $\mathrm{SRCA_{ij}}$'nin [-1, +1) olan tanım bölgesinden sıfır ögesinin çıkartılmasının nedeni sıfıra bölme işlemini önlemek içindir. Bu işlevin her zaman sıfır ya da sıfırdan büyük bir işlev olduğu kanıtlanabilir. Bunun için [18] nolu bağıntıdan elde edilecek olan

$$\frac{\mathrm{LRCA_{ij}}}{\mathrm{SRCA_{ij}}}=2\left(1+\frac{\mathrm{SRCA_{ij}}^2}{3}+\frac{\mathrm{SRCA_{ij}}^4}{5}+\cdots\right)$$

büyüklüğünün ayraç içindeki her teriminin artı değerli olması nedeniyle

$$\frac{\mathrm{LRCA_{ij}}}{\mathrm{SRCA_{ij}}}>2$$

bağıntısı yazılabilir. $SRCA_{ij}$ sıfıra giderken yukarıdaki oranın limitinin

$$\lim_{SRCA_{ij}\to 0}\frac{LRCA_{ij}}{SRCA_{ij}}=2$$

olduğu da göz önünde bulundurulur ise [-1, +1) aralığında

$$\frac{LRCA_{ij}}{SRCA_{ij}}\geq 2$$

yazılabilir. Buradan

$$\frac{LRCA_{ij}}{2SRCA_{ij}}-1\geq 0$$

elde edilir. Bu, $h_3\geq 0$ olduğunu gösterir. h_3'ün hep artı değerli olması $LRCA_{ij}$'nin doğrusal olan ve olmayan parçalarının işaretçe aynı olmaları anlamına gelir. Söz konusu oranın +1 olduğu apsis değerleri Newton-Raphson yöntemiyle $SRCA_{ij}=-0.957504024077269$ ve $SRCA_{ij}=0.957504024077269$ olarak elde edilir. $h_3=1$ sonucunu veren bu iki noktada $LRCA_{ij}$'nin doğrusal olan ve olmayan parçaları işaretçe olduğu gibi mutlak değerce de eşittir. O nedenle bu noktalarda doğrusal olan ve olmayan parçalardan herhangi birinin baskın ve ötekinin çekinik olduğunu söylemek olanaksızdır. Ancak bu iki değer arasında doğrusal olmayan parçanın çekinik ve dışında da baskın olduğunu söylemek olanaklıdır. Buradan da anlaşılacağı gibi doğrusal olan parçanın baskın olduğu çok geniş bir aralık vardır. Öyleyse $LRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ göstergeleri için sayısal ölçü olarak anlamlandırılma durumunda asla varılamayacak olsa da söz konusu göstergeleri yetkin bir biçimde tutarlılığa yaklaştıracak çok geniş bir aralığın var olduğu söylenebilir. Görgül verilerle yapılacak bir çalışma bu konuda kanıt sağlayıcı niteliktedir.[15] $LRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ konusunda son olarak şu da söylenebilir ki her iki gösterge sırasal ölçü ya da iki-sınıfsal ölçü olarak anlamlandırıldıklarında $BRCA_{ij}$ ile yetkin bir biçimde tutarlı olduklarından birbirleri ile de yetkin bir biçimde tutarlı olurlar.

4.4. $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ Karşılaştırması

Ülke sıra numarası i sabit olduğunda (tek ülke durumunda) μ_i de sabit olacağından [5] nolu bağıntıdan da anlaşılacağı üzere $WRCA_{ij}$ göstergesi $BRCA_{ij}$ göstergesinin doğrusal bir dönüşümü olur. Öyleyse korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre sayısal ölçü anlamlandırması durumunda anılan iki gösterge arasındaki korelasyon

$$r(WRCA_{ij}, BRCA_{ij})=1$$

olarak dile getirilebilir. Bu, $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin tek ülke koşulu altında sayısal ölçü anlamlandırmasına göre yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar. Bu tutarlılığın sırasal ölçü anlamlandırması durumunda da geçerli olduğunu görebilmek için $BRCA_{ij}$ değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanması durumunda $WRCA_{ij}$ değerlerinin de aynı biçimde küçükten büyüğe doğru sıralandıklarını görmek yeterlidir. Bu durumda

$$\text{rank } WRCA_{ij} = \text{rank } BRCA_{ij}$$

olur ki korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre ranklar arasındaki korelasyon

[15] Tablo 1'e göre $LRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ arasındaki 0.9672 düzeyindeki yüksek korelasyon bu durumu kanıtlamaktadır.

$$r(\text{rank WRCA}_{ij}, \text{rank BRCA}_{ij}) = 1$$

olarak elde edilir. Bu, $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin tek ülke koşulu altında sırasal ölçü olarak da yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar. Benzer bir söz, anılan göstergelerin iki-sınıfsal ölçü olarak anlamlandırılması durumunda da söylenebilir; yeter ki bunların nötr noktaları uyumlu olsun. i sıra nolu ülke verili iken $WRCA_{ij}$'nin nötr noktasının $BRCA_{ij}$'nin nötr noktası ile uyumlu olması için o noktanın μ_i^{-1} olması gerekir[16]; çünkü ancak ve ancak o zaman $BRCA_{ij}>1$ ve $WRCA_{ij}>\mu_i^{-1}$ durumları aynı anda gerçekleşirken bunların karşıtları olarak $BRCA_{ij}\leq1$ ve $WRCA_{ij}\leq\mu_i^{-1}$ durumları da aynı anda gerçekleşir. Bu uyumluluk göz önünde tutularak

$$\text{dichotomous WRCA}_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{WRCA}_{ij} > \mu_i^{-1}; \\ \frac{1}{2}, & \text{WRCA}_{ij} = \mu_i^{-1}; \\ 0, & \text{WRCA}_{ij} < \mu_i^{-1} \end{cases}$$

olmak üzere yeni bir iki-sınıfsal değişken tanımlanacak olur ise tek ülke koşulu altında

$$\text{dichotomous WRCA}_{ij} = \text{dichotomous BRCA}_{ij}$$

doğrusal ilişkisinin gerçekleştiği saptanabilir. Böyle bir durumda da korelasyon çözümlemesinden elde edilen sonuca göre

$$r(\text{dichotomous WRCA}_{ij}, \text{dichotomous BRCA}_{ij}) = 1$$

yazılabilir. Bu ise i sıra nolu ülke verili iken nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergelerinin iki-sınıfsal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlar.

5. GÖRGÜL BULGULAR

Bu çalışmada elde edilen kuramsal bulgular görgül çalışmalarla da desteklenmiştir. Görgül çalışmalarda kullanılan veriler 2020 yılına ilişkin dört basamaklı ISIC (Rev. 4)[17] kapsamındaki Türkiye imalat sanayii ihracat ve ithalat bilgileridir. Bu bilgiler TÜİK'ten elde edilmiştir. Söz konusu bilgiler aracılığıyla [2] nolu bağıntıda dile getirilen $BRCA_{ij}$ ve bundan türetilen $LRCA_{ij}$, $SRCA_{ij}$ ve $WRCA_{ij}$ gösterge değerleri elde edilmiştir. Sonrasında bunlar sayısal ölçü, sırasal ölçü ve iki-sınıfsal ölçü olarak değerlendirilerek aralarındaki korelasyonlar hesaplanmıştır. Bu hesaplamaların iki-sınıfsal ölçü anlamlandırmasına göre yapılanlarında göstergelerin nötr noktalarının uyumlu oldukları kabul edilmiştir. Görgül bulgular kuramsal bulgular doğrultusundadır. Elde edilen değerler Tablo 1'de, Tablo 2'de ve Tablo 3'te verilmektedir. Bu tablolarda i sıra numaralı ülke Türkiye; j sıra numaralı mallar ya da mal öbekleri ise ISIC (Rev. 4) sınıflandırmasına göre dört basamaklı imalat sanayii alt sektörleridir.[18]

[16] Çok ülke durumunda bu çalışmanın kapsamı dışında kalacak olan $WRCA_{ij}$ göstergesinin nötr noktasını belirtmek zor görünmektedir. Nitekim De Benedictis ve Tamberi (2001), $WRCA_{ij}$'nin nötr noktasının belirtilmediğini dile getirir. Sanidas ve Shin (2010) da bu durumu dile getirir. Bebek (2017) ise söz konusu noktayı 1 olarak belirtir.
[17] İlgili sınıflandırmanın ayrıntılarına https://unstats.un.org/unsd/classifications/Econ/isic linkinden erişilebilir.
[18] Tablo değerlerinin hesaplanmasında Excel programı kullanılmıştır.

Tablo 1. *Sayısal Ölçü Anlamlandırmasına Göre Korelasyonlar*

	$BRCA_{ij}$	$SRCA_{ij}$	$LRCA_{ij}$	$WRCA_{ij}$
$BRCA_{ij}$	**1.0000**			
$SRCA_{ij}$	0.4556	**1.0000**		
$LRCA_{ij}$	0.6383	0.9672	**1.0000**	
$WRCA_{ij}$	**1.0000**	0.4556	0.6383	**1.0000**

Tablo 2. *Sırasal Ölçü Anlamlandırmasına Göre Korelasyonlar*

	$BRCA_{ij}$	$SRCA_{ij}$	$LRCA_{ij}$	$WRCA_{ij}$
$BRCA_{ij}$	**1.0000**			
$SRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**		
$LRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**	
$WRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**

Tablo 3. *İki-sınıfsal Ölçü Anlamlandırmasına Göre Korelasyonlar*

	$BRCA_{ij}$	$SRCA_{ij}$	$LRCA_{ij}$	$WRCA_{ij}$
$BRCA_{ij}$	**1.0000**			
$SRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**		
$LRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**	
$WRCA_{ij}$	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**	**1.0000**

Tablo 1 şöyle değerlendirilebilir: [2] nolu bağıntıdaki $BRCA_{ij}$ ile $WRCA_{ij}$ göstergeleri tek ülke için hesaplandıklarından birbirlerine doğrusal olarak bağlı olmaları nedeniyle sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olurlar. $BRCA_{ij}$ ile $SRCA_{ij}$ göstergeleri ise 0.4556 düzeyindeki korelasyon nedeniyle sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olmazlar. Dahası bunların yetkin bir biçimde tutarlılıktan bir hayli uzaklaştıkları da söylenebilir. Benzer bir söz 0.6383 düzeyinde korelasyona sahip olan $BRCA_{ij}$ ile $LRCA_{ij}$ göstergeleri için de söylenebilir. Oysa $SRCA_{ij}$ ile $LRCA_{ij}$ ilişkisi farklıdır; çünkü $SRCA_{ij}$ ile $LRCA_{ij}$ göstergeleri 0.9672 düzeyinde korelasyona sahip olduklarından yetkin bir biçimde tutarlılık içinde değiller ise de daha önce kuramsal olarak dile getirildiği gibi ona çok yakın olurlar. Sayısal ölçü konusunda son olarak söylenecek olan şudur: $BRCA_{ij}$; $LRCA_{ij}$ ya da $SRCA_{ij}$ ile tutarlı olmaktan nasıl bir hayli uzak ise $WRCA_{ij}$ da onlarla tutarlı olmaktan öyle bir hayli uzaktır. Tablo 2 bütün bu göstergelerin sırasal ölçü olarak anlamlandırılmaları durumunda herhangi bir koşul olmaksızın yetkin bir biçimde tutarlı olduklarını kanıtlamaktadır. Tablo 3 de benzer bir sözü iki-sınıfsal anlamlandırma için

söyleme olanağı sağlamaktadır; ancak bunu söyleyebilmenin koşulu göstergelerin nötr noktalarının uyumlu olması koşuludur.

SONUÇ

Bu çalışmanın amacı açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin sayısal ölçü olarak mı, sırasal ölçü olarak mı, yoksa iki-sınıfsal ölçü olarak mı anlamlandırılmaları gerektiği konusunu incelemektir. Bu bağlamda Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi ($BRCA_{ij}$) ile ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen öteki açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri arasındaki korelasyonlar çözümlenerek ve hesaplanarak bulgular elde edilmektedir. Balassa'nın açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesinden artan bir işlev aracılığıyla türetilen öteki açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri arasında logaritmik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük ($LRCA_{ij}$), simetrik açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük ($SRCA_{ij}$) ve ağırlıklandırılmış açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük ($WRCA_{ij}$) göstergeleri yer alır. Bunlardan $WRCA_{ij}$ göstergesinin inceleme kapsamına girebilmesi yalnızca tek ülke hesaplamalarında geçerlidir; çok ülke söz konusu olduğunda anılan gösterge salt $BRCA_{ij}$'nin değil, onun yanı sıra μ_i'nin de bir işlevi olacağından çalışmanın inceleme kapsamından çıkar. İnceleme kapsamındaki herhangi iki gösterge arasındaki korelasyonlar irdelenirken gerektiğinde bunlardan birinin ötekine göre Maclaurin açılımından da yararlanılmaktadır. Maclaurin açılımı iki gösterge arasındaki ilişkide doğrusal olan ve olmayan parçaları üreten bir açılımdır. Korelasyon çözümlemesinden elde edilen bulgulara göre bir göstergenin bir başka göstergeye göre açılımında doğrusal olmayan parça varsa iki gösterge sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olamaz; ancak ve ancak doğrusal olmayan parça yok olduğunda sayısal ölçü olarak yetkin bir biçimde tutarlı olur. Böyle bir özellik, verili tek ülke için hesaplanan $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergeleri ilişkisinde vardır; ancak çok ülke için hesaplanan $WRCA_{ij}$ ile $BRCA_{ij}$ göstergeleri ilişkisinde yoktur. İster tek, ister çok ülke için hesaplansın $BRCA_{ij}$, $LRCA_{ij}$ ve $SRCA_{ij}$ göstergeleri arasındaki Maclaurin açılımlarında doğrusal olmayan parçalar var olduğu için sayısal ölçü olarak anlamlandırılmaları durumunda bu göstergeler yetkin bir biçimde tutarlı olamazlar. Bununla birlikte Maclaurin açılımında doğrusal olan parça doğrusal olmayan parçaya baskın olduğu zaman, $SRCA_{ij}$ göstergesi ile $LRCA_{ij}$ göstergesi ilişkisinde olduğu gibi, yetkin bir biçimde tutarlılığa erişememe ancak ona çok yaklaşma özelliği gözlemlenebilir. Bütün bunlar şunu göstermektedir: Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri sayısal ölçü olarak anlamlandırılırsa bunların bir bölümü yetkin bir biçimde tutarlı olmaktan uzaklaşırlar. Bu durum ekonometrik araştırmalarda çelişkili bulguların elde edilmesi tehlikesini yaratabilir. Bu tehlikenin nedeni ekonometrik denklemde açıklanmış kaşılaştırmalı üstünlük göstergelerinin birinden öbürüne t istatistiklerinin değişebilmesi özelliğidir. Bu özellik sonucunda ise açıklanmış karşılaştırmalı üstünlüğü temellendirmede kullanılan bir değişken açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergelerinden birine göre istatistiksel olarak anlamlı, bir başkasına göre istatistiksel olarak anlamsız biçiminde bulgulanabilir. Böyle çelişkili bulgular tehlikesinden uzak durmanın yolu ise kurulan ekonometrik denklemde yetkin bir biçimde tutarlı olan göstergeleri kullanmaktan geçer. Ekonometrik denklem aracılığıyla yetkin bir biçimde tutarlı olan iki göstergeden birine göre hangi değişkenler istatistiksel olarak anlamlı diye bulgulanır ise ötekine göre de aynı biçimde istatistiksel olarak anlamlı diye bulgulanır. Böylece göstergelere göre değişen çelişkili bulgular sonucuyla karşı karşıya gelinmemiş olunur. Göstergeler arasındaki yetkin bir biçimde tutarlı olma özelliğinin bu temel getirisinin elde edilebilmesi, bu çalışmada elde edilen bulgulara göre, $BRCA_{ij}$ ile ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen öteki göstergelerin sırasal ölçü ya da iki-sınıfsal ölçü olarak anlamlandırılmalarına bağlıdır: Çünkü sırasal ölçü anlamlandırması koşulsuz olarak yetkin bir biçimde tutarlılık sağlarken iki-sınıfsal ölçü anlamlandırması göstergelerin nötr noktalarının uyumluluğu koşulu altında bunu yapabilir. Bütün bunlara dayalı olarak söylenebilecek olan şudur: Bu çalışmada ele alınan açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergeleri ekonometrik çalışmalarda sayısal ölçü anlamlandırmasına göre çelişkili bulgular tehlikesi yaratabilirler ise de sırasal ölçü ya da iki-sınıfsal ölçü anlamlandırmasına göre böyle bir tehlike yaratmazlar. O nedenle burada son söz olarak şu söylenmektedir: İktisat yazınında ister sezgisel nitelikte olsun isterse sezgisel nitelikteki göstergelerden bir işlev aracılığıyla türetilmiş olsun birçok açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük göstergesi kullanılarak yapılan çalışmalarda görülmektedir ki sırasal ölçü ve iki-sınıfsal ölçü anlamlandırmaları sayısal ölçü anlamlandırmasına göre daha yeğlenebilir olarak nitelendirilmektedir; ilk iki anlamlandırma birbirlerine göre karşılaştırıldığında kimi kez sırasal ölçü, kimi kez de iki-sınıfsal ölçü anlamlandırması daha yeğlenebilir olarak nitelendirilmektedir; ancak $BRCA_{ij}$ ile ondan artan bir işlev aracılığıyla türetilen $SRCA_{ij}$ ve $LRCA_{ij}$ göstergelerini karşılaştıran Bebek (2017) çalışmasında söz konusu göstergeler sırasal ölçü olarak da iki-sınıfsal ölçü olarak da yetkin bir biçimde tutarlı olmaları nedeniyle denk düzeyde yeğlenebilir olarak nitelendirilmektedir; bu bulgular bu çalışmada da elde edilen bulgulardır; nitekim bu çalışmada sırasal ölçü anlamlandırması ile iki-sınıfsal ölçü anlamlandırması sayısal ölçü anlamlandırmasına göre daha yeğlenebilir ancak birbirlerine göre denk düzeyde yeğlenebilir olarak değerlendirilmektedir; bu çalışmada elde edilen bir başka bulgu daha vardır; o da çok ülke için değil de endüstrileri karşılaştırma amacıyla tek ülke için yapılan çalışmalarda sırasal ölçü olarak koşulsuz bir biçimde ve iki-sınıfsal ölçü olarak nötr noktalarının uyumlu olması koşulu altında $BRCA_{ij}$ ile yetkin bir biçimde tutarlı olan $WRCA_{ij}$'nin denk düzeyde yeğlenebilir olduğudur.

KAYNAKÇA

Altay, B. & Gürpınar, K. (2008). Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükler ve bazı rekabet gücü endeksleri: Türk mobilya sektörü üzerine bir uygulama. *Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, *10*(1), 257-274.

Ashish, A. & Kannan, E. (2015). Analysis of India's revealed comparative advantage in agro-processed products. *Indian Journal of Economics and Business*, *14*(1), 115-130.

Atlas, E. (2019). *Türkiye-BRICS ülkeleri dış ticaretinin sektörel rekabet gücü analizi: (2008-2017) dönemi üzerine bir uygulama*. Yüksek lisans tezi, Süleyman Demirel Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.

Balassa, B. (1965). Trade liberalisation and "revealed" comparative advantage. *The Manchester School*, *33*(2), 99-123.

Balassa, B. (1977). "Revealed" comparative advantage revisited: An analysis of relative export shares of the industrial countries, 1953–1971. *The Manchester School*, *45*(4), 327-344.

Ballance, R. H., Forstner, H. & Murray, T. (1987). Consistency tests of alternative measures of comparative advantage. *The Review of Economics and Statistics*, *69*(1), 157-161.

Bebek, U. G. (2017). *RCA: Choosing the right measure*. Department of Economics, University of Birmingham.

Bowen, H. P. (1983). On the theoretical interpretation of indices of trade intensity and revealed comparative advantage. *Weltwirtschaftliches Archiv*, *119*(3), 464-472.

Bruno, F. J. (1996). *Psikoloji tarihi*. Kıbele Yayınevi.

Dalum, B., Laursen, K. & Villumsen, G. (1998). Structural change in OECD export specialisation patterns: De-specialisation and 'stickiness'. *International Review of Applied Economics*, *12*(3), 423-443.

De Benedictis, L. & Tamberi, M. (2001). *A note on the Balassa index of revealed comparative advantage.* Available at SSRN 289602.

Deb, K. & Basu, P. (2011). Indices of revealed comparative advantage and their consistency with the Heckscher-Ohlin theory: A cross sectional analysis. *Foreign Trade Review*, *46*(3), 3-28.

Donges, J. B. & Riedel, J. (1977). The expansion of manufactured exports in developing countries: An empirical assessment of supply and demand issues. *Review of World Economics*, *113*(1), 58-87.

Erkan, B. (2012). Ülkelerin karşılaştırmalı ihracat performanslarının açıklanmış karşılaştırmalı üstünlük katsayılarıyla belirlenmesi: Türkiye-Suriye örneği. *Uluslararası Yönetim İktisat ve İşletme Dergisi*, *8*(15), 195-218.

Erkesim, A. A. (2020). *Türkiye'de halı sektörünün dış ticaretinin ve rekabet gücünün değerlendirilmesi*. Yüksek lisans tezi, İstanbul Ticaret Üniversitesi Dış Ticaret Enstitüsü, İstanbul.

Fertö, I. & Hubbard, L. J. (2003). Revealed comparative advantage and competitiveness in Hungarian agri–food sectors. *World Economy*, *26*(2), 247-259.

Gnidchenko, A. & Salnikov, V. (2015). Net comparative advantage index: Overcoming the drawbacks of the existing indices. *Higher School of Economics Research Paper No. WP BRP, 119*.

Hoen, A. R. & Oosterhaven, J. (2006). On the measurement of comparative advantage. *The Annals of Regional Science*, *40*(3), 677-691.

Jagdambe, S. (2016). *Analysis of revealed comparative advantage in export of India's agricultural products.* Institute for Social and Economic Change.

Jagdambe, S. (2019). Consistency test of revealed comparative advantage index: Evidence from India's agricultural export. *Foreign Trade Review*, *54*(1), 16-28.

Jiang, T. (2004). The asymptotic distributions of the largest entries of sample correlation matrices. *The Annals of Applied Probability*, *14*(2), 865-880.

Khai, N. X., Ismail, M. M. & Sidique, S. F. (2016). Consistency tests of comparative advantage measures: An empirical evidence from the Malaysian and selected Asian shrimp products. *International Food Research Journal*, *23*(6).

Lafay, G. (1992). The measurement of revealed comparative advantages. M.G. Dagenais and P.A. Muet (eds.). *International trade modelling* içinde. Chapman & Hill.

Laursen, K. (1998). Revealed comparative advantage and the alternatives as measures of international specialisation. *DRUID Working Paper*, No. 98-30.

Liesner, H. H. (1958). The European common market and British industry. *The Economic Journal*, *68*(270), 302-316.

Lim, T. C. (2004). Application of Maclaurin series in relating interatomic potential functions: A review. *Journal of Mathematical Chemistry*, *36*(2), 147-160.

Oduro, A. D. & Offei, E. L. (2014). Investigating Ghana's revealed comparative advantage in agro-processed products. *Modern Economy*, *5*(4), 384-390.

Proudman, J. & Redding, S. J. (1997). *Persistence and mobility in international trade*. The Bank of England, UK.

Ravgotra, S. & Kaur, H. (2017). Revealed comparative advantage of India and China. *International Journal of Economics*, *7*(4), 17-28.

Ruben, H. (1966). Some new results on the distribution of the sample correlation coefficient. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, *28*(3), 513-525.

Sanidas, E. & Shin, Y. (2010, July). Comparison of revealed comparative advantage indices with application to trade tendencies of East Asian countries. *In 9th Korea and the World Economy Conference, Incheon.*

Silverman, R. A. (1985). *Calculus with analytic geometry*. Prentice Hall.

Şahinli, M. A. (2011). Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükler endeksi: Türkiye pamuk endüstrisi üzerine bir uygulama. *Sosyal Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, *11*(21), 227-240.

Vollrath, T. L. (1991). A theoretical evaluation of alternative trade intensity measures of revealed comparative advantage. *Weltwirtschaftliches Archiv*, *127*(2), 265–280.

Yalçınkaya, M. H., Çılbant, C., Erataş, F. & Hartoğlu, D. (2014). Açıklanmış karşılaştırmalı üstünlükler ekseninde rekabet gücünün analizi: Türk-Çin dış ticareti üzerine bir uygulama. *Yönetim ve Ekonomi Araştırmaları Dergisi*, *12*(24), 41-57.

Yeats, A. J. (1985). On the appropriate interpretation of the revealed comparative advantage index: Implications of a methodology based on industry sector analysis. *Weltwirtschaftliches Archiv*, *121*(1), 61–73.

Yu, R., Cai, J. & Leung, P. (2009). The normalized revealed comparative advantage index. *The Annals of Regional Science*, *43*(1), 267-282.

Ypma, T. J. (1995). Historical development of the Newton–Raphson method. *SIAM Review*, *37*(4), 531-551.

EK

Korelasyon çözümlemesinde büyük rol oynayan Cauchy-Schwarz eşitsizliği, k=1, …, S olmak üzere a_k ile b_k sayıları arasındaki şu eşitsizliği anlatır:

$$(a_1b_1+\cdots+a_Sb_S)^2 \leq (a_1{}^2+\cdots+a_S{}^2)(b_1{}^2+\cdots+b_S{}^2). \qquad [19]$$

Bu eşitsizlik

$$(a_1z-b_1)^2+\cdots+(a_Sz-b_S)^2 \geq 0 \qquad [20]$$

ya da

$$(a_1{}^2+\cdots+a_S{}^2)z^2-2(a_1b_1+\cdots+a_Sb_S)z+(b_1{}^2+\cdots+b_S{}^2) \geq 0 \qquad [21]$$

eşitsizliğinden elde edilir. [21] nolu bağıntı ikinci basamaktan denklemin ya kökleri olmadığını ya da kökleri varsa bir ve yalnızca bir kökü olduğunu anlatır. Cauchy-Schwarz eşitsizliği, [21] nolu bağıntıdan bu özellik göz önünde bulundurularak kolayca çıkarımlanabilir. Bu özellik nedeniyle Δ olarak gösterilen diskriminant değeri için

$$\Delta \leq 0$$

yazılabilir. Bu,

$$(a_1b_1+\cdots+a_Sb_S)^2-(a_1{}^2+\cdots+a_S{}^2)(b_1{}^2+\cdots+b_S{}^2) \leq 0$$

demektir ki buradan [19] nolu bağıntıda dile getirilen Cauchy-Schwarz eşitsizliği kolayca elde edilir. Δ=0 durumu bir ve yalnızca bir kök olduğu anlamına gelir. Bu da ancak ve ancak [20] nolu bağıntıdaki "küçüktür ya da eşittir" işaretinin solundaki her terimin sıfır olmasını sağlayacak

$$z=\frac{b_1}{a_1}=\cdots=\frac{b_S}{a_S} \qquad [22]$$

bağıntısı geçerliyse geçerli olur. [22] nolu bağıntı k=1, …, S olmak üzere a_k ile b_k sayılarının orantılılığı anlamına gelir. a_k ile b_k sayıları orantılı değil ise [22] nolu bağıntı ve dolayısıyla da Δ=0 bağıntısı gerçekleşmez. Böyle bir durumda geçerli olan bağıntı Δ<0 biçiminde yazılabilir. Bu durumda da Cauchy-Schwarz eşitsizliğinde "küçüktür ya da eşittir" işareti yerine yalnızca "küçüktür" işaretini yazmak gerekir. Öte yandan [19] nolu bağıntıda

$$a_k=U_k-\bar{U} \qquad \text{ve} \qquad b_k=V_k-\bar{V}$$

yapılır ise

$$\left\{\sum_{k=1}^{S}(U_k-\bar{U})(V_k-\bar{V})\right\}^2 \leq \sum_{k=1}^{S}(U_k-\bar{U})^2\sum_{k=1}^{S}(V_k-\bar{V})^2 \qquad [23]$$

elde edileceğinden [7] ile tanımlanan Pearson korelasyonunun gözlemsel değeri için [23] nolu bağıntıdan

$r^2 \leq 1$

ya da aynı anlama gelmek üzere

$-1 \leq r \leq +1$

elde edilir. Burada kanıtlanması amaçlanan temel sav U ile V arasındaki korelasyonun karesinin en yüksek düzey olan 1 değerine ulaşabilmesi için [8] nolu bağıntıdaki β_2 çarpanının sıfır olması gerektiğidir. Bu savı kanıtlamak üzere kısalık için $W_k=g(U_k)$ denilir ise [8] nolu bağıntı

$$V_k = \beta_0 + \beta_1 U_k + \beta_2 W_k \quad [24]$$

biçiminde yazılabilir. Bu bağıntı k=1, …, S için yazılıp toplandıktan sonra her terim S'ye bölündüğünde

$$\bar{V} = \beta_0 + \beta_1 \bar{U} + \beta_2 \bar{W} \quad [25]$$

ve sonra da [24] nolu bağıntı ile [25] nolu bağıntı arasındaki fark alındığında

$$V_k - \bar{V} = \beta_1 (U_k - \bar{U}) + \beta_2 (W_k - \bar{W}) \quad [26]$$

elde edilir. [26] nolu bağıntının karesinin alınmasıyla

$$(V_k - \bar{V})^2 = \beta_1{}^2 (U_k - \bar{U})^2 + 2\beta_1\beta_2 (U_k - \bar{U})(W_k - \bar{W}) + \beta_2{}^2 (W_k - \bar{W})^2 \quad [27]$$

ve ardından da [27] nolu bağıntının k=1, …, S için yazılıp toplanmasıyla

$$\sum_{k=1}^{S} (V_k - \bar{V})^2 = \beta_1{}^2 \sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})^2 + 2\beta_1\beta_2 \sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})(W_k - \bar{W}) + \beta_2{}^2 \sum_{k=1}^{S} (W_k - \bar{W})^2 \quad [28]$$

elde edilir. Buradaki terimler kısaca şöyle gösterilebilir:

$$\sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})^2 = A \geq 0. \quad [29]$$

$$\sum_{k=1}^{S} (W_k - \bar{W})^2 = B \geq 0. \quad [30]$$

$$\sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})(W_k - \bar{W}) = C. \quad [31]$$

[29] ve [30] nolu bağıntılardaki eşitlik işaretleri yalnızca ve yalnızca k=1, …, S olmak üzere

$U_k = \bar{U}$

ve

$W_k = \bar{W}$

ise geçerli olur; ancak bu durum değişkenlerin sabit kabul edilmelerinden başka bir anlama gelmez; U_k ile W_k değişken olarak kabul edilecekse bu durumun gerçekleşmeyeceği de kabul edilmiş olur; o nedenle denebilir ki A ve B büyüklükleri hep artı değerlidir; çünkü kareler toplamıdır; [31] nolu bağıntıdaki C büyüklüğü ise artı ya da eksi değerli olabilir. Bu noktada iki sonuç çıkarımlanabilir. Birincisi şudur: Cauchy-Schwarz eşitsizliği gereğince

$$\left\{\sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})(W_k - \bar{W})\right\}^2 \leq \sum_{k=1}^{S} (U_k - \bar{U})^2 \sum_{k=1}^{S} (W_k - \bar{W})^2$$

yazılabileceğinden [29], [30] ve [31] nolu bağıntılar yukarıdaki eşitsizlikte yerlerine konulunca

$$AB - C^2 \geq 0 \quad [32]$$

bağıntısı elde edilir. U_k ile W_k arasında orantılılık ilişkisi olmaması nedeniyle [32] nolu bağıntıda eşitlik işareti geçersiz olacağından

$$AB - C^2 > 0 \qquad [33]$$

dir. İkincisi de şudur: [29], [30] ve [31] nolu bağıntılar [28] nolu bağıntıda yerlerine konulur ise

$$\sum_{k=1}^{S}(V_k - \bar{V})^2 = \beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B \geq 0 \qquad [34]$$

elde edilir. Öte yandan [26] nolu bağıntı

$$U_k - \bar{U}$$

ile çarpılıp sonra da bu çarpım k=1, …, S için yazılıp toplandığında

$$\sum_{k=1}^{S}(U_k - \bar{U})(V_k - \bar{V}) = \beta_1 \sum_{k=1}^{S}(U_k - \bar{U})^2 + \beta_2 \sum_{k=1}^{S}(U_k - \bar{U})(W_k - \bar{W})$$

elde edilir ve bu bağıntı [29], [30] ve [31] nolu bağıntılar gereğince

$$\sum_{k=1}^{S}(U_k - \bar{U})(V_k - \bar{V}) = \beta_1 A + \beta_2 C \qquad [35]$$

olur. [29], [34] ve [35] nolu bağıntılar [7] nolu bağıntıda yerlerine konulursa ilkin

$$r = \frac{\beta_1 A + \beta_2 C}{\sqrt{A\left(\beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B\right)}}$$

ve ardından da her iki yanın karesi alınırsa

$$r^2 = \frac{\beta_1{}^2 A^2 + 2\beta_1\beta_2 AC + \beta_2{}^2 C^2}{A(\beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B)} \qquad [36]$$

elde edilir. Burada dört ayrı durum tek tek incelenebilir.

β_1=0 ve β_2=0 Durumu: Bu, birlikte değişimin olup olmaması durumunun özel bir biçimidir. [7] nolu bağıntının payında yer alan

$$\sum_{k=1}^{S}(U_k - \bar{U})(V_k - \bar{V})$$

anlatımı U ile V arasındaki birlikte değişimi temsil eden öğedir. Bu terim sıfır ise U ile V arasında birlikte değişim yoktur denir. Güçlü bağımsızlık durumunda bu sonuç mutlaka gerçekleşir. Güçlü bağımsızlık yoksa ancak bu durum yine de gerçekleşiyor ise o zaman iki değişken arasında zayıf bağımsızlık olduğu söylenir. İster güçlü, ister zayıf bağımsızlık olsun birlikte değişim ölçüsü sıfır ise [7] nolu bağıntıdan r=0 elde edilir. β_1=0 ve β_2=0 durumunda [8] nolu bağıntıdan da anlaşılır ki V bu durumda bir sabite dönüşmüştür. Bu durumda U ile V arasında birlikte değişim ölçüsü sıfır olur; çünkü biri değişen ve öteki değişmeyen iki büyüklük arasında birlikte değişim yoktur. O nedenle böyle bir durumda U ile V arasındaki korelasyon sıfır olur.

β_1=0 ve β_2≠0 Durumu: Bu durum U ile V arasındaki ilişkide doğrusal olan parçadan yalnızca sabit terimin ve doğrusal olmayan parçadan da bütününün kalması demektir. Belirtilen koşullar altında [36] nolu bağıntıdan

$$r^2 = \frac{C^2}{AB}$$

elde edilirken buradan da [33] nolu bağıntı gereğince $r^2<1$ elde edilir.

$\beta_1 \neq 0$ ve $\beta_2 = 0$ Durumu: Bu, U ile V arasındaki ilişkide doğrusal olan parçanın varlığını sürdürmesi ancak doğrusal olmayan parçanın yok olması anlamına gelir. Belirtilen koşullar altında [36] nolu bağıntıdan $r^2=1$ elde edilir.

$\beta_1 \neq 0$ ve $\beta_2 \neq 0$ Durumu: Bu, U ile V arasındaki ilişkide doğrusal olan ve olmayan parçaların her ikisinin de varlıklarını sürdürmesi demektir. Bu koşullar altında [36] nolu bağıntıda pay ile paydanın A'ya bölünmesiyle ve ardından da paya $\beta_2^2 B$ teriminin eklenip çıkarılmasıyla

$$r^2 = \frac{\beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B - \beta_2{}^2 B + \beta_2{}^2 \frac{C^2}{A}}{\left(\beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B\right)}$$

elde edilir. Bu anlatım yalınlaştırılarak

$$r^2 = 1 - \frac{\beta_2{}^2 (AB - C^2)}{A(\beta_1{}^2 A + 2\beta_1\beta_2 C + \beta_2{}^2 B)} \qquad [37]$$

sonucuna ulaşılır. [37] nolu bağıntıda [33] nolu bağıntı gereğince $AB-C^2>0$ durumu geçerlidir; öyleyse eşitliğin sağındaki ikinci terim yok olmaz ve bu nedenle de $r^2<1$ olur. [37] nolu bağıntıdan U ile V arasındaki ilişkide β_2^2 azaldığında r^2'nin arttığı görülür. Bu, doğrusal olmayan parçadaki küçülmenin r^2'yi büyütmesi demektir. Öyleyse r^2'yi büyütüp en yüksek düzey olan 1'e çıkartmak için β_2^2'yi 0 yapmak gerekir. Bu ise söz konusu ilişkide doğrusal olan parçanın varlığını sürdürmesinden ancak doğrusal olmayan parçanın yok olmasından başka bir anlama gelmez.